

Problème 2

① $\vec{AB} = (1; -1; -1)$ et $\vec{AC} = (2; -5; -3)$

\vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires, donc A, B et C ne sont pas alignés

② $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = -\vec{u}$

\vec{AB} et $\vec{AC} \in (ABC)$, donc $\vec{u} \perp (ABC)$.

②② (ABC) a pour eq $2x - y + 3z = d$

AB passe par A : $2x_A - y_A + 3z_A = d = -4 + 3 = -1 = d$

(ABC) a pour eq cart : $\boxed{2x - y + 3z = -1}$

②③ ~~avec x =~~ $\Delta \begin{cases} x = 2t + 7 \\ y = -t - 1 \\ z = 3t + 4 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$

\uparrow \uparrow
 \vec{u} \vec{D}

②④ $2x - y + 3z = 4t + 14 + t + 1 + 9t + 12 = 14t + 27 = -1 \Rightarrow 14t = -28 \Rightarrow t = -2$

Donc $\boxed{H = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}}$

③ $\mathcal{L}_1: x + y + z = d$
en E : $2 + 3 - 5 = 0 = d$ $\mathcal{E}_1: \boxed{x + y + z = 0}$

④ $\mathcal{L}_2: \begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = -t - 1 \\ z = t' + 3 \end{cases} \text{ où } t, t' \in \mathbb{R}$

⑤ On cherche t, t' : $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2: \boxed{x + 4y = -2}$

$d(A, \mathcal{L}_2) = \frac{|x_A + 4y_A + 2|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{|16 + 2|}{\sqrt{17}} = \frac{18}{\sqrt{17}}$

$$\textcircled{6} (S): x^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$$

$d(A, \mathcal{P}_2) = \frac{18}{\sqrt{17}} \neq 2$, donc S n'est pas tangente à \mathcal{P}_2

$$\textcircled{7} \text{ Un vecteur } \perp \text{ à } \mathcal{P}_1 \text{ est } \vec{v} = (1, 1, 1)$$

$$\text{Un vecteur } \perp \text{ à } \mathcal{P}_2 \text{ est } \vec{w} = (1, 4, 0)$$

\vec{v} et \vec{w} ne sont pas colinéaires, donc \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 ne sont pas parallèles. Donc \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants.

$$\textcircled{8} \begin{array}{l} \mathcal{L}_1: x + y + z = 0 \\ \mathcal{L}_2: x + 4y = -2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{on pose } y = t \\ \text{avec } \mathcal{L}_2: x = -4t - 2 \end{array} \right\}$$

puis, avec \mathcal{L}_1 : $z = -x - y = 4t + 2 - t = 3t + 2$

Yes! It goes!

$$\textcircled{9} \text{ La droite } d \text{ a pour vecteur directeur } \vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Le plan } (ABC) = \mathcal{R} \text{ a pour équation } 2x - y + 3z = -1$$

$$\text{Donc le plan vectoriel associé a pour eq } \vec{R}: 2x - y + 3z = 0$$

$$\text{Avec les coordonnées de } \vec{a}: -8 - 1 + 9 = 0$$

Donc \vec{a} est bien un vecteur directeur de (ABC) .

La droite d est parallèle à (ABC)