

M29 : Ondes propagation et conditions aux limites

Louis Heitz et **Vincent Brémaud**

Lundi 22 février 2021



Sommaire

Rapport du jury	3
Bibliographie	3
Introduction	4
I Propagation libre : ondes acoustiques dans l'air	4
II Conditions aux limites et dispersion : guide d'onde	5
III Réflexion et impédance caractéristique : le câble coaxial	7
Conclusion	8
A Correction	9
B Commentaires	9
C Matériels	9
D Expériences faites les années précédentes	9
E Tableau présenté	10

Le code couleur utilisé dans ce document est le suivant :

- → Pour des éléments de correction / des questions posées par le correcteur
- Pour les renvois vers la bibliographie
- Pour des remarques diverses des auteurs
- ⚠ Pour des points particulièrement délicats, des erreurs à ne pas commettre
- Pour des liens cliquables

Rapports du jury

- **2014, 2015, 2016, 2017** : Ce montage est riche, car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences... Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial. Enfin, la détermination de la fréquence de résonance de la corde de Melde à l'aide d'un stroboscope n'a pas de sens quand la corde est utilisée avec un générateur basse fréquence muni d'un fréquencemètre avec cinq digits.

Bibliographie

- [1] *Garing, Ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs, ellipses*
- [2] *Cours de prépa*

Introduction

Une onde correspond à un couplage spatio-temporel de deux grandeurs physique. On se propose d'étudier quelques uns de ces couplages en étudiant l'influence du milieu et des conditions aux limites.

I Propagation libre : ondes acoustiques dans l'air

On étudie la propagation libre des ondes acoustiques dans l'air à l'aide d'un rail et deux récepteurs. On utilise des ondes ultrasonores. On va mesurer la célérité de ces ondes en mesurant la fréquence et la longueur d'onde de l'onde.

A l'oscilloscope, avec le module de transformée de Fourier (pas nécessaire), on mesure :

$$f = 40.40 \pm 0.05 \text{ kHz}$$

On mesure par la suite la longueur d'onde en décalant un récepteur par rapport à un autre fixe. En mode XY, on mesure 20 longueurs d'ondes environ :

$$20\lambda = 172 \pm 2 \text{ mm}$$

On peut appliquer une correction et éviter une erreur systématique compte tenu du fait que l'on lit la distance sur un axe légèrement incliné par rapport à l'axe émetteur - récepteur. A l'aide du décalage latéral entre les récepteurs et l'émetteur de 26 mm et du récepteur fixé à 132 mm longitudinalement du récepteur. On a avec le théorème de Pythagore :

$$20\lambda_{\text{corr}} = \sqrt{(132 + 20\lambda)^2 + 26^2} - \sqrt{132^2 + 26^2} = 170.4 \text{ mm}$$

Finalement on trouve :

$$c = 344 \pm 3 \text{ m s}^{-1}$$

Avec $u(c) \sim c \frac{u(\lambda)}{\lambda}$.

On peut comparer cette valeur avec la valeur tabulée $c_{\text{tab}} = 20.05 \sqrt{T} = 343.3 \text{ m s}^{-1}$ à $T = 293 \text{ K}$.

Démo : en considérant l'air comme un gaz parfait où la propagation ne provoque pas de changement d'entropie ni de température,

$$c = \sqrt{\frac{1}{\chi_S \rho}} = \sqrt{\frac{\gamma}{\chi_T \rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R T P}{M P}} = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \sqrt{T} = 20.05 \sqrt{T}$$

Où l'on a utilisé successivement : $\gamma = \frac{\chi_T}{\chi_S}$, $\chi_T = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} = \frac{1}{P}$, $\rho = \frac{M P}{R T}$

Quelques remarques : L'émetteur et les récepteurs sont des capteurs piézoélectriques, ils possèdent une bande passante très piquée. On ajuste la fréquence utilisée de sorte à avoir un maximum de signal reçu.

L'humidité de l'air n'influence que très peu la mesure mais a tendance à augmenter la vitesse du son. Une mesure temporelle en envoyant un paquet d'onde est moins précise donc elle n'a pas été utilisée ici.

II Conditions aux limites et dispersion : guide d'onde

On va mettre en évidence dans cette expérience que les conditions aux limites peuvent entraîner de la dispersion malgré une propagation dans un milieu non dispersif (où que l'on considère comme tel).

On utilise pour cela un guide d'onde rectangulaire d'ondes centimétriques où les ondes électromagnétiques se propagent dans une direction que l'on va noter \vec{u}_z .

La relation de dispersion s'écrit avec $\vec{k} = k_g \vec{u}_z + k_x \vec{u}_x + k_y \vec{u}_y$:

$$\vec{k}^2 = k_g^2 + k_x^2 + k_y^2 = k_g^2 + \frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{b^2} = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Le champ électrique est quantifié dans chacune des directions transverses à la propagation, le guide fait $a \sim 23$ mm selon \vec{u}_x et $b \sim$ mm selon \vec{u}_y .

