

$$5) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f(-x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1} \neq f(x)$$

donc f est ni paire ni impaire

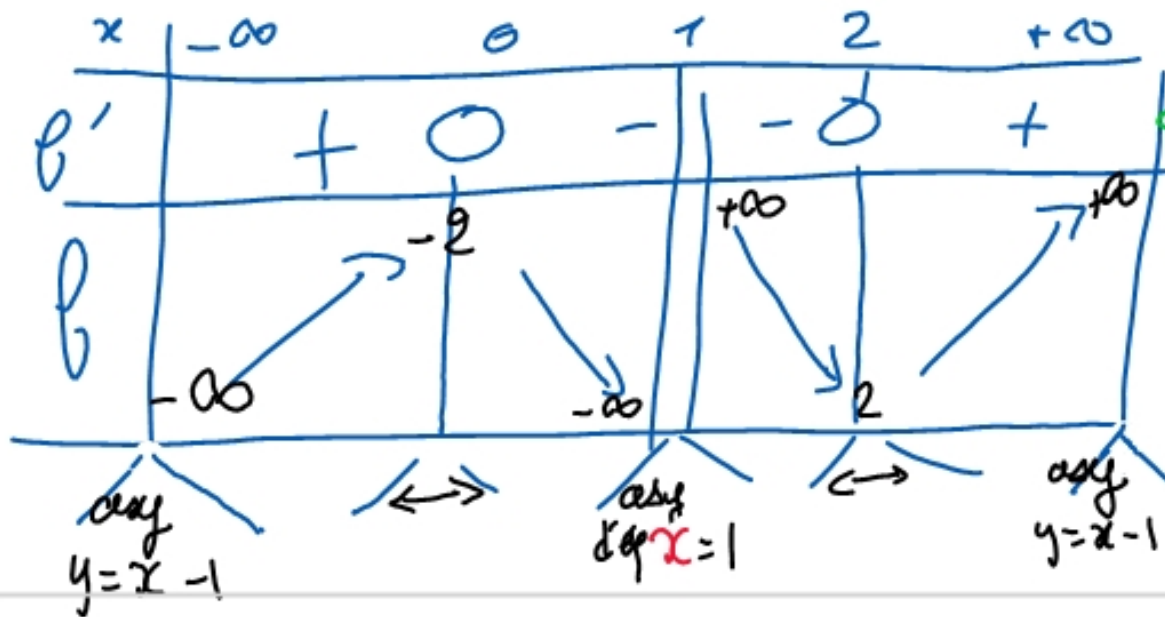
f n'est pas périodique.

Etude sur $\mathbb{R} - \{1\}$.

$$f'(x) = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 2) \cdot 1}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - 2x + 2 - x^2 + 2x - 2}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$$

f' s'annule en 0 et 2. f' est du signe de $x^2 - 2x$ car $(x - 1)^2 > 0$



← signe de 0 à l'extérieur des racines

en 0: $f(0) = -2$. $f'(0) = 0$
 tpe horizontale \leftrightarrow

en 2: $f(2) = 2$. $f'(2) = 0$ \leftrightarrow

en 1: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{0} = \infty$ asymptote $x = 1$

en $+\infty$: $f(x) \sim \frac{x^2}{x} = x \xrightarrow{+\infty} +\infty$.

