

exercice

$$\textcircled{1} \begin{cases} x(t) = \cos^2 t \\ y(t) = \cos t \end{cases}$$

$D_f = \mathbb{R}$

$x$  et  $y$  sont de période  $2\pi$

Etude sur  $[-\pi, \pi]$ . On aura toute la courbe

$x$  et  $y$  sont pairs  $M(t) = (3, 1) \Rightarrow \pi(-t) = (3, 1)$ . Etude sur  $[0, \pi]$   
on a toute la courbe

$x'(t) = 2\cos t \times (-\sin t) = -2\cos t \sin t$  ;  $x'$  s'annule en  $0, \frac{\pi}{2}$  et  $\pi$

$y'(t) = -\sin t$  ;  $y'$  s'annule en  $0$  et  $\pi$

en  $\frac{\pi}{4}$  :  $x'(\frac{\pi}{4}) = -2 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$  ;  $x'(\frac{3\pi}{4}) > 0$

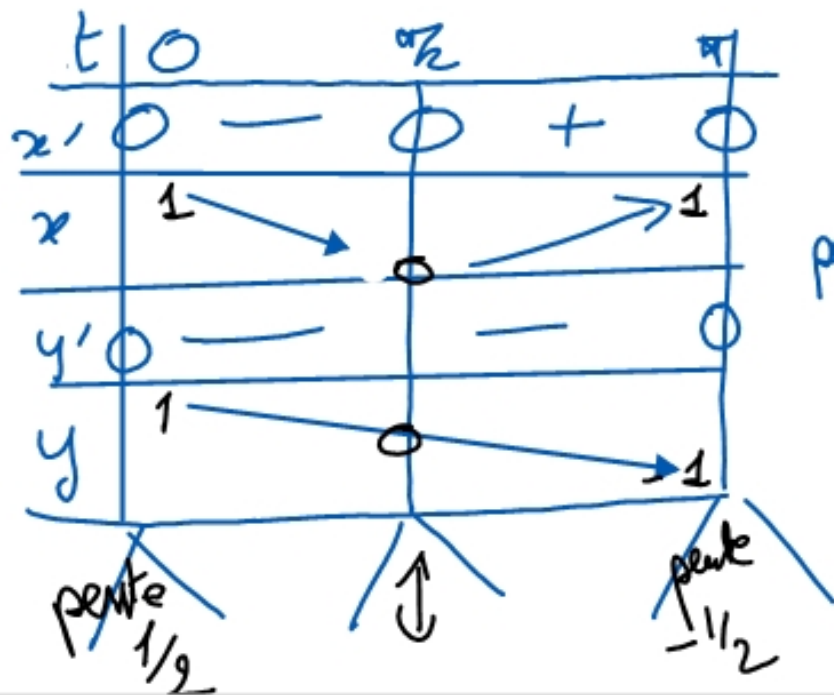
en  $0$  :  $M(0) = (1, 1)$  ;  $\vec{T}(0) = (0, 0)$  pt singulier

