Université Paris-Saclay M1 et Magistère de physique fondamentale

Particules & Noyaux Notes de cours

Table des matières

Préam	bule5
Biblio	graphie5
A.	Sonder la matière7
I.	Introduction7
1.	Terminologie7
2.	Boîte à outils7
II.	Sonder la matière9
1.	Expériences sur accélérateurs9
2.	Accélérateurs de particules12
III.	Notion de section efficace
1.	Définition13
2.	Section efficace différentielle15
3.	Section efficace partielle
4.	Luminosité d'un collisionneur17
B.	Particules19
Préa	mbule
I.	Particules et Symétries
1.	Introduction19
2.	Symétries discrètes
3.	Symétries internes
4.	Symétries de jauge
II.	Classification des particules27
1.	Les leptons27
2.	Introduction au concept d'isospin
3.	Les 3 familles de quarks29
4.	Les hadrons
III.	Particules et interactions
1.	Diagrammes de Feynman
2.	Variables de Mandelstam (facultatif)
3.	Les interactions
IV.	Particules et lois de conservation42
1.	Interactions et symétries discrètes43
2.	La violation CP46
3.	Formule de Gell-Mann et Nishijima47
4.	Lois de conservations47

V.	Les neutrinos
VI.	Phénoménologie des hadrons51
1.	Le pion
2.	Les résonances
3.	Les quarkonia
VII.	Le modèle des quarks53
1.	Le modèle des quarks53
2.	Construction des hadrons54
3.	Preuves expérimentales du modèle des quarks59
VII	. Au-delà du modèle standard61
C.	Noyaux
I.	Forces nucléaires
1.	Introduction
2.	Caractéristiques de l'interaction forte63
II.	Modèles nucléaires65
1.	Introduction
2.	Modèle à particules indépendantes66
3.	Modèle collectif
III.	Processus nucléaires dynamiques84
1.	Retour sur la notion de section efficace
2.	Radioactivités et parabole de masse
3.	Décroissances radioactives95
4.	Quelques mots sur la nucléosynthèse97
IV.	Applications
1.	Énergie nucléaire
2.	Datation
3.	Médecine nucléaire100
4.	Notions de radioprotection
D.	Annexes

Préambule

L'objectif de ce cours est de faire une introduction à la physique subatomique. Cette physique, qui historiquement a commencé par l'étude du noyau atomique et de sa com- position, a rapidement permis la découverte d'un grand nombre de particules. Ces dé- couvertes se sont faites dans le creuset de toutes nouvelles théories : la relativité et la mécanique quantique.

Le choix fait pour ce cours est de commencer par la physique des particules pour aboutir à l'étude de la structure du noyau atomique. Les notions de relativité et de mécanique quantique utilisées sont celles étudiées en L3. Les concepts plus évolués comme la théorie des groupes ou la théorie quantique des champs sont laissés à une éventuelle poursuite de ce sujet en M2.

Notons enfin que dans ce cours, il a été fait le choix de garder les notations de physique nucléaire : \vec{I} pour le moment cinétique total et \vec{T} pour l'isospin (notées respectivement \vec{J} et \vec{I} en physique des particules)

Bibliographie

Il existe de très bons livres pédagogiques de niveaux M1 ou M2 sur la physique des particules ou la physique nucléaire. Voici une bibliographie succincte et non exhaustive, classée par niveau de difficulté (difficile parfois à apprécier) croissante. Les livres en caractères gras sont des livres dont la lecture est recommandée.

Livres d'introduction :

- · Physique nucléaire : des quarks aux applications Claude Le Sech, Christian Ngô
- · Noyaux et particules (vol. 1), Le monde subatomique (vol. 2) Luc Valentin

Livres de physique nucléaire :

- [•] Introductory Nuclear Physics Kenneth Krane
- · Introductory Nuclear Physics Samuel Wong

Livres de physique des particules :

- Modern Particle Physics Mark Thomson
- · Introduction to Elementary Particles David Griffiths
- · Introduction à la physique subatomique André Rougé
- · Quarks and leptons Francis Halzen, Alan D. Martin

Livres de mécanique quantique :

- Mécanique quantique Jean-Louis Basdevant, Jean Dalibard, Manuel Joff
- Introduction to quantum mechanics David Griffiths
- Mécanique quantique I et II Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloë

Livres de relativité :

- Relativité restreinte bases et applications Claude Semay, Bernard Silvestre-Brac
- Relativité restreinte et structure atomique de la matière Christian Grossetête
- Relativité restreinte : Des particules à l'astrophysique Eric Gourgoulhon

Livres de mathématiques :

- Mathématiques pour la physique Bahram Houchmandzadeh
- Mathématiques pour la physique et les physiciens Walter Appel
- Introduction progressive au calcul tensoriel Claude Jeanperrin

Livre de mécanique analytique :

• Mécanique analytique – P. Amiot, L. Marleau

A.Sonder la matière

I. Introduction

1. Terminologie

Dans les particules élémentaires, on distinguera les leptons (de leptos = léger) comme l'électron, des baryons (de baryos = lourd) comme le proton et le neutron. Les pions sont à classer dans les mésons (de mesos = milieu).

Le proton et le neutron, constituant le noyau, sont des nucléons.

$${}^{A}_{Z}X^{N}$$

Avec :

- $\cdot X =$ symbole du noyau
- \cdot A = nombre de nucléons ou nombre de masse
- \cdot Z = nombre de protons ou numéro atomique
- \cdot N = nombre de neutrons

Les **isotopes** sont les atomes d'un même élément chimique, donc caractérisés par des noyaux ayant <u>même nombre de protons</u> Z et un nombre de neutrons N différent. Ex : ${}^{12}_{6}C$ et ${}^{14}_{6}C$ Les **isotones** ont un <u>nombre de neutrons identiques</u>. Ex : ${}^{13}_{6}C$ et ${}^{14}_{7}N^7$ Les **isobares** ont un <u>nombre identique de nucléons</u>. Ex : ${}^{13}_{6}C$ et ${}^{14}_{7}N$

On appelle **noyaux miroirs** deux noyaux isobares X et Y tels que Z(X) = N(Y) et N(X) = Z(Y). Ex : ${}^{17}_{9}F^8$ et ${}^{17}_{8}N^9$

2. Boîte à outils

Unités naturelles

Comme les constantes \hbar et c interviennent souvent dans les calculs, il peut être pratique d'utiliser un système d'unités où l'on posera $\hbar = c = 1$. Ce système d'unités est le système d'unités naturelles¹. Dans ce système, toutes les dimensions sont comme une puissance de l'énergie.

Relativité

On rappelle la transformation de Lorentz :

¹ Si de plus on pose $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$ on obtient le système d'unité de Lorentz-Heaviside dans lequel les formules peuvent prendre une forme très simple. Par exemple la constant de structure fine s'écriera $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$



Pour le cours, on utilisera essentiellement le quadrivecteur impulsion-énergie : $\underline{P} = (E/c, \vec{p})$.

On rappelle une propriété essentielle des quadrivecteurs, le carré scalaire d'un quadrivecteur est un invariant relativiste. Attention, étant donné que la métrique est donnée par (1, -1, -1, -1), le carré scalaire par exemple du quadrivecteur espace-temps sera $ds^2 = c^2 dt^2 - x^2 - y^2 - z^2$. De même on aura $\underline{P}^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = \frac{{P'}^2}{c^2} - \vec{p'}^2 = m_0^2 c^2$.

L'invariance s'applique évidement aussi au produit de deux quadrivecteurs. Soit $\underline{P_1}$ et $\underline{P_2}$ alors $\underline{P_1} \cdot \underline{P_2} = \underline{P'_1} \cdot \underline{P'_2}$, avec $\underline{P_1} \cdot \underline{P_2} = \frac{E_1 E_2}{c^2} - \overrightarrow{p_1} \cdot \overrightarrow{p_2}$

Cette propriété a une grande importance car si on a par exemple un état initial décrit par $\underline{P_i}$ (par exemple $\underline{P_i} = \underline{P_1} + \underline{P_2}$ dans le cas d'une interaction de 2 particules) et un état final décrit par $\underline{P_f}$, alors pour un système isolé on peut écrire dans le référentiel du laboratoire :

$$\underline{P_i^2} = \underline{P_f^2}$$

et dans le référentiel du centre de masse :

$$\underline{P_i^{*2}} = \underline{P_f^{*2}}$$

On a donc finalement :

$$\underline{P_i^2} = \underline{P_f^2} = \underline{P_i^{*2}} = \underline{P_f^{*2}}$$

Quelques formules indispensables à connaitre :

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

 $E = m_0 c^2$ pour une particule au repos avec m_0 la masse au repos qui est un invariant. $E = T + m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2$ avec T l'énergie cinétique pour une particule en mouvement.

Avec les formules ci-dessus on en déduit : $p^2c^2 = T(T + 2m_0c^2)$ et $T = m_0c^2(\gamma - 1)$

Avec la transformation de Lorentz on a $p = \gamma m_0 v$ et $\beta = pc/E$

$$\beta_{CMS} = \frac{p_{Lab}c}{E_{Lab}}$$
 et $\gamma_{CMS} = \frac{E_{Lab}}{E_{CMS}} = \frac{E_{Lab}}{\sqrt{s}}$

Cas important, pour le photon, de masse nulle : E = hv = pc

	Référentiel du labor	ratoire	Référentiel du centre de masse		
	Faisceau	Cible	Faisceau	Faisceau	
Masse	M_1	<i>M</i> ₂	<i>M</i> ₁	<i>M</i> ₂	
Impulsion	$\overrightarrow{P_1}$	$\overrightarrow{P_2}$	$ec{P}^*$	$-\vec{P}^*$	
Energie	E_1	E_{2}^{*}	E_{1}^{*}	E_{2}^{*}	
	$= \sqrt{P_1^2 c^2 + M_1^2 c^4}$	$= \sqrt{P_2^2 c^2 + M_2^2 c^4}$	$= \sqrt{P^{*2}c^2 + M_1^2c^4}$	$= \sqrt{P^{*2}c^2 + M_2^2c^4}$	
Quadrivecteur impulsion-	$\underline{P_1} = \left(\frac{E_1}{c}, \overline{P_1}\right)$	$\underline{P_2} = \left(\frac{E_2}{c}, \overrightarrow{P_2}\right)$	$\underline{P_1^*} = \left(\frac{E_1^*}{c}, \overrightarrow{P^*}\right)$	$\underline{P_2^*} = \left(\frac{E_2^*}{c}, -\overline{P^*}\right)$	
énergie					
Impulsion	$\overrightarrow{P_{Lab}} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2}$		$\overrightarrow{P_{CMS}} = \overrightarrow{0}$		
totale	Eub	1 2	0.000	,	
Energie totale	$E_{Lab} =$	$E_1 + E_2$	$E_{CMS} = E_1^* + E_2^* = \sqrt{s}$		
Quadrivecteur	$P_{Lab} = \left(\frac{E}{A}\right)$	$\left(\frac{Lab}{a}, \overline{P_{Lab}}\right)$	$P_{CMS} = \left(\frac{\overline{E_{CMS}}}{c}, \vec{0}\right)$		
énergie totale		ι /	`		

Avec $s = c^2 \left(\underline{P_1} + \underline{P_2}\right)^2$, on trouver a habituellement $s = \left(\underline{P_1} + \underline{P_2}\right)^2$ en unité naturelle.

II. Sonder la matière

1. Expériences sur accélérateurs

Remarque importante sur la terminologie.

Le référentiel du laboratoire est celui lié à l'observateur et au détecteur (ou à la cible) que l'on considère « immobile ». Lorsqu'on parle d'expérience sur cible fixe, on sous-entend que le référentiel lié à la cible est donc celui du laboratoire. Ceci n'empêche pas, bien entendu, de faire des calculs dans le référentiel du Centre de Masse (CdM), si les calculs sont plus simples dans ce référentiel.

Il faudra aussi faire attention que dans le cas d'un collisionneur de particules, le référentiel du CdM n'est pas toujours confondu au référentiel du laboratoire. Par exemple, dans le cas d'un collisionneur de particules comme le LHC, deux cas peuvent se présenter :

- Les deux faisceaux sont identiques (collisions proton sur proton à la même énergie pour chaque faisceau : 7 TeV), le référentiel du laboratoire (qui est lié à l'observateur et au détecteur) est dans ce cas confondu avec le référentiel CdM.
- Les 2 faisceaux n'ont pas la même énergie comme dans les collisions p-Pb au LHC (faisceau de protons à 7 TeV et faisceau de Pb à 2,75 TeV/ nucléon), ici le référentiel du laboratoire n'est plus confondu à celui du CdM. Dans le cas ici donné en exemple, le CdM se déplace dans la direction du faisceau de protons.

La conséquence de ceci est qu'un même détecteur, suivant le type de faisceaux qui entrent en collision (énergie et particules différentes ou non), ne va pas couvrir le même domaine cinématique. La physique étudiée pourra donc être différente.

Pour une réaction où l'on passe de l'état initial *i* à l'état final *f*, on définit la chaleur de réaction Q par :

$$Q = \sum_{i} m_i c^2 - \sum_{f} m_f c^2$$

Pour une réaction $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ on a donc $Q = m_1c^2 + m_2c^2 - m_3c^2 - m_4c^2$.

- $\cdot Q = 0$: diffusion élastique
- · Q > 0 : réaction exothermique, donc spontanée, avec une certaine probabilité (au moins pour les désintégrations)
- Q < 0 : réaction endothermique, donc impossible sans apport extérieur d'énergie. Lorsque la réaction est endothermique, avec Q < 0, elle est impossible sans apport d'énergie extérieure. Il faut fournir de l'énergie dans la voie d'entrée de la réaction, sous forme d'énergie cinétique, pour que celle-ci soit possible.

L'énergie cinétique seuil T_s est, par définition, l'énergie cinétique juste nécessaire pour créer les particules en voie de sortie, au repos dans le CdM, sans qu'elles aient d'impulsion. C'est donc l'énergie nécessaire pour créer la masse en voie de sortie.

Dans le CdM on aura $\sum_{i} \vec{p_i} = \vec{0}$ et de même $\sum_{f} \vec{p_f} = \vec{0}$. A l'énergie cinétique seuil de réaction, on peut ajouter que tous les $\vec{p_f} = \vec{0}$.

On peut donc simplement écrire : $\sum_i E_i = \sum_f E_f$

Avec $E_i = T_i + m_i c^2$ et $E_f = T_f + m_f c^2$. Donc

$$T_1 + T_2 + \sum_i m_i c^2 = \sum_f m_f c^2$$

ce qui donne $T_s = T_1 + T_2 = \sum_f m_f c^2 - \sum_i m_i c^2 = |Q|$. L'énergie cinétique seuil dans le CdM sera donc donnée par :

$$T_s(CdM) = |Q|$$

Donc chaque faisceau (si même masse) devra avoir une énergie cinétique minimale :

$$T_1 = T_2 = |Q|/2$$

Ça sera l'énergie cinétique minimale nécessaire à fournir en mode collisionneur dans le cas de 2 faisceaux symétriques.

Calculons à présent l'énergie cinétique seuil à fournir dans le cas d'une expérience sur cible fixe. Ici, on aura intérêt à profiter de la propriété d'invariance du carré scalaire d'un quadrivecteur. Pour simplifier l'écriture, on multipliera les quadrivecteurs impulsion énergie par c.

En effet on peut écrire que $\left(\sum_{i} \underline{P_{i}}\right)_{Lab}^{2} = \left(\sum_{f} \underline{P_{f}}\right)_{CdM}^{2}$. Or, par définition de l'énergie cinétique seuil de réaction, on sait que dans le centre de masse, les particules sont produites au repos. Donc $\left(\sum_{f} c\underline{P_{f}}\right)_{CdM}^{2} = \left(\sum_{f} m_{f}c^{2}\right)^{2}$

On a donc :

$$\left(\sum_{i} c\underline{P_{i}}\right)_{Lab}^{2} = \left(\sum_{i} E_{i}\right)^{2} - \left(\sum_{i} \overline{p_{i}}\right)^{2} c^{2} = \left(\sum_{i} (T_{i} + m_{i}c^{2})\right)^{2} - \left(\sum_{i} \overline{p_{i}}\right)^{2} c^{2}$$
$$(T_{1} + m_{1}c^{2} + 0 + m_{2}c^{2})^{2} - (p_{1} + 0)^{2}c^{2} = 2T_{s}m_{2}c^{2} + \left(\sum_{i} m_{i}c^{2}\right)^{2}$$

avec $T_2 = 0$ et $T_1 = T_s$ on déduit donc de ce qui précède que :

$$2T_s m_2 c^2 + \left(\sum_i m_i c^2\right)^2 = \left(\sum_f m_f c^2\right)^2$$

$$2T_s m_2 c^2 = \underbrace{\left[\sum_f m_f c^2 - \sum_i m_i c^2\right]}_{|Q|} \times \underbrace{\left[\sum_f m_f c^2 + \sum_i m_i c^2\right]}_{\sum_{if} m_{if} c^2}$$

et finalement on obtient :

$$T_s = \frac{|Q|}{2} \frac{\sum_{if} m_{if} c^2}{m_{cible} c^2}$$

avec $m_2 = m_{cible}$.

Il apparait clairement que l'énergie cinétique à fournir au faisceau est minimale dans le cas d'une collision dans le centre de masse. La différence avec l'énergie à fournir dans une collision sur cible fixe vient de l'énergie cinétique du centre de masse lui-même. On voit donc ici l'intérêt de l'utilisation de collisionneurs de particules².

2. Accélérateurs de particules

Tous les accélérateurs de particules ont les mêmes composants de base

- Une source de particules
- Des champs électriques pour l'accélération des particules
- Des champs magnétiques (dipôle = guidage ; quadripôle = focalisation)
- Des détecteurs pour « visualiser » les particules et leurs collisions. Il existe 2 types d'accélérateurs :
- Les accélérateurs linéaires, avec un trajet en ligne droite et des champs accélérateurs successifs
- Les accélérateurs circulaires (cyclotron, synchrotron), où les particules ont une trajectoire circulaire qui les fait passer toujours à travers le même champ accélérateur.

Il existe différents types de machines circulaires :

- Les cyclotrons : un champ magnétique uniforme force les ions à tourner sur un cercle de rayon proportionnel à leur vitesse. A chaque passage entre les 2 électrodes (dees), les ions reçoivent un supplément de vitesse qui les place sur une orbite un peu plus grande. L'accélération est engendrée par un générateur de tension alternative produisant un champ électrique oscillant, toujours accélérateur quelle que soit la direction de passage des particules. Dû aux effets relativistes, qui vont faire que le passage des particules entre les Dees ne sera plus synchronisé avec le champ accélérateur, ces accélérateurs sont utilisables pour produire des particules non- relativistes. On rappelle que le rayon de la trajectoire des particules est donné par $R = \frac{mv}{qB}$
- Les synchrocyclotrons : pour pouvoir passer dans le domaine relativiste, la solution est de modifier la fréquence accélératrice pour qu'elle soit toujours en phase avec le passage des particules. Toutefois, le synchrotron est limité par la taille de l'aimant.
- Les synchrotrons : la solution aux problèmes rencontrés par les synchrocyclotrons est de

² Calculer l'énergie seuil pour la réaction $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$.

faire circuler les particules sur une trajectoire de rayon constant en faisant varier le champ magnétique lorsque l'énergie des particules augmente. Tous les grands accélérateurs mondiaux comme le LHC reposent sur ce principe. La limite de ces accélérateurs, pour des faisceaux d'électrons, est due au rayonnement synchrotron. Toutefois, certains accélérateurs, comme SOLEIL à Saclay, cherchent à amplifier ce rayonnement synchrotron pour l'utiliser à des fins de recherche.

III. Notion de section efficace

En physique subatomique, la notion de section efficace est reliée à la probabilité d'occurrence d'un processus donné (ex : diffusion d'un électron par un noyau, création d'une nouvelle particule en collision p-p au LHC...) pour une réaction donnée.

Attention, par abus de langage, on parle souvent de « probabilité » pour la section efficace. La section efficace n'est pas une probabilité (sans dimension) mais a la dimension d'une surface comme nous le verrons plus loin.

Dans ce chapitre nous verrons les notions de base sur la section efficace. Le calcul classique et quantique de la section efficace sera abordé dans la partie physique nucléaire.

1. Définition

Considérons un modèle simple où les particules sont représentées par des billes sphériques. La particule (1) correspond au projectile et la particule (2) correspond à la cible. Question : comment caractériser la fréquence des collisions faisceau-cible étudiées ? Soit d la distance entre le centre du noyau cible (2) et l'axe passant par la direction de la particule en mouvement (1). Une particule du faisceau interagit avec une particule de la cible si $d \le R_1 + R_2$ avec

 R_1 et R_2 les rayons de (1) et (2).

