

TD 4 : Un peu d'algorithmique

Antoine FRENOY

Pierre GRUET

24 novembre et 1^{er} décembre 2010

Introduction : les procédures

Vous aborderez cette notion avec plus de détails en cours. Pour l'instant, retenez juste que c'est entre autres un moyen de se simplifier la vie en donnant un nom à une suite de commandes pour pouvoir les appeler plus facilement. On peut par exemple écrire :

```
> raccourci1 := proc(n)
  for i from 1 to n do print(i); od;
  j:=i!;
  end;
```

On pourra alors taper

```
> a:=raccourci1(23):
```

qui affichera les vingt-trois premiers entiers naturels et stockera $23!$ dans a .

Exercice 1 : Échauffement, la boucle for

- Écrivez une procédure qui calcule le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite donnée par :
 - $v_1 = 1$
 - $v_{n+1} = 3 * n - \ln(|v_n| + 1)$
- Écrivez une procédure qui calcule la factorielle de n .

Exercice 2 : Utiliser if/then/else

La suite de Syracuse est définie par :

- $u_0 \in \mathbb{N}$
- si u_n pair, $u_{n+1} = u_n/2$
- sinon, $u_{n+1} = 3 \times u_n + 1$

- Écrivez une procédure qui calcule le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite de Syracuse.
- Que pensez du comportement à l'infini de cette suite selon la valeur de u_0 ? Modifiez votre procédure pour afficher les dix derniers termes calculés et faites des essais !

Exercice 3 : Plus compliqué, avec du while

- Écrivez une procédure qui calcule le PGCD de x et y .
- Vérifiez votre procédure pour $x, y \in \llbracket 1, 25 \rrbracket$ en comparant pour chaque couple le résultat donné par votre procédure avec celui donné par la fonction `gcd`.

Exercice 4 : Quelques algorithmes classiques

Pour chacun des problèmes suivants, écrivez une procédure en choisissant intelligemment le type de boucle utilisée :

1. x est-il premier ?
2. Quel est le plus grand élément de la liste L ?
3. Un vendeur veut rendre $e \in \mathbb{N}$ euros et $c \in \llbracket 0, 100 \rrbracket$ centimes à un client : listez les pièces et billets qu'il doit utiliser. Votre méthode donne-t-elle un nombre minimal de pièces et billets ?

Exercice 5 : Théorème de Rolle

Soit f une fonction continue de $[0; 1]$ dans \mathbb{R} strictement négative en 0 et strictement positive en 1 : le théorème de Rolle dit que f s'annule en au moins un point de $[0; 1]$.

1. Écrivez une procédure pour trouver ce point à 0,001 près.
2. Testez cette procédure pour $f(x) = x^3 - 5 * x^2 + 8 * x - 2$.

Exercice 6 : Équations différentielles

Résoudre numériquement les équations différentielles suivantes par une méthode « pas à pas ». Stockez les résultats dans des listes et tracez les courbes. Comparez les avec les solutions données par la fonction `dsolve` :

1. $y' - y = 0$
2. $y' - y^2 = 0$
3. $y'' + y' + y = 0$