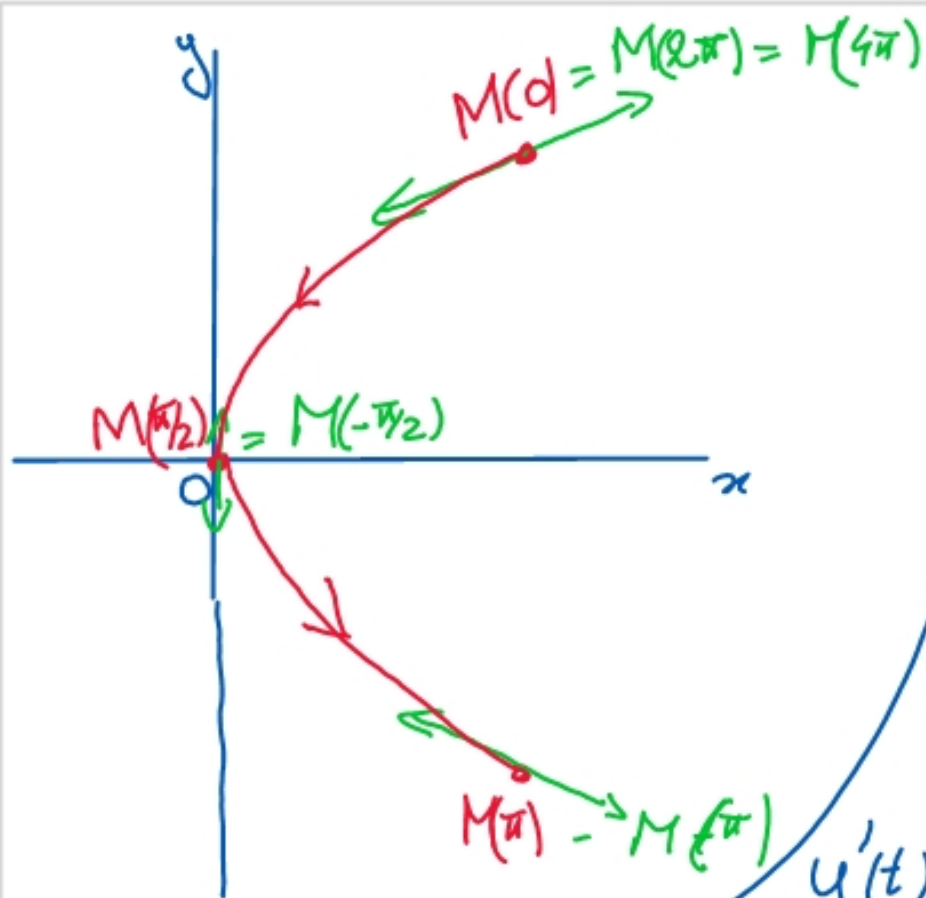
pende de la tige =  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{y'}{x'} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{-2\cos t \sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{2\cos t} = \frac{1}{2}$

en  $\frac{\pi}{2}$  :  $M(\frac{\pi}{2}) = (0, 0)$  ;  $\vec{T}(\frac{\pi}{2}) = (0, -1)$   $\rho = \infty$   
tige verticale

en  $\pi$  :  $M(\pi) = (1, -1)$  ;  $\vec{T}(\pi) = (0, 0)$  pt singulier

$\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{y'}{x'} = \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{-\sin t}{-2\cos t \sin t} = \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{1}{2\cos t} = -\frac{1}{2}$





②  $\begin{cases} x(t) = \frac{t^2-1}{t} \\ y(t) = \frac{t+1}{t^2-t} - \frac{t+1}{t(t-1)} \end{cases}$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$

