

Table des matières

1	Objectifs pédagogiques de la LP	1
2	Objectifs et messages forts de la LP (disciplinaire)	1
3	Introduction générale de la leçon	1
4	Proposition de plan	2
4.1	Le circuit RLC série	2
4.2	Résonance optique d'un atome (Cf Biblio Epreuve de concours)	3
5	Conclusion et ouvertures possibles :	4
6	Subtilités de la leçon et points disciplinaires essentiels	4
7	Exercices de base et applications intéressantes pour la leçon	4
8	Bibliographie pour construire la leçon	4
9	Expériences illustratives, simulations numériques et exploitation pédagogique	4
10	Critique des choix pédagogiques de la leçon	5

1 Objectifs pédagogiques de la LP

- ▷ Définir proprement le phénomène de résonance.
- ▷ Mettre en lumière des exemples concrets / applications dans lesquels on utilise ce phénomène de résonance.

2 Objectifs et messages forts de la LP (disciplinaire)

- ▷ Résonance : Phénomène de transfert optimal de puissance d'un excitateur à un récepteur à des fréquences proches ou égales aux fréquences propres du récepteur.
- ▷ Bien définir le facteur de qualité et la bande passante et savoir donner des ordres de grandeur. Savoir les interpréter physiquement !!

3 Introduction générale de la leçon

La résonance est un phénomène remarquablement transversal dans le monde de la physique. Sa découverte est de toute antiquité, puisqu'elle est intimement liée à celle des instruments de musique. Platon, par exemple, note dans le *Timée* qu'en jouant une corde sur un instrument, d'autres peuvent se mettre à vibrer et décrit cela comme une certaine "affinité".

C'est bien des siècles plus tard que les physiciens formaliseront les termes d'excitateur, de fréquences propres et de résonateur, et que Hermann von Helmholtz les appliquera à l'acoustique pour ses fameux résonateurs. Plus tard, ce sera au tour d'Heinrich Hertz, son élève, de créer un résonateur dans un autre domaine en 1887, avec des ondes électromagnétiques.

La profonde rupture épistémologique de la mécanique quantique au début du XX^e siècle permet également de saisir l'analogie profonde entre les particules de la matière, notamment les atomes, et les résonateurs. Ainsi, on comprit que certains comportements étaient intrinsèquement liés, eux aussi, à des

phénomènes de résonance, et l'on en tire des applications multiples, comme la spectroscopie : les raies dans le spectre de transmission d'un gaz témoignent d'une absorption dite résonnante à certaines fréquences bien déterminées.

Au cours de cette leçon, nous allons donc tenter d'analyser les résonances qui peuvent se présenter dans différents domaines de la physique, et donner un aperçu des applications qui peuvent mettre à profit ce phénomène aussi important qu'universel.

4 Proposition de plan

Objectifs de la première partie : Remobiliser les connaissances de l'élève pour mettre l'accent sur les paramètres clés de la résonance et leur donner une approche énergétiques.

4.1 Le circuit RLC série

► Résonance en intensité et en charge

Ultra classique.

$$|I| = \frac{E/R}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \text{ et aussi } |q| = \frac{E*C}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2*\omega_0^2}}}$$

On cherche un maximum d'amplitude.

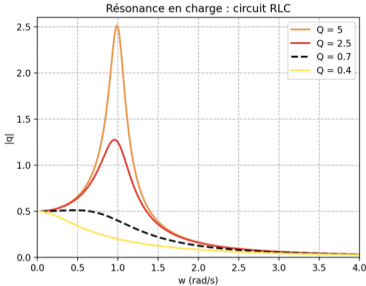
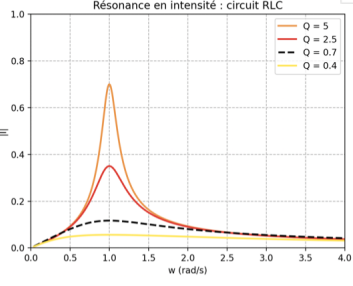
	Réponse en charge	Réponse en intensité
Amplitude réelle de la réponse	$ q = \frac{C*E}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2*\omega_0^2}}}$	$ I = \frac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$
Graphes		
Abscisse du maximum (résonance)	Si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2*Q^2}}$	$\forall Q$ $\omega_R = \omega_0$

Fig. 1 – Différents types de résonance.

► Aspects énergétiques du facteur de qualité

Analyse énergétique ultra-classique également.

