

Résonances, applications.

Niveau : Licence 2



Notion

- Electrocinétique (impédance, Régime Sinusoïdale Forcé, facteur de qualité, pulsation propre).
- Dualité onde/corpuscule de la lumière (photon).
- Théorème de Gauss.
- Ondes électromagnétiques, vecteur de Poynting



Résonance

Phénomène de transfert optimal de puissance d'un excitateur à un récepteur à des fréquences proches ou égales aux fréquences propres du récepteur.

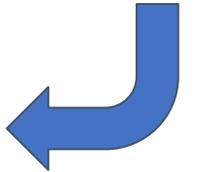
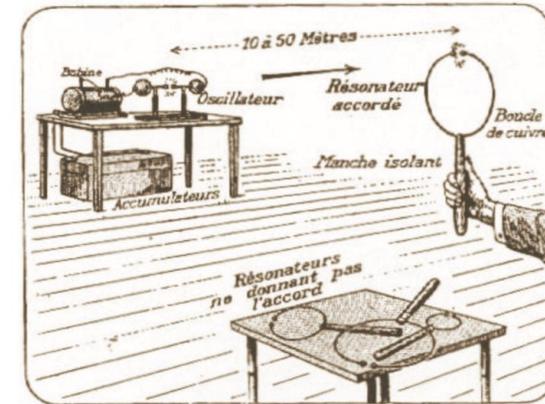


« Sont consonants deux sons tels que si l'on produit l'un sur un instrument à cordes, l'autre aussi résonne, en vertu d'une certaine affinité et sympathie ». Platon, *Timée*



Hermann von Helmholtz au XIXème :

- notion d'excitateur, résonateur et de fréquence propre



Larges applications de la résonance :

- Spectre de raies d'un gaz de sodium par absorption résonante de certaines fréquences.

Heinrich Hertz en 1887 :

- créa en 1887 un résonateur d'ondes électromagnétiques faisant passer l'énergie d'un circuit à un autre sans l'aide d'un fil conducteur



Phénomène de résonance

Il y a phénomène de résonance quand l'amplitude de la réponse sinusoïdale, à une excitation sinusoïdale d'amplitude fixe mais de fréquence variable, passe par un maximum pour une valeur fixe de fréquence.

Différents types de résonance



	Réponse en charge	Réponse en intensité
Amplitude réelle de la réponse	$ q = \frac{C \cdot E}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2 \cdot \omega_0^2}}}$	$ I = \frac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1 + Q^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$
Graphes	<p>Résonance en charge : circuit RLC</p>	<p>Résonance en intensité : circuit RLC</p>
Abscisse du maximum (résonance)	<p>Si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$</p> $\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2 \cdot Q^2}}$	<p>$\forall Q$</p> $\omega_R = \omega_0$

Bilan énergétique



Loi des mailles

$$e(t) = R * i(t) + L \frac{di}{dt} + u_c$$

Puissance fournie
par l'excitateur

Puissance magnétique
(bobine)

Bilan de puissance

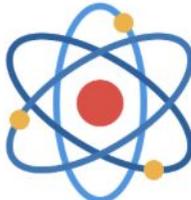
$$e(t) * i(t) = R * i(t)^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu_c^2 \right)$$

Puissance Joule
dissipée

Puissance électrostatique
(condensateur)

x i(t)

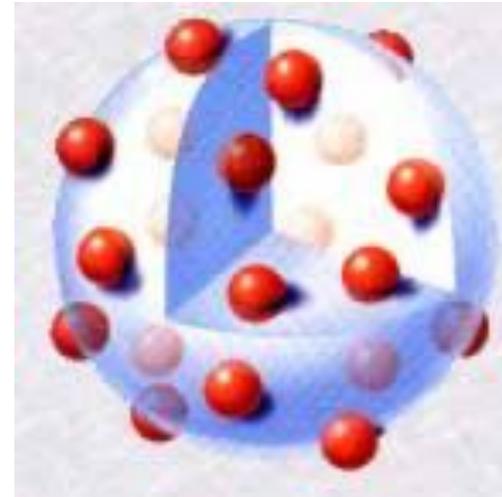
Application de la résonance

	Facteur de qualité
Régime critique ($Q=1/2$) : un système revient le plus rapidement à un état d'équilibre après une perturbation.	 $\xi = \frac{1}{2*Q} \approx 1$ <p>Amortisseur de voiture, circuits électriques : $Q \sim 5$ à 10</p>
Minimiser l'amortissement.	 $\xi = \frac{1}{2*Q} \ll 1$ <p>Sismomètre : $Q \sim 500$ à 1000</p>
Minimiser les pertes énergétiques (oscillations constantes).	 <p>Oscillateur à quartz : $Q \sim 10^4$</p>
Résonance atomique ?	