$x(t) = \frac{t^2-1}{-t} = -x(t)$   $x$  est impaire

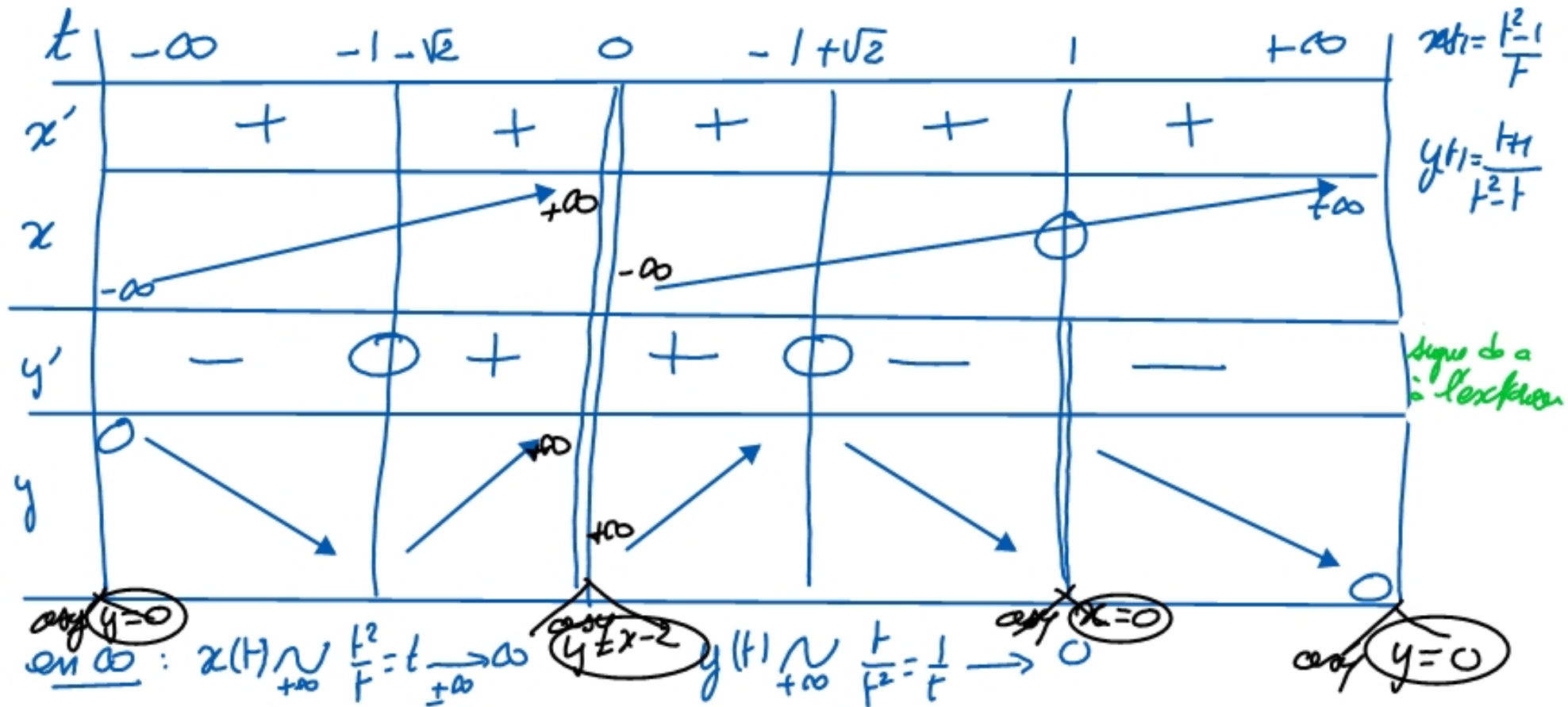
$y$  est ni paire ni impaire

$x'(t) = \frac{2t \cdot t - (t^2-1)}{t^2} = \frac{2t^2 - t^2 + 1}{t^2} = \frac{t^2+1}{t^2} > 0$

$y'(t) = \dots = \frac{-t^2 - 2t + 1}{(t^2-t)^2}$

$y'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 - 2t + 1 = 0$   $\Delta = 4 + 4 = 8 = (2\sqrt{2})^2$

$t = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{-2} = -1 \pm \sqrt{2}$



$\lim_{t \rightarrow 0} x(t) \rightarrow \frac{-1}{0} = \infty$        $y(t) \rightarrow \frac{1}{0} = \infty$       asymptote oblique?

$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{y}{x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t+1}{t^2-t} \times \frac{t}{t^2-1} = \frac{t+1}{(t-1)(t^2-1)} \rightarrow \frac{1}{t(t-1)} = \underline{1} = a$$

$$b = \lim_{t \rightarrow 0} (y - ax) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t+1}{t(t-1)} - \frac{t^2-1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(t+1) - (t^2-1)(t-1)}{t(t-1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t^3 + t^2 + 2t}{t(t-1)}$$

$$b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t^3 + t^2 + 2t}{t(t-1)} = \frac{0}{-1} = -2$$