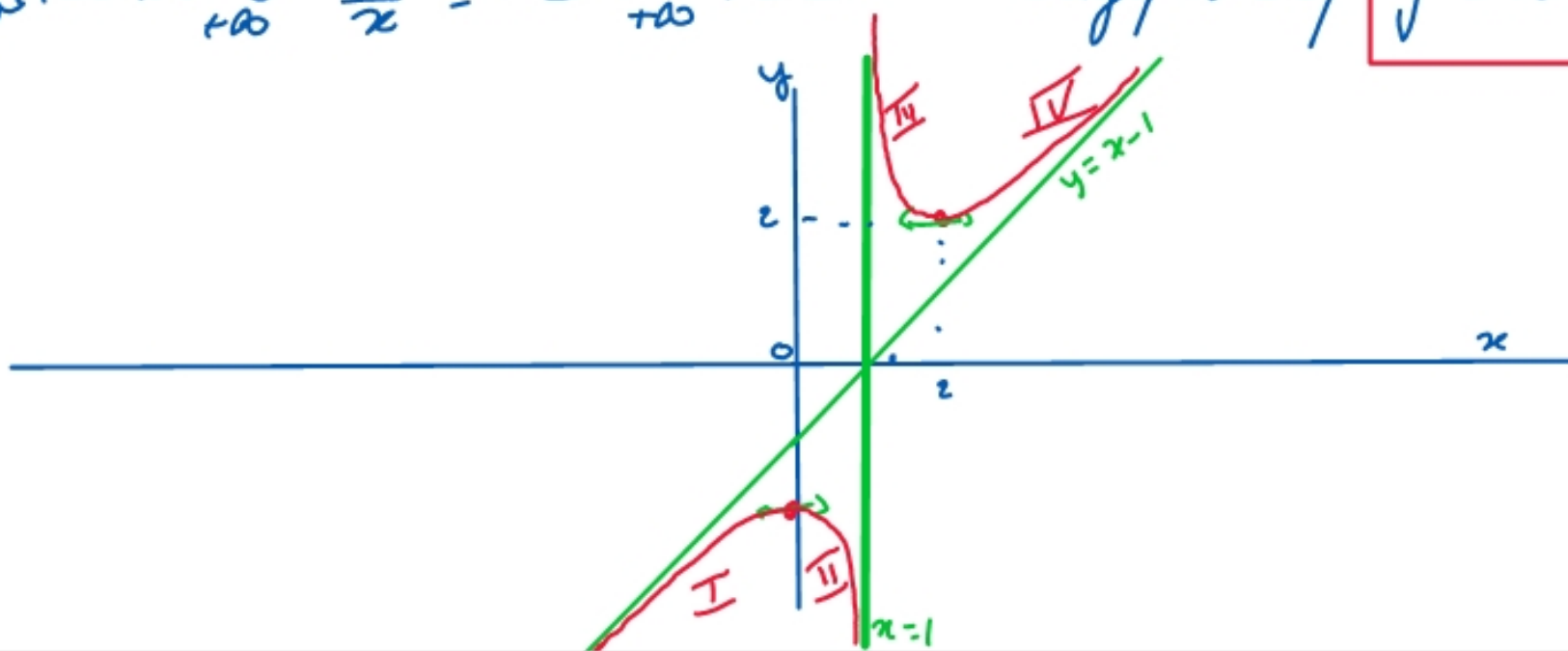
$x \rightarrow +\infty$
 $y \rightarrow +\infty$) asymptotes obliques? $\left(a = \lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ et } b = \lim_{+\infty} (f(x) - ax) \right)$
 any d'eq $y = ax + b$

Calcul de a : $\frac{f(x)}{x} = \frac{\frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}}{x} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-1)} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - x} \sim \frac{x^2}{x^2} \rightarrow 1 = a$

$f(x) - ax = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} - x = \frac{x^2 - 2x + 2 - x(x-1)}{x-1} = \frac{x^2 - 2x + 2 - x^2 + x}{x-1} = \frac{-x + 2}{x-1}$

$f(x) - ax \sim \frac{-x}{x} = -1 \xrightarrow{+\infty} -1$

asymptote de $y = x - 1$



2^e méthode pour l'asymptote:

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 2x + 2 & x-1 \\ - (x^2 - x) & \\ \hline -x + 2 & x-1 + \frac{1}{x} \\ - (-x + 1) & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$$

asymptote $y = x - 1$

croissance en $+\infty$ car $\frac{1}{x} > 0$
en décroissance en $-\infty$ car $\frac{1}{x} < 0$

