

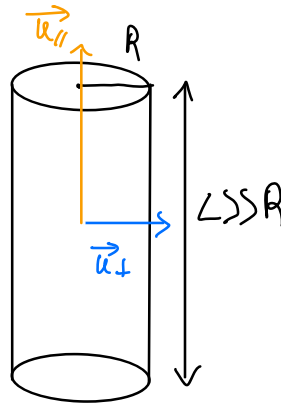
Régime de Stokes: * fluide Newtonien
 * écoulement incompressible
 * $Re \ll 1$

soit: $\rho \partial_t \vec{u} = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \eta \Delta \vec{u}$

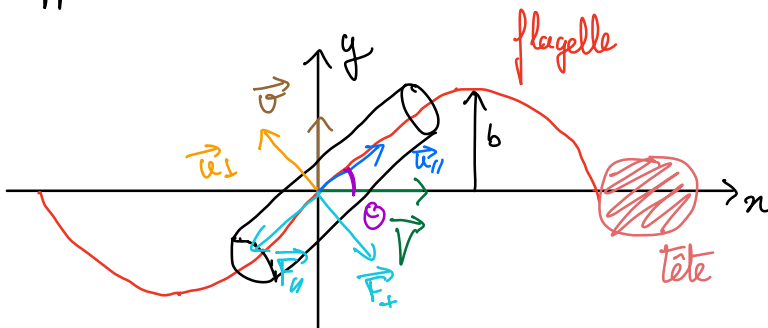
Force exercée sur un cylindre long:

$$\begin{cases} \vec{F}_{\parallel} = -A\eta L \vec{u}_{\parallel} \\ \vec{F}_{\perp} = -2A\eta L \vec{u}_{\perp} \end{cases}, \text{ si } L \gg R \text{ et dans le régime de Stokes}$$

! paradoxe de Stokes



Application:



$$y = b \sin(kx + \omega t)$$

b	$\sim$	$0,1 \mu\text{m}$
λ	$\sim$	$10 \mu\text{m}$
ω	$\sim$	100 s^{-1}

On représente le flagelle par une OPPH régressive, et on cherche à déterminer par un modèle simple la vitesse V du micro-organisme (qui est typiquement un spermatozoïde).

Vérifions l'hypothèse $Re \ll 1$ pour utiliser l'expression des forces précédentes:

* $\|\rho \partial_t \vec{u}\| \sim \rho b \omega^2$

* $\|\rho (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}\| \sim \rho (b \omega)^2 / \lambda \sim (\rho b \omega^2) b / \lambda \ll \rho b \omega^2$

* $\|\eta \Delta \vec{u}\| \sim \eta b \omega / \lambda \gg \rho b \omega^2 \gg \rho b^2 \omega^2 / \lambda$

l'accélération locale et convective sont faibles

devant le fœne visqueux, donc
on se place en régime de Stokes
stationnaire

On modélise le centre de la flagelle par un cylindre long et mince. On a :

$$\begin{cases} \vec{u}_y = V \cos \theta \vec{u}_n + v \sin \theta \vec{u}_t \\ \vec{u}_x = -V \sin \theta \vec{u}_n + v \cos \theta \vec{u}_t \end{cases}$$

On : $\tan \theta = \frac{\partial y}{\partial x}$ et $\left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| \approx b/\lambda \ll 1 \Rightarrow$ on fait des DL

Ainsi : $\begin{cases} \vec{u}_n = V \vec{u}_n + v \theta \vec{u}_t \\ \vec{u}_t = -V \theta \vec{u}_n + v \vec{u}_t \end{cases}$

Si on applique le principe de la quantité de mouvement au cylindre, en négligeant le terme d'inertie, et en projetant sur $\vec{u}_n$:

$$0 = F_{\perp n} + F_{\parallel n}$$

On : $\begin{cases} F_{\perp n} = F_{\perp} \sin \theta \approx \theta F_{\perp} \\ F_{\parallel n} = -F_{\parallel} \cos \theta \approx -F_{\parallel} \end{cases} \Rightarrow F_{\parallel} = \theta F_{\perp}$

On utilise les expressions des forces : $A \eta L (V + \theta v) = \theta \times 2 A \eta L (v - \theta V)$

$$V + \theta v = 2 \theta v - 2 \theta^2 V$$

ouche 2

d'où : $V = \theta v$

On : $\begin{cases} \theta \approx b k \cos(kx + \omega t) \\ v \approx b \omega \cos(kx + \omega t) \end{cases} \Rightarrow V = b^2 k \omega \cos^2(kx + \omega t)$

$\langle V \rangle_t = \frac{b^2 k \omega}{2}$

> 0

A.N: $V \approx 5 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, bon ordre de grandeur

Pour comprendre en quoi le raisonnement est pas mal, si on fait le même raisonnement sur la nageoire arrière d'un poisson, mais en adaptant la forme de $g \Rightarrow g = b \cos(\omega t)$, alors on montre que $\langle V \rangle_t = 0$. *le poisson fait du surplace et le spermatozoïde avance ...*

Pour résoudre le problème du poisson, en réalité $Re \approx 10$, et donc les expressions des forces changent ce qui lui permet d'avancer.

Bibliographie: Initiation à la rhéologie, Auten ??

Paradoxe de Stokes: Si on plonge un cylindre dans un fluide newtonien incompressible en régime stationnaire pour lequel $Re \ll 1$, alors il n'y a aucune solution pour le champ des vitesses (au sens où le champ des vitesses semble non défini)

↳ solution: $Re \ll 1$ est faux loin du cylindre et donc le régime de Stokes n'est pas réellement applicable (cf cours 17-1 Witz Heneman)