La probabilité d'interaction dP d'une particule qui traverse une couche de la cible d'épaisseur dx, normale à sa direction de propagation, est donnée par la fraction de la surface de la cible cachée par un disque de surface $\sigma = \pi (R_1 + R_2)^2$ centré sur chacune des particules cibles. On appelle σ la section efficace géométrique.



Considérons une cible d'épaisseur dx et de surface S. Appelons n_2 le nombre de particules par unité de volume de la cible. La probabilité d'interaction dP d'une particule traversant l'épaisseur dx de la cible est donc donnée par :

$$dP = \frac{\sigma}{S} n_2 S \, dx = \sigma n_2 dx$$

 σ a donc la dimension d'une surface (m^2).

Comme les surfaces considérées sont très petites, on exprimera la section efficace en barn $avec1b = 10^{-24} cm^2$.

On utilisera bien entendu tous les multiples et sous multiples de cette unité.

La section efficace dépend du type de particules qui interagissent et de leur énergie.

Considérons un faisceau homogène de particules (1). Soit $\phi = n_1 v_1$ le flux de particules incidentes par unité de temps et de surface. Le nombre de particules qui frappe la cible de surface S par unité de temps est ϕS .

Le nombre d'interactions est donné par $\phi SdP = \phi \sigma n_2 \Delta V$ avec $\Delta V = Sdx$ le volume de la cible.

Dans l'hypothèse, que l'on fera très souvent, que la cible est très mince (dx petit), on pourra négliger l'atténuation du faisceau incident. Le nombre d'interactions par unité de temps est donc donné par :

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = N_2 \sigma \phi$$

Avec $N_2 = n_2 V$ le nombre total de particules dans la cible.

Que se passe-t-il pour une cible plus épaisse ?

Dans une cible mince, les noyaux sont très éloignés les uns des autres, la cible est pratiquement transparente.

Dans une cible épaisse, le faisceau incident va être atténué.

La probabilité P(x) pour la particule (1) d'avoir traversée une épaisseur x de la cible sans avoir interagi, est donné par l'équation : $dP(x) = -P(x)n_2\sigma dx$ ce qui donne :

$$P(x) = e^{-n_2\sigma x} = e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Avec $\lambda = 1/n_2 \sigma$ le libre parcours moyen.

Considérons un flux ϕ_0 (particule/unité de surface et de temps) de particules arrivant sur une cible. Le flux à la profondeur *x* sera :

$$\phi(x) = \phi_0 \, e^{-n_2 \sigma x} = \phi_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Avec ϕ_0 le flux à l'entrée de la cible et λ le libre parcours moyen.





Remarque : Si la section du faisceau incident est plus petite que la surface de la cible (c'est très souvent le cas), on peut remarquer dans les formules précédentes que l'on peut remplacer ϕS par F le nombre de particules incidentes par unité de temps. On pourra donc remplacer la formule qui donne le nombre d'interactions par unité de temps pour une cible mince d'épaisseur dx:

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = N_2 \sigma \phi$$

par

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = n_2 dx \sigma F$$

Suivant la manière dont on exprime le flux incident, on trouvera les deux expressions. Attention, dans ce qui précède, pour bien distinguer les deux expressions, le choix a été fait de noter différemment le flux par unité de surface et de temps ϕ et le flux par unité de temps F. Bien souvent il n'y a aucune distinction de faite dans la notation et les deux flux seront notés ϕ .

Si on connait l'intensité *I* du faisceau, on peut calculer le nombre de particules dans le faisceau par unité de temps :

$$F = \frac{I}{Z_p e}$$

avec *I* l'intensité du faisceau en Ampère, Z_p le nombre de charge du projectile et *e* la charge élémentaire (1,6.10⁻¹⁹ C).

2. Section efficace différentielle

$$dn = FN' \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = FN L \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Avec :

- dn : nombre de particules détectées par unité de temps, à un angle θ donné
- *F* : nombre de particules incidentes par unité de temps
- N : nombre de centres diffuseurs de la cible par unité de volume, N = Maρ A
 N_a : nombre d'Avogadro (mol⁻¹); ρ : densité volumique (g. cm⁻³); A masse molaire $(g.mol^{-1})$
- L : épaisseur de la cible
- $\frac{d\sigma}{d\Omega}$: section efficace différentielle caractéristique de la réaction considérée, à un angle θ donné (en barn/stéradian = b/sr)
- $d\Omega$: angle solide sous lequel est vu le détecteur $\equiv S/d^2$ (cas simple)

Il faut noter que l'on donne souvent directement la valeur du produit NL en donnant l' Ȏpaisseur » en $g.cm^{-2}$.

Dans 4π , la section efficace totale s'obtient en intégrant la section efficace différentielle sur toutes les directions possibles.

$$\sigma_{Tot} = \int_{d\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} \ d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \ \int_0^{\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta} \sin(\theta) \ d\theta$$
$$\Rightarrow n = FNL \ \sigma_{Tot}$$

Le résultat d'une expérience de collision va s'exprimer notamment à l'aide de la valeur de sa section efficace (totale ou différentielle), après qu'on ait mesuré n, et connaissant les valeurs de F et de NL.

3. Section efficace partielle

L'interaction de deux particules peut donner différents états finals. Par exemple :

$$\pi^{-} + p \rightarrow \pi^{-} + p$$
$$\pi^{-} + p \rightarrow \pi^{0} + n$$
$$\dots$$

Si l'on ne comptabilise qu'un état final donné *i*, on obtiendra la section efficace partielle σ_i .

La sommation des σ_i sur l'ensemble des réactions possibles donne la section efficace totale.

$$\sigma_{Tot} = \sum_{i} \sigma_{i}$$

4. Luminosité d'un collisionneur

Dans un collisionneur circulaire, deux paquets de N_A et N_B particules tournent en sens opposés. A chaque croisement, le nombre de collisions est proportionnel à N_A et N_B , ainsi qu'à la section efficace σ , mais il dépend aussi d'un facteur géométrique Σ (difficile à calculer) qui représente le recouvrement des faisceaux.

Expérimentalement, si on appelle f la fréquence de croisement des paquets au point de collision (vertex), alors le nombre n d'interactions observées par seconde est donné par :

$$n = f \frac{N_A N_B}{\Sigma} \ \sigma = \mathcal{L} \ \sigma$$

On définit la luminosité \mathcal{L} comme le nombre d'interactions dans la région des collisions, durant une seconde, pour un processus dont la section efficace est égale à l'unité. Pour un processus de section efficace σ , on a alors :

$$n = \sigma \mathcal{L}$$

Un collisionneur d'électrons ayant une luminosité $\mathcal{L} = 10^{31} cm^{-2} s^{-1}$ produira une interaction par seconde pour une section efficace $\sigma = 10^{-31} cm^2$ (ou 0,1 μb)

Le paramètre important est la surface commune des faisceaux lors de la collision Σ , qui doit être aussi faible que possible pour augmenter la valeur de la luminosité du collisionneur.

On exprime souvent la luminosité intégrée en inverse de section efficace b^{-1} , fb^{-1} , ...

Exemple : une luminosité $\mathcal{L} = 10^{34} cm^{-2} s^{-1}$ pendant 1000 s donne une luminosité intégrée de $10^{37} cm^{-2} = 10. (10^{-12}. 10^{-24} cm^2)^{-1} = 10 \ pb^{-1}.$

La même luminosité pendant 10^5 s donnera une luminosité intégrée de $10^{39} cm^{-2}$ soit $1 fb^{-1}$.

A retenir

Les définitions ! Isotone, isotope...

Les relations de base de relativité.

Savoir calculer et redémontrer les relations sur l'énergie seuil d'une réaction.

La notion de section efficace est une notion fondamentale en physique qu'il faut connaître.

Savoir définir la luminosité.

B. Particules

Préambule

Le modèle standard de la physique des particules, est actuellement la théorie qui permet d'expliquer tous les phénomènes observables en physique des particules.

Ce modèle décrit les interactions électromagnétiques (EM), forte (IF) et faible (If). Il permet aussi la classification de toutes les particules subatomiques connues et d'expliquer les interactions auxquelles elles sont soumises. C'est une théorie quantique de champs relativistes.

Dans les chapitres suivants, nous allons faire une première exploration de cette théorie dont la validité repose sur de nombreuses prédictions vérifiées expérimentalement.

I. Particules et Symétries

1. Introduction

Les symétries jouent un rôle important en physique et particulièrement en physique des particules. On peut caractériser les symétries suivant trois catégories :

- Symétrie continue / symétrie discrète : correspond à la structure mathématique du groupe qui décrit la symétrie.
- Symétrie d'espace-temps / symétrie interne : dépend si la symétrie porte sur l'espace- temps dans lequel évolue la particule ou sur la particule elle-même.
- Symétrie globale / symétrie locale : la symétrie peut être appliquée en chaque point de l'espace de façon indépendante ou non. Ces symétries sont associées aux symétries de jauge que nous aborderons plus tard.

On peut par exemple avoir une symétrie continue d'espace ou une symétrie discrète d'espace.

Si un changement effectué dans un système physique ne produit aucun effet observable, alors le système est dit invariant au changement, ce qui implique l'existence d'une symétrie.

Les symétries sont étroitement reliées aux lois de conservation et au concept d'invariance. L'unification des interactions fondamentales, réalisée jusqu'à présent seulement pour les interactions électromagnétique et faible, est-elle aussi liée au concept de symétrie.

Une caractéristique du principe de symétrie en physique est qu'on peut définir une grandeur non observable associée à cette symétrie. On va associer à la symétrie un principe d'invariance et une loi de conservation.

Le lien entre lois de conservation, symétries et principe d'invariance a été réalisé dans les années 1920 par la mathématicienne Emmy Noether (1882-1935). Elle a montré :

• Que la loi de conservation de l'impulsion impliquait l'invariance de toutes les lois de la physique lors d'une translation spatiale ⇒ il n'y a pas de position privilégiée dans tout

l'univers, l'espace est uniforme. Il n'y a donc pas de position absolue.

- Que la conservation du moment angulaire *L*, qui fournit une mesure de la rotation d'un objet, est reliée à l'invariance par rotation dans l'espace, appelée isotropie ⇒ toutes les directions sont les mêmes pour les interactions fondamentales, donc pas de direction absolue.
- Que la conservation de l'énergie implique quant à elle une invariance par translation dans le temps ⇒ pas de temps absolu.

En mécanique quantique, l'invariance sous une transformation s'exprime par le fait que l'opérateur qui représente la transformation, commute avec l'Hamiltonien du système H.

Soit \hat{R} l'opérateur de transformation (rotation, translation...) Si pour simplifier on considère un système stationnaire :

$$\begin{aligned} \widehat{H}\psi &= E\psi \\ \widehat{H}\widehat{R}\psi &= E\widehat{R}\psi \\ \widehat{R}^{-1}\widehat{H}\widehat{R}\psi &= E\psi \end{aligned}$$

On a donc :

$$\widehat{R}^{-1}\widehat{H}\widehat{R}\psi = \widehat{H}\psi$$

En comparant avec la première équation, on en déduit :

 $\left[\widehat{H},\widehat{R}\right]=0$

H est invariant sous cette transformation. Il est équivalent de faire évoluer la fonction d'onde transformée ou de transformer la fonction d'onde évoluée.



2. Symétries discrètes

Dans les symétries discrètes qui nous intéressent, il y a : la parité P, la conjugaison particuleantiparticule C, et la symétrie par renversement du temps T.

Il est aussi possible de définir des combinaisons de ces opérations, comme les symétries CP et CPT.

a. La parité

Définition : en physique des particules, l'opération de symétrie par rapport à un point est la parité P. Ceci revient à changer \vec{r} en $-\vec{r}$ ou, dit autrement, revient à changer un référentiel cartésien direct en référentiel cartésien indirect.

La transformation par parité revient à faire une rotation de π à l'image d'un point dans un miroir.

La parité est un nombre quantique multiplicatif.

Propriétés de la parité.

Les grandeurs scalaires comme : la masse, la charge électrique. . . sont invariantes sous P.

Pour les grandeurs vectorielles on distingue deux types de vecteurs : les vecteurs polaires (ou vecteurs vrais) $(\overrightarrow{v_p})$ et les vecteurs axiaux (ou pseudovecteurs) $(\overrightarrow{v_a})$.

Les vecteurs polaires $(\vec{v_p})$ comme $\vec{r}, \vec{p}, \vec{v}$, le champ électrique \vec{E} ... changent de signe sous l'opération de parité.

Les vecteurs axiaux (ou pseudo-vecteurs) comme $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$, le champ magnétique \vec{B} , le spin, sont invariants sous P.

On peut construire un vecteur polaire $\overrightarrow{v_p}$ comme $\overrightarrow{v_p} \wedge \overrightarrow{v_a}$. Par exemple $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$. On peut construire un vecteur axial $\overrightarrow{v_a}$ comme $\overrightarrow{v_a} \wedge \overrightarrow{v_a}$ ou $\overrightarrow{v_p} \wedge \overrightarrow{v_p}$. De même on obtiendra un scalaire par $\overrightarrow{v_a}$. $\overrightarrow{v_a}$ ou $\overrightarrow{v_p}$. $\overrightarrow{v_p}$. Par contre le produit scalaire de $\overrightarrow{v_p}$. $\overrightarrow{v_a}$ change de signe sous P. On parle de pseudoscalaire.

Postulons l'existence d'un opérateur unitaire \hat{P} tel que $\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$. La parité appliquée 2 fois est une identité $\hat{P}^2 = I$ et les valeurs propres de \hat{P} sont ±1. \hat{P} est une observable $\hat{P}\psi(\vec{r}) = \pi \psi(\vec{r})$ avec les valeurs propres $\pi = \pm 1$, +1 associé aux fonctions propres paires et -1 aux fonctions propres impaires.

Point important ! Compte tenu de la symétrie sphérique des problèmes, les fonctions d'ondes s'expriment avec des harmoniques sphériques. Pour la parité d'une fonction d'onde d'espace : la transformation de \vec{r} en $-\vec{r}$ correspond en coordonnées sphériques à :

r
ightarrow r ; $heta
ightarrow \pi - heta$; $arphi
ightarrow arphi + \pi$

Or $Y_l^m(\pi - \theta, \varphi + \pi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \varphi)$. La parité d'une fonction d'onde spatiale est donc donnée par $(-1)^l$ pour un état propre de L^2 (*l* nombre quantique orbital)

Si on a invariance de l'hamiltonien H d'un système sous l'opération de parité, $[\hat{H}, \hat{P}] = 0$, alors le système ne distingue pas la droite de la gauche.

Parité d'une particule ou d'un système de particules.

Soit une particule de fonction d'onde $\psi(x, y, z)$. On définit la parité intrinsèque $\pi = \pm 1$, comme un nombre quantique fondamental qui caractérise les propriétés de la particule sous P, avec :

$$P\psi(t,\vec{r}) = \pi\,\psi(t,\vec{r})$$

La parité intrinsèque est donc la valeur propre associée.

Si $\pi = +1$ la parité est paire, si $\pi = -1$ la parité est impaire.

Par convention, la parité des nucléons (proton et neutron) est fixée à +1 ($\pi_p = \pi_n = +1$)

On admettra que l'on peut démontrer que la parité du photon est $\pi_{\nu} = -1$.

Les particules de spin et parité $I^{\pi} = 0^+, 0^-, 1^+, 1^-$... seront appelées respectivement scalaires, pseudo-scalaires, pseudo-vecteurs, vecteurs...

La parité globale d'une particule de parité intrinsèque π est donnée par $P = \pi$. $(-1)^l$ où l est son nombre quantique orbital.

La parité globale d'un système de deux particules de parités intrinsèques respectives π_1 et π_2 est : $P = \pi_1 \pi_2 (-1)^l$ où *l* est le moment orbital relatif entre les particules.

Ex : parité du deutérium (l = 0) est $\pi_d = \pi_n \cdot \pi_p \cdot (-1)^l = (-1)^0 = +1$.

Nous verrons plus loin que l'interaction faible viole la parité.

b. Hélicité

Pour une particule, on définit l'hélicité \hat{h} comme la projection de son spin selon sa direction de vol.

$$\hat{h} = \frac{\vec{\sigma}.\vec{p}}{\|\vec{p}\|}$$

avec $\vec{\sigma}$ le spin (unité \hbar) et \vec{p} l'impulsion. Exemple : $\hat{h}(e^-) = +1/2 \rightarrow \text{hélicité positive}$; $\hat{h}(e^-) = -1/2 \rightarrow \text{hélicité négative}$.

Pour les particules de masse nulle, l'hélicité est un invariant de Lorentz. Pour les particules massives, l'hélicité dépend de l'observateur. La notion plus générale de chiralité (programme de M2) permet de construire des états de chiralité droite et gauche qui sont invariants de Lorentz.

On peut remplacer directement chiralité par hélicité dans deux cas particuliers :

- Pour les particules de masse nulle, pour lesquelles chiralité et hélicité sont confondues.
- À l'approximation ultra-relativiste, car dans ce cas la composante de chiralité gauche (resp. droite) d'un champ de Dirac se réduit à la composante d'hélicité négative (resp. positive).

Dans le cas général, par application de la parité P, c'est la chiralité des particules qui change.



c. Conjugaison de charge

L'opération de symétrie qui transforme une particule en son antiparticule est appelée en physique des particules conjugaison de charge C. On a $\hat{C}^2 = I$.

 $\hat{C}|\psi\rangle = \pm |\psi\rangle$. L'invariance sous C signifie que si les lois de la physique prédisent le comportement d'un système de particules, alors elles prédisent exactement le même comportement pour le système correspondant d'antiparticules.

La conjugaison de charge est un nombre quantique multiplicatif.

L'opération de symétrie C s'applique aussi pour les particules qui n'ont pas de charge électrique, comme le neutron ou le π^0 .

Ainsi, si on a invariance sous C, l'interaction d'un proton avec un neutron est exactement la même que l'interaction d'un antiproton avec un antineutron.

A noter que parler de conjugaison de charge n'est pas forcément une dénomination correcte puisque cette symétrie s'applique aussi aux particules neutres. On devrait plutôt parler de conjugaison particule-antiparticule.

Exemples d'applications de la symétrie C.

Le quadrivecteur potentiel (V, \vec{A}) qui représente le photon, change de signe sous l'action de C.

La valeur propre associée à un photon est (-1) sous C. On dit que le photon est C-impair et on a $\hat{C}|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$.

On en déduit $\hat{C}|N\gamma\rangle = (-1)^N |N\gamma\rangle$ pour un nombre de photons N > 1. Soit la désintégration d'une particule *a* en deux photons γ par interaction électromagnétique : $a \rightarrow \gamma + \gamma$

Si on a invariance sous C par interaction électromagnétique, alors ceci entraîne que la particule *a* doit être C-paire, puisqu'on a pour deux photons $\hat{C}(2\gamma) = (-1)^2 = +1 \implies \hat{C}(a) = +1$.

Lorsque la symétrie sous C est conservée, on en déduit que la particule *a*, qui est C-paire, ne pourra pas se désintégrer en un système de particules qui soit C-impair. C'est le cas pour l'interaction électromagnétique.

Ex : $\pi^0 \to \gamma \gamma$ possible $\hat{C} | \pi^0 \rangle = | \pi^0 \rangle$. $\pi^0 \to \gamma \gamma \gamma$ impossible $\hat{C} | \pi^0 \rangle = -| \pi^0 \rangle$ et vérifié expérimentalement.

De même : $\hat{C}|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle \neq \pm |\pi^+\rangle$ donc $|\pi^+\rangle$ et $|\pi^-\rangle$ ne sont pas des états propres de \hat{C} .

Le système $(\pi^+\pi^-)$: $\hat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^-\pi^+\rangle$ ce qui est équivalent à avoir permuté la position du π^+ et du π^- . Si on appelle *l* le moment orbital relatif des deux pions, on a alors :

$$\hat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^-\pi^+\rangle = (-1)^l |\pi^+\pi^-\rangle$$

Le système $|\pi^-\pi^+\rangle$ est un état propre de l'opérateur \hat{C} associé à la valeur propre $(-1)^l$. En fait seule les particules complètement neutres (tous les nombres quantiques sont nuls) sont des états propres de \hat{C} . Il faut en fait que la particule soit sa propre antiparticule (comme le γ ou le π^0). Question : est ce que le neutron est sa propre antiparticule ? Les propriétés des antiparticules s'obtiennent par application de l'opérateur \hat{C} . La masse mc^2 , la durée de vie τ , le spin, le moment cinétique total \vec{I} et l'isospin \vec{T} sont invariants sous \hat{C} .

Les nombres quantiques internes additifs changent de signe sous C (comme la charge, le nombre baryonique... par exemple).

En ce qui concerne la parité intrinsèque π , c'est un nombre quantique multiplicatif :

- Elle est invariante sous C pour les bosons.
- Elle change de signe sous C pour les fermions.
- d. Renversement du temps

L'opération de symétrie qui consiste à changer t en –t dans l'équation d'évolution d'un système est appelée en physique des particules renversement du temps T.

