

Phénomènes de transport dans différents domaines de la physique

Lundi 25 avril 2022

Niveau : L2

Prérequis :

- thermodynamique (équilibre thermodynamique, premier et deuxième principes) ;
- particule de fluide, viscosité, équation de Navier-Stokes ;
- notions de théorie cinétique des gaz (théorème d'équipartition de l'énergie, libre parcours moyen) ;
- développement de Taylor ;
- opérateurs vectoriels.

Quelques situations mettant en jeu des phénomènes de transport



Cadre de l'étude

Équilibre thermodynamique local : les échanges entre systèmes et sous-systèmes sont suffisamment lents pour que l'on puisse définir des échelles de temps et d'espace sur lesquelles les variables ont localement une valeur d'équilibre.

Réponse linéaire : il existe une relation linéaire entre le flux et les dérivées spatiales de la grandeur transportée.

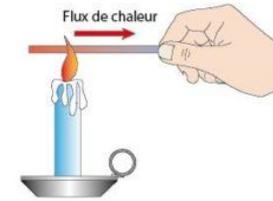
Classification des phénomènes de transport

Conduction : transfert d'une grandeur de proche en proche sans déplacement macroscopique de matière.

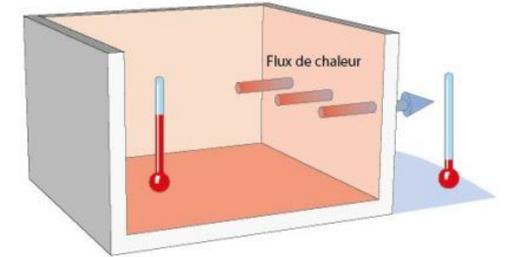
Convection : transfert qui implique un déplacement macroscopique de matière.

Rayonnement : transfert dans un milieu non matériel, qui met en jeu l'absorption et l'émission de photons.

La conduction
Principe

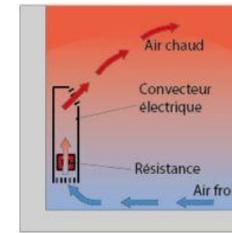


Au niveau d'une paroi

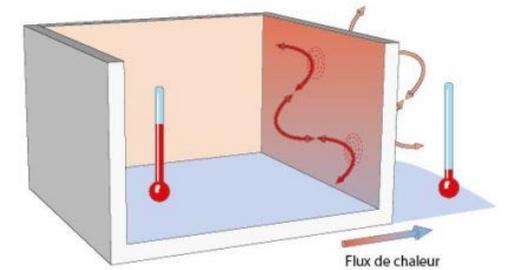


Flux de chaleur à travers une paroi d'un local chauffé vers l'extérieur

La convection
Principe



Au niveau d'une paroi

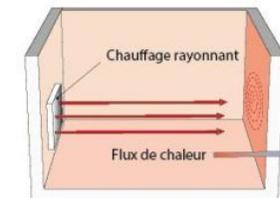


Échange thermique au niveau d'une paroi de température différente de celle de la pièce

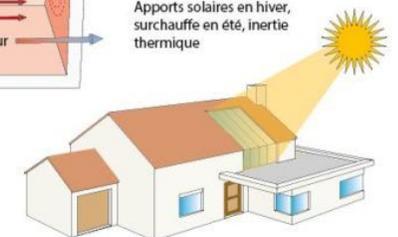
Le rayonnement
Principe



Au niveau d'une paroi



Au niveau d'une habitation
Apports solaires en hiver, surchauffe en été, inertie thermique

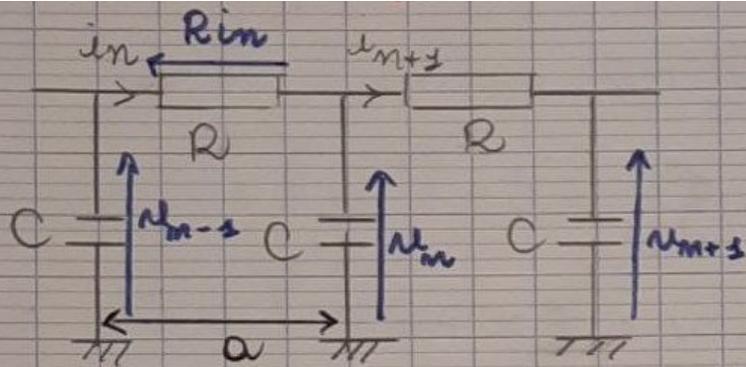


Reproduction interdite © DFTG

Lois phénoménologiques

Quantité conservée	Loi phénoménologique	Coefficient cinétique
Particules	Loi de Fick : $\vec{j}_N = -D \text{grad}(n)$	D coefficient de diffusion en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Énergie thermique	Loi de Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda_{th} \text{grad}(T)$	λ_{th} conductivité thermique en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Quantité de mouvement	Loi de Newton : $d\vec{F} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} dS \vec{u}_x$	η viscosité dynamique en $\text{Pa} \cdot \text{s}$
Charge	Loi d'Ohm locale : $\vec{j}_E = -\sigma \text{grad}(V)$	σ conductivité électrique en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$

Diffusion de charge



Loi des noeuds : $i_n = C \frac{du_n}{dt} + i_{n+1}$

Loi des mailles :
$$\begin{cases} u_{n+1} + Ri_{n+1} = u_n \\ u_n + Ri_n = u_{n-1} \end{cases}$$

$$RC \left[\frac{du_n}{dt} + \frac{u_n - u_{n+1}}{R} \right] = u_{n-1} - u_n$$

$$RC \frac{du_n}{dt} = u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n \quad (1)$$

Approximation des milieux continus :

$$u_n(t) = u(na, t)$$

$$\begin{cases} u_{n+1} - u_n \approx a \frac{\partial u}{\partial x}(na, t) \\ u_n - u_{n-1} \approx a \frac{\partial u}{\partial x}((n-1)a, t) \end{cases}$$

En réinjectant dans (1) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{a^2}{RC} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ARQS : $a \ll \lambda$

$$D = \frac{a^2}{RC}$$

Régime sinusoïdal forcé

$$u_0(t) = u_0 \cos(\omega t)$$

On cherche une solution sous la forme :

$$u(x, t) = U(x) \cos(\omega t - \phi(x))$$

En notations complexes :

$$j\omega \underline{U}(x) = \frac{a^2}{RC} \underline{U}''(x)$$

Notons $\delta = \sqrt{\frac{2a^2}{RC\omega}}$, la solution est de la forme :

$$U(x, t) = U_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)$$