

LPFI 09 : Radioactivité α . Principe et applications

27 janvier 2022

Courtois Théo & Guillot Rémi

Niveau : L3

Bibliographie

- ⚡ *Energie nucléaire, Basdevant ect* → Page 86 très propre
- ⚡ *Cours M1 PN,* → Annexe avec tout le calcul du coefficient de transmission de la barrière de Gamow
- ⚡ *Sur le drive dans la section physique nucléaire,* → Plusieurs livre +ou- intéressant
- ⚡ *Site très utile,* → Propre plein d'info

Prérequis

- Effet tunnel
- Coefficient de transmission
- Quelques notions de physique nucléaire : type de désintégration
- Temps de demi-vie

Expériences

- ☹ Pas grand-chose de possible

Table des matières

1 Désintégration α	2
1.1 Observation expérimentale	2
1.2 Chaleur de réaction	3
1.3 Temps de demi-vie	4
1.4 Loi empirique de Geiger et Nuttall	5
2 Modèle de Gamow	6
2.1 Interprétation de Gamow et nécessité de l'effet tunnel	6
2.2 Coefficient de transmission de la barrière de Gamow	7
3 Question et remarque	9
3.1 Question	9
3.2 Remarques/commentaire :	10
4 Annexe	11
4.1 Annexe 1 : Calcul de $\ln(T)$	11

Introduction

Pour commencer cette leçon je vais simplement redéfinir ce que l'on appelle un noyau radioactif. Comme vous le savez, tous les atomes possèdent un noyau constitué de neutrons et de protons et certains d'entre eux peuvent être stables ou instables.

- Un noyau est dit stable lorsque sa durée de vie est infinie
- Dans le cas contraire si sa durée de vie est finie on dira qu'il est instable ou radioactif. Et donc un noyau radioactif finira toujours tôt ou tard par se désintégrer en un noyau stable.

Les désintégrations possibles pour un noyau sont nombreuses et dépendent en partie de la composition de ses noyaux.

Il existe un diagramme que l'on appelle le diagramme de Segré qui représente le type de désintégration selon la composition du noyau.

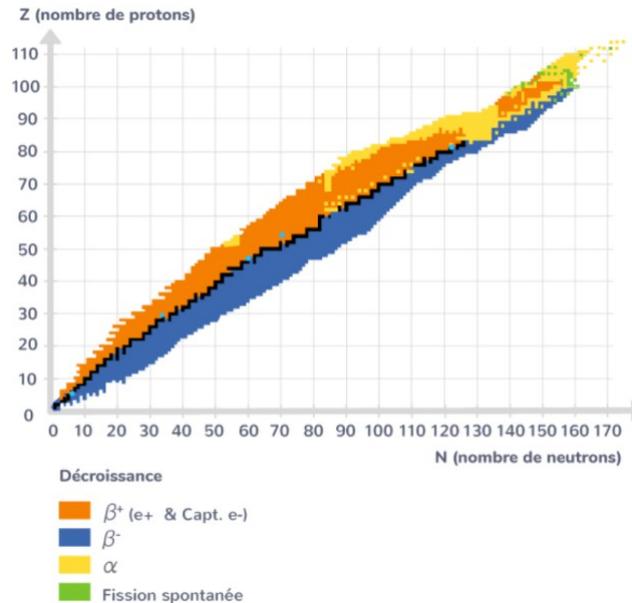


FIGURE 1 – Diagramme de Segré

- En noir ce sont les noyaux stables qui possèdent une durée de vie infinie, et chaque zone associée à une couleur va correspondre à un type de désintégration particulier : Exemple ..

Dans cette leçon nous allons nous intéresser à un type de désintégration particulier qui correspond à la zone jaune sur le diagramme de Segré. Il s'agit de la désintégration alpha et comme on peut l'apercevoir, c'est la désintégration qui va être favorisée pour les noyaux lourds.

