

$$(4) y'' - 4y' + 3y = 6x + 1 + 4e^x + 8e^{-x}$$

$$\text{Hom} : y'' - 4y' + 3y = 0 \quad \Delta(x) = x^2 - 4x + 3 \quad 2 \text{ racines : } 1 \text{ et } 3$$

$$y_h = Ae^x + Be^{3x} \text{ où } A \text{ et } B \in \mathbb{R}$$

$$\text{Sol part pour } 6x+1 : y_1 = ax + b \quad y_1' = a \quad y_1'' = 0$$

$$y_1'' - 4y_1' + 3y_1 = 0 - 4a + 3ax + 3b = 3ax - 4a + 3b = 6x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ 3b - 4a = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 2$$

$$3b - 4a = 1 \Rightarrow 3b - 8 = 1 \Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$y_1 = 2x + 3$$

$$\text{Sol part pour } 4e^x : y_2(x) = ax e^x \quad (\text{car } e^x \text{ est sol de Hom})$$

$$y_2' = a e^x + ax e^x \quad y_2'' = a e^x + a e^x + ax e^x = 2a e^x + ax e^x$$

$$y_2'' - 4y_2' + 3y_2 = (2a + ax - 4a - 4ax + 3ax) e^x = -2a e^x = 4e^x \Rightarrow a = -2$$

$$y_2 = -2x e^x$$

$$\text{Sol part pour } 8e^{-x} : y_3(x) = a e^{-x} \quad y_3' = -a e^{-x} \quad y_3'' = a e^{-x}$$

$$y_3'' - 4y_3' + 3y_3 = (a + 4a + 3a) e^{-x} = 8a e^{-x} = 8e^{-x} \Rightarrow a = 1$$

$$y_3 = e^{-x}$$

Sols de l'éq complète : (principe de superposition)

$$y = Ax + B e^{3x} + 2x + 3 - 2x e^x + e^{-x} \text{ où } A \text{ et } B \in \mathbb{R}$$