



(19) $\mathcal{L}: x - 2y + 3z = 2$

on pose $y = t$ et $z = t' \quad x = 2t - 3t' + 2$

eq param $\mathcal{L} \begin{cases} x = 2t - 3t' + 2 \\ y = t \\ z = t' \end{cases} \quad \text{où } t \text{ et } t' \in \mathbb{R}$

$\left(\begin{array}{l} \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ sont 2 vect de } \mathcal{L} \\ A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ est un point de } \mathcal{L} \end{array} \right)$

(20) $\mathcal{L} \begin{cases} x = 2t + t' + 1 \\ y = -t + 2t' - 4 \\ z = t + t' \end{cases} \quad \text{on choisit les paramètres } t \text{ et } t'$

$\mathcal{L} \begin{cases} L_1 - 2L_3 \\ L_2 + L_3 \\ L_3 \end{cases} \begin{cases} x - 2z = -t' + 1 \\ y + z = 3t' - 4 \\ z = t + t' \end{cases} \Leftrightarrow 3L_1 + L_2 \begin{cases} 3x - 6z + y + z = 3 - 4 \end{cases}$

$\mathcal{L}: 3x + y - 5z = -1$

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ est \perp à \mathcal{L}

$$d(A, \mathcal{L}) = \frac{|3x_A + y_A - 5z_A + 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-5)^2}} = \frac{|3+2-15+1|}{\sqrt{35}} = \frac{9}{\sqrt{35}} = \frac{9\sqrt{35}}{35}$$

$$(23) \quad \mathcal{D} \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t - 2 \\ z = t + 3 \end{cases}$$

on élimine t :

$$\Rightarrow \begin{cases} L_1 - 2L_3 \\ L_2 + L_3 \end{cases} \begin{cases} x - 2z = -5 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

$$(24) \quad \mathcal{D} \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \quad \text{on pose } x = t$$

$$L_2 \Rightarrow y = -2t - 1$$

$$L_1 \Rightarrow 2z = x + y - 3 = t - 2t - 1 - 3 = -t - 4 \Rightarrow z = -\frac{t}{2} - 2$$

$$\mathcal{D} \begin{cases} x = t \\ y = -2t - 1 \\ z = -\frac{t}{2} - 2 \end{cases} \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}$$

un vecteur directeur de \mathcal{D} est $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

un point de \mathcal{D} : $A \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

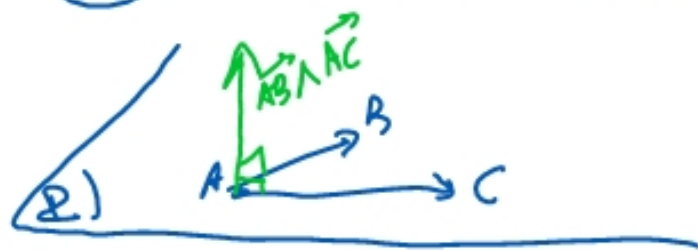
27) $A(1,1,1)$ $B(1,-1,0)$

$$\vec{AB} = B - A = (0, -2, -1)$$

$$(AB) \begin{cases} x = 1 \\ y = -2t + 1 \\ z = -t + 1 \end{cases} \text{ ou } t \in \mathbb{R}$$

un vect \perp à \vec{AB} est $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ou $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

28) $A(1,0,1)$ $B(1,-1,1)$ $C(2,2,3)$



$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}: -2x + 0y + 1z = d$$

$$\mathcal{L} \text{ passe par } A: -2 + 1 = d$$

$$\mathcal{L}: -x + z = -1$$

$$\mathcal{L}: -2x + z = -1$$

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ est } \perp \text{ à } \mathcal{L}$$

$$\Delta \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 \\ z = t + 1 \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \vec{u}t & + \vec{I} \end{matrix}$$

$$F = \Delta \cap \mathcal{L}$$

$$\left. \begin{cases} -2x_F + z_F = -1 \\ x_F = -2t_F \\ y_F = 1 \\ z_F = t_F + 1 \end{cases} \right\} \Rightarrow$$