La symétrie sous T signifie simplement que si un système est invariant sous T et qu'il peut évoluer d'un état initial donné à un état final donné, alors ce système peut aussi partir de l'état final pour évoluer de nouveau vers l'état initial en renversant les directions du mouvement de tous les composants du système.

A notre échelle, la plupart des phénomènes ne se déroulent que dans un sens, du passé vers le futur. Ils sont donc irréversibles. Mais dans le monde microscopique, tous les phénomènes sont réversibles : c'est ce qu'on appelle la microréversibilité.

e. Théorème CPT

Il est aussi possible de définir des produits de symétrie, obtenus en faisant agir deux ou trois de ces opérations de symétrie discrètes P, C et T simultanément.

La symétrie CP.

Si un système de particules dans un état de coordonnées données est soumis aux opérations successives de symétrie de parité P et de conjugaison de charge C (peu importe l'ordre) alors on obtient un système formé des antiparticules correspondantes, dont toutes les coordonnées ont été renversées comme dans un miroir.

On assigne de la même manière des valeurs propres ± 1 correspondant aux symétries sous CP respectivement paire (+1) et impaire (-1).

On verra un peu plus loin que la symétrie CP est légèrement violée par l'interaction faible.

La symétrie CPT.

On s'attend à ce que toutes les interactions satisfassent l'invariance CPT, c'est-à-dire que si on applique successivement les opérations de symétrie P, C et T à un système (peu importe l'ordre), alors le système formé des antiparticules, dans un miroir, et évoluant vers l'opposé du temps, doit se comporter exactement comme le système original.

L'invariance CPT est un des principes de base de la théorie quantique des champs. On considèrera cette symétrie comme exacte puisqu'à ce jour, on n'a jamais mis en évidence une violation de la symétrie CPT.

On en déduit deux types de comportement possibles, qui seront étudiés plus loin :

- Soit on a invariance sous CP et donc sous T
- Soit l'invariance sous CP n'est pas satisfaite et donc celle sous T ne l'est pas non plus.

Nous reviendrons plus loin sur les invariances de CP et CPT.

f. Symétrie par permutation

Aux symétries précédentes, on peut ajouter la symétrie de permutation. Elle correspond à l'impossibilité de distinguer entre elles des particules identiques (mêmes masse, spin, charge) :

- L'opération de symétrie associée est la permutation des variables des particules identiques (symétrie dans l'échange des particules).
- Il y a invariance du hamiltonien par rapport à cette opération.

 \Rightarrow Le caractère de symétrie de la fonction d'onde du système est donc conservé au cours de son évolution.

Cette symétrie permet de distinguer deux catégories de particules :

- Les fermions, de spin demi-entier, dont la fonction d'onde est antisymétrique dans l'échange.
- Les bosons, de spin entier, de fonction d'onde symétrique dans l'échange.
- 3. Symétries internes

Les symétries internes (celles qui ne concernent pas les variables d'espace-temps) vont correspondre à des propriétés intrinsèques aux particules :

- La charge électrique, *Q/e*.
- Les nombres quantiques leptoniques, L_e , L_μ , L_τ .
- Le nombre quantique baryonique, B.
- La $3^{\text{ème}}$ composante d'isospin T_3 et les saveurs s, c, b, t.

Nous définirons ces nombres quantiques et étudierons leur conservation dans le chapitre suivant.

4. Symétries de jauge

En théorie de jauge, le lagrangien appliqué à un champ $\psi(x)$ reste invariant suivant la transformation $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \psi(x)$.

Le paramètre α est une phase qui peut être une fonction de la variable x ou non. Si α est une constante, la transformation est dite globale. Si α est variable, la transformation est dite locale.

Aujourd'hui, on décrit 3 des interactions fondamentales à partir de ces théories de jauge.

On verra plus loin, des exemples de théorie de jauge, comme la théorie électrofaible, ou encore la théorie QCD qui décrit l'interaction forte (ces deux théories étant invariantes sous deux groupes de symétrie différents).

Exemple pour l'interaction électromagnétique :

- Equation de Schrödinger pour une particule libre invariante sous une transformation globale (groupe U(1) de symétrie) → conservation de la charge électrique.
- Equation de Schrödinger invariante sous une transformation locale (groupe U(1) de symétrie) → introduction d'un champ de jauge (le champ électromagnétique) et des interactions entre la matière et ce champ de jauge.

II. Classification des particules

Classification des particules.



Standard Model of Elementary Particles

1. Les leptons

On distingue 3 familles de leptons chargés, de charge Q/e = -1: l'électron, le muon et le tau.

Ce sont des fermions élémentaires de la matière, de spin S = (1/2) et de parité intrinsèque $\pi = +1$. Leurs antiparticules ont une chargeQ/e = +1.

L'électron est stable, le muon et le tau sont instables, avec des durées de vie respectives $\tau_{\mu} = 2,197.10^{-6} s$ et $\tau_{\tau} = 290,3.10^{-15} s$.

Les leptons chargés sont des particules qui ne subissent pas l'interaction forte mais qui subissent les interactions électromagnétique et faible.

On distingue 3 familles de leptons neutres, de charge Q/e = 0, de masse 0, qui sont les neutrinos : le neutrino électronique, le neutrino muonique et le neutrino tauique.

Ce sont des fermions élémentaires de la matière, de spin S = (1/2) et de parité intrinsèque $\pi = +1$. Leurs antiparticules, appelées antineutrinos ont une charge Q/e = 0.

On ne sait pas si les (anti)neutrinos sont stables (des phénomènes d'oscillations ont été observés expérimentalement).

Les neutrinos sont des particules qui ne subissent ni l'interaction forte, ni l'interaction électromagnétique. Ils ne sont sensibles qu'à l'interaction faible.

Cette propriété est intéressante pour l'étude de l'interaction faible. En effet, toute réaction incluant des neutrinos fait forcément intervenir l'interaction faible.

Nombre leptonique : introduction d'un nouveau nombre quantique, le nombre leptonique L global, pour traduire les lois de conservation observées dans les résultats expérimentaux. Le nombre leptonique global L est conservé par toutes les interactions.

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau$$

	e ⁻	v _e	e^+	$\bar{\nu}_e$	μ^-	$ u_{\mu}$	μ^+	$ar{ u}_{\mu}$	τ^{-}	$\nu_{ au}$	τ^+	$\bar{\nu}_{ au}$
L _e	1	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
L_{μ}	0	0	0	0	1	1	-1	-1	0	0	0	0
L_{τ}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	-1

avec L_e, L_{μ}, L_{τ} les nombres leptoniques de saveur.

Le nombre leptonique global L est un nombre quantique additif, conservé dans toutes les interactions. Les nombres leptoniques de saveur L_e, L_μ, L_τ sont conservés au moment de l'interaction. Le phénomène d'oscillation des neutrinos ne conserve pas ce nombre.

2. Introduction au concept d'isospin

Historiquement, le fait que les masses du proton et du neutron, les deux constituants du noyau atomique, étaient très proches, a conduit à postuler que c'était deux états d'une même particule : le nucléon. Par analogie avec le spin de l'électron, on va donc définir une nouvelle quantité : l'isospin des nucléons.

• Proton : Q/e = +1 ; $T_3 = +1/2$

• Neutron : Q/e = 0 ; $T_3 = -1/2$

où T_3 est la troisième composante du nombre quantique d'isospin T.

La charge du nucléon apparaît comme une observable, Q/e, qui possède deux valeurs propres, 1 et 0. Ceci correspond aux deux états d'isospin du nucléon.

Pour un nucléon on a :

$$Q/e = T_3 + \frac{1}{2}$$

On définit les opérateurs vectoriels d'isospin qui agissent dans l'iso-espace. C'est un espace abstrait, défini tel que l'hamiltonien d'interaction forte soit invariant dans toutes les rotations de cet isoespace.

Les matrices d'isospin τ_i sont analogues aux matrices de Pauli σ_i .

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \qquad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \qquad \tau^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les relations de commutation sont celles des matrices de Pauli. On rappelle les rela- tions suivantes pour un état pur d'isospin $|T, T_3\rangle$:

- $\hat{T}^2 |T, T_3\rangle = T(T+1)|T, T_3\rangle$
- $\hat{T}_3 | T, T_3 \rangle = T_3 | T, T_3 \rangle$ $\hat{T}_{\pm} | T, T_3 \rangle = \sqrt{T + T_3 (T \pm T_3 + 1)} | T, T_3 \rangle$

L'isospin \vec{T} est associé à la fonction d'isospin $\theta_{\tau}(\vec{T})$.

La fonction d'onde du nucléon s'écrit donc finalement :

$$\Psi(\vec{r}, \vec{s}, \vec{T}) = \varphi(\vec{r}) \cdot \xi_{\sigma}(\vec{s}) \cdot \theta_{\tau}(\vec{T}) = Espace \times Spin \times Isospin$$

3. Les 3 familles de quarks

Aux trois familles de leptons correspondent trois familles de quarks. Dans chaque famille on trouve un quark chargé positivement et un quark chargé négativement. Ces charges ont la particularité d'être une fraction de la charge élémentaire e.

Pour les 3 familles de quarks de charge positive Q/e = 2/3 on a : quark Up (u), Quark Charm \mathbb{C} et quark Top (t). Leurs antiquarks correspondants ont une charge Q/e = -2/3.

Le quark u porte un nombre quantique d'isospin $\vec{T}(u) = \overline{1/2}$ avec $T_3(u) = 1/2$ (l'antiquark \bar{u} a $\vec{T}(\bar{u}) = \overline{1/2}$ avec $T_3(\bar{u}) = -1/2$).

Le quark c (resp. l'antiquark \bar{c}) porte un nombre quantique de saveur, le charme c = 1 (resp. c = -1) (avec c = 0 pour les autres particules).

Le quark t (resp. l'antiquark \bar{t}) porte un nombre quantique de saveur, qui vaut t = 1 (resp. t = -1) (avec t = 0 pour les autres particules).

Pour les 3 familles de quarks de charge négative Q/e = -1/3 on a : quark Down (d), Quark Strange

(s) et quark Bottom (ou Beauty) (b). Leurs antiquarks correspondants ont une charge Q/e = +1/3.

Le quark d porte un nombre quantique d'isospin $\vec{T}(d) = \overline{1/2}$ avec $T_3(d) = -1/2$ (l'antiquark \bar{d} a $\vec{T}(\bar{d}) = \overline{1/2}$ avec $T_3(\bar{d}) = +1/2$).

Le quark s (resp. l'antiquark \bar{s}) porte un nombre quantique de saveur, le charme s = -1 (resp. s = +1) (avec s = 0 pour les autres particules).

Le quark b (resp. l'antiquark \overline{b}) porte un nombre quantique de saveur, qui vaut b = -1 (resp. b = +1) (avec b = 0 pour les autres particules). Le quark b est aussi appelé quark beau et la saveur b la beauté.

	1 ^{er} famille		2 ^{ème} famille	•	3 ^{ème} famille		
Nom	u (up)	d (down)	c (charm)	s (strange)	t (top)	b (bottom ou beauty)	
Masse (MeV/c²)	2,3	4,8	1275	95	173210	4180	
Charge (unité de e)	+ 2/3	- 1/3	+ 2/3	- 1/3	+ 2/3	- 1/3	
Spin	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	
Nombre baryonique	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	
Isospin T_3	+ 1/2	- 1/2	0	0	0	0	
Charme	0	0	+ 1	0	0	0	
Etrangeté	0	0	0	- 1	0	0	
Тор	0	0	0	0	+1	0	
Beauté	0	0	0	0	0	- 1	

4. Les hadrons

Les quarks sont des fermions élémentaires de la matière, de spin s = (1/2) et de parité intrinsèque $\pi = +1$. Ils subissent les trois interactions forte, électromagnétique et faible. Les quarks n'apparaissent pas à l'état libre : on ne connaît que des particules de charge électrique entière dans la nature.

Les quarks et antiquarks sont confinés dans les hadrons

Les hadrons sont des structures composites, formés de plusieurs quarks et/ou anti- quarks, dont les nombres quantiques internes s'ajoutent pour former les nombres quantiques du hadron.

Il existe un autre nombre quantique interne porté par les quarks, fractionnaire comme la charge électrique, c'est le nombre baryonique :

• B = +1/3 pour les quarks

- · B = -1/3 pour les antiquarks
- · B = 0 pour tous les autres constituants élémentaires

Enfin, les quarks portent un autre nombre quantique interne, la charge de couleur, qui peut prendre trois valeurs différentes :

- rouge, vert, bleu pour les quarks
- antirouge, antivert, antibleu pour les antiquarks

avec les propriétés suivantes :

Rouge + Vert + Bleu = Blanc Rouge + AntiRouge = Blanc Vert + AntiVert = Blanc Bleu + AntiBleu = Blanc

Cette propriété permet elle aussi d'expliquer pourquoi les quarks et les antiquarks n'apparaissent pas à l'état libre : on ne connaît que des particules de couleur « blanche » dans la nature. Les quarks et antiquarks sont donc confinés dans les hadrons.

Les mésons sont des systèmes quark-antiquark $q_1\overline{q_2}$ (pour lesquels on peut avoir 1 et 2 identiques dans certains cas).

Les mésons sont des bosons (spin entier). Les mésons π, K et η se désintègrent par interaction faible, les autres sont des résonances.

Pour un méson, on ne peut dire qui est la particule et qui est l'antiparticule. Le nombre baryonique d'un méson vaut B = +1/3 - 1/3 = 0

Les baryons sont des systèmes de trois quarks $q_1q_2q_3$ (pour lesquels on peut avoir 1, 2 et 3 identiques).

Les baryons sont des fermions (spin demi-entier). Le nucléon N est le plus léger baryon. Les hypérons (baryons avec au moins un quark s : Λ^0 , Σ , Ξ et Ω), plus lourds que N, se désintègrent par interaction faible. Il existe un grand nombre de résonances baryoniques. Les baryons sont des particules, il existe les antibaryons, qui sont des antiparticules, composées des trois antiquarks associés.

Le nombre baryonique d'un baryon vaut B = +1/3+1/3+1/3 = +1 Le nombre baryonique d'un antibaryon est B = -1/3-1/3-1/3 = -1.



III. Particules et interactions

Les systèmes qui interagissent échangent de l'énergie, par échange de bosons, ou quanta de champ. Si la particule échangée, de masse au repos mc^2 , se déplace à la vitesse c, l'énergie échangée ΔE est liée au temps Δt de l'interaction par la relation d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta E.\,\Delta t = mc^2 \frac{\Delta r}{c} = \hbar$$

Le rayon d'interaction Δr est donc de l'ordre de $\Delta r = \hbar/mc$.

- La valeur du spin du médiateur a une grande importance :
 - Si le spin est nul ou pair, deux particules de même « charge » s'attirent.
 - Si le spin est impair, deux particules de même « charge » se repoussent.

Interactions, sections efficaces et durées de vie associées.

En physique subatomique, les particules subissent trois types d'interaction (on considère les effets de la gravitation comme négligeables). On associe à chacune de ces interactions, des durées de vie et des sections efficaces, dont les ordres de grandeur sont :

- Interaction forte : τ_{IF} de l'ordre de 10^{-23} à 10^{-20} s et σ de 10^{-3} à ≥ 100 b.
- Interaction électromagnétique : τ_{IE} de l'ordre de 10^{-20} à 10^{-15} s et σ de 10^{-6} b
- Interaction faible : τ_{If} supérieure à $10^{-12} s$ et σ de l'ordre de $10^{-14} b$.

1. Diagrammes de Feynman

Richard Feynman a développé des outils graphiques qui permettent de calculer l'amplitude de diffusion pour les interactions entre particules.

Les diagrammes de Feynman fournissent ainsi des représentations concrètes des interactions : les particules sont liées par le quantum échangé.

Quelques règles :

- le temps est représenté sur l'axe horizontal et évolue de la gauche vers la droite (on rencontre également des diagrammes où le temps est représenté dans la direction verticale),
- les lignes droites continues représentent les particules et les antiparticules,
- les lignes ondulées (ou bouclées ou en tiret) représentent les photons, gluons et les bosons W[±] et Z⁰,
- l'énergie et la charge (électrique, de couleur ou faible) sont conservées au vertex,
- les lignes démarrant ou s'arrêtant aux extrémités du diagramme, représentent des particules réelles qui soit s'approchent du vertex, soit s'en éloignent comme indiqué par la flèche,
- les antiparticules sont représentées par les lignes qui portent une flèche s'éloignant ou entrant vers le vertex dans la direction opposée de la flèche du temps,
- l'amplitude du processus décrit n'est pas changée lorsqu'on remplace une particule d'impulsion \vec{p} par son antiparticule d'impulsion $-\vec{p}$,
- à chaque vertex est associée la constante de couplage propre à l'interaction
- à chaque boson, vecteur de l'interaction, est associé un propagateur.



2. Variables de Mandelstam (facultatif)

Dans la réaction $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ il est utile de construire 3 quantités invariantes de Lorentz. Posons $\underline{p_i}$ le quadrivecteur impulsion énergie associé à la particule *i*. On aura : $s = (\underline{p_1} + \underline{p_2})^2 = (\underline{p_3} + \underline{p_4})^2$. L'énergie d'une collision est souvent exprimée sous la forme \sqrt{s} .

$$t = \left(\underline{p_1} - \underline{p_3}\right)^2 = \left(\underline{p_4} - \underline{p_2}\right)^2$$
$$u = \left(\underline{p_1} - \underline{p_4}\right)^2 = \left(\underline{p_3} - \underline{p_2}\right)^2$$

Ces 3 variables correspondent à l'énergie de la particule échangée dans 3 diagrammes de Feynman différents.

On notera que ces 3 variables ne sont pas indépendantes car $s + t + u = \sum \underline{p_i^2} = \sum m_i^2 c^2$.



Le canal s correspond aux particules 1 et 2 qui émettent une particule intermédiaire qui éventuellement se scindera en particules 3 et 4 : le canal s est la seule voie qui permet de découvrir des résonances et de nouvelles particules instables pourvu que leurs temps de vie soient suffisamment longs pour qu'elles puissent être détectées. Ex : annihilation électron-positron ou quark-antiquark. Le canal t représente le processus dans lequel la particule 1 émet une particule intermédiaire se transformant ainsi en la particule finale 3, alors que la particule 2 absorbe la particule intermédiaire pour devenir la particule 4. Ex : diffusion de deux électrons. Le canal u correspond au canal t dans lequel on a interchangé les rôles des particules 3 et 4.

3. Les interactions

a. Interaction gravitationnelle et graviton

En supposant qu'on arrive à montrer que l'interaction gravitationnelle est une inter- action fondamentale basée sur une théorie quantique, le graviton (qui serait de spin 2) a été postulé comme étant son boson de jauge, mais il n'a jamais été observé.

Un ordre de grandeur de la probabilité d'émission ou d'absorption d'un graviton est 10^{-11} .

Si on prend la constante de couplage de l'interaction forte égale à l'unité, et si on considère deux protons situés à la distance r, alors le rapport $F_G/F_{em} = 10^{-36}$. A l'échelle des noyaux et particules, les effets de l'interaction gravitationnelle sont donc bien

négligeables.

b. Interaction électromagnétique et photon

Le photon échangé dans toute interaction électromagnétique n'est pas chargé : on dit que l'interaction s'effectue par courant neutre. Le photon, de spin 1, a $m_{\gamma}c^2 = 0$, donc la portée de l'interaction est infinie.

Deux électrons, qui se repoussent par répulsion coulombienne, échangent des photons, mais ces photons ne peuvent être mis en évidence : ils sont virtuels.

Pour que la particule échangée soit observable, il faut ΔE . $\Delta t \geq \hbar$. Par contre, si l'interaction est telle que ΔE . $\Delta t < \hbar$, la particule échangée n'est plus observable : elle est dite virtuelle.

L'interaction électromagnétique est caractérisée par $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$, la « constante » de structure

fine, qui caractérise l'intensité avec laquelle l'interaction électromagnétique se couple aux charges électriques.

Le diagramme de Feynman décrivant la diffusion élastique électron-positron (mécanisme d'annihilation) est représenté ci-dessous.



 $\sqrt{\alpha}$ est l'amplitude de probabilité d'émettre ou d'absorber un photon virtuel. La probabilité d'interaction est donnée par $(\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha})^2 = \alpha^2$.