La relation dispersion écrite ci-dessus correspond à un mode TE_{nm} , dans le guide d'onde seul le mode TE_{10} peut se propager, les autres modes correspondant à des fréquences trop élevées pour la diode émettrice. En utilisant plutôt λ comme variable, il vient alors :

$$\frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{4a^2}$$

Avec $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$. L'objectif de cette expérience est de vérifier cette relation de dispersion et de remonter à la valeur du côté a .

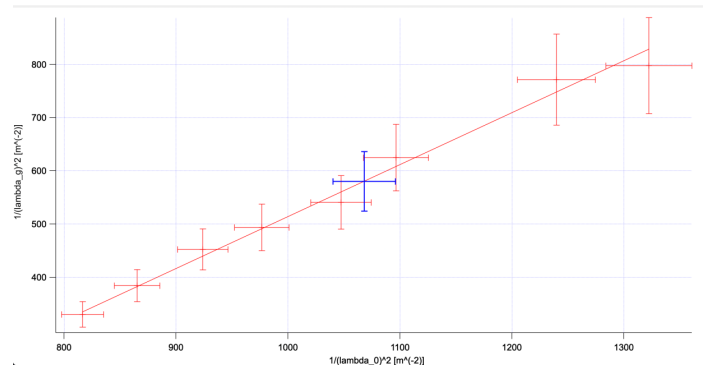
Le guide d'onde possède de nombreux éléments dont on ne se sert pas, la description des différents éléments est disponible en annexe.

On utilise une diode Gunn pour émettre une onde électromagnétique centimétrique, cette diode est composée d'un cristal semi-conducteur GaAs que l'on met sous tension à l'aide d'une alimentation dédiée. Des oscillations apparaissent alors dans le cristal lorsque sa résistance devient négative (sur une certaine plage de tension) et l'onde est émise. Il est possible de sélectionner la fréquence émise en réglant la taille de la cavité dans laquelle se situe le semi-conducteur en chariotant un vernier. Il existe une relation entre la position de ce vernier et la fréquence d'émission $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$.

Une première mesure peut consister à déterminer une valeur de f_0 pour une mesure du vernier (c'est à dire à refaire un point de l'étalonnage en direct). Pour cela on peut utiliser en sortie du guide d'onde un Michelson adapté aux ondes centimétriques à l'aide de deux plaques réfléchissantes et d'une antenne réceptrice. On mesure en décalant l'un des deux "miroirs", un certain nombre de longueurs d'ondes,

$$\lambda_0 = 3.07 \pm 0.04 \text{ cm}$$

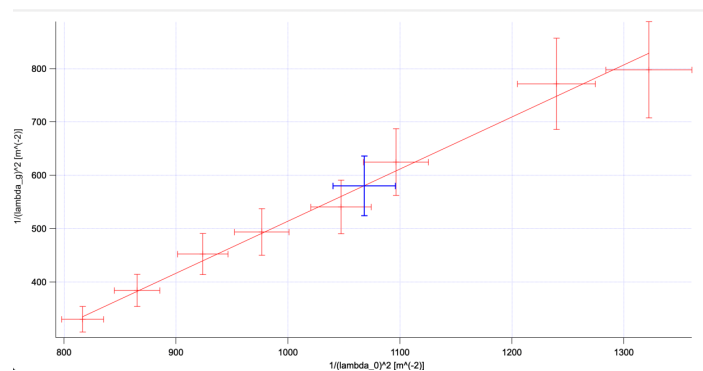
On obtient l'étalonnage suivant :



On utilise ensuite le fait que la sortie de l'onde du guide ne se fait pas parfaitement, une partie est réfléchiée (en utilisant une sortie sous forme de cornet). On va utiliser cette réflexion pour mesurer la longueur d'onde des ondes stationnaires ainsi formées au sein du guide (l'onde se propageant dans le câble est la somme d'une onde progressive d'une part et d'une onde stationnaire d'autre part car le coefficient de réflexion ne vaut pas 1). L'onde stationnaire dans le câble possède des ventres tous les $\lambda_g/2$. A l'aide de la ligne de mesure, simple antenne réceptrice sensible au champ électrique que l'on peut translater le long du guide, on effectue cette mesure.

$$\lambda_g = 4.1 \pm 0.2 \text{ cm}$$

En effectuant cette démarche plusieurs fois en préparation pour différente fréquence, on obtient la relation de dispersion suivante :



Finalement on remonte à a avec l'ordonnée à l'origine, on trouve avec l'ordonnée à l'origine ord et

$$\Delta a = \frac{\Delta_{\text{ord}}}{4_{\text{ord}}^3} :$$

$$a = 23 \pm 3 \text{ mm}$$

III Réflexion et impédance caractéristique : le câble coaxial

On étudie enfin la propagation d'une onde dans un long câble coaxial afin de voir entre autre l'effet sur l'onde lorsque l'on change de milieu au bout du câble et de voir ainsi les notions de réflexion et d'impédance caractéristique.