Modèle de l'électron élastiquement lié : force de rappel

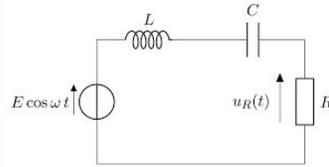
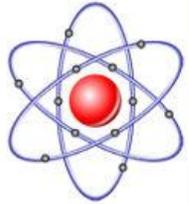


Lorentz au XIX^e siècle



“Plum pudding”

Analogie



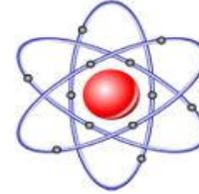
	Electron	Electricité
Excitateur	Force de Lorentz : $F_L(t) = qE_0 \cos(\omega t)$	Générateur sinusoïdal : $E(t) = E \cos(\omega t)$
Système	$F_L(t) = m\omega_0^2 x(t) + m\gamma \frac{dx(t)}{dt} + m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$	$E(t) = \frac{1}{C} q(t) + R \frac{dq(t)}{dt} + L \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$
Réponse	élongation $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$	charge $q(t) = Q_m \cos(\omega t + \phi)$
Dérivée	vitesse $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \psi)$	intensité $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$
Paramètres de la résonance	ω_0 $Q = \frac{\omega_0}{\gamma}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Effet de recul



$$\overline{p}_{\text{photon}} = \hbar \overline{k}$$

Lumière laser



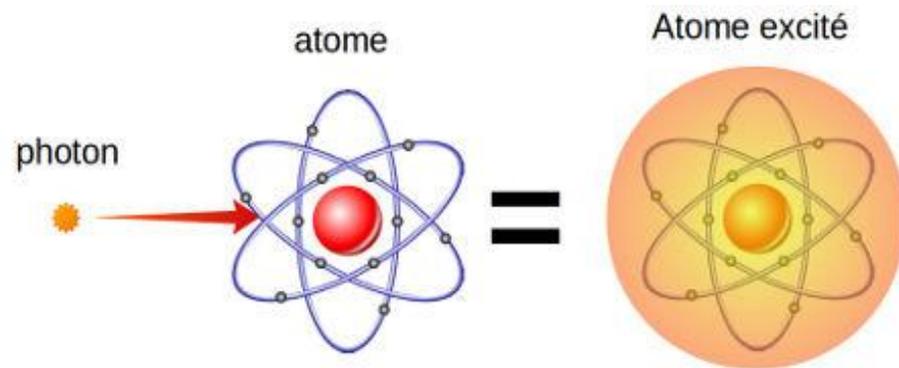
$$\overline{p} = M_{Na} \overline{V}$$

Atome de Sodium

Effet de recul



Absorption



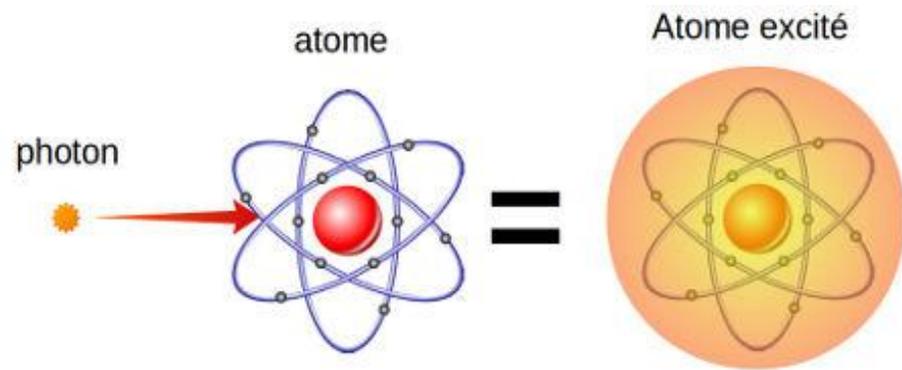
$$\hbar \vec{k} + M_{Na} \vec{V} = M_{Na} \vec{V}'$$