$$-2(-2t_F) + (t_F + 1) = -1$$

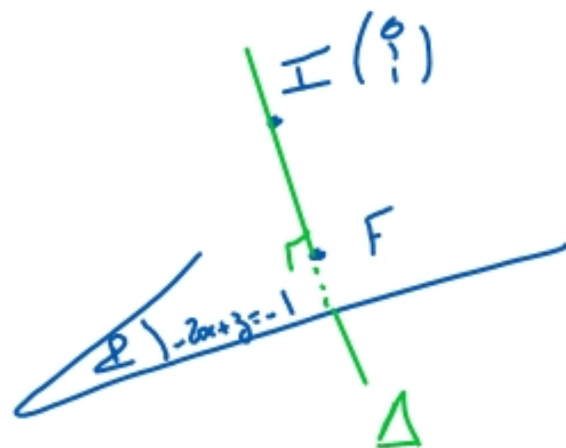
$$4t_F + t_F + 1 = -1 \Rightarrow 5t_F = -2$$

$$t_F = -\frac{2}{5}$$

$$F = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 1 \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} d(\mathcal{L}, \Delta) &= \|\vec{IF}\| = \left\| \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 0 \\ -\frac{2}{5} \end{pmatrix} \right\| \\ &= \sqrt{\frac{16+4}{25}} = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\text{avec la formule: } d(\mathcal{L}, \Delta) = \frac{|-2x_I + z_I + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



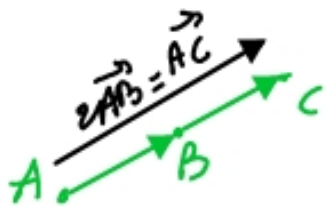
$$(29) \quad A(1, -1, 2) \quad B(1, 2, 1) \quad C(1, 5, 0)$$

$$\vec{AB} = (0, 3, -1)$$

$$\vec{AC} = (0, 6, -2)$$

$$\vec{AC} = 2 \cdot \vec{AB}$$

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires, donc les points A, B et C sont alignés



(30)

$$D_1 \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t \\ z = 3t + 1 \end{cases}$$

un vecteur directeur de D_1 est $\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$D_2 \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = t + 1 \end{cases}$$

un vecteur directeur de D_2 est $\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

un vecteur \perp à D_1 et D_2 est $\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$(19) \quad \mathcal{P} : x - 2y + 3z = 2$$

un vecteur \perp à \mathcal{P} est $\vec{u} = (1, -2, 3) = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

on pose $y = t$ et $z = t'$

$$\mathcal{P} \begin{cases} x = 2t - 3t' + 2 \\ y = t \\ z = t' \end{cases} \quad \text{où } t \text{ et } t' \in \mathbb{R}$$

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs de \mathcal{P}

un point de \mathcal{P} est $A \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$(20) \quad \mathcal{L} \begin{cases} x = 2t + t' + 1 \\ y = -t + 2t' - 4 \\ z = t + t' \end{cases} \quad \text{ou } (t, t') \in \mathbb{R}^2$$

Pour avoir une eq cartésienne de \mathcal{L} , on élimine t et t'

$$\begin{array}{l} L_1 \leftarrow 2L_3 - L_1 \\ L_2 \leftarrow L_3 + L_2 \end{array} \left. \begin{array}{l} 2z - x = t' - 1 \\ y + z = 3t' - 4 \\ z = t + t' \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 3L_1 - L_2 : 3(2z - x) - (y + z) = -3 + 4 \\ 6z - 3x - y - z = 1 \\ 5z - 3x - y = 1 \end{array}$$

$$\mathcal{L} : -3x - y + 5z = 1$$

Un vecteur \perp à \mathcal{L} est $\vec{n} = (-3; -1; 5)$

$$d(A, \mathcal{L}) = \frac{|-3x_A - y_A + 5z_A - 1|}{\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 5^2}} = \frac{|-3 - 2 + 15 - 1|}{\sqrt{35}} = \frac{|+9|}{\sqrt{35}} = \frac{9\sqrt{35}}{35}$$

$$(23) \quad \mathbb{D} \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t - 2 \\ z = t + 3 \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R} \quad \text{On élimine } t$$

$$\begin{array}{l} L_1 - 2L_3 \\ L_2 + L_3 \end{array} : \mathbb{D} \begin{cases} x - 2z = -5 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

$$(24) \quad \mathbb{D} \begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \quad \text{On pose } x = t$$

$$L_2 \Rightarrow y = -2x - 1 = -2t - 1$$

$$L_1 \Rightarrow 2z = x + y - 3 = t + (-2t - 1) - 3 = -t - 4 \Rightarrow z = -\frac{t}{2} - 2$$

$$\mathbb{D} \begin{cases} x = t \\ y = -2t - 1 \\ z = -\frac{1}{2}t - 2 \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}$$

un vect directeur de \mathbb{D} est $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

un pt de \mathbb{D} : $A = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$(27) \quad A(1,1,1) \quad B(1,-1,0)$$

$$\vec{AB} = (0, -2, -1)$$

$$(AB) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2t + 1 \\ z = -t + 1 \end{array} \right. \quad \text{ou } t \in \mathbb{R}$$