1 Désintégration α

1.1 Observation expérimentale

- Becquerel : En 1896, il découvre que l'uranium émet un rayonnement, un rayonnement inconnu qu'il appelle le rayonnement uranique
- Rutherford publie en 1899 un article, où il étudie la façon dont ces rayonnements ionisent l'air en plaçant de l'uranium entre deux plaques chargées et en mesurant le courant qui passait. Il étudie ainsi le pouvoir de pénétration des rayonnements, en couvrant ses échantillons d'uranium avec des feuilles métalliques d'épaisseurs différentes. Il remarque que l'ionisation commence par diminuer très rapidement avec l'augmentation de l'épaisseur des feuilles, puis, au-delà d'un certain seuil, diminue très doucement. Il en déduit que l'uranium émet deux radiations différentes, parce qu'ayant des pouvoirs de pénétration différents. Il nomme la radiation la moins pénétrante le rayonnement alpha, et la radiation la plus pénétrante (qui produit forcément une moindre ionisation puisqu'elle traverse l'air) le rayonnement bêta.
- La radioactivité α correspond à la désintégration d'un noyau lourd en un noyau fils plus léger, avec émission d'une particule alpha.



- La nature de la particule alpha a été découverte en 1909 par Rutherford. Il remarqua à l'aide de champ électrique et magnétique qu'il s'agissait d'une particule chargée positivement, double de celle de l'ion hydrogène, et que leur masse était quatre fois plus importante que celle de l'ion hydrogène également. Il comprit assez rapidement que cette particule alpha était un noyau d'hélium.
- Equation de conservation (Loi de Soddy) $A = A' + 4$ et $Z = Z' + 2$
- On en déduit donc l'équation de la désintégration alpha qui s'écrit de manière générale :



Avec $X(A, Z)$ le noyau père, $Y(A - 4, Z - 2)$ le noyau fils.

- Exemple concret, historique de désintégration alpha. Le radium 226, découvert par les Curie. Ce dernier se désintègre en Radon 222.



Lors d'une réaction nucléaire de l'énergie va être libérée, cette énergie est appelée chaleur de réaction

1.2 Chaleur de réaction

La chaleur de réaction est la quantité d'énergie libérée par une réaction nucléaire. On peut calculer la chaleur de réaction Q définie par :

$$Q = \sum_i m_i c^2 - \sum_f m_f c^2 \quad (4)$$

Avec m_i les masses nucléaires de l'état initial et m_f les masses nucléaires de l'état final. Il s'agit de la différence des énergies de masse entre les réactifs et les produits.

Le signe de Q nous informe sur la spontanéité ou non de la réaction pour :

$Q = 0$ diffusion élastique

$Q > 0$ la réaction est exothermique et donc possiblement spontanée

$Q < 0$ la réaction est endothermique et donc impossible sans apport d'énergie extérieur. Il faut fournir de l'énergie dans la voie d'entrée de la réaction, sous forme d'énergie cinétique, pour que celle-ci soit possible.

Dans le cas du Radon on peut écrire

$$Q = m_{Ra} c^2 - m_{Rn} c^2 - m_{He} c^2 \quad (5)$$

Pour la réaction de désintégration du radium, on obtient une chaleur de réaction $Q = 4.87 MeV$. Comparaison avec une désintégration bêta $Q_\beta = 1 MeV$ environ.

La cinématique d'une désintégration alpha s'apparente à la cinématique d'une arme à feu, dans laquelle la balle légère emporte beaucoup plus d'énergie que l'arme qui recule. Les quantités de mouvement (produits des masses par la vitesse) du noyau du recul et de la particule alpha se compensent. Les vitesses (v) et les énergies cinétiques (T) sont en raison inverse des masses, donc très inégales. Dans le cas d'un noyau de radium, la particule alpha emporte 98.3 % de l'énergie disponible. Les particules alpha sont dites « monocinétiques », car elles sont toujours émises avec la même énergie.