asymptote d'oblique  $y = x - 2$

$$\begin{cases} x = \cos^2(t) \\ y = \cos(t) \end{cases}$$

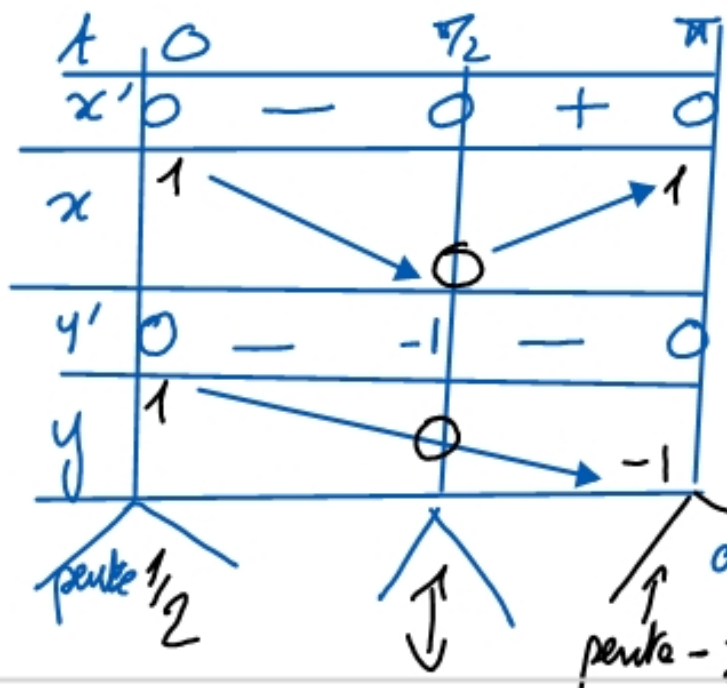
période  $2\pi$ . Etude sur  $[-\pi, \pi]$ . On a vu toute la courbe.  
 $M(t+2\pi) = M(t)$

$x$  et  $y$  sont paires car  $\cos(-t) = \cos(t)$

Etude sur  $[0, \pi]$ , et comme  $M(-t) = M(t)$ . On a toute la courbe

$$x'(t) = -2\cos(t)\sin(t) \quad x' \text{ s'annule en } 0, \frac{\pi}{2}, \pi$$

$$y'(t) = -\sin(t) \quad y' \text{ s'annule en } 0 \text{ et } \pi$$



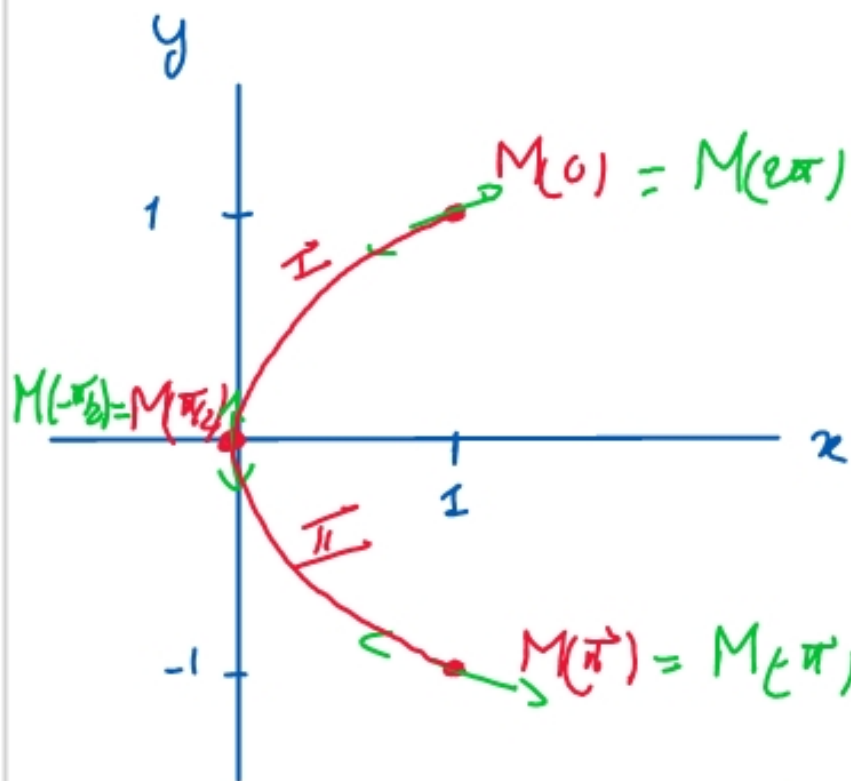
$$x'(\frac{\pi}{4}) = -2\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} < 0 \quad x'(\frac{3\pi}{4}) = -2(-\frac{\sqrt{2}}{2})\frac{\sqrt{2}}{2} > 0$$