- ▷ En régime sinusoïdal forcé, à la fréquence de résonance, $i(t) = \frac{E}{R} * \cos(\omega_0 * t)$ et $u_C(t) = \frac{E}{R} * \sqrt{\frac{L}{C}} * \sin(\omega_0 * t)$
On en déduit ainsi :
- ▷ L'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit par période T_0 :
 $E_{dissipée} = \langle R * i(t)^2 \rangle * T_0 = \frac{\pi E^2}{R} \sqrt{LC}$
- ▷ L'énergie électromagnétique emmagasinée au cours d'une période : $E_{em} = \langle \frac{1}{2} * L * i(t)^2 \rangle + \langle \frac{1}{2} * C * u_C(t)^2 \rangle = \frac{LE^2}{2R^2} = \frac{Q}{2\pi} E_{dissipée}$

Transition didactique : Exemples de plusieurs applications de la résonance et ordre de grandeur du facteur de qualité. Quels sont les facteurs de qualité les plus élevés que l'on puisse obtenir ?

4.2 Résonance optique d'un atome (Cf Biblio Epreuve de concours)

► Modèle de l'électron élastiquement lié.

- On considère un atome de sodium considéré comme mono-électronique.
- On considère un problème unidimensionnel selon l'axe O_x de vecteur $\vec{e}_x$. Selon le modèle de Hendrik Lorentz, l'électron oscille autour d'une position d'équilibre, on note $x(t)$ l'écart à cette position d'équilibre.
- On plonge cet atome dans un champ électromagnétique modélisé par $\vec{E} = E \cos(\omega t) \vec{e}_x$ (approximation dipolaire électrique).

Mais quelles sont les forces mises en jeu : force de rappel harmonique, force de frottement due à la radiation (temps de radiation lié à γ) : à voir dans la référence d'Alain Aspect.

Hypothèse : $\Delta = \omega - \omega_0 \ll \omega_0 = 3 * 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$ l'écart en fréquence est très faible, le laser est "quasi-résonant"

	Electron	Electricité
Excitateur	Force de Lorentz : $F_L(t) = qE_0 \cos(\omega t)$	Générateur sinusoïdal : $E(t) = E \cos(\omega t)$
Système	$F_L(t) = m\omega_0^2 x(t) + m\gamma \frac{dx(t)}{dt} + m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$	$E(t) = \frac{1}{C} q(t) + R \frac{dq(t)}{dt} + L \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$
Réponse	élongation $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$	charge $q(t) = Q_m \cos(\omega t + \phi)$
Dérivée	vitesse $v(t) = V_0 \cos(\omega t + \psi)$	intensité $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$
Paramètres de la résonance	ω_0 $Q = \frac{\omega_0}{\gamma}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Fig. 2 – Analogie.

- Réponse en régime sinusoïdal forcé : $x(t) = x_0 * \cos(\omega t + \phi)$
 $\frac{x_0}{x_0} = \frac{qE/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\gamma}$ et donc $|x_0| = \frac{qE/m\omega_0}{\sqrt{4\Delta^2 + \gamma^2}}$ et $\sin(\phi) = \frac{\gamma}{\sqrt{4\Delta^2 + \gamma^2}}$ pour l'électron sinon pour une charge positive $\sin(\phi - \pi) = \frac{\gamma}{\sqrt{4\Delta^2 + \gamma^2}}$. (Attention à bien raisonner sur la phase du numérateur qui peut valoir $+\pi$ ou 0 et pour le dénominateur le signe de la partie réelle induit un $+\pi$ en plus de l'arc tangente.).

► Raie d'absorption de l'atome de sodium

La travail de la force électrique de Lorentz est :

$$\delta W = q \vec{E} \cdot \vec{v} dt = -q E x_0 \omega_0 \cos(\omega t) \sin(\omega t + \phi) dt = -\frac{1}{2} q E x_0 \omega_0 (\sin(2 * \omega t + \phi) + \sin(\phi)) dt > 0$$

On obtient ainsi : $\langle P_{\text{absorbé}} \rangle_{\text{temps}} = \langle \frac{\delta W}{dt} \rangle_{\text{temps}} = P_{\text{max}} \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + 4\Delta^2}$ où ici $P_{\text{max}} = \frac{q^2 E^2}{2m\gamma}$

On a ainsi une Lorentzienne : $\gamma = 6.2 * 10^7 \text{ s}^{-1}$ correspond à la largeur de raie : largeur de raie limite liée au temps de vie du niveau.

- Applications à la spectroscopie : interprétation des raies d'absorption.
- Estimation du facteur de qualité associé : $Q_{Na} = \frac{\omega_0}{\gamma} = 5.10^7$ élevé !

Application aux horloges atomiques : $Q_{Cs} = 10^{10}$ et $Q_{Sr} = 10^{17}$ ce qui est énorme.