En multipliant les constantes de couplage aux vertex et le propagateur pour un photon $(1/q^2 \operatorname{avec} m_{\gamma} = 0)$, on obtient l'amplitude de la diffusion électron-positron :

$$f_{e^+e^- \to e^+e^-} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha}\frac{1}{q^2} = \frac{\alpha}{q^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \times \frac{1}{q^2}$$

La section efficace du processus est alors : $\frac{d\sigma}{dq^2} \propto |f(q)|^2 = \frac{\alpha^2}{q^4}$

Le diagramme de Feynman décrivant la diffusion d'un électron par un noyau de charge Ze sera :


La probabilité d'interaction sera : $(\sqrt{\alpha} Z \sqrt{\alpha})^2 = Z^2 \alpha^2$.

c. Interaction forte et gluons

Dans les hadrons, seules particules qui subissent l'interaction forte, les quarks échangent des gluons, sans masse, de spin 1, qui portent eux aussi le nombre quantique de couleur (les gluons existent en fait sous 8 états de charge de couleur).

L'interaction forte a une courte portée, de l'ordre de 1,5 fm.

Par analogie avec l'interaction électromagnétique, l'intensité de l'interaction, correspondant à l'émission ou l'absorption d'un gluon par un quark, est caractérisée par $\alpha_s = \frac{g_F^2}{4\pi\hbar c}$ où g_F joue le même rôle que la charge électrique pour l'interaction électromagnétique.

Si la distance séparant les quarks est inférieure au diamètre des nucléons, alors $\alpha_s \sim cste$. Pour des distances plus importantes, α_s augmente rapidement avec *r*.



La force augmente avec la distance, c'est pourquoi il est impossible d'extraire un quark d'un hadron et de l'obtenir à l'état libre. On parle de confinement des quarks.



arXiv:1412.1633v2 [hep-ex] 1 May 2015

A l'échelle des quarks, le quantum d'interaction est le gluon. A l'échelle des nucléons, le quantum d'interaction est le pion. Mais il n'y a pas de problème avec ces deux modèles, puisque la théorie de l'échange des mésons est intégrée dans le modèle des quarks. La force de cohésion nucléaire peut être schématisée soit par l'échange d'un pion, soit par l'échange simultané de l'ensemble $u\bar{d}$ (ou $\bar{u}d, ...$) avec échange interne de gluons.

Le mécanisme de l'IF présente un fort parallèle avec celui de l'IE :



Les gluons sans masse et colorés, qui sont échangés par des quarks colorés, jouent un rôle analogue à celui des photons sans masse échangés par les particules chargées électriquement. Mais il existe des différences notables entre ces deux interactions :

- les gluons échangés portent eux aussi des charges de couleur (rouge, vert et bleu) alors que les photons ne portent pas de charge électrique.
- $\alpha \sim cste$ tandis que α_s varie avec la distance, donc avec l'énergie de l'interaction.

On associe à l'IF un potentiel qui augmente avec la distance, tandis que le potentiel de l'IE est inversement proportionnel à la distance.

Plus les quarks s'éloignent les uns des autres et plus grande est leur force de liaison, due à la présence des gluons. Si on veut les séparer, il faut appliquer une énergie tellement importante que les quarks se transforment en un « jet » de hadrons.

d. Interaction faible et bosons vectoriels intermédiaires

Dans le cas d'une interaction faible par courant chargé, avec échange de charge électrique entre les particules, un boson W^+ ou W^- est échangé (spin 1, masse 80,4 GeV).

Dans le cas d'une interaction faible par courant neutre, sans échange de charge élec- trique entre les particules, un boson Z^0 est échangé (spin 1, masse 91,2 GeV).

Exemple :



L'interaction faible est la seule à pouvoir changer la saveur des quarks.



Les masses importantes des bosons intermédiaires entraînent un rayon d'action très faible, de l'ordre de $10^{-3} fm$. L'interaction faible a donc une courte portée.

Quelques propriétés du boson Z^0 .

Le boson Z^0 a été complètement étudié avec l'accélérateur LEP (dans sa première phase, de 1989 à 1995, à $\sqrt{s} = 91$ GeV, avec 17 millions de désintégrations observées). Sa masse et sa largeur ont été mesurées très précisément : $M_Z c^2 = 91,1876 \pm 0,0021$ GeV.

La mesure de la largeur du Z^0 a permis de déduire le nombre de familles de neutrinos. La valeur trouvée est $N_v = 2,9841 \pm 0,0083$ confirmant par là même le nombre de familles de leptons et de quarks.



Quelques propriétés des bosons W^{\pm} .

Les bosons W^{\pm} , produits par paires W^+W^- , ont été étudiés dans la phase suivante LEP II, avec \sqrt{s} variant de 136 GeV en 1995 jusqu'à 209 GeV en 2000. La masse et la largeur des bosons W ont été mesurées très précisément : $M_W c^2 = 80,385 \pm 0,015$ GeV.

e. Récapitulatif pour les interactions fondamentales

Interaction	Forte	Electromagnétique	Faible
Particules de Jauge	gluons	Photons γ	W^{\pm} , Z^{0}

Ι-	1-	1-	1
Masse (GeV)	0	0	$M_W c^2 = 80,4, M_Z c^2 = 91,2$
Source	Charge de couleur	Charge électrique	Charge faible
Portée (m)	$\leq 10^{-15}$	8	10 ⁻¹⁸
couplage	$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi\hbar c} \le 1$ ~ 1 (r grand) < 1 (r petit)	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ $= 1/137$	$\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi\hbar c}$ ~10 ⁻⁶ à basse énergie
section efficace σ caractéristique	10 ⁻³ à 100 b	~10 ⁻⁶ b	~10 ⁻¹⁴ b
Vie moyenne τ caractéristique	10 ⁻²³ à 10 ⁻²⁰ s	10 ⁻²⁰ à 10 ⁻¹⁵ s	$> 10^{-13} s$

IV. Particules et lois de conservation

Nous allons étudier ici le comportement des différentes interactions, électromagnétique, forte, faible, vis-à-vis des symétries C et P.

Rappelons quelques points déjà abordés sur la conjugaison de charge :

Les propriétés des antiparticules, lorsqu'on connaît celles des particules, s'obtiennent par application de l'opérateur C.

La masse mc^2 , la durée de vie τ , le moment cinétique total I et l'isospin T sont invariants sous C.

Les nombres quantiques internes additifs changent de signe sous C. Ce sont la charge électrique Q/e, le nombre baryonique B, les nombres leptoniques de saveur L_e, L_μ, L_τ (et donc le nombre leptonique global $L = L_e + L_\mu + L_\tau$), la troisième composante d'isospin T_3 , les nombres quantiques de saveur s, c, b, t, et en conséquence l'hypercharge Y=B+saveur.

Pour la parité intrinsèque π , qui est un nombre quantique multiplicatif :

- elle est invariante sous C pour les bosons (γ , W^{\pm} , Z, g, H, mésons)
- elle change de signe sous C pour les fermions (quarks, leptons et baryons).

On a donc :

$$\hat{C} | m, \vec{p}, \vec{J}, J_z, \vec{T}, T_3, q, B, L, s, c, b, t, \pi \rangle \rightarrow | m, \vec{p}, \vec{J}, J_z, \vec{T}, -T_3, -q, -B, -L, -s, -c, -b, -t, \pm \pi \rangle$$

Les mésons sont des hadrons qui ont un nombre baryonique B = 0. Si la paire quark-

antiquark est dans un état de moment angulaire relatif \vec{L} et de spin \vec{S} , alors on obtient :

- $|L S| \le I \le L + S$, avec S = 0 ou 1 pour le système $q\bar{q}$
- $P = (-1)^{L+1}$, va donner la parité π du méson. L'exposant "1" provient de la parité intrinsèque négative de l'antiquark.
- $C = (-1)^{L+S}$ pour les mésons qui ont une saveur nulle (s, c, b et t sont nuls). Les mésons qui ont une saveur non nulle ont quant à eux une valeur propre de C qui n'est pas définie.

1. Interactions et symétries discrètes

a. Interactions électromagnétique et forte et symétries discrètes

Opération de parité P par interaction forte.

Exemple : $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^ P|\rho^0\rangle = P|\pi^+\pi^-\rangle = \pi(\pi^+).\pi(\pi^-).(-1)^L|\pi^+\pi^-\rangle$ Or $\vec{I}_{\rho} = \vec{I}_{\pi} + \vec{I}_{\pi} + \vec{L} \iff \vec{1} = \vec{0} + \vec{0} + \vec{L} \implies L = 1$ D'où $P|\pi^+\pi^-\rangle = -|\pi^+\pi^-\rangle = -|\rho^0\rangle = P|\rho^0\rangle$. La valeur propre est donc -1.

L'interaction forte est invariante sous P.

On pourrait montrer de même que l'interaction électromagnétique est aussi invariante sous P.

Opération de conjugaison de charge par interaction forte.

 $\hat{C} = |\pi^+\rangle \neq \pm |\pi^+\rangle$ les pions chargés ne sont pas des états propres de \hat{C} .

Par analogie avec le π^0 , on choisit d'écrire $\hat{C} = |\pi^{\pm}\rangle = + |\pi^{\mp}\rangle$.

Pour le système $(\pi^+\pi^-)$, on aura $\hat{C} = |\pi^+\pi^-\rangle = +|\pi^-\pi^+\rangle$, ce qui revient à avoir permuté la position du π^+ et du π^- . Soit *l* le moment orbital relatif des deux pions, on pourra donc écrire $\hat{C} = |\pi^+\pi^-\rangle = +|\pi^-\pi^+\rangle = (-1)^l |\pi^+\pi^-\rangle$.

Le système $|\pi^+\pi^-\rangle$ est donc un état propre de l'opérateur \hat{C} avec pour valeur propre $(-1)^l$.

Si nous reprenons l'exemple $\rho^0 \to \pi^+ + \pi^-$, nous avons $\hat{C}|\rho^0\rangle = \hat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = (-1)^L|\pi^+\pi^-\rangle$ et L = 1 d'après la conservation du moment cinétique total \vec{I} . D'où $\hat{C}|\rho^0\rangle = -|\rho^0\rangle$ la valeur propre est -1.

L'interaction forte est invariante sous C.

Opération de conjugaison de charge par interaction électromagnétique.

Comme déjà vu, le photon est un état propre de C avec la valeur propre -1. $\hat{C}|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$ et $\hat{C}|N\gamma\rangle = (-1)^N |N\gamma\rangle$.

Exemple de $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$.

 $\hat{C}|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$ et on a bien $\hat{C}|\pi^0\rangle = \hat{C}|\gamma\gamma\rangle = (-1)^2|\gamma\gamma\rangle = |\gamma\gamma\rangle = |\pi^0\rangle$. Qu'en est-il de $\pi^0 \to \gamma\gamma\gamma$? $\hat{C}|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$ mais $\hat{C}|\pi^0\rangle = |\gamma\gamma\gamma\rangle = (-1)^3|\gamma\gamma\gamma\rangle = -|\gamma\gamma\gamma\rangle = -|\pi^0\rangle$, ce qui n'est pas cohérent. Si l'interaction électromagnétique est invariante sous C, ce mode de désintégration devrait être interdit. C'est effectivement ce que l'on observe expérimentalement.

L'interaction électromagnétique est invariante sous C.

b. Le cas de l'interaction faible !

Dans les années 1950, les physiciens ont observé que les mésons K^+ pouvaient se désintégrer en deux modes différents ayant des parités opposées : $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ de parité positive et $K^+ \rightarrow 3\pi$ de parité négative. Ce problème est historiquement connu sous le nom de puzzle $\theta - \tau$. Quelle que soit la parité du K^+ (qui est négative en fait), on comprend que l'un de ces deux modes de désintégration viole la conservation de la parité. L'hypothèse a donc été faite que l'interaction faible qui intervient dans ces désintégrations, ne conserve pas la parité. L'expérience sur l'étude de la désintégration du ⁶⁰Co menée par Mme Wu (Phys. Rev. 105, 1413 (1957)) a permis de confirmer cette hypothèse. Les électrons émis lors de la désintégration du ⁶⁰Co sont émis dans la direction opposée à l'orientation du spin du ⁶⁰Co alors que les photons γ sont émis dans toutes les directions. L'explication vient du fait que les neutrinos et antineutrinos n'existent que sous un état d'hélicité.

Les neutrinos ont une hélicité gauche. Les antineutrinos ont une hélicité droite. Dans ces conditions, si on prend en compte l'orientation du spin du ${}^{60}Co$, les électrons sont contraints d'être émis dans la direction opposée à l'orientation du spin du ${}^{60}Co$.



On retrouve les effets de la violation de la parité dans la désintégration des pions :



Dans les deux désintégrations a priori possibles, seule la désintégration B est observée car seuls les neutrinos gauches existent.

De la même manière, par application de l'opérateur conjugaison de charge, on constate que l'interaction faible viole \hat{C} .

Dans la désintégration ci-dessous, seule la désintégration A, qui implique un antineutrino droit, est observée.



Par contre la combinaison des opérations de parité \hat{P} et de conjugaison de charge \hat{C} (quel que soit l'ordre) donne un système invariante pour l'interaction faible comme on peut le voir sur le tableau ci-dessous :



On peut considérer en première approximation que l'interaction faible est invariante sous CP. En fait elle viole aussi légèrement CP.

2. La violation CP

D'après les expériences effectuées, et notamment les résultats sur les neutrinos, les physiciens pensaient au départ que la symétrie CP était une symétrie exacte, donc conservée, bien que C et P soient violées par interaction faible. En fait la symétrie CP (et donc T) est violée elle aussi dans les processus d'interaction faible. La découverte de cette violation de CP a été faite en étudiant les mésons K^0 et son antiparticule le $\overline{K^0}$.

On observe que ces deux mésons se désintègrent en pions avec deux modes différents 2π ($\tau_{2\pi} = 0.8954.10^{-10}$ s) ou 3π ($\tau_{3\pi} = 5.116.10^{-8}$ s). Mais K^0 et $\overline{K^0}$ ne sont pas des états propres de CP : $\hat{CP}|K^0\rangle = -|\overline{K^0}\rangle$ et $\hat{CP}|\overline{K^0}\rangle = -|K^0\rangle$.

On peut construire des états propres de CP par superposition des états K^0 et $\overline{K^0}$:

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\overline{K^0}\rangle)$$
$$|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\overline{K^0}\rangle)$$

A l'aide de ces états K_1 et K_2 on peut expliquer les désintégrations en 2 pions ou 3 pions. En effet :

$$\hat{C}\hat{P}|K_1\rangle = +|K_1\rangle \leftrightarrow \hat{C}\hat{P}|2\pi\rangle = +|2\pi\rangle$$
$$\hat{C}\hat{P}|K_2\rangle = -|K_2\rangle \leftrightarrow \hat{C}\hat{P}|3\pi\rangle = -|3\pi\rangle$$

Ces deux états propres sont appelés K_L (L pour «Long») et K_S (S pour «Short») en identifiant K_L à K_2 et K_S à K_1 compte tenu des temps différents de désintégration en trois pions ou deux pions.

Comme $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$ sont des superpositions de $|K^0\rangle$ et $|\overline{K^0}\rangle$, de même, les $|K^0\rangle$ et $|\overline{K^0}\rangle$ sont des superpositions d'états $|K_1\rangle$ et $|K_2\rangle$. A partir de là, on peut expliquer l'oscillation des K^0 en $\overline{K^0}$. Cette transformation est observée expérimentalement. Un faisceau pur de K^0 va se transformer au bout d'une certaine distance de propagation en un faisceau qui aura 50% de K^0 et 50% de $\overline{K^0}$. La distinction entre les deux étant faite par leurs modes de désintégration qui sont différents.

En 1964, Cronin, Fitch (prix Nobel 1980), Turlay et Christenson, découvrent une violation de l'invariance CP avec des K neutres. Ils observent que $K_L \rightarrow \pi\pi$ viole CP puisque par construction la valeur propre de $\hat{CP}|K_L\rangle$ est -1 alors que la valeur propre pour deux pions est +1. Cette violation est très faible mais non nulle. Elle a aussi pour conséquence que si CP est violée alors que CPT est exacte, alors T est aussi violée.

3. Formule de Gell-Mann et Nishijima

Cette formule relie la charge électrique d'une particule à son isospin, son nombre baryonique et sa saveur.

Si on définit l'hypercharge par : Y = B + s + c + b + t, avec B le nombre baryonique et s, c, b, t le nombre quantique de saveur, alors on a :

$$Q/e = T_3 + Y/2$$

4. Lois de conservations

La conservation des différents nombres quantiques par les différentes interactions est résumée dans la table suivante :

Quantité conservée / Interaction	Forte	Électromagnétique	Faible
Energie/Impulsion	Oui	Oui	Oui

Q/e	Oui	Oui	Oui
В	Oui	Oui	Oui
L et L_e , L_μ , L_τ	Oui	Oui	Oui
Moment cinétique total	Oui	Oui	Oui
<i>T</i> ₃	Oui	Oui	Non
\vec{T}	Oui	Non	Non
Saveur s, c, b, t	Oui	Oui	Non
Parité P	Oui	Oui	Non
Conjugaison de charge C	Oui	Oui	Non
СР	Oui	Oui	Non
СРТ	Oui	Oui	Oui

V. Les neutrinos

La découverte des neutrinos vient de l'observation du spectre en énergie des électrons détectés dans la désintégration β . En effet, si dans cette désintégration on ne considère que 2 corps dans l'état final, le noyau fils et l'électron comme par exemple dans ${}_1^3H \rightarrow {}_2^3He + e^-$, l'énergie de l'électron émis à un angle donné est parfaitement définie. On devrait donc observer un pic centré sur l'énergie de l'électron. En réalité on observe un spectre continu qui ne peut être expliqué que par l'existence d'une particule inconnue non détectée et qui emporte une partie de l'énergie.



La particule inconnue est en fait le neutrino (en réalité c'est ici l'antineutrino électro- nique) qui n'a été découverte expérimentalement qu'en 1956 par Cowan et Reines auprès d'un réacteur nucléaire. Le neutrino est très difficile à détecter. Il n'interagit que par interaction faible. Pour donner un ordre de grandeur, il faudrait, pour des neutrinos de basse énergie, une épaisseur d'une année lumière de plomb pour diminuer d'un facteur 2 un faisceau de neutrinos. Par contre la section efficace d'interaction augmente avec l'énergie. Ainsi la Terre est opaque aux neutrinos de plus de 100 TeV.

Les neutrinos existent sous 3 saveurs différentes correspondant aux 3 familles de leptons : électronique, muonique, tauique. Une des propriétés importantes des neutrinos est le fait qu'ils peuvent « osciller », c'est à dire changer de saveur. Ceci est possible si les neutrinos ont une masse. En fait les différentes saveurs de neutrinos correspondent aux états propres du lagrangien d'interaction, c'est à dire les états que l'on observe lors d'une interaction faible. Or le lagrangien qui décrit la propagation des neutrinos, qui dépend de leurs masses, a des états propres différents appelés v_1, v_2, v_3 . Les états propres de masse et de saveur sont reliés par une matrice de mélange appelée matrice Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata ou PMNS. Ce processus est similaire à celui observé pour les quarks où la matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, plus connue sous le nom de matrice CKM, permet de passer des états de saveur des quarks observés dans l'interaction faible, aux états propres de masse observés lors de leur propagation.



La masse des neutrinos est une des grandes inconnues de la physique des particules. Sur la figure ci-dessus est représenté différentes hypothèses sur la hiérarchie des masses de ces particules. Beaucoup d'expériences cherchent à mesurer leurs masses. Le plus simple est de mesurer les écarts de masse (voir figure) qui dépendent de la longueur que doit parcourir un neutrino pour osciller. Plus l'écart de masse entre deux neutrinos est grand et plus la longueur à parcourir pour osciller de l'un à l'autre est petite. C'est pourquoi il est important de mesurer ces oscillations sur des distances variables et de comparer les neutrinos produits dans l'atmosphère à ceux produits par le soleil par exemple (voir figure).

La mesure directe de la masse des neutrinos est beaucoup plus complexe car elle consiste à mesurer par exemple l'extrémité du spectre en énergie des électrons (voir figure ci-dessous). La différence d'énergie maximale des électrons dans le cas où la masse du neutrino est nulle et dans le cas où elle est non nulle est égale à la masse du neutrino. Cette mesure est complexe car c'est une mesure de précision qui nécessite de plus une très grande statistique.



Terminons enfin sur une autre question concernant les neutrinos. Est-ce que le neutrino est sa

propre antiparticule ? Dans ce cas-là on parle de neutrino de Majorana. Pour répondre à cette question, des expériences cherchent à observer la double désintégration β sans émission de neutrinos. Cette désintégration est possible dans le cas où le neutrino est sa propre antiparticule.

Expérimentalement, si la double désintégration β se fait avec émission de neutrinos ($2\beta 2\nu$), la somme des énergies des 2 électrons donnera un spectre continu. Si la désintégration se fait sans émission de neutrinos $(2\beta 0\nu)$, alors la somme des énergies des 2 électrons donnera un spectre discret.

VI. Phénoménologie des hadrons

1. Le pion

Le pion joue un rôle particulier car il a été proposé très tôt comme la particule médiatrice de l'interaction nucléaire forte décrite par un potentiel de Yukawa.

