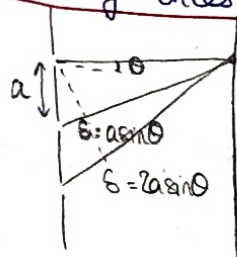


LP: Diffraction par des structures périodiques des ≠ domaines de la  $\Psi$ .

Intro: Diffraction → phénomène qui se retrouve ds ≠ pans de la  $\Psi$  et le but ajd est d'en étudier 2 ainsi que leurs applications.

## I / Diffraction par un réseau

### 1) Interférences à N ondes: rappels



Onde résultante:  $s = s_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{in\Delta\varphi}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$s = s_0 \frac{1 - e^{iN\Delta\varphi}}{1 - e^{i\Delta\varphi}} = s_0 e^{i\frac{(N-1)\Delta\varphi}{2}} \frac{\sin(\frac{N\Delta\varphi}{2})}{\sin(\frac{\Delta\varphi}{2})}$$

semme géométrique de raison  $e^{i\Delta\varphi}$

$$I = |s|^2 = I_0 \frac{\sin^2(\frac{N\pi a \sin\theta}{\lambda})}{\sin^2(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda})}$$

Remarque: La finesse du réseau est  $F = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda}$  — écart entre 2 pics

$$\text{Ici } F = N$$

$\delta\lambda$  — largeur à mi hauteur d'un pic

Transition: Au plus il y a de fentes, au mieux on distingue les pics. Ici on comprend les pics qu'on observe mais qu'en est-il de leur intensité?

### 2) Prise en compte de la diffraction.

On considère que chaque fente a une largeur  $b$ .  
(Diapo diffraction Fraunhofer)

Fonction de transmittance du réseau:  $t(x) = \prod_{a,n}(x) \otimes \Pi_b(x)$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \delta(x - na)$$

peigne de Dirac

$$\Pi_b(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < b/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

fonction fente

En utilisant le formalisme de Fourier:

$$A(\theta) \propto \text{TF}(t(x)) \propto \text{TF}(\prod_{a,n}(x)) \cdot \text{TF}(\Pi_b(x))$$

$$\propto \frac{\sin(\frac{N\pi a \sin\theta}{\lambda})}{\sin(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda})} \times \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right)$$

Donc  $I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(\frac{N\pi a \sin\theta}{\lambda})}{\sin^2(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda})} \times \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right)$

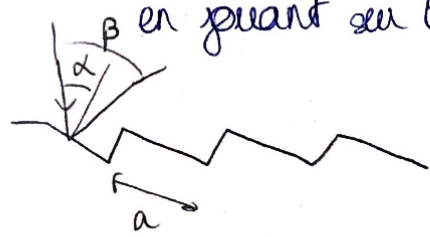
facteur de forme  
"fonction réseau"

facteur de structure.  
"fonction diffraction"

### 3) Réseau blazé

Principe: changer l'angle d'incidence permet de sélectionner un autre ~~mode~~ ordre

~~Changer~~ ~~ne change pas la fac~~



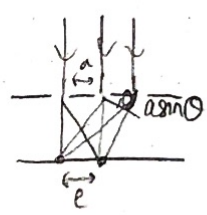
en jouant sur le facteur de structure :  $\frac{\pi b \sin \theta}{2\lambda} \leftrightarrow \frac{\pi b}{\lambda} (\sin \theta + \sin \beta)$

Animat° univ le mans

### 4) Application : la couleur des solides

But : déterminer le pas de l'aile d'un colibri :

Formule des réseaux :  $a = \frac{\lambda}{\sin \theta}$



Ecart entre 2 ordres :  $\ell \sim 2\text{cm}$      $f \sim 5\text{cm} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\ell}{\sqrt{f^2 + \ell^2}}$



Application numérique :  $\sin \theta \sim 0,37$      $\lambda \sim 600\text{nm}$

$\Rightarrow a \sim 1,7\mu\text{m}$

↳ OK : distance entre les barreaux écartés de qqs  $\mu\text{m}$

~~VIX~~ Transition : On a vu la diffraction à 1D avec des ondes lumineuses, essayons de trouver une analogie avec un modèle à 3D

## II / Diffraction pour des rayons X

### 1) Position du problème

(CG p. montrer intérêt rayon X sur slide)

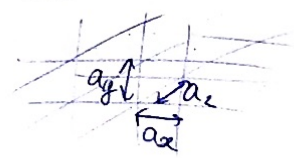
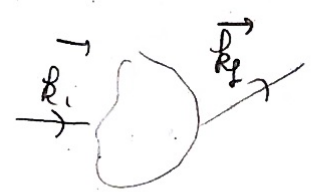
Formule des réseaux sur les 3 dimensions :

$k_{xi} - k_{xf} = \frac{2\pi}{a_x} p_1$

$k_{yi} - k_{yf} = \frac{2\pi}{a_y} p_2$

$k_{zi} - k_{zf} = \frac{2\pi}{a_z} p_3$

$p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{Z}$



On considère un choc élastique du rayon incident sur le réseau  
donc  $\|\vec{k}_i\| = \|\vec{k}_f\|$

Transit° : 3 degrés de liberté, 4 conditions → en général pas de figure  
↳ mais des des condit° très précises, ça marche.