$$(7) f(x) = \frac{5x+4}{x^2-x} = \frac{5x+4}{x(x-1)}$$

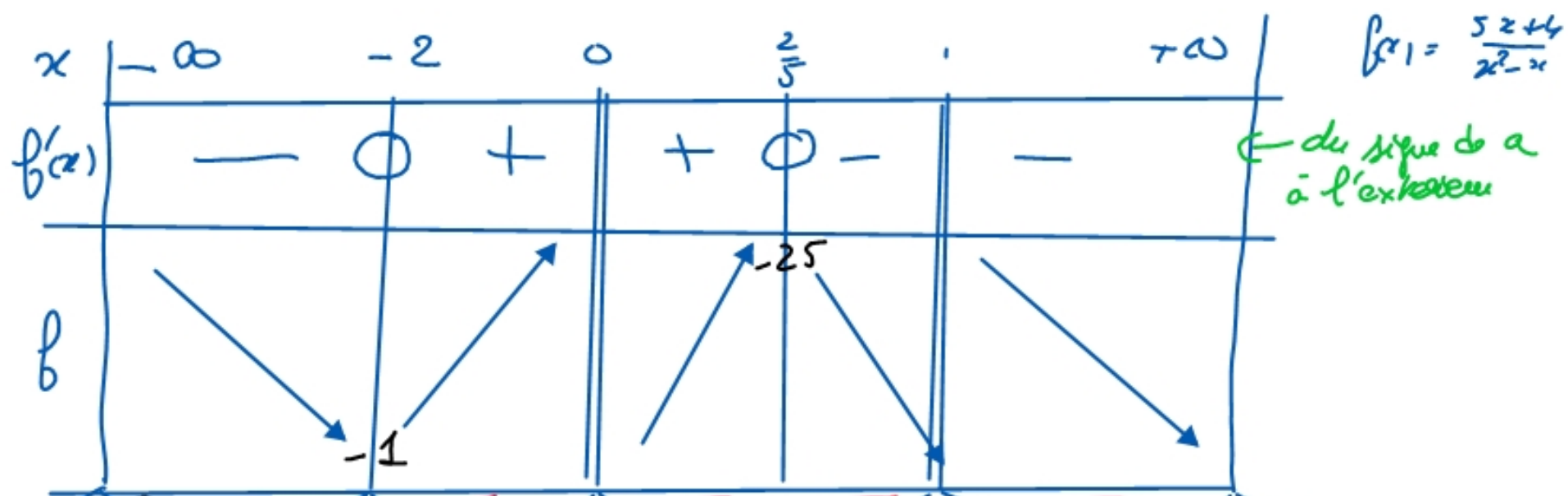
$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$$

$f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$, donc f est ni paire ni impaire
pas de période

$$g'(x) = \frac{5(x^2-x) - (5x+4)(x-1)}{(x^2-x)^2} = \frac{5x^2 - 5x - (10x^2 - 5x + 8x - 4)}{(x^2-x)^2} = \frac{-5x^2 - 8x + 4}{(x^2-x)^2}$$

g' est du signe de $-5x^2 - 8x + 4$ car $(x^2-x)^2 > 0$

$$\Delta = 64 + 80 = 144 = 12^2 \quad x = \frac{8 \pm 12}{-10} = \begin{cases} \frac{20}{-10} = -2 \\ \frac{-4}{-10} = \frac{2}{5} \end{cases}$$



asy $y=0$ I ↔ II asy $x=0$ III ↔ IV asy $x=1$ V asy $y=0$

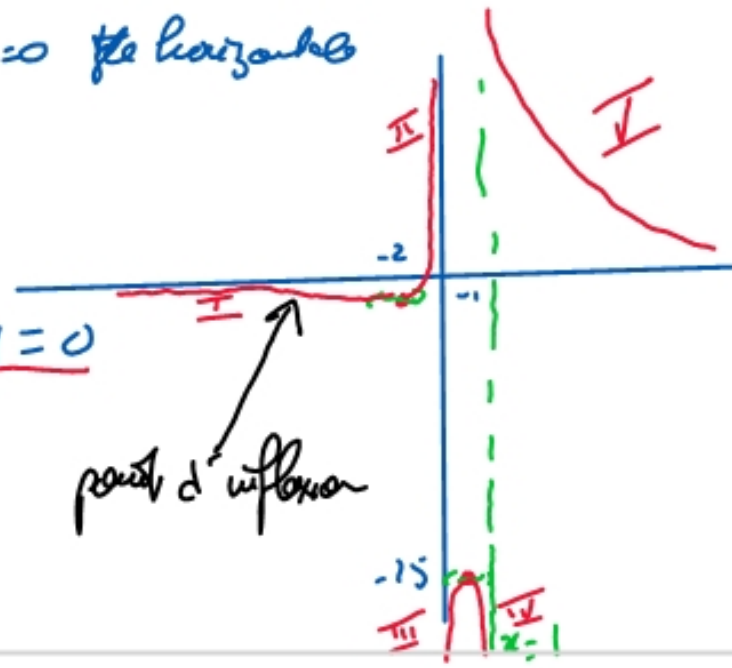
en -2 $f(-2) = -\frac{6}{2} = -1$ $f'(-2) = 0$ tpe horizontale ↔

en 0 $\lim_{\infty} f(x) = \frac{4}{0} = \infty$ asymptote d'eq $x=0$

en $\frac{2}{5}$ $f(\frac{2}{5}) = \frac{5 \cdot \frac{2}{5} + 4}{\frac{4}{25} - \frac{2}{5}} = \frac{6}{\frac{4-10}{25}} = \frac{6 \times 25}{-6} = -25$ $f'(\frac{2}{5}) = 0$ tpe horizontale

en 1 $\lim_{\infty} f(x) = \frac{9}{0} = \infty$ asymptote d'eq $x=1$

en $\pm\infty$: $\lim_{\infty} \frac{5x+4}{x^2-x} = \lim_{\infty} \frac{5}{x} = 0$ asy d'eq $y=0$



