

Hystérésis et bistabilité

- De $\oplus$ en $\oplus$ entourés d'appareils capables de stocker info
- enjeu majeur (capacité, encombrement, énergivore)
- ⇒ besoin de systèmes bistables

↳ on va voir que ces sys. présentent souvent une hystérésis

I] Bistabilité mécanique : le bifurcateur

1) ~~Bifurcateur~~ Position du problème

[présenta^o sys]

- {bille} = masse ponctuelle m
- Ref: Tenestre supposé galiléen
- Coord: sphériques.

Diapo (coordonnées)

On alors, faire en énergétique, mais ATTENTION il faut prendre en compte l'énergie potentielle d'entraînement:



$$\vec{F} = m\omega^2 H \vec{r} \Rightarrow \boxed{E_p = -\frac{1}{2} m\omega^2 H^2 r^2}$$

$\vec{r} = r\vec{u}_r$
 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + r\sin\theta\dot{\varphi}\vec{u}_\varphi$
 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r\sin\theta(\ddot{\varphi}\vec{u}_\varphi + \dot{\varphi}(-\dot{\varphi}\sin\theta\vec{u}_r - \dot{\varphi}\cos\theta\vec{u}_\theta))$
 $\vec{F} = -r\sin\theta\dot{\varphi}^2(\sin\theta\vec{u}_r + \cos\theta\vec{u}_\theta)$

Stationnaire

Sauter

les calculs

(juste qualitatif)

+ géométrie

+ manip

Bilan des forces:

- Pesanteur: $\vec{F}_p = -mg\vec{u}_z = -mg(\cos\theta\vec{u}_r - \sin\theta\vec{u}_\theta)$
- Réaction du support $\vec{F}_R = -R\vec{u}_r$

2) Résolution

PFD: $\vec{u}_r: -mr\sin^2\theta\omega^2 = -R - mg\cos\theta$

$\vec{u}_\theta: -mr\sin\theta\cos\theta\omega^2 = mg\sin\theta$

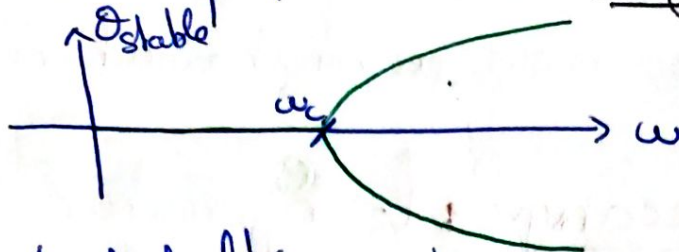
Soit $\sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0 \text{ ou } \pi$

soit $\cos \theta = -\frac{g}{r\omega^2} \rightarrow$ uniquement si $\boxed{\omega > \sqrt{\frac{g}{r}} = \omega_c}$

AN: $\omega_c = \sqrt{\frac{9.81}{0.05 \cdot 20}} = 2.2 \text{ tr/s}$

(car $\cos \theta \in [-1; 1]$)

On pourrait Mg posi° stables:



Géométrie: énergie potentielle en f° de ω (ATTENTION à l'énergie potentielle d'entraînement)

$\Rightarrow$ bistabilité à partir de ω_c .

$\rightarrow$ Riche, mais pas intéressant car

- $\emptyset$ hyst

- pas d'intérêt pratique

~~hyst~~
~~on peut facilement faire la même chose~~

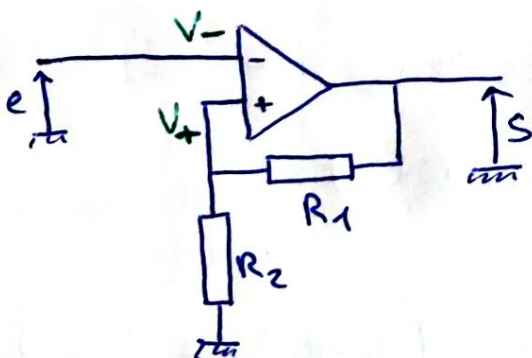
Exposants critiques = $\frac{1}{2}$ pour bifurc° méca?!