On commence par mesurer la vitesse des ondes électromagnétiques dans le câble, $c_{\text{tab}} = \frac{c_{\text{vide}}}{\sqrt{\epsilon_r}} = 0.66 c_{\text{vide}}$. Pour cela on regarde le décalage temporel engendré par la propagation de l'onde lorsque celle-ci effectue un aller-retour (sortie du câble coaxial ouvert).

Pour une distance parcourue de $L = 202 \text{ m}$,

$$\Delta t = 1 \text{ ns d'où } c = \frac{2L}{\Delta t} = 0.65 \pm 0.01 c_{\text{vide}}$$

Pour l'impulsion, on a pris :

- $f = 500 \text{ kHz}$ (choix peu important)
- $A = 2 V_{pp}$ (choix peu important)
- edge time = 11.5 ns (assez court pour mesurer précisément l'instant de montée)
- width = 340 ns (suffisamment faible pour que l'impulsion retour ne se superpose pas à l'impulsion aller)

Dans le câble, l'impédance caractéristique vaut $Z_c = \Lambda c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}$, la démo se fait avec la modélisation sans pertes du câble coaxial.

Lorsque l'on place une résistance Z en sortie, l'amplitude de la réflexion en tension r_u s'écrit $r_u = \frac{Z-Z_c}{Z+Z_c}$. On écrit la condition au bout du câble au niveau de la résistance (attention, ne pas utiliser les boîtes) :

$$u(L, t) = Zi(L, t)$$

Or la tension en L est la somme de l'onde aller et de l'onde retour :

$$u(L, t) = u^+(L, t) + u^-(L, t)$$

On réécrit u et i avec $u^-(L, t) = r_u u^+(L, t)$:

$$u(L, t) = u^+(1 + r_u)$$

$$i(L, t) = \frac{u^+(L, t)}{Z_c}(1 - r_u)$$

Le signe - devant r_u vient de la propagation selon x décroissant de l'onde et on a alors une impédance $-Z_c$.

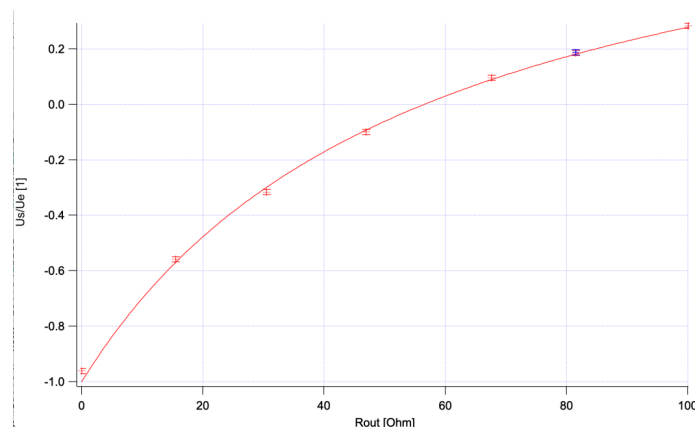
Il vient alors en utilisant la première équation :

$$1 + r_u = \frac{Z}{Z_c}(1 + r_u)$$

Et finalement :

$$r_u = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$$

Expérimentalement il faut veiller à prendre en compte l'atténuation dans le câble lors de la mesure du coefficient r_u , il est possible de faire cela en mesurant le facteur d'amortissement dans le câble en considérant que $r_u = -1$ avec $Z = 0$ (fil). On ajuste la fonction trouvée précédemment pour trouver Z_c :



On trouve pour une valeur tabulée $Z_{ctab} = 50 \Omega$:

$$Z_c = 56 \pm 1 \Omega$$

Conclusion

On a mis en évidence le fait que la vitesse des ondes dépend du milieu dans lequel elles se propagent et que les conditions aux limites pouvaient grandement affecter à la fois les relations de dispersions et la propagation des ondes à travers les réflexions de celles-ci.

A Correction

→ Pourquoi avoir mesuré les longueurs d'ondes en mode XY ? C'est plus précis de mesurer dans ce mode, on repère que l'entrée et la sortie sont en phase lorsque la trace forme une droite.

→ A quoi est dû la forme du signal ? A l'effet de filtrage passe bas du câble, donc à de la dispersion à l'intérieur de celui-ci.

→ Attention au sens du Michelson.

→ D'autres questions auquel le compte rendu ci-dessus répond comme la correction lors de la première expérience.

B Commentaires

Les manips sont maîtrisables et rentrent dans les 30 minutes, l'ensemble balayent différents domaines de la physique et les différents aspects des ondes et des conditions aux limites.

C Matériels

Guide d'onde hyperfréquence

Câble coaxial RG-58 C/U

D Expériences faites les années précédentes

- Banc ultrasons
- Câble coaxial
- Banc hyperfréquence
- Cuve à onde
- Corde de Melde

E Tableau présenté

