

$$\textcircled{1} f(x) = |x|^{\frac{1}{x-1}} = e^{\frac{1}{x-1} \ln|x|}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ou enlève } 0 \text{ car } \ln(0) \text{ n'existe pas} \\ \text{ou enlève } 1 \text{ à cause du Karst de factor} \end{array} \right)$$

problème en 0: $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln|x|}{x-1}} = +\infty$

$$\left(\text{car } \begin{cases} \ln|x| \xrightarrow{0} -\infty \\ x-1 \xrightarrow{0} -1 \end{cases} \text{ donc } \frac{\ln|x|}{x-1} \rightarrow +\infty \text{ et } e^{+\infty} = +\infty \right)$$

Donc on ne peut pas prolonger f par continuité en 0

problème en 1: $\lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{\ln|x|}{x-1}} = e^{\frac{0}{0}}$ (c'est une forme indéterminée)

chgt $X = x - 1 \quad x = 1 + X$

$$f(x) = e^{\frac{\ln|1+X|}{X}} = e^{\frac{X + o(X)}{X}} = e^{\frac{1+o(1)}{1}} \xrightarrow{X \rightarrow 0} e$$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = e$, donc on peut prolonger f par continuité en 1

On pose $f(1) = e$