À creuser

II) Bistabilité électrique: le comparateur à hystérésis

[présenta° manip]

1) Montage et rappels



Ideal, régime saturé;
~~hyst~~ (rétroac° ⊕)

2) Étude

Supposons $S = +15V = V_{sat}$

$\Rightarrow V_+ = V_{sat} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \in [0; \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{sat}]$

passer par E

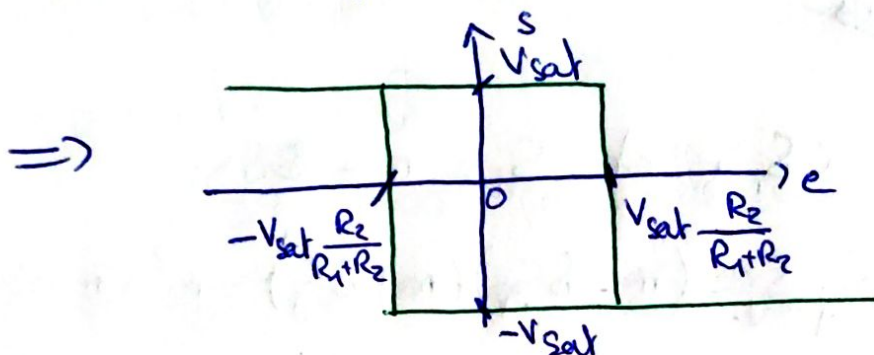
~~On~~ → stable tant que $V_- = e < V_+ = V_{sat} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Si $V_- = e > V_+ = V_{sat} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, alors: ~~$V_- = -V_{sat}$~~

$$\begin{cases} s = -V_{sat} \\ V_+ = -V_{sat} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

passer
par E

→ stable tant que $V_- = e > -V_{sat} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$



On observe une hystérésis: propriété d'un système dont l'état dépend des états antérieurs.

→ Mémoire (volatiles sur ordi.)

Mais, besoin d'une alimenta°. Or, l'ordi éteint garde les infos.
⇒ autre type de mémoire:

III] Bistabilité magnétique

1) Modèle d'Ising

→ magnétisme produit par les spins qui interagissent

On modélise un spin par un système bistable.

"up" ou "down". $\Rightarrow S_i = \pm \frac{1}{2}$

Ces spins interagissent

- avec le champ extérieur : $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -g \mu_B B_0 S_z$

- entre eux. On supposera $E_{int} = -J S_i S_j$ si S_i et S_j voisins directs.

↳ Hye : int. entre $\oplus$ proches voisins

Alors, $H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - h \sum_i S_i$

Origine micro:
cf ~~Ascher~~ Ascherof

⇒ complexe! (N^2 interac^o)

~~champ moyen~~

2) Simplification

On pose $m = \langle S_i \rangle$ et $S_i = m + \delta S_i$

Alors, $S_i S_j = (m + \delta S_i)(m + \delta S_j) = m^2 + m \delta S_j + m \delta S_i + \delta S_i \delta S_j$

$$= m^2 + m(S_i - m + S_j - m)$$

$$= m S_i + m S_j - m^2$$

Ainsi, $H_{tot} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (m S_i + m S_j - m^2) - h \sum_i S_i$

pas en le kps...

$$= -\frac{J}{2} \sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} (m S_i + m S_j - m^2) - h \sum_i S_i$$

q: coordination du réseau

$$= -\frac{J}{2} \sum_i [2mq S_i - m^2 q] - h \sum_i S_i$$

$\sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} (S_i + S_j)$

$$= \sum_i (q S_i + \sum_{j \text{ voisin de } i} S_j)$$

$$= q \sum_i S_i + \sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} S_j$$

$$= 2q \sum_i S_i$$

$$= \sum_i \left(-(\underbrace{Jmq}_{\approx \text{champ moyen}} + h) S_i + \frac{Jm^2 q}{2} \right)$$

H_i

↳ faire un dessin: on parcourt tous les spins; donc chq spin est compté q fois (somme sur j → q x S_i) + q fois en tant que S_j, car i parcourt tous les spins.