► Force de ralentissement laser

- On peut exprimer le taux de photons absorbés par unité de temps : $\tau = \frac{\langle P_{\text{absorbé}} \rangle_{\text{temps}}}{\hbar \omega}$

- ▷ Pour un photon, on peut trouver avec un raisonnement de conservation de quantité de mouvement : $\langle \Delta \vec{p}_{\text{atome}} \rangle_{\text{espace}} = \hbar \vec{k}$
- ▷ On en déduit ainsi la force. $\langle \vec{F} \rangle = \tau * \langle \Delta \vec{p}_{\text{atome}} \rangle_{\text{espace}} = \frac{I/I_s}{1+4\Delta^2/\gamma^2} \hbar \gamma \vec{k}$. C'est une force selon $\hbar \vec{k}$! Elle ralentit l'atome.
- Application numérique : $\|\vec{a}\| = 10^6 \text{ m.s}^{-1}$!

5 Conclusion et ouvertures possibles :

- ▷ Ouverture sur le phénomène de résonance tantôt recherché (exemples), tantôt évité (exemples).
- ▷ Parler des interférences à N ondes liées à N pulsations propres notamment dans les cavités Fabry-Pérot ou corde de Melde : tout cela dû à un confinement.
- ▷ Points amphidromiques liés aux ondes de marées qui remontent les océans dues à l'attraction de la lune et du Soleil. → Mont Saint Michel : baie = cavité résonante. Les bords de côte sont une baignoire.

6 Subtilités de la leçon et points disciplinaires essentiels

- ▷ L'idée est de faire une leçon originale sur la résonance !
- ▷ En premier lieu, il est bon, selon mon point de vue, de commencer par une partie simple type RLC série ou système masse-ressort-amorti de sorte à poser de façon propre différentes définitions et mettre en lumière des paramètres clés de la résonance tels que le facteur de qualité et la bande passante. De surcroît, ce simple modèle permet de donner une analyse énergétique simple du facteur de qualité et permet de facilement jouer sur la valeur de ce facteur en changeant les paramètres du système.
- ▷ Bien insister sur la valeur que peut prendre le facteur de qualité en fonction de l'application considérée. Attention dans la cavité Fabry-Pérot on résonne plus sur la finesse que le facteur de qualité qui dépend donc du mode propre considéré.

7 Exercices de base et applications intéressantes pour la leçon

- ▷ Raisonner sur les différentes valeurs que prend le facteur de qualité en fonction de l'application. Régime critique si $Q=1/2$.
- ▷ RMN
- ▷ Cavités résonantes : Fabry-Pérot.
- ▷ Résonances atomiques.

8 Bibliographie pour construire la leçon

- ▷ *Optique quantique 1 : Lasers*, Tome I, Alain Aspect, Claude Fabre, Gilbert Grynberg
- ▷ *Etude de la résonance : quels obstacles épistémologiques*, union des professeurs de physique et de chimie, Ali MOUHOUCHE et Abdelkrim EL-HAJJAMI, Mai 2010.
- ▷ *Spectrométrie d'absorption atomique*, Applications à l'ANALYSE CHIMIQUE, Tome 1, Maurice PINTA et autres.
- ▷ *Le refroidissement des atomes par laser*, Alain Aspect et Jean Dalibard, LA RECHERCHE 261 JANVIER 1994 VOLUME 25.
- ▷ *Epreuve Physique-Mathématique*, Ecole Normale Supérieure, Epreuve de second concours, 2009.
- ▷ *Sujet Mines MP*, Refroidissement d'atomes par illumination LASER, Session 1998.

9 Expériences illustratives, simulations numériques et exploitation pédagogique

- ▷ Simulation numérique pour observer l'évolution de l'amplitude en intensité et en charge dans le circuit RLC série. On joue sur les différents paramètres de la résonance.
- ▷ Pourquoi pas une expérience introductive avec un RLC mais bon si c'est juste pour tourner un bouton de fréquence et voir un maximum...

10 Critique des choix pédagogiques de la leçon

Cette leçon peut se faire de multiples manières différentes. Il est pour moi intéressant de commencer par un exemple simple tel que le RLC série ou un système masse ressort pour redéfinir proprement l'ensemble des paramètres utiles, en donner des interprétations énergétiques. On commence doucement et l'on se met en confiance.

La seconde partie est en revanche plus ouverte. On peut aborder les cavités Fabry-Pérot ultra-classiques mais mise en évidence de résonance avec de multiples fréquences propres (on va plus parler de finesse et pas de facteur de qualité alors).

J'ai fait le choix de traiter la résonance optique d'un atome par originalité et avec un modèle très simple, on peut comprendre de très belles applications en spectroscopie et sur le refroidissement laser.

- MÉFAITS ACCOMPLIS -