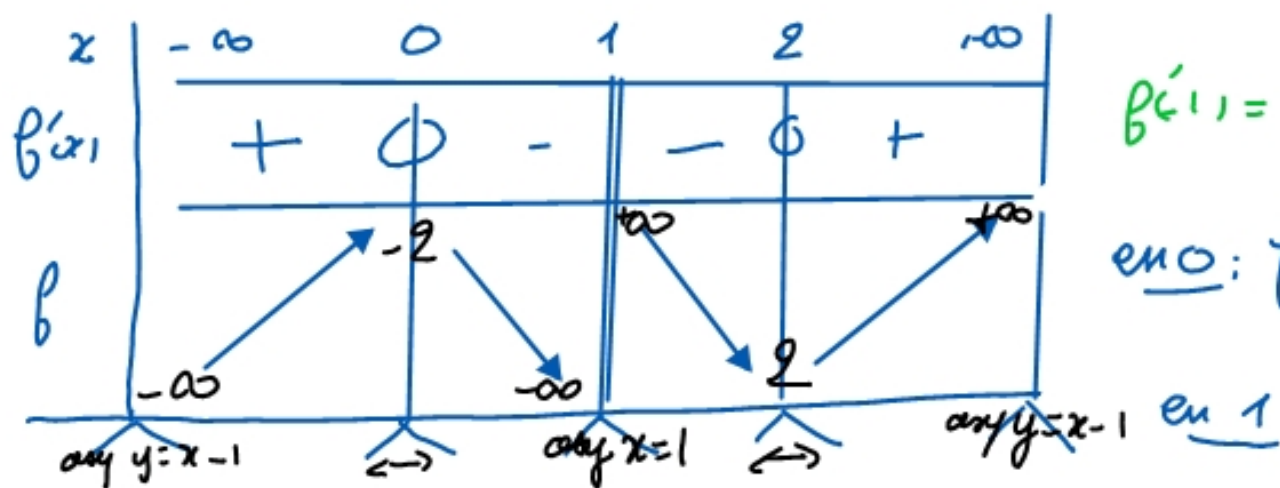
(i) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$f(-x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{-x - 1} \neq f(x)$ et $\neq -f(x)$. N: pair ni impair

pas de période (f est dérivable comme produit (...))

$f'(x) = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 2)}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2 + 2x - 2}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$

f' s'annule en 0 et 2



$f'(1) = \frac{-1 \cdot -3}{4} > 0$ des tangentes de a à l'extremite de l'axe

en 0: $f(0) = -2$ $f'(0) = 0$ tangente horizontale

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{0} = \infty$ asymptote oblique $x=1$

en 2 $f(2) = \frac{4 - 4 + 2}{2 - 1} = 2$; $f'(2) = 0$ tpe horizontale

en $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$

asymptote oblique ??