en  $t=0$ :  $M(0) = (1, 1)$  et  $\vec{T}(0) = (0, 0)$  pt singulier

$$\text{pente} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{y'}{x'} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin(t)}{-2\cos(t)\sin(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{2\cos(t)} = \frac{1}{2}$$

en  $t=\frac{\pi}{2}$ :  $M(\frac{\pi}{2}) = (0, 0)$   $\vec{T}(\frac{\pi}{2}) = (0, -1)$   
 vecteur

en  $t=\pi$ :  $M(\pi) = (1, -1)$  pente =  $\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{y'}{x'} = \lim_{t \rightarrow \pi} \frac{1}{2\cos(t)} = -\frac{1}{2}$   
 $\vec{T}(\pi) = (0, 0)$  point singulier



$$x(t) = \frac{t^2 - 1}{t}$$

$$y(t) = \frac{t+1}{t^2-t} = \frac{t+1}{t(t-1)}$$

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

pas de période

$$x(-t) = \frac{t^2 - 1}{-t} = -\frac{t^2 - 1}{t} = -x(t)$$

$x$  est impaire

$y$  est ni paire ni impaire

$$x'(t) = \dots = \frac{t^2 + 1}{t^2} > 0$$

$$y'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 1}{(t^2 - t)^2} \quad \Delta = 8 \quad t = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{-2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

$t$	$-\infty$	$-1-\sqrt{2}$	$0$	$-1+\sqrt{2}$	$1$	$+\infty$
$x'$	+	+	+	+	+	+
$x$	$-\infty$		$+\infty$		$0$	$+\infty$
$y'$	-	0	+	+	0	-
$y$	$0$		$+\infty$		$-\infty$	$0$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t^2-1}{t} \\ y(t) = \frac{t+1}{t^2-t} \end{cases}$$

← des signes 0 à l'extérieur

$$\begin{aligned} x'(t) &= \frac{t^2+1}{t^2} \\ y'(t) &= \frac{-t^2-2t+1}{(t^2-t)^2} \end{aligned}$$

asy  $y=0$       asy  $y=x-2$       asy  $x=0$       asy  $y=0$

en  $+\infty$ :  $x(t) \sim \frac{t^2}{t} = t \rightarrow \infty$        $y(t) \sim \frac{t}{t^2} = \frac{1}{t} \rightarrow 0$  asymptote d'eq  $y=0$

en  $1$ :  $x(1)=0$  et  $y(t) \xrightarrow{t \rightarrow 1} \frac{2}{0} = \infty$  asymptote d'eq  $x=0$

en  $0$ :  $x(t) \rightarrow \frac{-1}{0} = \infty$        $y(t) \rightarrow \frac{1}{0} = \infty$       y a-t-1 une asymptote oblique?

$$a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{y}{x} = \dots = 1 \quad b = \lim_{t \rightarrow 0} y - 1x = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t+1}{t(t-1)} - \frac{t^2-1}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t+1 - (t^3-t-t^2+1)}{t(t-1)}$$

$$b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t^3+t^2+2t}{t(t-1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t^2+t+2}{t-1} = \frac{2}{-1} = -2 \quad \text{asymptote d'eq } \underline{y=x-2}$$

$$x(t) = \frac{t^2 - 1}{t}$$

$$x(-1 - \sqrt{2}) = \frac{(-1 - \sqrt{2})^2 - 1}{-1 - \sqrt{2}} =$$