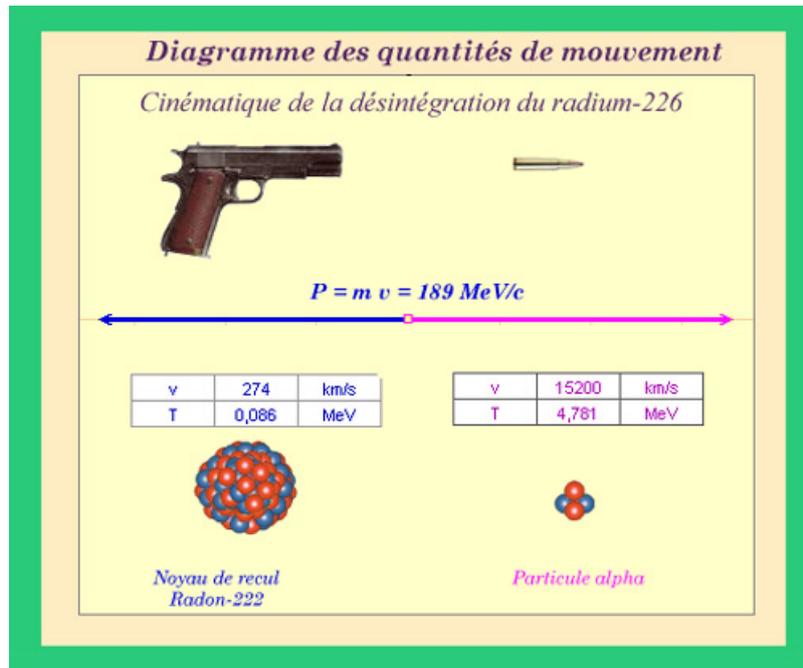


FIGURE 2 – Analogie de la radioactivité alpha avec une arme à feu

L'énergie libérée au cours de la réaction est partagée entre le noyau fils et la particule α . Si le noyau fils est obtenu dans son état fondamental, on a :

$$Q = E_c(Ra) + E_c(\alpha) \quad (6)$$

Avec $E_{Ra} = \frac{m_{Ra} v_{Ra}^2}{2}$ et $E_{\alpha} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}^2}{2}$ l'énergie cinétique du radium et de la particule alpha.

Le noyau fils ayant une masse plus importante que la particule α , cette dernière emmène la plus grande part de l'énergie cinétique. En effet, à partir de la conservation de l'impulsion :

$$m_{Ra} v_{Ra} = m_{\alpha} v_{\alpha} \quad (7)$$

À partir de l'équation 4 et 5 on peut obtenir les énergies cinétiques des noyaux

$$E_c(\alpha) = Q \times \frac{m_{Ra}}{m_{Ra} + m_{\alpha}} \quad (8)$$

$$E_c(Ra) = Q \times \frac{m_{\alpha}}{m_{Ra} + m_{\alpha}} \quad (9)$$

$$\text{AN : } Q = 4.87 \text{ MeV}, m_{\alpha} = 4u, m_{Ra} = 222u$$

$$E_{\alpha} = 4.784 \text{ MeV} \text{ correspond à } 98\%$$

$$E_{Ra} = 0.0862 \text{ MeV} \text{ correspond à } 2\%$$

1.3 Temps de demi-vie

On définit le temps de demi-vie d'un noyau radioactif comme étant le temps au bout duquel la moitié des noyaux initialement présents se sont désintégrés.

À l'échelle d'une population de N particules, la loi de désintégration s'écrit donc :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (10)$$

$N(t)$ le nombre de particules à l'instant t (la population)

λ est la constante de désintégration en s^{-1} , a^{-1} , ect

La résolution de cette équation différentielle fait apparaître une fonction exponentielle décroissante :

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad (11)$$

N_0 le nombre de noyau au temps initial

La demi-vie $t_{1/2}$ est définie comme étant l'instant tel que l'on ait :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad (12)$$

On a donc

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad (13)$$

1.4 Loi empirique de Geiger et Nuttall

Les particules émises par diverses sources radioactives ont à peu près la même énergie cinétique E (gamme étroite de valeurs, d'environ 4 à 10 MeV). Cependant, les demi-vies (ou périodes) des sources varient sur une très large gamme de valeurs suivant l'élément en jeu (plus de 20 ordres de grandeur!).