Le pion existe sous 3 états π^+, π^0 et π^- . C'est un état triplet d'isospin $\vec{T} = \vec{1}$. $|\pi^+\rangle = |TT_3\rangle = |11\rangle$ $|\pi^0\rangle = |10\rangle$ $|\pi^-\rangle = |1-1\rangle$

Il y a conservation de l'isospin dans les interactions πN (N représente un nucléon). Le nucléon va changer de charge si l'interaction se fait via un π^{\pm} , et ne changera pas si c'est un π^0 qui intervient.

Les pions sont créés par interaction forte et se désintègrent par interaction électromagnétique pour le π^0 ou faible pour les π^{\pm} . Le fait que le π^0 se désintègre en deux photons a laissé supposer qu'il était composé d'autres particules chargées pour qu'elles puissent interagir par interaction électromagnétique.

Les pions sont des bosons de valeur $I^{\pi} = 0^{-}$. Les valeurs de I et de π sont déterminées par l'étude de réactions avec des pions.

D'un point de vu expérimental, le moment cinétique du pion est calculé à partir du rapport des sections efficaces de la réaction $p + p \rightarrow d + \pi^+$ et de sa réaction inverse $d + \pi^+ \rightarrow p + p$. Connaissant les données cinématiques de ces réactions et les moments cinétiques du deutérium et du proton, la seule inconnue qui reste est le moment cinétique du pion qui est mesuré à 0.

Pour la détermination de la parité, elle peut être faite par l'étude de la réaction $d + \pi^- \rightarrow n + n^$ n. On sait que les spins du deutérium et des neutrons sont respectivement 1 et 1/2 et que le pion est absorbé par le deutérium dans un état de moment orbital relatif $\vec{L}_{\pi d} = \vec{0}$.

La conservation du moment cinétique total impose donc que :

$$\vec{I}_{\pi d} = \vec{I}_{\pi} + \vec{I}_{d} + \vec{L}_{\pi d} = \vec{I}_{n} + \vec{I}_{n} + \vec{L}_{nn} = \vec{0} + \vec{1} + \vec{0} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{L}_{nn}$$

Il y a donc 2 possibilités pour le système à 2 neutrons :

- $\vec{I}_{nn} = \vec{0} \text{ et } \vec{L}_{nn} = \vec{1}$ $\vec{I}_{nn} = \vec{1} \text{ et } \vec{L}_{nn} = \vec{0}, \vec{1} \text{ ou } \vec{2}$

Le système des 2 neutrons (fermions) étant indiscernable, il doit satisfaire au principe de Pauli généralisé : L+S+T impair.

Le système de 2 neutrons a pour isospin T=1, donc L+S doit être pair. A noter qu'ici $S \equiv I$. La seule possibilité est d'avoir $\vec{I}_{nn} = \vec{1}$ et $\vec{L}_{nn} = \vec{1}$. On en déduit enfin la parité :

$$\pi_{\pi}\pi_{d}(-1)^{L_{\pi d}} = \pi_{n}\pi_{n}(-1)^{L_{nn}}$$

$$\pi_{\pi}(+1)(-1)^{0} = (+1)(+1)(-1)^{1}$$

On en déduit donc que $\pi_{\pi} = -1$.

2. Les résonances

En physique subatomique, une résonance correspond à un pic observé dans le spectre de section efficace en fonction de la masse invariante. Ce pic correspond à la création de particules de courte durée de vie. On associe aux résonances une largeur à mi-hauteur Γ à laquelle correspond une durée de vie $\tau = \hbar/\Gamma$ en utilisant le principe d'incertitude d'Heisenberg. Plus la résonnace est large et plus la durée de vie sera courte. La distribution correspondant à ce pic est souvent donnée par une distribution de Breit-Wigner. Dans la réalité, la fonction est souvent différente à cause des effets expérimentaux.



De nombreuses résonances hadroniques sont observées. Par exemple les résonances Δ sont produites lors de la diffusion élastique de pions sur des protons. Ces résonances, Δ^{++} , Δ^{+} , Δ^{0} et Δ^{-} font partie d'un quadruplet d'isospin T = 3/2

3. Les quarkonia

Les mésons constitués d'un quark et d'un antiquark lourds (c ou b) sont appelés des quarkonia. S'ils sont constitués d'un quark c, ce sont des charmonia ; s'ils sont constitués d'un quark b, on parlera de bottomonia. Ces quarkonia ont leur saveur qui est cachée : les nombres quantiques c ou b sont nuls.

Le J/ψ est le charmonium dont la découverte a permis de confirmer l'existence du quark c. La durée de vie anormalement élevée du J/ψ vient du fait qu'un certain nombre de canaux de désintégration sont "supprimés", c'est à dire ont un rapport de branchement plus petit qu'attendu. L'explication vient de la règle de Zweig (ou règle OZI) qui montre que les modes de désintégration avec des diagrammes de Feynman dits déconnectés ont une probabilité plus

faible de se produire.

La spectroscopie des charmonia ou des bottomonia est assez complexe, comme on peut le voir sur le diagramme ci-dessous.



A noter que jusqu'à présent il n'a jamais été observé de toponium (état lié $t\bar{t}$). Outre le fait que le quark top est extrêmement lourd (pratiquement la masse d'un atome de tungstène !), sa durée de vie de 10^{-25} s ne lui laisse pas le temps de former un état lié.

VII. Le modèle des quarks

1. Le modèle des quarks

Avec l'arrivée d'accélérateurs de plus en plus puissants, un grand nombre de particules "élémentaires" ont été découvertes. Il paraissait évident que la nature ne pouvait pas être aussi compliquée et qu'il y avait certainement des briques élémentaires plus simples qui permettaient de construire toutes ces particules.

De plus si on place les hadrons ayant le même moment cinétique-parité In sur un dia- gramme

isospin-hypercharge (Y = B + s + c + b + t avec B le nombre baryonique et s, c, b et t les saveurs des quarks), ces particules dessinent des figures géométriques correspondant à un multiplet d'isospin et laissant penser à l'existence d'une structure sous-jacentes. En 1964, Murray Gell-Mann et George Zweig on fait l'hypothèse que le proton et le neutron, ainsi que les différents hadrons découverts à l'époque, étaient composés de particules plus petites : les quarks.



2. Construction des hadrons

En prenant les propriétés de ces quarks et de leurs antiparticules, nous allons voir que l'on peut construire les différentes particules.

Famille	Quark	Spin	Q/e	В	Т	<i>T</i> ₃	S	с	b	t	π
"légers"	u (up)	1/2	+2/3	1/3	1/2	+1/2	0	0	0	0	+1
	d (down)	1/2	-1/3	1/3	1/2	-1/2	0	0	0	0	+1
"mi- lourds"	c (charmed)	1/2	+2/3	1/3	0	0	0	+1	0	0	+1
	s (strange)	1/2	-1/3	1/3	0	0	-1	0	0	0	+1
"lourds"	t (top)	1/2	+2/3	1/3	0	0	0	0	0	+1	+1
	b (bottom)	1/2	-1/3	1/3	0	0	0	0	-1	0	+1

Antiquark	Spin	Q/e	В	Т	<i>T</i> ₃	S	с	b	t	π
ū	1/2	-2/3	-1/3	1/2	-1/2	0	0	0	0	-1
đ	1/2	+1/3	-1/3	1/2	+1/2	0	0	0	0	-1
ē	1/2	-2/3	-1/3	0	0	0	-1	0	0	-1
s	1/2	+1/3	-1/3	0	0	+1	0	0	0	-1
ī	1/2	-2/3	-1/3	0	0	0	0	0	-1	-1
b	1/2	+1/3	-1/3	0	0	0	0	+1	0	-1

Construisons les mésons $q_1 \overline{q_2}$ formés des quarks u, d, s. Le moment cinétique total est $\vec{l} = \vec{S}(q_1) + \vec{S}(q_2) + \vec{L} = \vec{0} + \vec{L}$ ou $\vec{1} + \vec{L}$.

La parité est donnée par $\pi = (+1).(-1).(-1)^{L} = (-1)^{L+1}.$

Pour un moment orbital relatif $\vec{L} = \vec{0}$, si $I^{\pi} = 0^{-}$, on parlera de méson pseudo-scalaire (voir le chapitre sur la parité), si $I^{\pi} = 1^{-}$, on parlera de méson vecteur.

Les états excités des mésons sont caractérisés par une valeur de \vec{L} supérieure à 0. On obtient donc des valeurs différentes de I^{π} comme $0^+, 1^+, 2^+...$

$q\overline{q}$	T ₃	т	Q/e	S	Y
u $ar{u}$	0	0 ou 1	0	0	0
u $ar{d}$	1	1	1	0	0
u <i>s</i>	1/2	1/2	1	1	1
d $ar{u}$	-1	1	-1	0	0
d $ar{d}$	0	0 ou 1	0	0	0
d	-1/2	1/2	0	1	1
s $ar{u}$	-1/2	1/2	-1	-1	-1
s \bar{d}	1/2	1/2	0	-1	-1
s <i>s</i>	0	0	0	0	0

Les combinaisons de 3 quarks avec 3 antiquarks donnent 9 combinaisons possibles :

En théorie des groupe, on peut démontrer que ces 9 combinaisons du groupe SU(3) se décomposent en un singulet et un octet pour lesquels toutes les particules ont même valeur de I^{π} .



Dans un multiplet d'isospin, les particules de même saveur appartiennent à un doublet ou triplet d'isospin et ont aussi la même masse aux effets coulombiens près. Les antiparticules s'obtiennent par symétrie par rapport à l'origine.

Au centre de la figure, on remarque qu'il existe plusieurs combinaisons de quarks possibles. Les états physiques (particules) correspondent dans ce cas-là à des combinaisons linéaires orthogonales des combinaisons de quarks :

SU(3)	Y	SU(2)	Т	T ₃	méson	état du système	Q/e
	1	doublat	1/2	1/2	K+	us	1
	1	doublet	1/2	-1/2	K ⁰	ds	0
				1	π^+	u $ar{d}$	1
octet	0	triplet	1	0	π^0	$\sqrt{1/2} \left(\mathrm{u}\overline{u} - \mathrm{d}\overline{d} \right)$	0
				-1	π^-	$\mathrm{d}ar{u}$	-1
	0	singulet	0	0	η	$\sqrt{1/6} \left(u \bar{u} + d \bar{d} - 2 s \bar{s} \right)$	0
		doublet	1/2	1/2	K ⁰	$\bar{d}s$	0
	-1			-1/2	K-	ūs	-1
singulet	0	singulet	0	0	η'	$\sqrt{1/3}(\mathrm{u}\bar{u}+\mathrm{d}\bar{d}+\mathrm{s}\bar{s})$	0

On peut donc au final ranger les particules dans l'octet des mésons ci-dessous (+ le singulet) :



La construction des baryons est plus complexe et va consister à combiner 3 quarks u, d ou s. Si on considère l'état fondamental qui correspond à $\vec{L} = \vec{0}$ on formera les baryons $I^{\pi} = 1/2^+$ ou $3/2^+$. On va obtenir au final 27 combinaisons possibles. La théorie des groupes nous indique que ces combinaisons forment un singulet antisymétrique (si on permute 2 quarks, la fonction d'onde change de signe), un décuplet symétrique et deux octet mixtes (sym pour une permutation donnée de 2 quarks et antisym pour les autres permutations). Au final on arrive à la construction d'un octet ($I^{\pi} = 1/2^+$) et d'un décuplet ($I^{\pi} = 3/2^+$) de baryons :



On remarque sur le décuplet des baryons des particules où les 3 quarks sont identiques.

C'est le cas pour le Ω^- . De plus comme $I^{\pi} = 3/2^+$, leurs spins sont alignés. Les quarks étant des fermions, ces états devraient être interdits par le principe d'exclusion de Pauli. La seule solution pour sauver le principe d'exclusion de Pauli est de rajouter un nombre quantique qui

prend une valeur différente pour chacun des quarks : la couleur. Chacun des 3 quarks porte une couleur différente : rouge, vert, bleu. La fonction d'onde redevient antisymétrique. Cette propriété des quarks n'apparait pas à l'échelle des hadrons. On dit que les hadrons sont blancs par combinaison des 3 couleurs primaires pour les baryons ou d'une couleur et son anticouleur pour un méson (quark + antiquark). Bien que cette propriété soit cachée à l'échelle des hadrons, en offrant un degré de liberté supplémentaire aux quarks, elle va avoir des conséquences sur les valeurs des sections efficaces de production des hadrons comme on le verra un peu plus bas.

3. Preuves expérimentales du modèle des quarks

Une des premières évidences que les hadrons, comme le proton, sont composés de particules plus petites, vient de la diffusion d'électrons sur les protons. La section efficace de diffusion élastique est de la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F(Q^2)|\sigma_{Mott}$$

avec $F(Q^2)$ le facteur de forme (voir chapitre section efficace) qui contient l'information sur la structure interne du hadron. Q^2 est le carré du quadivecteur impulsion-énergie du photon virtuel transféré lors de la diffusion de l'électron sur le proton. Plus Q^2 est grand et plus la longueur d'onde associée au photon est petite.

Dans le cas de la diffusion profondément inélastique avec des électrons de plus haute énergie, le proton a peu de chance de survivre à la collision et on note W la masse invariante des hadrons produits dans l'état final de la collision. Le photon dans ce cas diffuse sur un quark qui est une particule ponctuelle et la section efficace est peu dépendante de Q^2 . C'est ce qu'on observe sur la figure ci-dessous.



C'est aussi par des études de diffusion sur le proton, et entre autres la diffusion de neutrinos, que la charge au carré des quarks a été mesurée, renforçant ainsi le modèle des quarks. Ces études ont aussi permis de valider l'existence de la couleur. En effet, la mesure du rapport :

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = e_u^2 + e_d^2 + e_s^2 + e_c^2 + e_b^2 = \frac{11}{9}$$

sans prendre en compte la couleur et en ne considérant que 5 quarks (le quark top n'était pas produit à l'époque de l'étude). En prenant en compte l'hypothèse de la couleur $R = 3 \times 11/9 = 11/3$.

Sur la très belle figure ci-dessous on observe les rapports obtenus en fonction du nombre de quarks produits confirmant une fois de plus le modèle des quarks.



Enfin, l'existence des gluons a été confirmée dans l'observation des jets. Un jet correspond à l'émission d'une gerbe hadronique résultant de l'hadronisation (transformation en hadrons) de quarks et de gluons émis dans une collision.

En conclusion, les hadrons sont des objets complexes, composées de quarks et de gluons. La structure du hadron fait l'objet d'études poussées qui permettent aujourd'hui d'avoir une vision assez précise de la composition d'un proton.

VIII. Au-delà du modèle standard

Ce chapitre dépasse le cadre de ce qui est demandé en M1. Il est là pour donner un aperçu des derniers développements concernant le modèle standard et les recherches pour aller au-delà.

Le modèle standard repose sur des groupes de symétrie. Par exemple l'interaction électromagnétique des particules chargées est complètement décrite par l'électrodynamique quantique (QED) qui est une théorie invariante de jauge décrite par le groupe $U(1)_{EM}$. L'invariance de jauge globale entraîne la conservation de la charge électrique totale.

Yang et Mills ont remarqué que pour l'interaction électromagnétique, l'invariance de jauge globale conduit à la conservation de la charge électrique et que si on impose une invariance de jauge locale (le terme de jauge dépend des variables d'espace) aux équations (par exemple l'équation de Schrödinger) on fait naturellement apparaitre le potentiel électromagnétique (V, \vec{A}) . Ils ont essayé de généraliser cette idée à l'interaction forte. C'est la base de la chromodynamique quantique (QCD). La QCD introduit la notion de couleur et se base sur le groupe de symétrie $SU(3)_c$. Ce groupe possède 8 générateurs qui sont les 8 gluons qui sont de masse nulle et qui ont la particularité de porter aussi une charge de couleur.

Glashow a repris les arguments de Yang et Mills et a proposé une théorie qui unifie l'interaction électromagnétique et faible. Cette théorie se base sur les groupes $U(1)_Y$

(hypercharge faible) transformant différemment leptons gauches et droits et introduisant un boson B^0 et $SU(2)_L$ transformant mutuellement électrons et neutrinos de chiralité gauche à l'intérieur du doublet, laissant les singulets invariants et introduisant les bosons W^+, W^- et W^0 . Cette théorie montre que les bosons Z^0 et le photon γ sont deux combinaisons orthogonales des bosons B^0 et W^0 , unifiant ainsi l'interaction électromagnétique et faible.

Le problème de ce modèle est que les bosons prédits sont sans masse alors que les bosons W^+, W^- et Z^0 sont massifs. Pour que ces bosons acquièrent une masse, S. Weinberg et A. Salam ont introduit le mécanisme de brisure de symétrie de Higgs au modèle de Glashow. Il permet, en ajoutant un champ scalaire, de provoquer une brisure de symétrie aux basses énergies et de générer de la masse non seulement pour les bosons mais aussi pour toutes les particules massives, tout en conservant l'invariance de jauge du lagrangien.

Malgré les succès du modèle standard (MS), un certain nombre de points laissent à penser que ce n'est pas la théorie la plus fondamentale de la nature :

- Le MS comporte pas moins de 26 paramètres libres non contraints par la théorie, ce qui semble être beaucoup trop. Peut-on réduire ce nombre de paramètres ?
- Pourquoi 3 familles de quarks et de leptons ? Pourquoi des masses si différentes dans ces 3 familles ? Existe-t-il un lien entre les quarks et les leptons ?
- Pourquoi la charge du proton est exactement l'opposée de celle de l'électron ?
- Le MS n'inclue pas la gravitation alors qu'à très haute énergie (échelle de Planck) les effets de la gravitation ne peuvent plus être négligés.
- ...

Les théoriciens recherchent donc des modèles qui vont au-delà du MS. Parmi ces modèles, il y a les théories de Grande Unification (GUT) et les théories de Supersymétrie (SUSY).

Dans le modèle de grande unification, l'idée générale est d'unifier à haute énergie les différents groupes de symétrie correspondant aux interactions forte, faible et électromagnétique dans un groupe plus grand. La symétrie de ce groupe serait spontanément brisée à plus basse énergie. Malgré les avancées faites par ce modèle, il n'inclut pas la gravitation. De plus il prévoit que le proton se désintègre, or pour le moment, aucune preuve expérimentale ne montre une désintégration du proton. Sa demi-vie a été mesurée supérieure à 6,6.10³³ ans.

Dans le modèle de supersymétrie (SUSY), la théorie est construite pour unifier les bosons et les fermions. Les bosons peuvent se transformer en fermions et réciproquement. Chaque fermion va donc posséder un superpartenaire qui est un boson et vice versa. Elle permet d'unifier les 3 interactions à haute énergie. La supersymétrie est considérée comme une des meilleures alternatives au MS. Malheureusement, les derniers résultats du LHC ne montent aucune preuve expérimentale de cette théorie.

C.Noyaux

I. Forces nucléaires

1. Introduction

L'étude de l'interaction forte à l'échelle du noyau est extrêmement complexe. L'inter- action forte au niveau du noyau est la partie résiduelle de l'interaction forte au niveau des quarks et gluons au sein des nucléons. C'est le pendant de l'interaction de Van der Waals pour l'électromagnétisme qui bien qu'étant une interaction résiduelle faible, joue un rôle très important notamment en chimie et biologie.

Avant de passer à l'étude de systèmes complexes comme les noyaux, il faut commencer à comprendre l'interaction entre 2 nucléons.

2. Caractéristiques de l'interaction forte

Donnons quelques caractéristiques semi-quantitatives de la force nucléaire :

- La force nucléaire est pratiquement indépendante que le nucléon soit un proton ou un neutron : cette propriété est appelée indépendance de charge.
- La force nucléaire est une interaction forte : on constate que l'énergie de liaison B_N de chaque nucléon dans le noyau (autour de 8 MeV) est très supérieure à l'énergie de liaison de chaque électron B_e dans l'atome (quelques eV à quelques centaines de keV pour les électrons les plus liés dans les atomes lourds). De plus l'interaction forte assure la cohésion du noyau.
- La force nucléaire est de courte portée, de l'ordre de 1,5 fm.
- La force nucléaire est répulsive à courte distance : pour des distances r < 0,5 fm la force nucléaire devient répulsive à cause du principe d'exclusion de Pauli (les nucléons étant des fermions).
- La force nucléaire est saturante : un nucléon ne va interagir qu'avec quelques voisins pour que B_N et le volume V du noyau soient proportionnels au nombre de nucléons A.
- La force nucléaire dépend du spin du système formé (voir détails ci-dessous)
- Elle dépend aussi de l'isospin (voir détails ci-dessous)
- La force nucléaire a une composante tenseur : la composante tenseur correspond à un terme non central.
- a. Isospin d'un système de plusieurs particules : le noyau

L'additivité de l'isospin pour un système de A nucléons donne :

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^{N} \vec{t}_i$$

$$t_3 = \sum_{i=1}^N t_{3i}$$

avec $t_{3p} = 1/2$ et $t_{3n} = -1/2$.