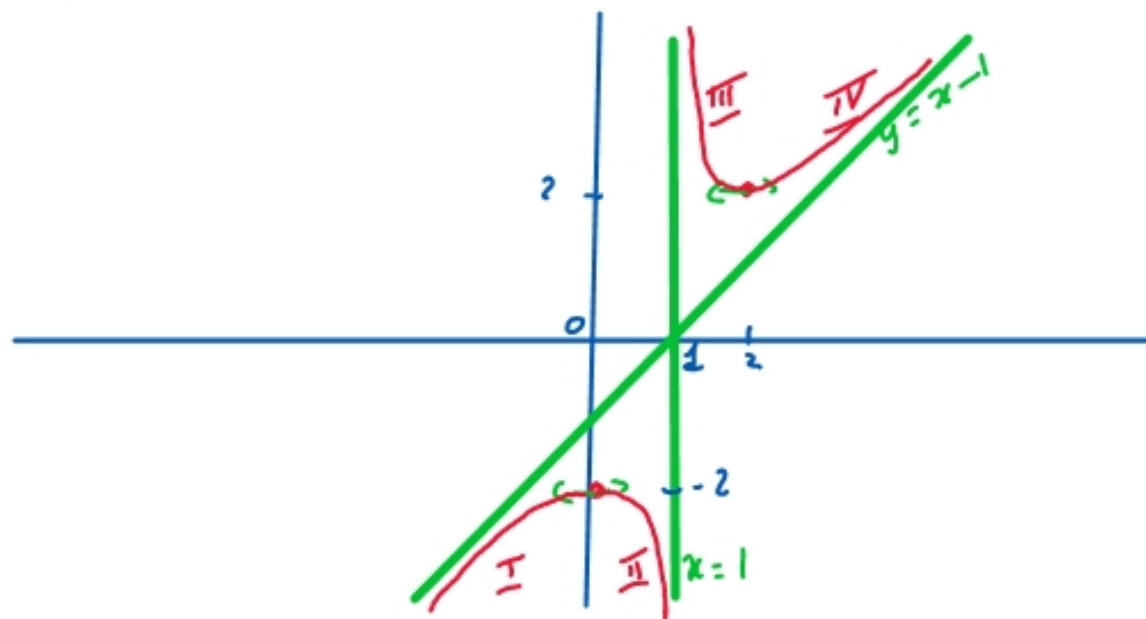
$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = \underline{1 = a}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 2 - x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x + 2}{x-1}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x} = -1 \quad \text{asymptote } \underline{y = x-1}$$

$$\text{en } -\infty: a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-1)} = \dots = -1 \quad \text{pas de } +\infty$$

$$b = \dots \quad \text{pas de } b = -1 \quad \text{asymptote } y = x-1$$



- 2^{ème} méthode pour l'asymptote :

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 - 2x + 2 & x-1 \\
 - (x^2 - x) & x-1 + \frac{1}{x} \\
 \hline
 -x + 2 & \\
 - (-x + 1) & \\
 \hline
 1 & \\
 - (1 - \frac{1}{x}) & \\
 \hline
 \frac{1}{x} &
 \end{array}$$

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \rightarrow \infty \rightarrow 0$$

asymptote d'éq $y = x - 1$

comme au dessus en $+\infty$ car $\frac{1}{x} > 0$

en dessous en $-\infty$ car $\frac{1}{x} < 0$

- On peut prouver la symétrie / $A(1, 0)$ grâce à un changement de repère.

$$(7) \quad g(x) = \frac{5x+4}{x^2-x} = \frac{5x+4}{x(x-1)}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{0; 1\}$$

pas de paires, pas de période

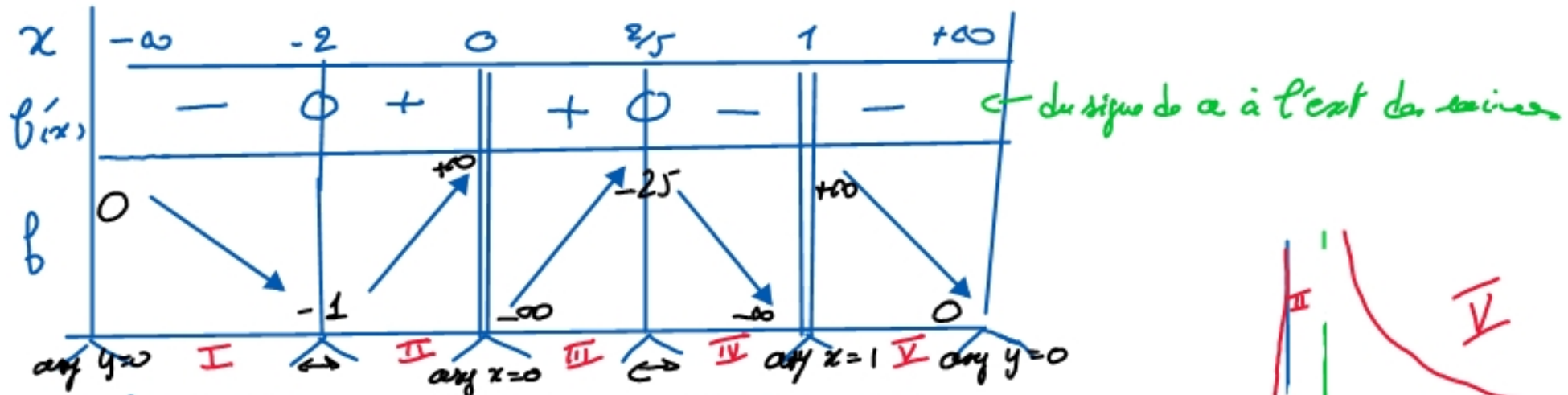
$$(g(-x) \neq \pm g(x))$$

$$g'(x) = \dots = \frac{-5x^2 - 8x + 4}{(x^2 - x)^2}$$

g' est du type de $-5x^2 - 8x +$

$$\Delta = 64 + 80 = 144 = 12^2$$

$$2 \text{ racines : } \frac{8 \pm 12}{-10} = \left\langle \frac{-2}{5} \right\rangle$$