Elément	Energie α (MeV)	Demi-vie
$^{212}_{84}\text{Po}$	8,95	3.10^{-7} s
$^{240}_{96}\text{Cm}$	6,40	27 j
$^{226}_{88}\text{Ra}$	4,90	$1,6.10^3$ années
$^{232}_{90}\text{Th}$	4,05	$1,4.10^{10}$ années
$^{228}_{92}\text{U}$	6,59	9,3 minutes
$^{230}_{92}\text{U}$	5,60	21 jours
$^{232}_{92}\text{U}$	5,21	73 années
$^{234}_{92}\text{U}$	4,70	$2,4.10^5$ années
$^{236}_{92}\text{U}$	4,45	23.10^7 années
$^{238}_{92}\text{U}$	4,19	$4,4.10^9$ années

FIGURE 3 – Tableau des différents éléments qui se désintègrent par radioactivité alpha, énergie cinétique, demi-vie

La caractéristique la plus frappante des périodes radioactives α est l'étendue de leurs valeurs, comme le montrent les exemples ci-dessus. Les temps de vie observés dans différentes désintégrations peuvent varier de 30 ordres de grandeur ! Depuis des durées supérieures aux temps géologiques, voire cosmiques, ($T \gg 10^{10}$ ans) jusqu'à des durées nécessitant des techniques de détection électroniques. On remarque également qu'au contraire l'énergie cinétique des particules alpha est toujours comprise entre 4 et 10 MeV.

Si on regarde bien les valeurs du tableau, on observe une corrélation entre le temps de demi-vie et l'énergie cinétique des particules alpha. En effet on remarque que plus l'énergie cinétique des particules alpha est élevée plus la durée de vie du noyau est courte.

Ces observations ont été faites par les physiciens Geiger et Nuttall en 1911, et ils proposent une loi empirique reliant les demi-vies $t_{1/2}$ aux énergies cinétiques E des particules α émises :

$$\ln(t_{1/2}) = C_1 + \frac{C_2}{\sqrt{E}} \quad (14)$$

avec des valeurs de C_1 et C_2 indépendantes de E mais dépendantes du numéro atomique Z du noyau restant après la désintégration (noyau fils).

Cette loi décrit que plus l'énergie cinétique des particules alpha est élevée plus la durée de vie du noyau est courte.

Cette loi ainsi que l'origine de la désintégration alpha reste inexplicable jusqu'en 1928, où un physicien américain d'origine russe, George Gamow trouve un modèle à partir de l'effet tunnel qui correspond avec les observations expérimentales. Et c'est ce que nous allons voir dans cette 2ème partie. :)



2 Modèle de Gamow

2.1 Interprétation de Gamow et nécessité de l'effet tunnel

Gamow suppose que la particule α et le noyau fils Y préexiste au sein du noyau père X. Si par la pensée nous « débranchons » les interactions coulombiennes, une telle particule α est liée au reste du noyau par un potentiel nucléaire de courte portée R et de profondeur V_0 , comme représenté sur la figure (2.15a). La particule alpha à une énergie de liaison E_α , le système est stable, la particule alpha ne peut pas s'échapper.

« Branchons » maintenant la répulsion coulombienne entre la particule α de charge $+2q$ et le reste du noyau de charge $(Z - 2)q$. Nous obtenons le potentiel de la figure (2.15 b). Si le noyau est suffisamment gros, l'énergie E_α est maintenant positive.

Classiquement le système reste stable et la particule alpha ne devrait pas être émise, car la barrière de potentiel qu'elle doit passer est supérieure à l'énergie des alphas mesurés.

Mais quantiquement la particule α a une certaine probabilité de traverser cette barrière de potentiel par effet tunnel.

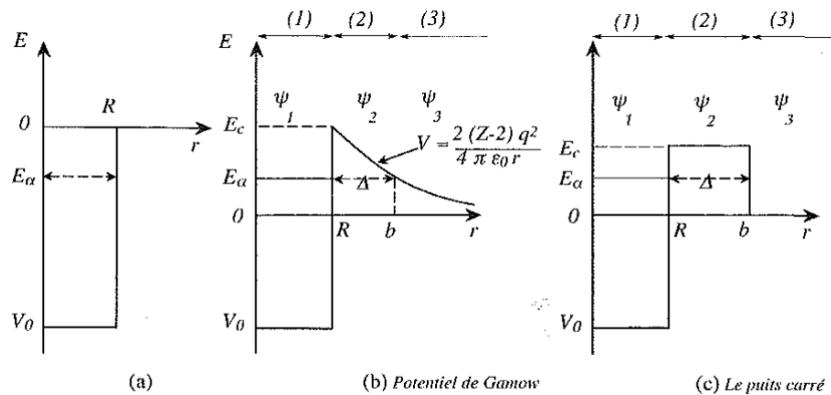


FIG. 2.15 : Modèle de Gamow pour la désintégration α .

