

$$(13) (E) \quad x^2 y'' - 2xy' + 2y = 4x^3$$

Avec $f(x) = x$: $f'(x) = 1$ $f''(x) = 0$ $x^2 f''(x) - 2x f'(x) + 2f(x) = -2x + 2x = 0$

Donc f est sol de (E) HOM

Comme l'ensemble des sols de HOM est stable par \cdot .

Tous les Ax sont sols de HOM où $A \in \mathbb{R}$

On fait le changement $y(x) = A(x) \cdot x$ (on fait varier le
coste A)

$$y'(x) = A'(x)x + A(x) \quad y'' = A''(x)x + 2A'(x)$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = A''(x)x^3 + 2x^2 A'(x) - 2x^2 A'(x) - 2xA(x) + 2Ax = 4x^3$$

$$\Rightarrow \boxed{A''(x) = 4} \Rightarrow A'(x) = 4x + B \Rightarrow A(x) = 2x^2 + Bx + C$$

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = 2x^3 + Bx^2 + Cx \text{ où } B \text{ et } C \in \mathbb{R}}$$