

$$\textcircled{4} \quad f \left| \begin{array}{l}]-\frac{1}{2}; \frac{\pi}{2}[\longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \frac{\sin^3 x}{\ln(1+x) \tan^2 x} \quad \text{pour } x \neq 0 \\ 0 \longmapsto \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Pour $x \neq 0$, f est continue comme produit, quotient et composée de fonctions clairement continues

Problème en 0: Pour que f soit continue en 0, il faut que

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \quad \text{cà d} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$$

On calcule donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\sin^3 x \underset{0}{\sim} x^3 \quad \ln(1+x) = 2x + o(x) \underset{0}{\sim} 2x$$

$$\tan^2 x \underset{0}{\sim} x^2$$

$$\text{donc} \quad \frac{\sin^3 x}{\ln(1+x) \tan^2 x} \underset{0}{\sim} \frac{x^3}{2x \cdot x^2} = \frac{x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{donc} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2} = f(0).$$

Donc f est aussi continue en 0

finalment, f est continue sur $]-\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}[$