Pour un noyau X ayant Z protons et N neutrons, on a donc $T_3 = \frac{Z-N}{2}$ qui est caractéristique de l'asymétrie entre le nombre de protons et de neutrons. A cette valeur unique peut correspondre différentes valeurs de $T: T_{fond} = |T_3| \le T \le \frac{Z+N}{2} = \frac{A}{2}$. En résumé, un noyau est caractérisé par sa 3ème composante T_3 . Un état d'un noyau (niveau

d'énergie) est caractérisé par son isospin \vec{T} .

On notera également que l'interaction forte est indépendante de charge, elle agit de la même manière sur un proton ou un neutron. Elle est donc indépendante de T_3 puisque $T_3 = Q/e + Q/e$ 1/2. Par contre l'interaction forte dépend de \vec{T} .

Nous reviendrons sur ces notions lors de l'étude des états analogues d'isobariques.

b. Rôle du spin et de l'isospin

Considérons un état composé de 2 nucléons. L'isospin total $\vec{T} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2}$ et sa projection est donnée par $t_3 = t_{31} + t_{32}$ avec $t_3 = 1/2$ pour un proton et -1/2 pour un neutron. On peut donc former 4 états d'isospin possibles :

un triplet (T=1) symétrique

$$\begin{cases} |11\rangle = |pp\rangle \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn\rangle + |np\rangle) \\ |1-1\rangle = |nn\rangle \end{cases}$$

et un singulet (T=0) antisymétrique

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn\rangle - |np\rangle)$$

Toutefois, nous avons affaire à des fermions, le système doit donc satisfaire au principe de Pauli généralisé : S+L+T impair.

Pour le spin on peut aussi former 4 états possibles :

un triplet (S=1) symétrique

$$\begin{cases} |11\rangle = |1/2 \ 1/2\rangle \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1/2 - 1/2\rangle + |-1/2 \ 1/2\rangle) \\ |1-1\rangle = |-1/2 - 1/2\rangle \end{cases}$$

• et un singulet (S=0) antisymétrique

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1/2 - 1/2\rangle - |-1/2|1/2\rangle)$$

Sachant que le seul état lié de 2 nucléons est le deuton (pn) qui a un moment angulaire L = 0et $I^{\pi} = 1^+$, on en déduit donc, comme I = L + S que S = I et que le deuton est dans un état triplet de spin. On a donc L + S = I et donc la seule possibilité est d'avoir T = 0. Un système lié de deux nucléons est un singulet d'isospin antisymétrique. On notera qu'en effet on n'observe pas dans la nature d'états liés pp ou nn. On pourrait imaginer que on a un état pp dans un état triplet d'isospin symétrique, mais dans ce cas-là il faudrait que le spin S = 0 et $I^{\pi} = 0^+$ or on n'observe pas cet état dans la nature.

c. Potentiel d'interaction nucléon-nucléon

En prenant en compte toutes les propriétés déjà données ci-dessus, le potentiel d'interaction nucléon-nucléon inclut les différents termes suivants :

- Un potentiel central $V_0(r)$ répulsif à courte distance et correspondant à une force nulle pour une distance $\ge 1, 5$ fm.
- Un terme qui dépend du spin V_σ(r) σ₁. σ₂ avec σ₁ et σ₂ les matrices de Pauli. On peut montrer que ce terme apporte une contribution attractive pour S = 1 et répulsive pour S = 0.
- Un terme tenseur : le rôle du spin intervient aussi via un terme non central (qui dépend de l'orientation).
- Un terme "spin-orbite" : le potentiel dépend de la vitesse relative des nucléons. Il faut donc ajouter un terme qui dépend du moment angulaire des deux nucléons.
- Enfin, bien que l'interaction forte soit indépendante de la charge et donc de T₃ elle dépend de T
 . On ajoute donc un terme similaire à celui de spin mais pour l'isospin : V_τ(r) τ
 ₁. τ
 ₂ avec τ
 ₁ et τ
 ₂ les opérateurs d'isospin.

Au final nous pouvons donc écrire :

$$V(r, \overrightarrow{\sigma_1}, \overrightarrow{\sigma_2}, \overrightarrow{\tau_1}, \overrightarrow{\tau_2}, \vec{L}, \vec{S}) = V_0(r) + V_{\sigma}(r) \overrightarrow{\sigma_1} \cdot \overrightarrow{\sigma_2} + V_T(r) \hat{S}_{12} + \vec{L} \cdot \vec{S} + V_{\tau}(r) \overrightarrow{\tau_1} \cdot \overrightarrow{\tau_2}$$

II. Modèles nucléaires

1. Introduction

Modéliser un noyau revient à étudier *A* nucléons en interaction. On comprend donc aisément que la modélisation des noyaux devient rapidement extrêmement complexe lorsque *A* augmente. Dans ce chapitre nous nous intéresserons aux modèles "classiques" qui permettent de retrouver les principales propriétés des noyaux.

Plusieurs modèles existent que l'on peut classer en deux grandes catégories :

- Les modèles à particules indépendantes où chaque nucléon est considéré individuellement et évolue dans un potentiel moyen. Nous étudierons le modèle du gaz de Fermi et le modèle en couches.
- Les modèles collectifs qui rendent compte des effets collectifs. Nous étudierons le

modèle de la goute liquide et évoquerons les modes collectifs du noyau.

Les efforts théoriques actuels portent sur une description microscopique du noyau à partir du potentiel d'interaction effectif nucléon-nucléon. C'est les méthodes Ab-initio qui permettent de décrire le comportement de noyaux jusqu'à $A \sim 30$.



2. Modèle à particules indépendantes

a. Modèle du gaz de Fermi

Le modèle du gaz de Fermi a été un des premiers essais pour incorporer la mécanique quantique. C'est le modèle à particules indépendantes le plus simple.

Dans ce modèle, les nucléons sont enfermés dans un volume $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$ et soumis à un potentiel attractif constant. Le potentiel est nul à l'intérieur du noyau et infini à l'extérieur. Les particules se placent sur les différents niveaux d'énergie. Le dernier niveau rempli correspond au niveau de Fermi.

Le nombre dn de protons ou de neutrons (on considère séparément ici les protons ou les neutrons) compris dans un intervalle d'impulsion dp est donné par :

$$dn = \frac{2V4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$$

avec $(2\pi\hbar)^3$ le volume d'une cellule élémentaire et le facteur 2 vient de la dégénérescence de spin des nucléons. L'énergie de Fermi est donnée par :

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m}$$

Le nombre de protons ou de neutrons peut ensuite être calculé avec :

$$N_{nucleons} = \int_0^{P_F} dn$$

De là on en déduit que :

$$P_F = \left(\frac{2N_{nucleons}}{A}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{(9\pi)^{\frac{1}{3}}}{2} \frac{\hbar}{r_0}$$
$$E_F = \left(\frac{2N_{nucleons}}{A}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{(9\pi)^{\frac{2}{3}}}{8} \frac{\hbar^2}{m r_0^2} = \left(\frac{2N_{nucleons}}{A}\right)^{\frac{2}{3}} E_F^0$$

En faisant l'approximation que N = Z = A/2, on remarque que, en première ap- proximation, E_F et P_F sont indépendants de A, c'est une conséquence de la saturation nucléaire. En prenant $r_0 = 1,2$ fm on trouve que $E_F = 37$ MeV. Comme l'énergie de liaison d'un nucléon est de l'ordre de 8 MeV (voir modèle de la goutte liquide), on en déduit que la profondeur totale du puits de potentiel est de l'ordre de 43 MeV.

Il est intéressant de calculer l'énergie cinétique des nucléons. Elle vaut :

$$T_{nucleons} = \int_{0}^{P_{F}} \frac{p^{2}}{2m} \, dn = \frac{3}{10} \, E_{F}^{0} \, A \left(\frac{2N_{nucleons}}{A}\right)^{\frac{5}{3}}$$

En remplaçant $N_{nucleons}$ par N ou Z, l'énergie cinétique totale du noyau s'écrit :

$$T = T_{neutrons} + T_{protons} = \frac{3}{10} E_F^0 A \left[\left(1 + \frac{x}{A} \right)^{\frac{5}{3}} + \left(1 - \frac{x}{A} \right)^{\frac{5}{3}} \right]$$

avec x = N - Z. En faisant un développement limité en x/A on trouve :

$$T = \frac{3}{5} E_F^0 + \frac{1}{3} E_F^0 A \frac{(N-Z)^2}{A} + \cdots$$

Le premier terme correspond à l'énergie cinétique lorsque N = Z. Le deuxième terme, que l'on retrouvera dans la formule de Bethe et Weizsäcker lors de l'étude du modèle de la goutte liquide, montre que l'énergie cinétique augmente avec N - Z qui est le terme d'asymétrie. Ceci conduit donc à diminuer l'énergie de liaison des nucléons dans le noyau. On trouve donc ici une justification pour laquelle les noyaux tendent à minimiser la différence entre le nombre de protons et de neutrons. On note aussi qu'une autre justification se trouve dans le fait que l'interaction proton-neutron est légèrement plus attractive que celle neutron-neutron ou proton-proton comme nous l'avons vu dans le cas du deuton.

Notons au passage que le puits de potentiel n'est pas le même pour les protons et les neutrons comme on peut le voir sur la figure ci-dessous.



La répulsion coulombienne entre les Z protons fait qu'ils sont moins liés. Le puit de potentiel des protons est rehaussé d'une quantité $\propto Z^2$. On voit aussi apparaître une barrière de potentiel coulombienne.

Pour les noyaux stables avec N > Z, un proton voit plus de neutrons que l'inverse. La profondeur du puit en protons va s'abaisser d'une valeur $\propto Z(N - Z)/A$.

Le dernier niveau occupé est le niveau de Fermi, qui peut être pratiquement le même pour les protons et les neutrons dans les noyaux stables (figure ci-dessous). Les neutrons peuvent donc être stables dans le noyau car tous les états de proton vers lesquels le neutron pourrait se désintégrer, sont déjà occupés. Le principe de Pauli interdit la dés- intégration et de plus il n'y a aucun gain en énergie, le noyau cherchant à être dans un état d'énergie minimale.



Puits neutron et proton pour le noyau ¹¹⁴Sn (Z = 50 et N = 64)

b. Modèle en couches

Plusieurs observations expérimentales viennent étayer l'idée de modéliser le noyau en s'inspirant du modèle en couches des électrons dans l'atome. On observe par exemple, comme pour les électrons de l'atome, que les protons ou les neutrons semblent plus fortement liés pour des valeurs particulières de leur nombre : 8, 20, 28, 50... Cette stabilité plus grande du noyau pour ces valeurs à conduit à appeler ces nombres des nombres magiques. Sur la figure ci-dessous est représentée l'énergie de séparation des protons (en haut) et des neutrons (en bas), normalisée à l'aide d'un modèle semi-empirique. On notera les nombres magiques.



Pour l'étude du modèle en couches, nous allons choisir d'utiliser le potentiel harmonique pour représenter le potentiel nucléaire. Bien que l'on sache que ce potentiel ne reproduit pas bien le potentiel nucléaire, il présente le grand avantage d'avoir des solutions analytiques. On s'attend toutefois à devoir apporter des corrections à ce modèle pour arriver à retrouver les nombres magiques qui sont observés.

On considère donc l'oscillateur harmonique à 3 dimensions et à symétrie sphérique :

$$V(r) = -V_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right) = -V_0 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2$$

avec m la masse du nucléon plongé dans ce potentiel et donc :

$$\hbar\omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{m}} \frac{\hbar}{r_0 A^{\frac{1}{3}}}$$

La première remarque que l'on peut faire est que la distance entre les niveaux d'éner- gie du potentiel harmonique $\hbar\omega_0$ évolue comme $A^{-1/3}$. Lorsque A augmente, les niveaux d'énergie se resserrent.

Pour les calculs détaillés de la résolution de l'équation de Schrödinger, on pourra consulter les ouvrages suivants : "Introduction to quantum mechanics" - D. Griffiths, "Introductory nuclear Physics" - K. Krane ou "Mécanique Quantique" - J.L. Basdevant et J. Dalibard. Les grandes lignes de ce calcul seront détaillées en cours.

La résolution de l'équation de Schrödinger donne pour la fonction d'onde une solution de la forme :

$$\phi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = \frac{f_{nl}(r)}{r} Y_l^m(\theta,\varphi)$$

L'énergie prend la forme suivante :

$$E_{OH} = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega_0 = \left[2(n-1) + l + \frac{3}{2}\right]\hbar\omega_0 = E_{nl}$$

Avec :

- N = 0, 1, 2... le nombre quantique principal, il fixe la valeur de E. On a N = 2(n 1) + l.
- n le nombre quantique radial qui fixe le nombre de nœuds de la fonction d'onde qui comporte (n - 1) zéros
- *l* = 0, 1, 2... le nombre quantique azimutal (ou orbital). On utilisera la notation spectroscopique pour désigner les valeurs de *l*. A *l* = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6... correspond *s*, *p*, *d*, *f*, *g*, *h*, *i*, *j*...

On remarque que l'énergie dépend de n et l mais pas du nombre quantique magnétique m. On a donc une dégénérescence de 2(l + 1) à laquelle il faut ajouter un facteur 2 pour le spin. On peut montrer que la dégénérescence d'un état peut s'écrire $d_N = (N + 1)(N + 2)$. On peut donc placer d_N nucléons (on considère séparément protons et neutrons) dans un état d'énergie.

La parité associée à l'état d'un nucléon dans une sous-couche (n,l) est donnée par la parité de l'harmonique sphérique de la fonction d'onde soit $(-1)^l = (-1)^N$.

Dans le tableau ci-dessous est donné le remplissage des premières couches de l'oscillateur harmonique.

N	n	1	m	d_N	nl	Nombre de nucléons dans la couche
0	1	0	0	2	1s	2
1	1	1	-1, 0, 1	6	1p	6
2	1	2	-2, -1, 0, 1, 2	10	1d	12
	2	0	0	2	2s	
3	1	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	14	lf	20
	2	1	-1, 0, 1	6	2p	

En résumé, pour les 5 premiers niveaux, on a :

N	E _N	d_N	Nbre to- tal de nucléons	nl	parité
0	(3/2)n <i>w</i>	2	2	1s	+
1	$(5/2)$ n ω	6	8	1p	-
2	$(7/2)$ n ω	12	20	1d, 2s	+
3	(9/2)nw	20	40	1f, 2p	-
4	(11/2)nw	30	70	1g, 2d, 3s	+
5	(13/2)nw	42	112	1h, 2f, 3p	-

On remarque que seuls les 3 premiers niveaux d'énergie donnent les bons nombres magiques. Comme on s'y attendait il faut adapter le modèle et introduire les effets de bord et le couplage spin-orbite.

Effet de bord.

La forme du potentiel du nucléaire, qui peut être modélisé par un potentiel de Woods- Saxon (WS), est différent du potentiel de l'oscillateur harmonique (OH).


Les nucléons avec une valeur de *l* grande se trouvent à des valeurs de *r* plus grandes.

Pour prendre en compte la différence entre les 2 potentiels, on ajoute au potentiel de l'OH $-Dl^2$ (avec D > 0) qui est un terme dit d'effet de bord.

L'ajout de ce terme va conduire à lever la dégénérescence en l, dégénérescence qui n'existe pas si on utilise un potentiel de WS. Les valeurs propres de $V_l = -Dl^2 \operatorname{sont} -D\hbar^2 l(l + 1)$, ce qui abaisse les niveaux correspondant à des états de grand *l*. Par exemple pour N = 3 on aura :



Toutefois, ceci ne suffit pas pour trouver les autres nombres magiques.

Couplage spin-orbite.

Ce terme de spin-orbite est inspiré de la physique atomique où le spin des électrons interagit avec le champ magnétique généré par son mouvement dans le champ électrique du noyau.

Nous avons vu lors de l'étude de l'interaction nucléon-nucléon, que le potentiel nucléaire comprend un terme de spin-orbite justifié par les résultats expérimentaux. Toutefois dans le noyau, cet effet est beaucoup plus important que celui observé en physique atomique pour les électrons. Ceci provient du fait que les nucléons génèrent eux-mêmes le champ dans lequel ils baignent et qu'on ne peut pas traiter ce terme comme une perturbation.

On aura donc : $V_{SO} = -a \ \vec{l} \cdot \vec{s}$ avec pour valeurs propres $-a \frac{\hbar^2}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right]$ et le potentiel prend la forme :

$$V(r) = V_{OH} - D\hat{l}^2 - a\,\vec{l}.\vec{s}$$

Les nombres quantiques qui vont caractériser une couche seront donc *n*, *l*, j = l + s et m_i . On

a une levée de dégénérescence supplémentaire puisque pour une valeur de *l* donnée on a 2 valeurs possibles pour j : j = l + 1/2 et j = l - 1/2 correspondant respectivement à $\Delta E = -l \frac{a\hbar^2}{2}$ et $\Delta E = (l+1)\frac{a\hbar^2}{2}$. On note que plus *l* est grand, plus l'écart ΔE est important.



Le remplissage des couches en prenant en compte les effets de spin-orbite se fait de la manière suivante (exemple pour les 3 premiers niveaux) :

N	n	1	j=l+s	mj	d_N Nombre de nucléons dans la sous- couche	nlj	Nombre de nucléons dans la couche
0	1	0	1/2	-1/2, 1/2	2	1s1/2	2
1	1	1	1/2	-1/2, 1/2	2	1p1/2	6
			3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1p3/2	
2	1	2	3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1d3/2	12
			5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1d5/2	
	2	0	1/2	-1/2, 1/2	2	2s1/2	
3	1	3	5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1f5/2	20
			7/2	-7/2, -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2, 7/2	8	1f7/2	

2	1	1/2	-1/2, 1/2	2	2p1/2
		3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	2p3/2

Au final on obtient le résultat présenté sur la figure ci-dessous. On remarque que les nombres magiques (dernière colonne) correspondent à l'OH jusqu'à 20. Ensuite, la levée de dégénérescence par le terme de spin-orbite, qui devient de plus en plus importante avec l va faire apparaître les autres nombres magiques.

Les noyaux qui présentent un nombre de protons ou de neutrons qui correspond à un nombre magique sont plus stables et sphériques. Si le nombre de protons et de neutrons est magiques, on parle de noyau doublement magique. La particule alpha qui est particulièrement stable est justement le seul noyau léger doublement magique. La stabilité de la particule alpha a joué un rôle important lors de la nucléosynthèse primordiale.

Potentiel de Woods-Saxon



Moment cinétique et parité d'un noyau

Dans la nature, seuls 4 noyaux stables ont un nombre impair de protons et de neutrons alors que 167 noyaux stables existent avec N et Z pairs. Cette observation que les noyaux avec un nombre pair de protons et de neutrons sont plus stable que les noyaux présentant un nombre

impair de protons et de neutrons a conduit à l'hypothèse que les nucléons se regroupent par pairs. C'est la notion importante **d'appariement (ou pairing)**. Les nucléons avec des projections $+m_i$ et $-m_i$ du moment cinétique *j* se regroupent par pairs.

Ce phénomène fait partie de l'interaction résiduelle qui regroupe des termes d'interaction qui sont négligés au premier ordre dans l'approximation de champ moyen. On en tire plusieurs conséquences très importantes :

Si une couche contient un nombre pair de nucléons, dans son état fondamental tous les nucléons de cette couche sont appariés :

- Le moment cinétique résultat de chaque pair est donc nul : I=0.
- La parité associée, définie comme $\pi = (-1)^{l_1+l_2}$, vaut pour 2 nucléons appariés dans une même couche : $\pi = (-1)^{2l} = +1$

A partir de là, plusieurs cas peuvent se présenter : des noyaux pair-pair (pair en protons et pair en neutrons), pair-impair ou impair-impair.

Noyau pair-pair (A pair) : Dans son état fondamental, dans chacune des couches, tous ses nucléons sont appariés. Chaque paire contribue pour 0⁺ au moment cinétique total et à la parité. L'état fondamental d'un noyau pair-pair est donc 0⁺. Les états excités sont déterminés en considérant les règles de couplage de deux particules identiques de moment angulaire j₁ et j₂ :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1,m_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle | j_1 j_2 m_1 m_2 \rangle$$

Dans le cas où les particules sont des fermions, la fonction d'onde doit être antisymétrique par échange des particules :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1,m_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} \ (| j_1 j_2 m_1 m_2 \rangle - | j_2 j_1 m_2 m_1 \rangle)$$

Or, une des propriétés des coefficients de Clebsh-Gordan est donnée par :

$$\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | IM \rangle = (-1)^{J - j_1 - j_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle$$

Donc dans le cas de deux nucléons identiques sur la même sous-couche, avec la même valeur de *j*, on a :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1,m_2} \langle jjm_1m_2 | IM \rangle \frac{1 - (-1)^{J-2j}}{\sqrt{2}} \quad |jjm_1m_2\rangle$$

Les valeurs de *I* impaires donnent une fonction d'onde nulle. Dans ce cas précis, les valeurs des états excités sont paires : I = 0, 2, 4... (2j - 1). Dans le cas d'un noyau pairpair avec 2 neutrons ou 2 protons sur une couche non fermée au-dessus d'un cœur

inerte 0⁺, l'état fondamental sera 0⁺, les états excités 2⁺, 4⁺... jusqu'à $(2j - 1)^+$. La parité est ici positive puisque les 2 nucléons sont sur la même couche donc $\pi = (-1)^{2l} = +1$. L'ordre des états excités est ici respecté.

