





Figure 2 : 2^{ème} mode propre



Figure 3 : Solution générale (superposition)



Figure 4 : Oscillateurs faiblement couplés, battements



Figure 5 : Trois modes propres de trois pendules couplés



Figure 6 : Réalisations expérimentales de l'oscillateur de Duffing Gauche : mécanique; Droite : électronique (a. montage global; b. détail du quadrupole)



Figure 7 : Réponse forcée de l'oscillateur de Duffing



Figure 8 : Réalisations électroniques de l'oscillateur de Van der Pol.

Gauche : montage à résistance négative; Milieu et droite : exemples de circuits Van der Pol



Figure 9 : Mouvement à deux corps : trajectoire d'une particule dans un champ de force central



Figures 10 et 11 : Portrait de phase de l'oscillateur harmonique non amorti (gauche) et amorti (droite)



Figures 12 et 13 : Portrait de phase du pendule pesant non amorti (gauche) et faiblement amorti (droite)



Figure 13 (suite) : Portrait de phase du pendule pesant amorti (amortissement croissant de gauche à droite)



Figure 14 : Portrait de phase du potentiel à deux puits



Figure 15 : Portrait de phase du modèle de compétition entre espèces de Lotka-Volterra



Figures 16 et 17 : Portrait de phase du modèle proies/prédateurs de Lotka-Volterra (droite). Variations des populations de lynx et de lièvres dans le Nord Canadien (gauche)



Figure 18: Portrait de phase de l'oscillateur de Van der Pol pour $\mu = \beta = 1$ (droite). Evolution temporelle de x(t) vers le cycle limite (gauche)



Figure 19 : Bifurcation noeud-col : 4 cas de la forme normale



Figure 20 : Bifurcation de Hopf. Droite : diagramme (gauche) et cas super-critique $\Re(g) > 0$ (milieu) et sous-critique $\Re(g) < 0$ (droite) pour des valeurs crossantes de μ (ralentissement critique pour $\mu \to 0$)



Figure 21 : Bifurcation de Hopf. Cycles limites de l'oscillateur de Van der Pol pour différentes valeurs du paramètre de contrôle ε . En haut $\varepsilon < 0$ vs. $\varepsilon > 0$. En bas $\varepsilon = 0.1, 0.5, 2$.



Figure 22 : Epidémie d'insectes



Figure 23 : Trajectoires chaotiques du pendule magnétique (champ de force non central)



Figure 24 : Trajectoires chaotiques du pendule double



Figures 25 et 26 : Spectres de puissance du pendule magnétique régulier (gauche) et chaotique (droite)



Figures 27 et 28 : Evolution de la distance entre deux trajectoires voisines pour le pendule magnétique régulier dans un champ de force central (gauche, échelle linéaire) et pour le pendule magnétique chaotique dans un champ de force non central (droite, échelle logarithmique)



Figures 29 et 30 : Gauche : évolution des conditions initiales pour des orbites qui convergent vers un point fixe stable (a) ou qui divergent à partir d'un point fixe instable (b). Droite : sensibilité aux conditions initiales du modèle de Roessler. Valeurs après 1000 itérations (étoiles roses) et 2000 itérations (cercles bleus) à partir de conditions initiales proches à 1% près (carré bleu, flèche)



Figures 31 : Spectres de puissance d'une particule oscillant dans un puits non-linéaire



Figure 32 : Stroboscopie d'un système de dimension N forcé périodiquement : les états du systèmes sont enregistrés lorsque la trajectoire dans un espace de dimension N+1 (N+temps) coupe des hyperplans espacés d'une durée T



Figure 33 : Principe de la section de Poincaré pour la boussole



Figure 34 : Section de Poincaré de la boussole pour S = 1/2



Figures 35 et 36 : Application de premier retour (gauche) et cas d'un cycle limite (droite)



Figure 37 : Section de Poincaré d'une trajectoire passante et spectre de Fourier de $d\theta/dt$



Figure 38 : Sections de Poincaré de la boussole pour S = 0.9, 1.3, 1.7



Figure 39 : Section de Poincaré d'une trajectoire de l'oscillateur amorti entretenu par une perturbation périodique



Figure 40 : Itération dyadique







Figure 42 : Transition vers le chaos pour l'oscillateur de Duffing excité périodiquement (intermittence de type I)



Figure 43 : Pendule amorti forcé (PAF) par une force sinusoïdale d'amplitude γ .

Haut : diagrammes de bifurcation pour $1.06 < \gamma < 1.87$ et pour $1.03 < \gamma < 1.53$ (cascade de doublement de période puis chaos). Milieu : Portrait de phase d'un PAF pour $\gamma = 1.105$ (2 intervalles de temps) et pour $\gamma = 1.5$. Bas : Grossissements successifs de la section de Poincaré d'un PAF pour $\gamma = 1.5$.



Figure 44 : Application logisitique. Diagramme de bifurcation et zoom du rectangle indiqué



Figure 46 : Modèle de Lorenz. Gauche : série temporelle x(t) et z(t). Droite : représentation 3D (x, y, z) de la trajectoire de gauche.

-10

Ň

10

20 -40

-20

160

170

180

190 200

100 110

120

130 140 150

40

20

0

Y

-20



Figure 46 (suite) : Modèle de Lorenz. Haut : diagramme de bifurcation du modèle de Lorenz lorsque r varie. Bas: cascade sous-harmonique dans le modèle de Lorenz lorsque r décroit (r = 230, 220, 216, 210correspondant à des cycles de période T, 2T, et 4T puis au chaos).



Figure 47 : Modèle de Ricker. Gauche : tracés de la courbe de Ricker et de son second itéré pour $\beta = 5$. Droite : bifurcations par doublement de période.



Figure 48 : Oscillateur de Duffing forcé par une force sinusoïdale d'amplitude d croissante (d = 0.1, 0.32, 0.338, 0.35 de gauche droite).Haut : évolution de x(t). Bas : visualisation dans le plan (x, y)



Figure 49 : Attracteurs étranges d'un modèle de crise économique (dérivé de Van der Pol) où le paramètre de contrôle s est varié (s = 0.5, 35, 150)