FIGURE 4 – Caption

- Nécessité de l'effet tunnel

Dessiner au tableau le potentiel de Gamow

$x < R$ $v(x) = -V_0$, particule alpha est soumise à l'interaction forte qui assure la cohésion du noyau

$x > R$ $V(x) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 x}$ la particule alpha est soumise à l'interaction coulombienne répulsive et on néglige l'interaction forte

Prenons l'exemple du Radium

- Calcul du rayon du noyau

A partir d'un modèle de physique nucléaire (Goutte liquide) on peut supposer que le volume du noyau est globalement sphérique $V = 4/3 \times \pi \times R^3$ et que ce volume est proportionnel au nombre de nucléons A du noyau. On en déduit une formule simple $R = r_0 \times A^{1/3}$ avec $r_0 = 1.3 fm$

On obtient $R(Ra) = r_0 \times 226^{1/3} = 7.92 fm$

- Calcul de la barrière de potentiel coulombienne

$$V(R) = \frac{2 \times 86 \times e^2}{4\pi\epsilon_0 \times R(Ra)} = 32 MeV$$

En partie 1 on a obtenu : $E_c(\alpha) = 4.78 MeV$, on observe que $E_c(\alpha) < V(R)$

D'un point de vue classique la désintégration alpha est inexplicable On a besoin de l'effet tunnel.

2.2 Coefficient de transmission de la barrière de Gamow

Le coefficient de transmission correspond à la probabilité pour la particule de franchir la barrière lors d'un choc

- **Premièrement**, on va calculer le coefficient de transmission pour **une barrière quelconque**. Pour cela on va découper le potentiel en petite tranche rectangulaire de largeur dx . On se ramène donc à une succession de barrière rectangulaire.
- **Rappel du TD de mécanique quantique**

Remarque

Je considère que les étudiants ont déjà traité l'effet tunnel en TD. Je fais un bref rappel des résultats importants. Voir slide pp

Afin d'expliquer l'effet tunnel, commençons par une modélisation simple d'une barrière rectangulaire de potentiel de largeur L et de hauteur V_0 :

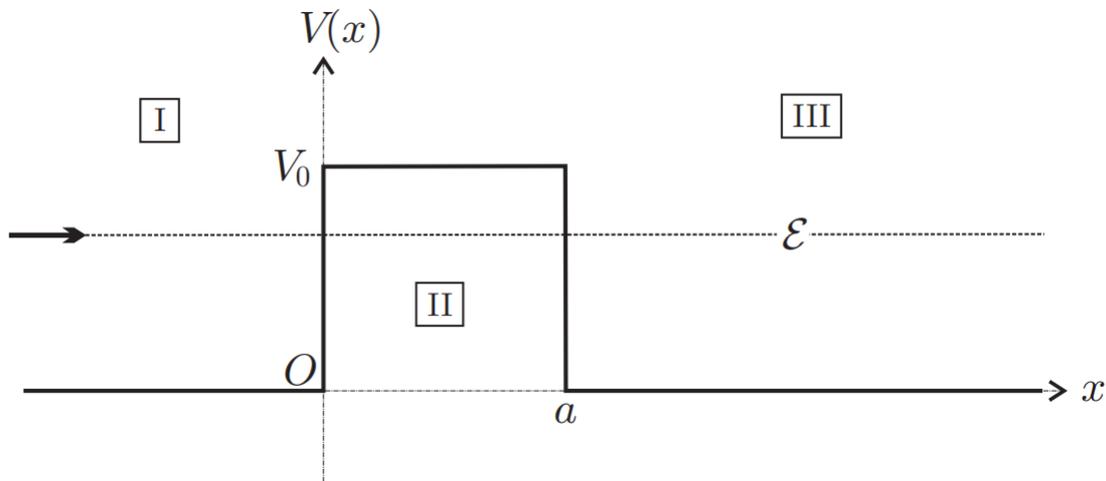
$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \text{ et } x > a \\ V_0 & \text{pour } 0 < x < a \end{cases}$$


FIGURE 5 – Barrière de potentiel de taille V_0

On envoie une particule incidente depuis la zone I vers les x croissants d'énergie $E < V_0$.

