

$$(2) \quad y' + 2y = 3\sin x + 4\cos x \quad \text{avec } y(0) = 4$$

$$\text{Eq Homogène: } y' + 2y = 0 \quad \left| y_H = A e^{-2x} \text{ où } A \in \mathbb{R} \right|$$

$$\text{Sol particulière: } y_p = a\sin x + b\cos x \quad y_p' = a\cos x - b\sin x$$

$$y_p' + 2y_p = a\cos x - b\sin x + 2a\sin x + 2b\cos x$$

$$= (2a - b)\sin x + (a + 2b)\cos x$$

$$= 3\sin x + 4\cos x$$

$$\begin{cases} 2a - b = 3 \\ a + 2b = 4 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 4a - 2b = 6 \\ a + 2b = 4 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 5a = 10 \\ a + 2b = 4 \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} a = 2 \\ 2b = 2 \end{cases} \quad b = 1$$

$$\left| y_p = 2\sin x + \cos x \right|$$

$$\text{Sol de l'éq complète: } \left| y = A e^{-2x} + 2\sin x + \cos x \text{ où } A \in \mathbb{R} \right|$$

La solution telle que $y(0) = 4$:

$$y(0) = A + 2 \cdot 0 + 1 = 4 \Rightarrow A = 3$$

$$\left| y(x) = 3e^{-2x} + 2\sin x + \cos x \right|$$