

$$(8) f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{\cos x}{\sin x}} = e^{\frac{\cos x}{\sin x} \ln(1 + \sin x)} = e^{\frac{\cos x \ln(1 + \sin x)}{\sin x}}$$

Ensemble de définition : pb du \ln : $1 + \sin x > 0$

$$1 + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \text{ ou } k \in \mathbb{Z}$$

pb du trait de fraction :

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \text{ ou } k \in \mathbb{Z}$$

Donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \left(\left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; \pi\right] \right)$; car [module 2π]
 \uparrow
 est 2π -périodique

continuité en 0 : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{(1+\theta(x))(\alpha+\theta(x))}{x+\theta(x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+\theta(x))}{x(1+\theta(x))} = 1 = e$

On peut prolonger f par continuité en 0. On pose $f(0) = e$

pb en π : $\text{dft de } \cos$ $X = x - \pi \Rightarrow x = X + \pi$

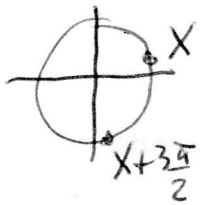
$$\cos(x + \pi) = -\cos x \text{ et } \sin(x + \pi) = -\sin x, \text{ donc :}$$

$$f(x) = e^{\frac{-\cos x \ln(1 - \sin x)}{-\sin x}} = e^{\frac{(1+\theta(x))(-X+\theta(x))}{(X+\theta(x))}} = e^{\frac{-1+\theta(x)}{1+\theta(x)}} \rightarrow e^{-1} = e^{-1}$$

donc

On peut prolonger f par continuité en π . On pose $f(\pi) = e^{-1}$

pb en $\frac{3\pi}{2}$: chgt de variable $X = x - \frac{3\pi}{2}$ $x = X + \frac{3\pi}{2}$



$$\cos\left(X + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin X \quad \text{et} \quad \sin\left(X + \frac{3\pi}{2}\right) = -\cos X$$

$$f(x) = e^{\frac{\sin X \ln(1 - \cos X)}{-\cos X}}$$

• $\sin X \underset{0}{\sim} X$

• $\ln(1 - \cos X) = \ln\left(1 - \left(1 - \frac{X^2}{2} + o(X^2)\right)\right) = \ln\left(\frac{X^2}{2} + o(X^2)\right) \underset{0}{\sim} \ln\left(\frac{X^2}{2}\right)$
 $\sim \ln(X^2) - \ln(2) \underset{0}{\sim} \ln(X^2) = 2 \ln X$

• $\cos X \underset{0}{\sim} 1$

Donc $\frac{\sin X \ln(1 - \cos X)}{-\cos X} \underset{0}{\sim} \frac{X \cdot 2 \ln X}{-1}$

Or $\lim_{X \rightarrow 0} X \ln X = 0 = \lim_{X \rightarrow 0} X = 0$ (T des croissances comparées)

donc $\frac{\sin X \ln(1 - \cos X)}{-\cos X} \xrightarrow{X \rightarrow 0} 0$

dc $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} e^0 = 1$

On peut prolonger f par continuité en $\frac{3\pi}{2}$. On pose $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$