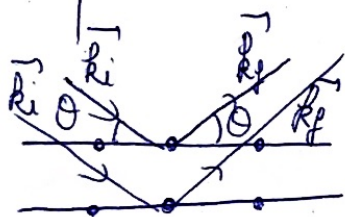


## 2) Conditions de Bragg

On pose  $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$

$$\begin{aligned} \delta &= d \cos \theta + d \cos \theta' \\ &= \vec{d} \cdot \vec{n} - \vec{d} \cdot \vec{n}' \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} \vec{d} \cdot (\vec{k}_i - \vec{k}_f) \end{aligned}$$

Interférence constructive si  $\delta = m\lambda \Rightarrow m\lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \vec{d} \cdot \vec{q}$



$\updownarrow d$  : distance inter-réticulaire

$$\delta = 2d \sin \theta \rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

Constructif si  $\Delta\varphi = 2\pi n \Rightarrow \boxed{n\lambda = 2d \sin \theta}$  Relat° de Bragg  
ordre

Transition  
→ On retrouve une sorte de formule des réseaux.  
De la même façon, on va chercher à trouver des facteurs de structures et de forme qui sont propres à notre étude.

## 3) Facteur de structure et de forme

$\chi(\vec{r}) \leftrightarrow \rho(\vec{r})$  : densité d'objets diffusants ( $e^-$ )

$$\text{On } \rho(\vec{r}) = \rho_{\text{motif}}(\vec{r}) \otimes \sum_{u,v,w} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{u,v,w})$$

$$\vec{R}_{u,v,w} = u\vec{x} + v\vec{y} + w\vec{z}$$

$$\text{avec } \rho_{\text{motif}}(\vec{r}) = \sum_{\text{atome } i \text{ de la maille}} \rho_{\text{at}}^{(i)}(\vec{r}) \otimes \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$$

densité élec. de l'atome  $i$        $\vec{r}_i$  : point des atomes de la motif

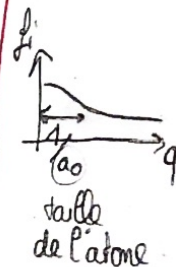
Par analogie avec l'optique de Fourier :

$A(\vec{q}) \propto \int \rho(\vec{r}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$  : facteur de structure

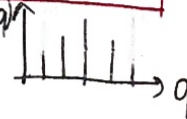
$$A(\vec{q}) \propto \text{TF}(\rho_{\text{motif}}(\vec{r})) \cdot \text{TF}\left(\sum_{u,v,w} \delta(\vec{r} - \vec{R}_{u,v,w})\right)$$

Ainsi  $A(\vec{q}) = A_0 \underbrace{\sum_{\vec{R}, e} \delta(\vec{q} - \vec{K}_{\vec{R}, e})}_{\text{facteur de forme (posit° des pics)}} \underbrace{\sum_i \left( \int \rho_{at}^{(i)}(\vec{r}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \right) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}_i}}_{\text{facteur de diffusion atomique } f_i}$

facteur de structure (intensité des pics)  
 $\rightarrow$  réseau, paramètres de maille, symétries  $\rightarrow$  motifs



4) Application : détermination de la structure de l'ADN



( $\rightarrow$  Compréhension paquets A-T et C-G grâce à ça)

Deux brins OK cf densité de l'ADN mesurée par Watson.

Image  $\rightarrow$  Rosalind Franklin en 1952  $\Rightarrow$  Crick et Watson interprètent

CCP° : On peut correlater désormais figures de diffraction et structure périodique

Ouverture : Structures de bandes ?

brins condensés

Condit° de Laue : diffraction par  $\vec{q}$  si  $\vec{q} \in \text{RR}$

Intensité de diffraction  $\rightarrow$  pics de Bragg

Pic de Bragg  $\rightarrow$  pic très marqué de la courbe de Bragg évolue de la perte d'énergie des radicaux ionisantes au cours de leur trajet de la matière.