

Théorie cinétique des gaz

Intro

* Thermodynamique : modèle du gaz parfait

↳ décrit fidèlement le comportement des gaz pour certaines T et P

* Limites du modèle : énergie GP ? lien avec particules micro ?

↳ d'opt théorie cinétique des gaz pdt la 2^e moitié du 19^es. (à 1 époque où la noⁿ d'atomes n'était pas universellement admise)

* Expliquer les ppts macro^{sc} à partir de ces constituants micro

Thermo. stat permet de retrouver les m^{êmes} résultats facilement

④ : comprendre l'origine φ de certains phénomènes, et notamment de donner 1 interprétaⁿ des notions de T et de P ds 1 fluide

I] Distribution statistique des vitesses dans 1 fluide

A) Distribution de Maxwell

* On note $f(\vec{v}) d\vec{v}$ le # de particules dont la vitesse est comprise entre $\vec{v}$ et $\vec{v}+d\vec{v}$ par unité de volume :

$$f(\vec{v}) d\vec{v} = \rho \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right) d\vec{v}$$

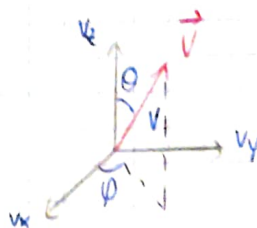
avec $f(\vec{v}) \equiv$ densité de probabilité / f^n de distribuⁿ

$\rho \equiv \frac{N}{V}$: densité particulaire

* Ppts de cette distribuⁿ : isotropie

* f^n de distribuⁿ du module de la vitesse :

Analogie cylindrique : $d\vec{v} = dv \times v d\theta \times v \sin\theta d\varphi$



$$\Rightarrow f(\vec{v}) d\vec{v} = \rho \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right) v^2 dv \sin\theta d\theta d\varphi$$

Soit $g(v) dv$ le # de particules dont le module de la vitesse est compris entre v et $v+dv$ par unité de V :

$$g(v) dv = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \times \rho \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right) v^2 dv$$

$$\Rightarrow g(v) dv = 4\pi v^2 f(v) dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

Graphie

B. Vitesse moyenne, vitesse quadratique

* Vitesse moyenne: $\langle v \rangle = \frac{1}{\rho} \int_0^{+\infty} v g(v) dv$

$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^{+\infty} v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

$$= \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}}$$

* Vitesse quadratique moyenne: $\mu = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{\rho} \int_0^{+\infty} v^2 g(v) dv$$

$$= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^{+\infty} v^4 g(v) dv$$

$$= \frac{3kT}{m}$$

Rq: Par isotropie de la distrib^o,

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3} = \frac{kT}{m}$$

$$\Rightarrow \mu = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \text{Rq: thm équi-parti^o NRJ} \quad \langle \mathcal{E}_c \rangle = \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{3}{2}kT$$

* Vitesse la plus probable: $\left. \frac{dg(v)}{dv} \right|_{v=\tilde{v}} = 0 \Rightarrow \tilde{v} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

Graphie

II] Interpréta^o micro de la température

A. Énergie d'un gaz et température cinétique

* Anima^o Enceinte de volume V fixe, T fixée
Particules agitées d'1 mvmt incessant = agita^o thermiq^o

* Soit 1 GP monoatom, macroscopiq^e au repos, non soumis à l'influence de chps ext.^e
Son énergie interne U s'identifie à l' $\mathcal{E}$ micro.

$$\left. \begin{aligned} \langle U \rangle &= \left\langle \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} m v_k^2 \right\rangle \\ \text{Or } \langle v^2 \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k^2 \end{aligned} \right\} \quad \underline{\langle U \rangle = \frac{1}{2} m N \langle v^2 \rangle} \quad (*)$$

D'après le thm de l'équiparti° de l' NRT :

$$\underline{\langle U \rangle = \frac{3}{2} N k_B T}$$

Définit° de la temp. cinétique : interpréta° thermiq de l'agita° thermiq des particules

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad m = \frac{M}{N_A}$$

ODG: O_2 M = 32 g.mol⁻¹ $\Rightarrow u = 4,8 \cdot 10^2 \text{ m/s}$

B. Thermomètres à gaz

* Thermomètres usuels = thermomètres à dilata° (à mercure ou à alcool)

