

$$(1.2) \quad g(x) = (1+x)^{\frac{1}{2}} \text{ si } x > -1 \text{ et } x \neq 0 \quad \text{et } g(0) = e$$

• Continuité: $g(x) \equiv e^{\frac{1}{2} \ln(1+x)}$

Pour $x \neq 0$: g est continue comme quotient (dont le dénominateur ne s'annule pas) et composée de fonctions continues

Problème en 0: $\lim_0 g(x) = \lim_0 e^{\frac{1}{2} \cdot [x + o(x)]} = \lim_0 e^{1 + o(1)} = e = e = g(0)$

$\lim_0 g(x) = g(0)$, donc g est continue en 0.

g est continue sur $] -1, +\infty [$

• Dérivabilité Pour $x \neq 0$ g est dérivable comme...

et $g'(x) = \frac{\frac{1}{1+x} \cdot x - \ln(1+x)}{x^2} e^{\frac{1}{2} \ln(1+x)} = \frac{x - (1+x) \ln(1+x)}{x^2(1+x)} e^{\frac{1}{2} \ln(1+x)}$

Problème en 0:

$$x - (1+x) \ln(1+x) = x - (1+x) \left(x - \frac{x^2}{2} + o(x^2) \right)$$

$$= x - \left(x - \frac{x^2}{2} + o(x^2) + x^2 \right) = -\frac{x^2}{2} + o(x^2) \underset{0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x - (1+x) \ln(1+x)}{x^2(1+x)} \underset{0}{\sim} \frac{-\frac{x^2}{2}}{x^2 \cdot 1} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{0} -\frac{1}{2} \quad \boxed{g'(0) = -\frac{1}{2}}$$

g est dérivable sur $] -1, +\infty [$