On peut ensuite considérer qu'un nucléon d'une paire passe sur une couche supérieure. On se retrouvera donc dans le cas où on a un nucléon non apparié sur 2 couches différentes. Ce cas sera traité de manière identique à celui des noyaux impair-impair (voir ci-dessous).

- Noyau pair-impair (A impair) : après remplissage de toutes les couches, il reste un nucléon célibataire sur une couche lj, que ce soit dans l'état fondamental ou excité. Compte tenu des propriétés d'appariement, c'est ce nucléon qui donnera la valeur de *I^π* du noyau. On aura donc *I* = *j* et π = (-1)^l.
- Noyau impair-impair (A pair) : les noyaux impair-impair possèdent un proton célibataire sur une couche j₁l₁ et un neutron célibataire sur une couche j₂l₂, que ce soit dans l'état fondamental ou excité. On couple donc ces valeurs pour obtenir les valeurs possibles de l^π :

$$|j_1 - j_2| \le l \le j_1 + j_2$$
 et $\pi = \pi_1 \pi_2 = (-1)^{l_1 + l_2}$

Il n'y a pas ici de restrictions sur les valeurs de I et les valeurs impaires sont donc possibles. De plus on ne peut pas prédire l'ordre des états et entre autres prédire quel état sera l'état fondamental.

La figure ci-dessous donne un exemple pour les états fondamentaux d'un noyau pair- pair et de deux noyaux miroirs pair-impair.



Enfin soulignons que l'effet de l'interaction résiduelle peut modifier l'ordre des états par rapport à celui prédit par le modèle en couches. Par exemple le modèle en couche prédit $I^{\pi} = 11/2^{-}$ pour ${}^{121}_{50}Sn^{71}$ qui est mesuré expérimentalement avec une valeur $1/2^{+}$. L'interaction résiduelle a surtout un effet pour les états excités.

c. Aspects expérimentaux

Différents types de réactions peuvent être utilisés pour étudier les noyaux : diffusions élastiques et inélastiques, réactions de transfert... Les réactions de transfert permettent de sonder les différents niveaux d'énergie des noyaux.

Les réactions de transfert peuvent être divisées en deux catégories :

- Les réactions de *stripping* où le noyau incident va transférer un nucléon au noyau cible. Par exemple dans la réaction ${}_{2}^{3}He^{1} + {}_{82}^{208}Pb^{126} \rightarrow {}_{1}^{2}H^{1} + {}_{83}^{209}Bi^{126}$ que l'on peut aussi écrire de manière plus synthétique ${}_{82}^{208}Pb({}_{2}^{3}He,d){}_{83}^{209}Bi$ avec *d* pour le deutérium, le noyau projectile cède un proton au noyau cible de plomb.
- Les réactions de *pick-up* où le noyau incident va capturer un nucléon au noyau cible. Par exemple : ³₂He¹ + ²⁰⁸₈₂Pb¹²⁶ → ⁴₂He² + ²⁰⁷₈₂Pb¹²⁵ où le projectile capture un neutron au noyau cible de plomb. On écrira cette réaction de manière synthétique : ²⁰⁸₂Pb(³₂He, α)²⁰⁷₈₂Pb

Prenons pour exemple la première réaction de transfert : ${}^{3}_{2}He^{1} + {}^{208}_{82}Pb^{126} \rightarrow {}^{2}_{1}H^{1}_{d} + {}^{209}_{83}Bi^{126}_{l}$

Comme c'est une réaction à deux corps, l'énergie du deutérium à un angle donné est parfaitement déterminée.



Comme on peut le voir sur la figure ci-dessus, on observe en fait plusieurs pics. Ceci s'explique parfaitement dans le cadre du modèle en couches en considérant que le projectile devra céder de l'énergie à la cible afin de placer le proton sur un niveau d'énergie de plus en plus élevé (figure ci-dessous). Comme l'énergie des différents niveaux est quanti- fiée, on observe différents pics.



d. États analogues isobariques

Rappelons que les noyaux miroirs sont des noyaux isobariques où le nombre de neutrons N de l'un est égal au nombre de protons Z de l'autre ou dit autrement, la description par le modèle en couches de l'un est la même que celle de l'autre en échangeant le rôle des protons et des neutrons. Si l'interaction forte est indépendante de charge, c'est-à-dire est la même entre protons et neutrons, on s'attend à observer les mêmes niveaux d'énergie. Sur la figure cidessous, on peut observer que les niveaux de basse énergie des noyaux miroirs de ${}^{14}_{6}C^{8}$ et ${}^{14}_{8}O^{6}$ sont similaires avec un décalage qui peut s'expliquer par les effets coulombiens. Ces niveaux sont aussi observés pour ${}^{14}_{7}N^{7}$ mais certains niveaux n'ont pas d'analogues dans les deux autres noyaux.



Comme cela a déjà été souligné, un noyau donné a une valeur unique de T_3 , mais si on néglige les effets coulombiens, et pourvu que les nucléons soient réparties dans les mêmes états quantiques, un état T donné présente une dégénérescence de 2T+1. L'état fondamental est donné par $|T_3|$ et on obtient les autres valeurs en augmentant T jusqu'à T = A/2. On retrouve la même séparation des niveaux dans les 2T+1 noyaux qui constituent le multiplet. Les états qui se correspondent sont appelés **états analogues**. A tout état d'isospin $T \neq 0$ d'un noyau (A,Z) correspond un état analogue dans les isobares (A, Z-1), (A, Z+1)... ou (A, Z+1), (A, Z+2)... qui présentent les mêmes caractéristiques.

On constate toutefois que la symétrie est brisée par l'interaction électromagnétique conduisant à des différences entre les niveaux d'énergie. On peut à partir de là, établir une formule de masse, fonction de T_3 . C'est l'Isobaric Multiplet Mass Equation (IMME) :

$$M_{at}c^2 = a(A,T) + b(A,T)T_3 + c(A,T)T_3^2$$

avec M_{at} la masse atomique (voir plus loin le chapitre sur les paraboles de masse pour la définition). Cette formule peut être établie à partir de la formule de Bethe et Weizsäcker.

3. Modèle collectif

a. Modèle de la goutte liquide

Le modèle de la goutte liquide est probablement le modèle le plus simple. Il part de la constatation que, exception faite des noyaux les plus légers, l'énergie moyenne de liaison des noyaux B_N/A évolue entre 7,3 et 8,7 MeV. On constate aussi que le volume du noyau est proportionnel au nombre de nucléons. On peut donc écrire que l'énergie de liaison du noyau peut se mettre sous la forme suivante :

$$B_N = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta$$

L'interprétation de cette formule est la suivante.

Les trois premiers termes sont classiques :

- 1^{er} terme $a_V A$: l'énergie de liaison est proportionnelle au nombre de nucléons. C'est le terme de volume avec $a_V \sim 16 \text{ MeV}$
- 2eme terme $a_S A^{2/3}$: les nucléons en surface ont moins de voisins que ceux dans le volume. Ils ont donc une contribution moindre à l'énergie de liaison. C'est le terme de surface avec $a_S \sim 17$ MeV
- 3eme terme $a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: la répulsion coulombienne contribue à diminuer l'énergie de liaison. Ce terme correspond à l'énergie potentielle de Z protons distribués uniformément dans une sphère. C'est de terme Coulombien avec $a_C \sim 0.7$ MeV

Les deux derniers termes correspondent aux effets quantiques :

- 4eme terme $a_A \frac{(N-Z)^2}{A}$: c'est le terme d'asymétrie qu'on a déjà rencontré dans l'étude du modèle de Fermi, avec $a_A \sim 23$ MeV
- 5eme terme δ : nous avons déjà vu que les noyaux pair-pair sont plus liés que les noyaux pair-impair, eux-mêmes plus liés que les noyaux impair-impair. Ce terme prend en compte cet effet. C'est le terme d'appariement avec $\delta = 0$ pour les noyaux pair-impair (A impair), $+12/\sqrt{A}$ pour les noyaux pair-pair (Z et N pairs) et $-12/\sqrt{A}$ pour les noyaux impair-impair (Z et N impairs)



Sur la courbe ci-dessus est représentée l'énergie de liaison par nucléon en fonction de A. On remarque que le Fe^{56} est un des éléments les plus stables, délimitant 2 zones :

- La zone des noyaux plus lourds que le fer qui peuvent fissionner.
- La zone des noyaux plus légers que le fer qui peuvent fusionner.

On notera la stabilité particulière de He^4 qui est la particule α .

Le modèle de la goutte liquide reproduit globalement bien cette courbe.

Nous verrons dans le chapitre sur les processus nucléaires dynamiques, l'application de la formule de Bethe-Weizäcker aux paraboles de masses dans les désintégrations par interaction faible.

b. Notions sur les excitations collectives

Le modèle en couche ne rend pas compte des propriétés des noyaux dont les nombres de nucléons se situent entre deux nombres magiques.

Le potentiel moyen n'a plus une symétrie sphérique. Il peut changer d'orientation dans l'espace ou osciller autour de sa position d'équilibre.

On aura apparition de mouvements collectifs : rotations et vibrations. Typiquement, on aura $E_{Excitation nucleon} > E_{vibration} > E_{rotation}$. On a une similitude avec la physique atomique. En effet, lorsque l'énergie d'excitation n'est pas suffisante pour faire passer un électron d'une couche à une autre, on peut quand même exciter des états de rotation ou de vibration en mettant en jeu des énergies de 10 à 1000 fois plus faibles. On comprend donc que ces états d'énergie de vibration ou rotation vont s'intercaler avec les états d'énergie rencontrés dans le modèle en couches.

Pour les états de vibration, on pourra avoir un mode monopolaire : le noyau reste sphérique mais le rayon augmente et diminue ; un mode dipolaire : oscillation relative des protons et neutrons suivant un axe de symétrie ; mode quadrupolaire : le noyau oscille entre une sphère et un ellipsoïde de révolution, déformé dans un sens puis dans l'autre...

Les états de rotation ne sont observés que pour des noyaux non sphériques. La figure suivante montre les bandes d'énergie observées, à gauche pour les états de vibration d'un noyau sphérique, à droite pour les états de rotation d'un noyau déformé. On notera que les écarts entre les niveaux d'énergie des états de rotation sont beaucoup plus faibles comme nous l'avons déjà souligné.



La figure ci-dessous donne différentes formes de noyaux observés.



III. Processus nucléaires dynamiques

- 1. Retour sur la notion de section efficace
- a. Diffusion de Rutherford, dimension du noyau

La diffusion Rutherford, a permis la découverte du noyau atomique. Elle est étudiée en mécanique classique comme exemple de mouvement à force centrale. Nous allons rappeler quelques résultats de cette étude.



La distance minimale d'approche du noyau est donnée par :



On peut montrer par un calcul classique, que la section efficace de diffusion de la particule α sur le noyau est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi b \frac{db}{d\Omega} = \frac{d_0^2}{16\sin^4\frac{\theta}{2}} = \left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha}\right)^2 \frac{1}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

Notons que l'on peut aussi utiliser la formule montrée au chapitre 10 : $\frac{d\sigma}{dq^2} \propto \frac{\alpha^2}{q^4} |F(q)|^2$ avec

F(q) le facteur de forme qui est égal à 1 lorsque le centre diffuseur est considéré comme ponctuel et α la constante de structure fine. Dans ce cas on utilise le fait que le transfert d'impulsion $q = 2p \sin(\theta/2)$. On montre alors que la section efficace de Rutherford peut se mettre aussi sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{16 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Dans le cas relativiste, la section efficace de Rutherford, devient la section efficace de Mott. Rappelons que les sections efficaces de Rutherford et de Mott correspondent à l'approximation où le noyau est vu comme un point et où le recul est négligé. On obtient :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruther.} 4\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_{\alpha}}\right)^2 \frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

Si on effectue une diffusion de noyaux de particules α sur un noyau d'or à une énergie cinétique $T_{\alpha} = 5$ MeV, on observe la section efficace suivante en fonction de l'angle de diffusion.



On constate un très bon accord entre la théorie et l'expérience. Le noyau d'or est vu comme ponctuel, en accord avec les hypothèses faites pour le calcul. On peut en effet calculer plusieurs quantités (faire ces calculs en exercice). La barrière de potentiel Coulombien du noyau d'or est de l'ordre de 30 MeV, donc bien supérieure aux 5 MeV de la particule α . La distance d_0 est de 45 fm, bien plus grande que la taille du noyau, interdisant ainsi de voir la structure interne. On peut également calculer la longueur d'onde associée à la particule α et montrer qu'elle est de l'ordre du rayon du noyau d'or (7 fm).

Si on augmente l'énergie de la particule α , autour de 30 MeV, elle va avoir une énergie suffisante pour sonder la structure interne du noyau. Sur la figure ci-dessous, qui donne la section efficace pour $\theta = 60^{\circ}$ en fonction de l'énergie de la particule α on observe un changement de pente qui s'explique par le facteur de forme qui devient différent de 1 dans le cas où le noyau ne peut plus être considéré comme ponctuel.



b. Distribution de charges dans les noyaux

Pour étudier la distribution de charges dans le noyau, le plus simple est d'étudier la diffusion d'électrons (Pourquoi l'électron est particulièrement intéressant pour sonder le noyau ?).

En mécanique quantique, on peut calculer la section efficace par le calcul de la probabilité de transition entre l'état initial avant diffusion et l'état final après diffusion. Cette probabilité est donnée par la règle d'or de Fermi :

$$\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \left\langle \Psi_f | V | \Psi_i \right\rangle \right|^2 g_f = \frac{2\pi}{\hbar} \left| V_{if} \right|^2$$

Avec g_f la densité d'états finals et V_{if} l'élément de matrice du potentiel d'interaction entre l'état initial et l'état final.

On démontre que dans le cas de cette diffusion sous l'effet de l'interaction électromagnétique, on a :

$$V_{if} = -\frac{1}{v} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{q^2} F(\vec{q})$$

avec v le volume de normalisation, \vec{q} le transfert d'impulsion et $F(\vec{q})$ le facteur de forme.

Le facteur de forme contient l'information sur la distribution de charge dans le noyau. C'est en fait la transformé de Fourier de la distribution de charge :

$$F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}.\vec{r}} d^3r \quad \text{avec} \quad \int \rho(\vec{r}) d^3r = 1$$

Au final pour la diffusion d'électrons sur le noyau, on obtient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point} |F(q)|^2$$

avec la section efficace de diffusion élastique sur une particule ponctuelle $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{point}$ qui correspond soit à la section efficace de Rutherford soit à celle de Mott suivant le cas à considérer.

Notons que ce qui a été développé ici est totalement applicable dans le cas de l'étude de la structure du proton, dans la limite des hypothèses utilisées.

De la mesure de la section efficace, on peut donc extraire le facteur de forme et donc la distribution de charges. Sur la figure ci-dessous (H.F. Ehrenberg et al., Phys. Rev. 113, 666 (1959)) est représentée la section efficace différentielle en fonction de θ . On remarquera la similitude avec les figures de diffraction.



En prenant la transformée de Fourier inverse, on déduit de cette mesure la distribution de charges en fonction du rayon. Sur la figure ci-dessous est représenté la densité de charge (donc de protons) pour différents noyaux.



On constate que cette densité est constante à l'intérieur du noyau, confortant d'un point de vue expérimental les hypothèses déjà faites de la saturation de la densité nucléaire et donc que le volume du noyau est proportionnel au nombre de nucléons A.

Comme on peut le voir sur la figure ci-dessous, la surface du noyau est diffuse et la densité ne tombe donc pas de manière abrupte. On associe à ça une **épaisseur de peau**. Le rayon correspond à la taille du noyau pour une densité ρ/ρ_0 supérieure à 0,5. Cette distribution est similaire à celle de Wood-Saxon déjà évoquée dans le modèle en couches.



On a donc :

$$\rho_{nucleon} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} = 0,14 \text{ nucléons}/fm^3 \text{ ou } 2,3.10^{14} \text{ g/cm}^3$$

avec pour rayon $R = r_0 A^{1/3}$.

On a pu vérifier expérimentalement par diffusion de protons, qui sont en plus sensibles à l'interaction forte, que la distribution des neutrons dans le noyau est semblable à celle des protons.

- 2. Radioactivités et parabole de masse
- a. Expression de la masse des noyaux et des atomes

La masse du noyau est donnée par $m_N c^2 = Z m_p c^2 + N m_n c^2 - B_N$ avec B_N l'énergie de liaison donnée par la formule de Bethe et Weizsäcker.

La masse atomique, masse de l'atome composé du noyau et de ses électrons est donnée par $M_{at}c^2 = m_Nc^2 + Z m_ec^2 - B_e$ avec B_e l'énergie de liaison des électrons. On considère comme négligeable cette énergie par rapport aux autres valeurs mises en jeu.

Comme unité on utilisera le MeV ou l'unité de masse atomique (u.m.a.) définie par : $M_{at}c^2({}^{12}C) = 12 u.m.a.$

L'excès de masse atomique : $\Delta M_{at} = M_{at} - A$ en u.m.a.. On peut souhaiter exprimer ΔM_{at} en MeV. Pour cela on note que :

$$1 u.m.a. = \frac{M_{at}c^2({}^{12}C)}{12} = 931,5 MeV/c^2$$

On a donc $\Delta M_{at}c^2 = M_{at}c^2 - 931,5$. A en MeV.

Dans les tables de données nucléaires, c'est l'excès de masse atomique qui est tabulé. Comme on peut s'y attendre, l'excès de masse atomique du ${}^{12}C$ est égal à 0. Si l'excès de masse est négatif, c'est que le noyau a une énergie de liaison par nucléon plus grande que le ${}^{12}C$.

Notons enfin un point important. Il ne faut pas confondre excès de masse atomique avec le défaut de masse. Le défaut de masse donne l'écart entre la masse réelle du noyau et la somme des masses de chacun des nucléons libres.

La chaleur de réaction peut être calculée à partir de ces différentes définitions de la masse. Pour une réaction $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ on a (avec Z et A conservés entre l'état initial et final) :

- à partir de la masse nucléaire : $Q = m_1c^2 + m_2c^2 m_3c^2 m_4c^2$
- à partir de la masse atomique : Q = M_{at1}c² + M_{at2}c² M_{at3}c² M_{at4}c²
 à partir de l'excès de masse atomique : Q = ΔM₁c² + ΔM₂c² ΔM₃c² ΔM₄c²
- à partir de l'énergie de liaison (attention à l'ordre des termes !) : $Q = B_3 + B_4 B_1 B_1 B_2 + B_2 B_3 + B_4 B_1 B_3 + B_4 B_5 + B_5 +$ B_2
- b. Les radioactivités

Un noyau est dit stable lorsque sa durée de vie est infinie. Si sa durée de vie est finie, il est instable ou radioactif. Un noyau radioactif enchaine des désintégrations successives jusqu'à former un noyau stable. Plusieurs isotopes d'un élément peuvent être stables.

Un noyau est excité lorsqu'il a acquis un surplus d'énergie. Il peut alors vibrer ou présenter des états de rotation.

Sur la figure ci-dessous est représentée la carte des noyaux. A titre d'exemple, un zoom est fait sur les isotopes du calcium.



Il existe une dizaine de radioactivités différentes résumées dans le tableau ci-dessous.
Nous nous intéresserons à celles indiquées en caractères gras :

Interaction	Radioactivité (date de la découverte)	Particules émises par le noyau	
	γ (1900)	photon	
	2 γ (1987)	2 photons	
électromagnétique	2 γ vs γ (2015)	2 photons	
	électron de conversion (1938)	e-	
	émission de paire (1949)	e ⁺ e ⁻	
	β ⁻ (1898)	$e^-\overline{v_e}$	
	β ⁺ (1933)	e ⁺ v _e	
faible	capture électronique (1937)	ν _e	
	double β^- (1980)	$2e^{-}2\overline{v_{e}}$	

	double capture électronique (2001)	$2 v_e$	
	β^- état lié (1992)	v _e	
	α (1896)	⁴ ₂ He	
forte (+ELM)	n, p (1970), 2p (2000), 2n (2012)	n ou p ou 2p ou 2n	
	clusters (1984)	^{12}C ou ^{24}Ne ou ^{32}Si	
	fission (1939)	n + 2 noyaux lourds	
	fission ternaire (2010)	n + 3 noyaux lourds	

Désexcitation par interaction électromagnétique.

