

Problème 1

① $\lim_{t \rightarrow 1} x(t) = \frac{1}{0} = \infty$ $\lim_{t \rightarrow 1} y(t) = \frac{e}{0} = \infty$

$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{y}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{e^t}{t^2} = \boxed{e = a}$

$y - ex = \frac{e^t - et^2}{t-1}$ diff $T = t-1$ $t = T+1$

$$= \frac{e^{1+T} - e(1+T)^2}{T} = \frac{e e^T - e(1+T)^2}{T} = \frac{e[1+T+\frac{T^2}{2}+o(T^2)] - e[1+2T+T^2]}{T}$$

$$= \frac{-eT - e\frac{T^2}{2} + o(T^2)}{T} = -e - \frac{e}{2}T + o(T)$$

donc $b = -e$. Asymptote: $\boxed{y = ex - e}$

qd $t \rightarrow 1^+$, $T \rightarrow 0^+$ et $-\frac{e}{2}T \rightarrow 0^-$. la courbe est en dessous

qd $t \rightarrow 1^-$, $T \rightarrow 0^-$ et $-\frac{e}{2}T \rightarrow 0^+$. courbe au dessus

② $x'(t) = \frac{et(t-1) - t^2}{(t-1)^2} = \frac{t^2 - 2t}{(t-1)^2} = \frac{t(t-2)}{(t-1)^2}$. x' s'annule en 0 et 2
et est > 0 à l'extérieure des racines 0 et 2.

$y'(t) = \frac{e^t(t-1) - e^t}{(t-1)^2} = \frac{(t-2)e^t}{(t-1)^2}$. y' s'annule en $t=2$ et est du signe de $t-2$

③ $M(0) = (0, -1)$ facile et $x'(0) = 0$ et $y'(0) = \frac{-2 \cdot 1}{1} = -2$

Un vecteur tangent est $\vec{T}(0) = (0, -2)$. Tgte verticale

④ $M(2) = (4, e^2)$ $\frac{y'}{x'} = \frac{(t-2)e^t}{(t-1)^2} \cdot \frac{(t-1)^2}{t^2} = \frac{e^t}{t} \xrightarrow{t=2} \frac{e^2}{2}$ pente $\frac{e^2}{2}$

⑤ $\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t}{1-\frac{1}{t}} = -\infty$ et $\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = \frac{0}{\infty} = 0$. C'est pas une F.I

il ya une asymptote d'eq $y=0$

(6) $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{1-t} = +\infty$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{et}{t^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e}{t} = +\infty$

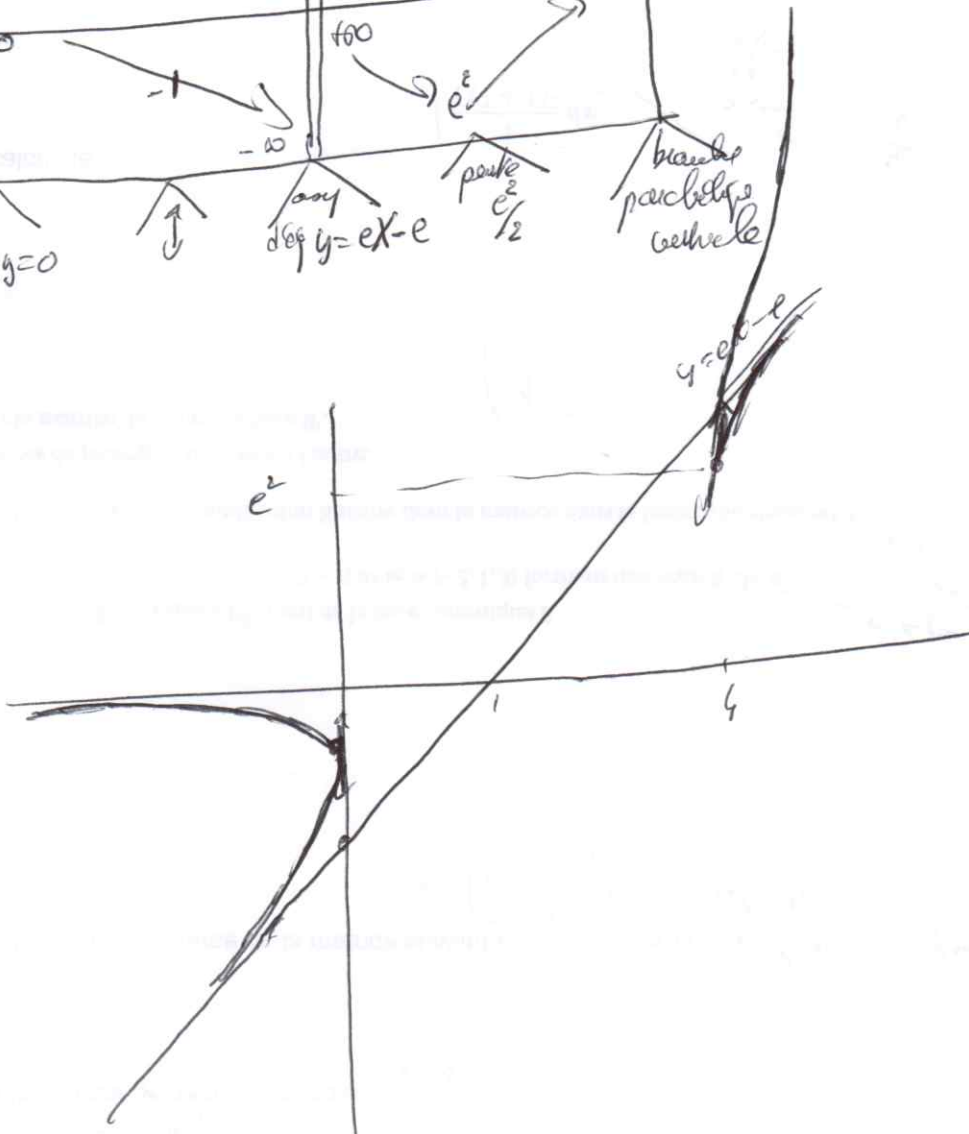
CT des croissances comparées (TCC)

$\frac{y}{x} = \frac{et}{t^2} \xrightarrow{+\infty} +\infty$ (TCC). branche parabolique verticale

(4)

t	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$x'(t)$	+	0	-	-	0	+
$x(t)$	$-\infty$	0	$-\infty$	4	$+\infty$	
$y'(t)$	-	-2	-	-	0	+
$y(t)$	0	-1	$-\infty$	e^2	$+\infty$	

any deg $y=0$ any deg $y=ex-e$ pointe $\frac{e^2}{2}$ branche parabolique verticale



(5)