Un vecteur \perp à \vec{AB} est $\vec{u} = (0, 1, -2)$

$$\text{car } \vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \times 0 + (-2) \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) = -2 + 2 = 0$$

(28) \mathcal{L} passe par $A(1,0,1)$ et $B(1,-1,1)$ et $C(2,2,3)$

$$\vec{AB} = (0, -1, 0)$$

$$\vec{AC} = (1, 2, 2)$$

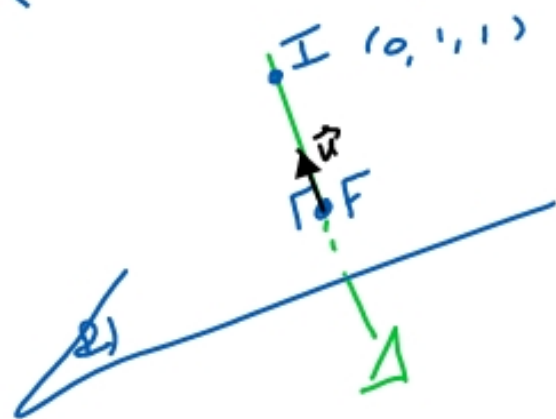
$$\mathcal{L} \begin{cases} x = t' + 1 \\ y = -t + 2t' \\ z = 2t' + 1 \end{cases} \text{ où } t \text{ et } t' \in \mathbb{R}$$

on élimine t et t' .

$$2L_1 - L_3: \mathcal{L}: 2x - z = 1$$

Un vecteur \perp à \mathcal{L} est $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

(on aurait pu calculer $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$)



$$\Delta \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = -t + 1 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

$$F = \Delta \cap \mathcal{P} \quad \mathcal{P} \begin{cases} 2x_F - 3z_F = 1 \\ x_F = 2t_F \\ y_F = 1 \\ z_F = -t_F + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(2t_F) - (-t_F + 1) = 1 \\ \Downarrow \\ 4t_F + t_F - 1 = 1 \Rightarrow 5t_F = 2 \\ t_F = \frac{2}{5} \end{cases}$$

donc $F = \left(\frac{4}{5} ; 1 ; \frac{3}{5} \right)$

$$d(\mathcal{I}, \mathcal{P}) = \|\vec{IF}\| = \left\| \left(\frac{4}{5} ; 0 ; -\frac{2}{5} \right) \right\| = \sqrt{\frac{16+4}{25}} = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

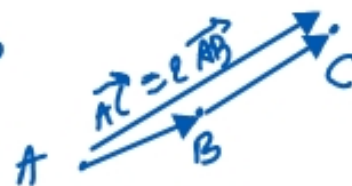
avec la formule: $d(\mathcal{I}, \mathcal{P}) = \frac{|2x_{\mathcal{I}} - 3z_{\mathcal{I}} - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|-1 - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

(29) $A(1, -1, 2) \quad B(1, 2, 1) \quad C(1, 5, 0)$

$$\vec{AB} = (0, 3, -1)$$

$$\vec{AC} = (0, 6, -2)$$

$\vec{AC} = 2\vec{AB}$. Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires, donc les points A, B et C sont alignés



$$\textcircled{30} \quad \mathcal{D}_1 \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$$

$$\mathcal{D}_2 \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = t + 1 \end{cases}$$

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \vec{\mathcal{D}}_1$$

$$\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \vec{\mathcal{D}}_2$$

$$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{On peut prendre } \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

plan \mathcal{L}_1 contenant \vec{u} et \mathcal{D}_1

$$\mathcal{L}_1 \begin{cases} x = t + t' - 1 \\ y = t + 2t' + 1 \\ z = -t + 3t' + 1 \end{cases}$$

$\uparrow \quad \quad \uparrow \quad \quad \uparrow$
 $\vec{u} \quad \vec{u}' \in \vec{\mathcal{D}}_1 \quad \text{un pt de } \mathcal{D}_1$

plan \mathcal{L}_2 contenant \vec{u} et \mathcal{D}_2 $\mathcal{L}_2 \left. \vphantom{\begin{matrix} \text{plan } \mathcal{L}_2 \text{ contenant } \vec{u} \text{ et } \mathcal{D}_2 \\ \mathcal{L}_2 \end{matrix}} \right\}$

$$\Delta = \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$$