T ↑ $\Rightarrow$ le liquide se dilate et monte ds la colonne

Pb: on repère la montée pour 2 températures connues puis $\div$ de l'intervalle

$\Rightarrow$ hyp = f° lin. de T

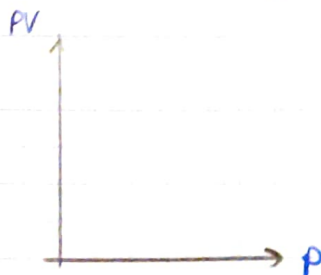
$\Rightarrow$ "T repérée, $\neq$ mesurée" ; dépend du liquide

* Thermomètres à gaz = mesure de la T absolue

($\hookrightarrow$ 2 types : à P constante et à V constant
 $\hookrightarrow$ mieux car mesure ΔP $\oplus$ précise)

$\hookrightarrow$ caractère absolu : dpt du Viriel

$$PV = nRT \left[1 + B(T)P \right]$$



représenta° d'Amagat

Protocole:
 • gaz en équilibre avec thermostat
 • mesure P pour $\neq$ volumes

$\Rightarrow$ • isothermes = droites à faibles P

• $\forall$ gaz, $\lim_{P \rightarrow 0} PV = \text{cte}$

$$\Rightarrow T = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{PV}{nR} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot \forall \text{ gaz} \\ \cdot \text{se mesure étalon} \end{array} \right\} \underline{T \text{ absolue}}$$

III] Interprétation microscopique de la pression

A. Pression cinétique

- * Anima° Enceinte de volume V fixé, T fixée
Particules agitées d'un mvt incessant = agita° thermiq
Chocs entre les particules et avec les parois ; entre 2 chocs mvt rectiligne uniforme (ø force)

→ interpréta° micro P : chocs → transfert de $\vec{p}$ à la paroi

- * Soit GP, homogène, volume V

Obj: calculer la pression s'exerçant sur la paroi

$\Sigma = \{ \text{élément } dS \}$

1^{re} étape: PFD appliqué à $\Sigma \rightarrow \frac{d\vec{p}_{\text{tot}}}{dt} = \vec{F}$ ↖ $\vec{p}$ transf. par chocs sur Σ pdt dt

2^e étape: $\vec{p}_{1\text{part}}$ Choc élastiq $\Rightarrow d\vec{p}_{1\text{part}} = 2m v_z \vec{n}$

3^e étape: $d\vec{p}_{\vec{v} \rightarrow \vec{v}+d\vec{v}} = f(\vec{v}) d\vec{v} \times (\vec{v} \cdot \vec{n}) dt dS \times d\vec{p}_{1\text{part}}$

4^e étape: $\forall \vec{v}$: $d\vec{p}_{\text{tot}} = \int_{v_z > 0} d\vec{p}_{\vec{v} \rightarrow \vec{v}+d\vec{v}} d\vec{v}$
$$= \int_{v_z > 0} 2m v_z^2 f(\vec{v}) d\vec{v} dt dS \vec{n}$$

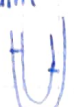
$$\text{Or } \begin{cases} \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{\rho} \int f(\vec{v}) v_z^2 d\vec{v} \\ v_z^2 f(\vec{v}) \text{ est paire} \end{cases}$$

$$\Rightarrow d\vec{p}_{\text{tot}} = \rho m \langle v_z^2 \rangle dt dS \vec{n}$$

5^e étape: $\vec{F} = \rho m \langle v_z^2 \rangle dS \vec{n} \Leftrightarrow \underline{P = \rho m \langle v_z^2 \rangle = \frac{\rho m u^2}{3}}$

B. Manomètre

- * Manomètres hydrostatiques: tube U ;

P_{atm}
 $\Delta P = \rho g h$

- * Manomètres à tube de Bourdon:

P.?, tube se déroule → liaison mécaniq → aiguille / $P \rightarrow 50 \text{ bar}$

- * Manomètres à membrane:

Mvt membrane $\xrightarrow{S \text{ méca}}$ aiguille

/ faibles P

Ccl: * théorie cin : donner 1 interpréta° micro aux not° de :

↳ température cinétique = agitation des mol ; E_c

↳ pression cinétique = collisions sur parois

↳ techniqs de mesures associées

* Gas parfait : molécules supposées indé

Hyp : molécules ponctuelles
ne interagissent pas entre elles

↳ prendre en compte interactions entre les molécules

↳ pression dynamique : inter

=> éq^s d'état = VdW, traduit mieux le comportement du gaz
à + hautes pressions