$$\langle \Delta p_{\text{atome}} \rangle_{\text{espace}} = \hbar \vec{k}$$

Effet de recul

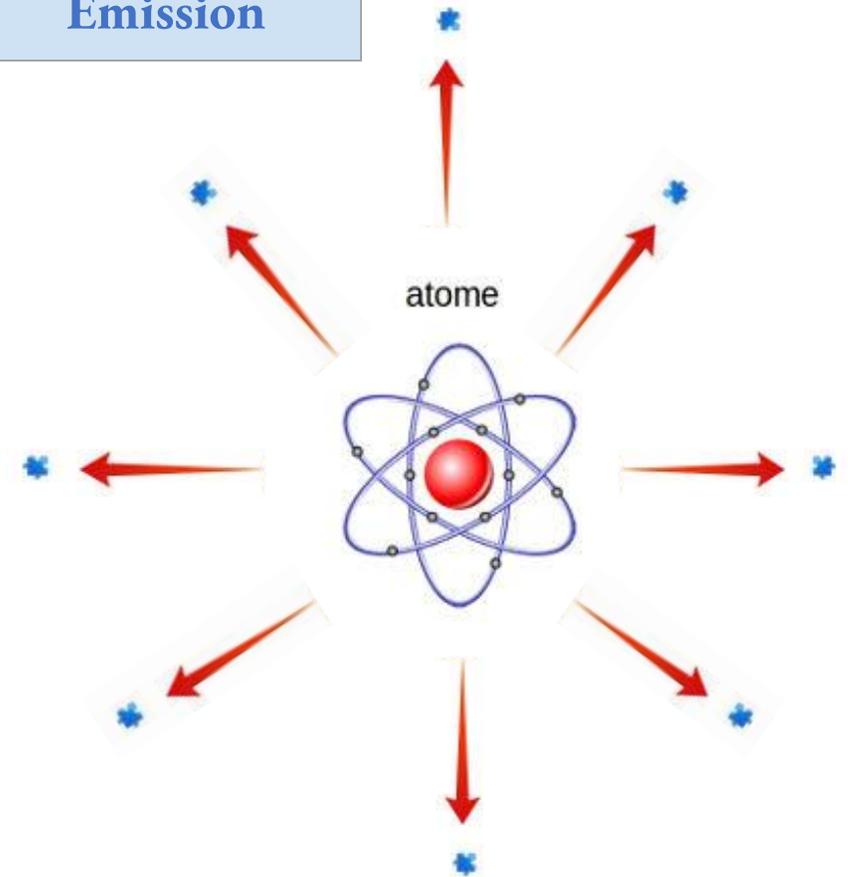


Absorption



$$\langle \overline{\Delta p}_{\text{atome}} \rangle_{\text{espace}} = \hbar \bar{k}$$

Emission



$$\langle \overline{\Delta p}_{\text{atome}} \rangle_{\text{espace}} = \bar{0}$$

Décélération subie par un atome



$$\langle \bar{F} \rangle = \frac{\frac{I}{I_s}}{1 + \frac{4\Delta^2}{\gamma^2}} \hbar \gamma k$$

$$\frac{I}{I_s} = 0.5$$

$$\Delta = 0$$

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$

$$\gamma = 6.2 * 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$M_{Na} = 3.82 * 10^{-26} \text{ kg}$$

$$|a| = \frac{\langle \bar{F} \rangle}{M_{Na}} = \frac{I}{I_s \times M_{Na}} \hbar \gamma k \sim 10^6 \text{ m.s}^{-2} \gg g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$$



Prix Nobel
1997

Conclusion



Éviter le phénomène de résonance



Houle : Entretien des oscillations de roulis d'un navire. Sa période est de l'ordre de 4 à 12 s dans la plupart des mers du globe. La fréquence propre des navires est plus élevée pour un meilleur confort.

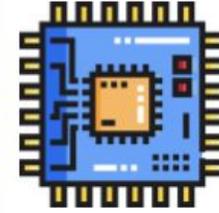


Pont de Broughton (1831) / Pont suspendu de Basse-Chaine (1850) : Les basses fréquences générées par les troupes armées peuvent conduire à la rupture de l'ouvrage



Circuit électrique : Une résonance peut conduire à une surtension endommageant les composants et pouvant être source d'incendie.

Mise à profit de la résonance



Filtrage en électronique : Accord d'un oscillateur local avec la porteuse d'une onde modulée.

$$Q \approx 10^4 - 10^5$$



RMN : Principe de la résonance magnétique nucléaire.

$$Q \approx 10^8 - 10^9$$



Cavités résonantes : Fabry-Pérot, principe du laser.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = F * \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{ISL}} \approx 10^5$$



I. Circuit RLC série.

1. Résonance en intensité et en charge.
2. Aspects énergétiques du facteur de qualité.

II. Résonance optique d'un atome.

1. Modèle de l'électron élastiquement lié.
2. Raie d'absorption de l'atome de sodium.
3. Force de ralentissement laser

Conclusion : Mise à profit et éviter la résonance.

Mélasse optique

- Deux bobines parcourues par des courants électriques de sens opposés qui produisent le champ magnétique.
- Force de rappel vers le centre du piège.
- Force de friction des lasers.