$\Rightarrow$ On a réussi à rendre le système séparable, ~~ainsi la fonction~~

$$\Rightarrow Z = z_i^N \quad \text{avec } z_i = \sum_{S_i = \pm 1} e^{\beta \left[(Jm_q + h) S_i - \frac{Jq m^2}{2} \right]}$$

$$= e^{-\beta \frac{Jq m^2}{2}} \times 2 \operatorname{ch}[\beta (Jm_q + h)]$$

3) Équation autocohérente

Alors, calculons l'aimantation moyenne:

$$\langle M \rangle = \cancel{\frac{1}{N} \sum S_i} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial h} = \frac{N}{\beta} \frac{\partial \ln (\operatorname{ch}(\beta (Jm_q + h)))}{\partial h}$$

$$= \frac{N}{\beta} \cdot \frac{\beta \operatorname{sh}[\beta (Jm_q + h)]}{\operatorname{ch}[\beta (Jm_q + h)]} = N \tanh(\beta (Jm_q + h))$$

pas le tps...

D'autre part, $\langle M \rangle = \cancel{N} \times \langle S_i \rangle = N \times m$

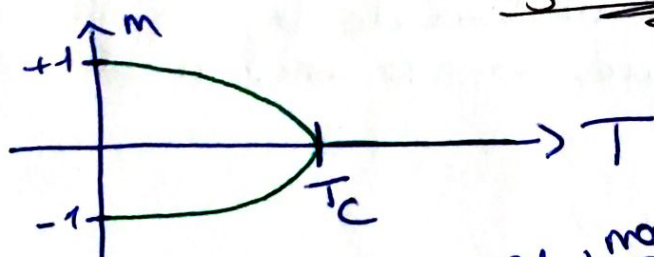
On en déduit : $m = \tanh(\beta (Jm_q + h))$ équation autocohérente

$m \neq 0$ pour $T \cancel{\neq} < \frac{Jm_q}{k_B}$ lorsque $h=0$

Géogébra

$\rightarrow$ aimanta^o selon T^o

$\rightarrow$ Hystérésis! (faire changer $B \frac{1}{2}$ et on voit que l'aimantation suit une courbe d'hystérésis en f^o de $B(h)$ sur le géogébra)



$\Rightarrow$ La bistabilité ^{macroscopique} émerge d'une bistabilité micro. et ajoute un phénomène d'hystérésis.

$\rightarrow$ Expérience) pas eu le tps
 $\rightarrow$ Simula^o

CCL: On a vu bistab & hyst dans $\neq$ domaines.

$\Rightarrow$ Permet de stocker de l'informa°. ~~Aug~~

Aujourd'hui, technologies de $\oplus$ en $\oplus$ poussées
(magnétorésistance géante ~~sur les SSD~~)

~~On a vu~~

Questions: $\neq$ D'où vient le J d'interac°?

$\hookrightarrow$ Cf Aschcroft? Idée: la f.o. doit être antisym (Pauli) $\rightarrow$ il est $\oplus$ favorable que ce soit la partie orbitale (et non spin) qui porte l'antisym, pour minimiser le terme coulombien (avec les autres: antisym $\Rightarrow$ plus éloignées en moyenne $\Rightarrow$ plus favorable énergétiquement)

$\neq \hookrightarrow$ Il ne peut pas être classique. En effet, l'interac° de 2 dipôles mag est: $\vec{\mu} \cdot \vec{B}_\mu = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_B^2}{r^3} \sim k_B T$ avec $\text{ch produit par } \mu$ $\text{odg } T \sim 1K!$

Cela voudrait dire qu'au dessus de 1K, les fluctua° thermiques sont largement supérieures $\Rightarrow$ on ne rend pas de ferromagnétisme

Biblio: Internet et mes cours "

Mais pour Ising un livre hyper bien c'est Magnétisme Fondements (1 & 2), de Étienne du Trémolet de Lacheisserie