Émission γ : le noyau se désexcite en émettant un photon d'énergie $E = h\nu = E_i - E_f$ avec E_i l'énergie dans l'état initial et E_f l'énergie dans l'état final.

Conversion interne (voir aussi les TP) : Dans ce processus l'énergie de désexcitation du noyau est communiquée directement à un électron du cortège électronique de l'atome. En général c'est un électron de la couche K (état s) dont la probabilité de présence dans le noyau est non nulle. Cet électron est expulsé de l'atome avec une énergie précise. Ceci conduit à un réarrangement des couches électroniques avec émission de rayons X.

Désintégration par interaction faible.

Les trois désintégrations que l'on va étudier sont des désintégrations isobariques.

Désintégration β^- : dans cette désintégration on a le processus suivant $n \to p + e^- + \overline{v_e}$. On a donc pour un noyau :

$$A_Z X \to A_{Z+1} Y + e^- + \overline{\nu_e}$$

Dans une désintégration, le noyau initial est appelé noyau père et le noyau final noyau fils.

Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que Q > 0, ce qui se traduit par la condition :

$$\Delta M_{at}(A,Z)c^2 > \Delta M_{at}(A,Z+1)c^2$$

Désintégration β^+ : dans cette désintégration on a le processus suivant $p \rightarrow n + e^+ + v_e$. On a donc pour un noyau :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^{+} + \nu_{e}$$

Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que Q > 0, ce qui se traduit par la

condition :

$$\Delta M_{at}(A, Z)c^{2} > \Delta M_{at}(A, Z - 1)c^{2} + 2 m_{e}c^{2}$$

Capture électronique : dans cette désintégration, un électron du cortège électronique de l'atome est capturé par le noyau. On a ensuite réarrangement des couches électroniques avec émission de rayons X. On a le processus suivant $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ p. On a donc pour un noyau :

$$^{A}_{Z}X + e^{-} \rightarrow ^{A}_{Z-1}Y + \nu_{e}$$

Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que Q > 0, ce qui se traduit par la condition :

$$\Delta M_{at}(A,Z)c^2 > \Delta M_{at}(A,Z-1)c^2$$

La capture électronique est énergétiquement favorisée par rapport à la désintégration β^+ .

Désintégration par interaction forte.

Désintégration α : La désintégration consiste en l'émission par un noyau lourd d'une particule α qui est le noyau de ⁴*He*. On a donc pour un noyau :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He$$

L'énergie de la particule α varie peu entre 4 et 9 MeV alors que la période de désintégration varie considérablement entre 10^{-7} s et 10^{10} années. Ceci est en fait explicable en considérant que la particule α pré-existe dans le noyau et va être émise en franchissant, par effet tunnel, la barrière de potentiel coulombien du noyau. C'est la loi de Gamov, Condon et Gurney qui permet de retrouver la loi empirique de Geiger et Nutatall (1911) qui relie la période de désintégration radioactive à l'énergie cinétique de la particule α .

La fission : une fission se produit lorsqu'un noyau lourd, pour gagner en stabilité, va se casser en deux noyaux plus légers. En général, la fission donne des fragments asymétriques. Une fission dégage une énergie de l'ordre de 200 MeV.

c. Parabole de masse des noyaux isobares

En négligeant l'énergie de liaison des électrons, en utilisant la formule de Bethe et Weizsäcker et en exprimant l'équation en fonction de Z, on peut écrire :

$$M_{at}c^{2} = Z\left(m_{p}c^{2} + m_{e}c^{2}\right) + (A - Z)m_{n}c^{2} - a_{V}A + a_{S}A^{2/3} + \frac{a_{C}Z^{2}}{A^{1/3}} + \frac{a_{A}(A - 2Z)^{2}}{A} - \delta A^{1/3}$$

Si on considère des isobares (A = cste), c'est l'équation d'une parabole en fonction de Z.

Pour A impair, $\delta = 0$ et donc $M_{at}c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2$. Une seule parabole de masse existe. Il est important de rappeler que pour la désintégration β^+ il faut une écart de $2 m_e c^2$ entre les masses des atomes père et fils pour que la désintégration soit énergétiquement possible.



Pour A pair, $\delta = \pm \Delta A$ et donc :

- $M_{at}c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2 \Delta A$ pour Z et N pairs $M_{at}c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2 + \Delta A$ pour Z et N impairs

Il y a donc ici 2 paraboles de masse et dans les désintégrations successives, les noyaux sont situés alternativement sur l'une et l'autre de ces paraboles. On notera la même remarque que ci-dessus concernant les désintégrations β^+ et entre autres sur la figure ci-dessous, la désintégration du Tc vers le Mo n'est énergétiquement possible que par capture électronique. On notera aussi que pour un noyau impair-impair, il peut se désintégrer en deux noyaux stables pair-pair au minimum de la parabole.



En calculant $\partial B/\partial Z$ ou $\partial M_{at}/\partial Z$ on peut obtenir une bonne estimation du noyau le plus stable en prenant Z entier le plus proche. En prenant $m_p = m_n$ et en négligeant m_e on obtient sans difficultés :

$$Z = \frac{A}{2 + \left(\frac{a_C}{2a_A}\right)A^{2/3}} = \frac{A}{2 + 0.015 A^{2/3}}$$

3. Décroissances radioactives

Le nombre N(t) de noyaux radioactifs présents à l'instant t, et régi par l'équation différentielle : $dN/dt = -\lambda N$ avec λ la constante de désintégration qui n'est rien d'autre que la probabilité qu'un noyau se désintègre par unité de temps. On a $\lambda = 1/\tau$ avec τ la durée de vie moyenne du noyau.

En posant que, à t=0 on a $N(0) = N_0$ on retrouve la loi bien connue : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Si on considère un radioélément créé artificiellement par activation, l'équation différentielle est données par :

$$\frac{dN}{dt} = n_i - \lambda N$$

avec n_i le nombre de noyaux créés par irradiation et par unité de temps :

$$n_i = \Phi \frac{\mathcal{N}_a \rho e}{A} \sigma_T$$

On considère ici n_i comme constant durant toute l'irradiation. Ce n'est pas toujours le cas : par exemple si le flux varie ou si la cible est mince, le nombre d'atomes de la cible peut décroitre significativement, diminuant ainsi n_i .

La résolution de cette équation différentielle donne en considérant à t = 0 que N(0) = 0:

$$N(t) = \frac{n_i}{\lambda} \left(1 - e^{-\lambda t} \right) = \Phi \; \frac{\mathcal{N}_a \rho e}{A} \; \sigma_T \; \left(1 - e^{-\lambda t} \right)$$

La figure ci-dessous illustre l'évolution du nombre de radioéléments au cours du temps et l'irradiation à $t = t_0$.



On définit l'activité par A = nombre de désintégrations par unité de temps. On a dont simplement : $A(t) = \lambda N(t)$. Unité d'activité est le Becquerel. 1 Bq correspond à 1 désintégration par seconde. On utilise encore le Curie. Un Curie (Ci) correspond à l'activité d'un gramme de radium soit 37.10^9 Bq.

Il ne faut pas confondre la période appelée aussi demi-vie T avec la vie moyenne $\tau = 1/\lambda$.

La demi-vie ou période T est le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs présents est divisé par 2 :

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2}$$
 soit $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Si plusieurs modes de désintégrations i existent pour un même noyau, on définit le **rapport de branchement** qui va donner la probabilité (en %) que le noyau se désintègre suivant le mode considéré :

$$R_i = \frac{N_i(t)}{\sum_i N_i(t)} = \frac{\lambda_i}{\sum_i \lambda_i}$$

Dans le cas de filiations radioactives avec plusieurs noyaux intermédiaires, l'évolution du nombre de radioéléments d'une espèce donnée peut être complexe. On peut prendre comme exemple simple une chaîne à 3 corps A \rightarrow B \rightarrow C. Les corps A et B sont radioactifs et le corps C est stable.

Les équations différentielles à résoudre sont :

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A$$
 et $\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B$

La résolution de ces 2 équations nous donne :

$$N_A(t) = N_{A0} e^{-\lambda_A t}$$
 et $N_B(t) = \frac{\lambda_A N_{A0}}{\lambda_B - \lambda_A} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t} \right)$

On aura 2 cas limites :

$$T_B \ll T_A$$
 alors $N_B(t) = N_{A0} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t}$

Alors B décroît avec une période apparente donnée par T_A .

$$T_B \gg T_A$$
 alors $N_B(t) = N_{A0} e^{-\lambda_B t}$

A est complètement désintégré avant que B ne prenne son rythme de désintégration.

Un exemple d'application de filiation radioactive en médecine nucléaire est la "vache à technétium".

4. Quelques mots sur la nucléosynthèse

La nucléosynthèse concerne l'origine de la création des noyaux des différents éléments que l'on rencontre dans la nature.

On distingue différentes origines pour la nucléosynthèse :

- La nucléosynthèse primordiale qui a créé les noyaux légers pendant les 10 premières minutes après le big-bang. La nucléosynthèse primordiale s'arrête rapidement aux noyaux léger jusqu'au ⁷Li.
- La nucléosynthèse stellaire. Il a fallu attendre l'apparition des premières étoiles pour créer par fusion des noyaux plus lourds. La fusion est possible jusqu'au fer qui est le

noyau le plus stable. La création de noyaux plus lourds que le fer est très lente (quelques milliers d'années), c'est le processus s (s pour "slow"). La création des noyaux se fait par capture de neutrons. Ce processus ne permet pas de produire des noyaux plus lourds que le plomb.

• La nucléosynthèse explosive. Lors de l'explosion de supernovæ, les flux de neutrons extrêmement élevés, vont produire en quelques minutes les isotopes les plus lourds très riche en neutrons. Ils vont ensuite décroitre pour créer les différents éléments lourds mais aussi des éléments légers non produits lors de la combustion normale de l'étoile.

D'autres processus existent qui ne sont pas évoqués dans ce cours. A noter que l'observation le 17 août 2017 de la coalescence de deux étoiles à neutrons par différentes techniques d'observation (on parle d'observation multi-messagers), a été la première observation directe que ce phénomène de coalescence d'étoiles à neutrons participe active- ment à la nucléosynthèse des éléments lourds.

IV. Applications

Il existe de très nombreuses applications de la physique nucléaire. Nous allons en entrevoir quelques-unes.

1. Énergie nucléaire

La fission spontanée est très rare. La fission peut être induite par exemple par l'absorption d'un neutron par un noyau lourd qui va se retrouver dans un état excité. Il va ensuite se casser en deux fragments, de l'énergie va être libérée (environ 200 MeV) et 2 à 3 neutrons seront émis comme dans le cas de la fission de ^{235}U . Dans des conditions favorables, en présence d'une masse critique de matière fissile, ces 2 à 3 neutrons pourront provoquer d'autres fissions et entretenir cette réaction en chaîne de manière stable pour un réacteur nucléaire ou de manière explosive pour une bombe atomique.

Dans le cas des réacteurs nucléaires utilisés en France (réacteurs à eau pressurisée), l'eau est utilisée non seulement comme fluide caloporteur mais également pour thermaliser les neutrons. On remarque effectivement sur la figure ci-dessous, que la section efficace de fission de l'U235 est beaucoup plus élevée pour les neutrons thermiques.



En 2016 en France, 72 % de l'électricité était produite par les réacteurs nucléaires.

Actuellement un important programme de recherche a pour but d'exploiter la fusion thermonucléaire, c'est le programme ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor). Comme on l'a vu sur la courbe donnant l'énergie de liaison en fonction de A, une fusion libère beaucoup plus d'énergie par nucléon qu'une fission. Dans ITER, sera réalisée la réaction de fusion suivante :

$$d + t \rightarrow \alpha + n$$

Cette réaction libère une énergie de 17,6 MeV. L'objectif d'ITER est de produire 500 MW pendant 400 à 600 secondes en consommant 50 MW et de montrer la faisabilité scientifique et technique de ce type de réacteur.

2. Datation

Certainement, une des applications les plus connue est la datation par un élément radioactif comme le ¹⁴C. Comme on l'a vu, la loi de décroissance radioactive est décrite par une loi exponentielle. Si on a moyen de connaitre la quantité de radioéléments présents à l'instant t_0 , on peut, en mesurant l'activité d'un échantillon, remonter à l'âge de l'objet à dater. La datation au ¹⁴C s'applique aux êtres vivants qui absorbent durant leur vie le ¹⁴C. La proportion de ¹⁴C radioactif par rapport au ¹²C stable est connue. A la mort de l'organisme vivant correspond le temps t_0 et la quantité de ¹⁴C va décroitre. Avec le ¹⁴C, on peut remonter au maximum à des datations de 50 000 ans avec des incertitudes de plus en plus grandes en fonction de l'âge de l'objet.

3. Médecine nucléaire

Les applications de la physique nucléaire en médecine sont nombreuses. On connait bien entendu l'imagerie médicale qui va de la simple radiographie par rayons X à de l'imagerie fonctionnelle où l'on va injecter une molécule marquée avec un isotope radioactif pour voir le fonctionnement d'un organe en passant par exemple par la tomographie par émission de positrons (TEP).

De nombreux traitements de cancers font appel à de la radiothérapie. La radiothérapie peut consister à irradier une tumeur avec des rayons gamma ou avec des protons. Les protons présentent l'avantage de déposer l'essentiel de leur énergie en fin de parcours (pic de Bragg). On peut donc cibler préférentiellement la tumeur et épargner le plus possible les tissus sains. Une autre possibilité de la radiothérapie est la curiethérapie qui consiste à placer une source radioactive (par exemple sous forme d'aiguilles) à proximité de la tumeur.

De nombreuses recherches ont permis, et permettent d'envisager dans un avenir proche, des progrès très importants dans le traitement des cancers.

4. Notions de radioprotection

Donnons la définition d'unités importantes à connaitre en radioprotection :

- Le becquerel (Bq) : mesure l'activité d'une source radioactive. 1 Bq = 1 désintégration par seconde. L'ancienne unité, le curie (Ci) = 37 GBq est toujours largement utilisée surtout pour les sources qui présentent une forte activité.
- Le gray (Gy) : mesure la dose absorbée, c'est-à-dire l'énergie déposée dans la matière par le rayonnement. 1 Gy = 1 Joule/kg. On pourra encore trouver l'ancienne unité, le rad (rad) avec 1 Gy = 100 rad.
- Le sievert (Sv) : mesure les effets biologiques des rayonnements. La définition est plus complexe car elle fait intervenir le type de rayonnement et l'organe concerné par l'exposition. L'ancienne unité est le rem (rem) avec 1 Sv = 100 rem.

La loi française fixe des limites d'exposition pour le public et les travailleurs qui sont classés dans 2 catégories.

On retiendra essentiellement que l'exposition du corps entier est limité, sur 12 mois consécutifs, à 1 mSv pour le public et respectivement 6 mSv et 20 mSv pour les travailleurs de catégorie B et A. Ces expositions sont bien entendu au-delà de l'exposition naturelle à laquelle on est soumis. La figure ci-dessous donne le bilan de l'exposition moyenne de la population française en 2016.



Pour pouvoir faire les TP de physique nucléaire, vous recevrez une formation détaillée de radioprotection. On retiendra qu'un des principes de radioprotection (qui s'applique aussi en toxicologie) est le principe ALARA (As Low As Reasonably Achievable). C'est un principe de précaution qui consiste à limiter le plus possible l'exposition. Pour cela, le responsable de l'intervention (de l'expérience), doit la justifier et éviter les doses inutiles ; l'expérimentateur doit optimiser l'intervention ; la radioprotection doit fixer les contraintes individuelles et collectives pour limiter les doses.

D.Annexes

Rappel : calcul moment cinétique.

Pour des explications détaillées, on pourra par exemple consulter "Introduction to elementary particles" de D. Griffiths (chap 4).

Rappelons que dans ce cours, pour homogénéiser les notations, les notations utilisées sont celles de physique nucléaire : le moment cinétique est noté \vec{I} et l'isospin \vec{T} . En physique des particules on utilise habituellement \vec{J} pour le moment cinétique et \vec{I} pour l'isospin.

Si l'on considère 2 états de moment cinétique $|j_1, m_1\rangle$ et $|j_2, m_2\rangle$, quel est le moment angulaire total résultant de l'addition $\vec{j_1} + \vec{j_2}$? Ceci peut correspondre par exemple à l'addition du moment orbital \vec{L} et du spin \vec{S} d'un électron dans un atome d'hydrogène.

On peut aussi penser à l'addition des spins de 2 quarks dans un méson : $\vec{S} = \vec{S_1} + \vec{S_2}$.

Comme illustré dans la figure ci-dessous, en mécanique quantique on n'a pas accès simultanément aux 3 composantes de $\vec{j_l}$. On doit donc travailler avec une composante et l'amplitude. La question est donc de savoir quel état $|j,m\rangle$ on obtient en combinant $|j_1,m_1\rangle$ et $|j_2,m_2\rangle$?



Les composantes suivant z s'additionnent simplement pour donner $m = m_1 + m_2$ mais les amplitudes non. L'amplitude de \vec{j} dépend de l'orientation relative de $\vec{j_1}$ et $\vec{j_2}$. La valeur de j va donc prendre les valeurs suivantes :

 $j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2)$

Exemple : pour une particule de spin 1 dans un état de moment orbital l = 3, le moment cinétique total prendra les valeurs suivantes : j = 2 et $j^2 = j(j + 1) = 6\hbar^2$ ou j = 3 et $j^2 = j(j + 1) = 12\hbar^2$ ou j = 4 et $j^2 = j(j + 1) = 20\hbar^2$.

Pour additionner 3 moments cinétiques, on commence par en additionner 2, puis on ajoute le 3^{eme} en suivant la règle ci-dessus.

Exemple : addition du spin de 3 quarks de spin 1/2.

- L'addition des spins pour 2 quarks donne : 1/2 + 1/2 = 1 et 1/2 1/2 = 0
- On ajoute ensuite le 3ème spin et on obtient :
 - 1 + 1/2 = 3/2 et 1 1/2 = 1/2
 - 0 + 1/2 = 1/2

Ci-dessous est décrit la décomposition d'un état de moment cinétique

Rappel : utilisation des coefficients de Clebsh-Gordan

On peut souhaiter connaître la décomposition d'un état $|j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle$ en fonction des états de moment cinétique total $|j, m\rangle$ ou, à l'inverse, connaître l'état $|j, m\rangle$ en fonction des états $|j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle$. Ces décompositions sont données par les relations :

$$|j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |jm\rangle$$

ou

$$|jm\rangle = \sum_{j_1j_2} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle$$

avec $m = m_1 + m_2$.

Les $C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2}$ sont appelés les coefficients de Clebsh-Gordan. Ceci n'est rien d'autre que de décomposer un vecteur sur une base et de changer de base de décomposition.

Sur la figure ci-dessous est donnée un exemple de tableau des coefficients de Clebsh-Gordant. Ce tableau est donné en annexe des TD.

Tableau des coefficients de Clebsh-Gordan

On ne donne ci-dessous que les coefficients de Clebsh-Gordan utilisables en TD. Tous les coefficients C donnés dans cette table doivent être lus comme \sqrt{C} .



Par exemple, le coefficient correspondant à $j_1 = 1$, $j_2 = 1/2$, $m_1 = 1$, $m_2 = -1/2$, J = 3/2, M = 1/2 vaut : $\langle 1 \frac{1}{2} 1 \frac{-1}{2} | \frac{3}{2} \frac{1}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Prenons comme exemple le cas de 2 spins 1/2 qui se combinent pour donner un spin 1 ou un spin 0. On aura $|j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |jm\rangle$. A l'aide du tableau des coefficients (voir illustration ci-dessous), on pourra écrire sans oublier de prendre la racine carrée des valeurs données :

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ \right| \\ \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \right| \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ \left| 10 \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \\ |00\rangle \\ \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \left| \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \\ \right| \\ \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \\ \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \right| \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ \left| 10 \right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ |00\rangle \\ \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \\ \left| \frac{1}{2} \\ - \frac{1}{2} \\ \right| \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ - 1 \\ \end{vmatrix}$$



Les tables de coefficients de Clebsh-Gordan se lisent dans les 2 sens, on peut donc aussi écrire $|jm\rangle = \sum_{j_1 j_2} C_{mm_1m_2}^{jj_1 j_2} |j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle)$ à l'aide de la même table (voir illustration ci-dessous). L'état de spin 1 sera :

$$|11\rangle = \left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$$
$$|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle + \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle\right)$$
$$|1-1\rangle = \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right\rangle$$

Et l'état de spin 0 sera :

$$|00\rangle \qquad = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right)$$