en -2 : $f(-2) = \frac{-10+4}{5} = -1$; $f'(-2) = 0$ tpe horizontale

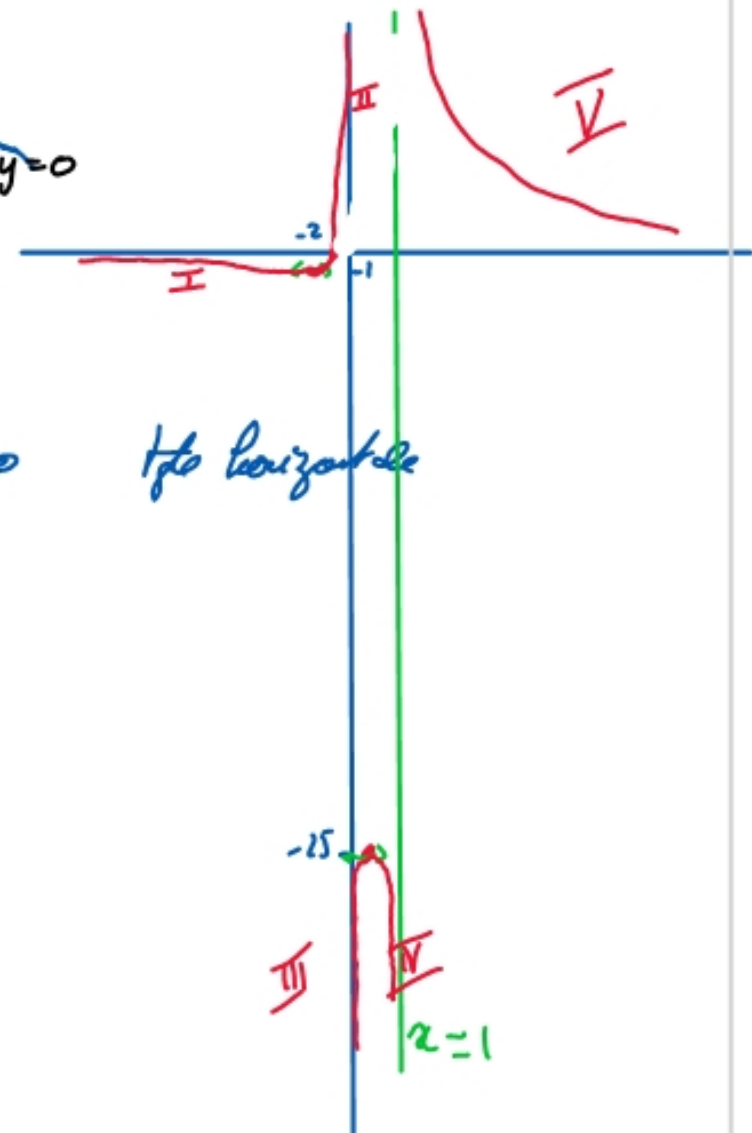
en 0 : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{4}{0} = \infty$ asymptote d'eq $x=0$

en $\frac{2}{5}$: $f(\frac{2}{5}) = \frac{\frac{2}{5} + 4}{\frac{4}{25} - \frac{2}{5}} = \frac{6}{\frac{4-10}{25}} = \frac{6}{-6} \times 25 = -25$. $f'(\frac{2}{5}) = 0$ tpe horizontale

en 1 : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{9}{0} = \infty$ asy d'eq $x=1$

en $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} = 0$ asymptote d'eq $y=0$

en $-\infty$ pareil par $+\infty$



$$f(x) = \sin^2(2x) \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$$

$$f(-x) = \sin^2(-2x) = (-\sin(2x))^2 = \sin^2(2x) = f(x), \text{ fonction paire}$$

$$\text{période : } f(x+\pi) = \sin^2(2x+2\pi) = \sin^2(2x) \quad \text{période } \underline{\pi}$$

Étudier sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ + symétrie / Oy (points)

ou récupérer le cosinus entre $[-\frac{\pi}{2}, 0]$

+ translations de π (période)

cosinus sur \mathbb{R}