La recherche d'états stationnaires solutions de l'équation de Schrödinger conduit aux fonctions d'onde dans les domaines I, II et III :

$$\begin{cases} \Psi_I(x) = Ae^{ikx} + rAe^{-ikx} \\ \Psi_{II}(x) = \underline{B}e^{\alpha x} + \underline{C}e^{-\alpha x} \\ \Psi_{III}(x) = \underline{\tau}Ae^{ikx} \end{cases} \quad \text{où } k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} \quad \text{et } \alpha = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V_0 - E)}$$

et où les inconnues sont \underline{r} , $\underline{\tau}$, \underline{B} et \underline{C} .

L'écriture des conditions aux limites conduit à un système à 4 équations et 4 inconnues.

$$\begin{cases} A(1 + r) = \underline{B} + \underline{C} \\ ikA(1 - r) = \alpha(\underline{B} - \underline{C}) \\ \underline{B}e^{\alpha L} + \underline{C}e^{-\alpha L} = A\underline{\tau}e^{ikL} \\ \alpha(\underline{B}e^{\alpha L} - \underline{C}e^{-\alpha L}) = A\underline{\tau}ike^{ikL} \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équation conduit à l'écriture du coefficient de transmission tunnel qui correspond à la probabilité pour que l'onde incidente traverse la barrière.

$$T = \frac{1}{1 + M \operatorname{sh}^2(\alpha L)} \quad \text{où } M = \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)}$$

Cas particulier de la barrière épaisse : si $\alpha L \gg 1$, alors

$$T \approx 16 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0}\right) e^{-2\alpha L} \quad (15)$$

Dans l'approximation de la barrière épaisse, le coefficient de transmission tunnel varie exponentiellement avec la hauteur V_0 et la largeur L de la barrière

Le préfacteur de l'exponentielle est toujours plus petit que 4. On va être amené à travailler avec $\ln(T)$ par la suite, on voit que le préfacteur va être négligeable devant αL . On oublie donc ce préfacteur et obtient finalement une expression très simple du facteur de transmission :

$$T \approx e^{-2\alpha L} \quad (16)$$

- Fin rappel, en gros

$$T \approx e^{-2\alpha L} \quad (17)$$

$$\alpha(x) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V(x) - E)} \quad (18)$$

Avec L = largeur de la barrière

Dans notre cas $L = dx$ et $V = V(x)$ un potentiel quelconque

- Donc $T(x) = \exp(-2\alpha(x)dx)$
- dx petit donc DL $T(x) = 1 - 2\alpha(x)dx$

Remarque

Ici y'a un soucis, pour calculer le coefficient de la barrière de potentiel rectangulaire, on a fait l'hypothèse de la barrière épaisse, or ici on considère la largeur de la barrière comme petite (dx) et on fait un DL. Je préfère ne pas en parler dans cette leçon mais normalement pour faire un calcul propre il faut utiliser l'approximation WKB ect ect mais pas assez fort en MQ dans mon cas. Il faut s'y préparer pour les questions

- Dessin avec les deux barrières rectangulaires x et $x + dx$ La proba que la particule soit arrivée en $x+dx$ = la proba que la particule arrive en x et qu'elle traverse la barrière de potentiel $P(x + dx) = P(x)T(x)$
- On remplace $T(x)$ $P(x + dx) = P(x) - 2\alpha(x)P(x)dx$
- $\frac{dP}{dx} = -2\alpha(x)P(x)$ et donc $\frac{dP}{P} = -2\alpha(x)dx$
- On intègre entre x_1 et x_2 (les deux points qui croise la barrière pour une énergie donnée)

$$\text{Coefficient pour une barrière quelconque}$$

$$\ln\left(\frac{P(x_2)}{P(x_1)}\right) = \ln(T) = -\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(V(x) - E)} dx$$

Dans notre cas $V(x) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 x}$ et $E = E_c(\alpha)$

- après calcul on obtient

$$\ln(T) = a - \frac{b}{\sqrt{E_c(\alpha)}}$$

Les valeurs des constantes a et b ne sont pas importante (calcul fait en annexe) ce qui est important de voir c'est la dépendance de $\ln(T)$ en $1/(E_c)^{1/2}$ on observe une dépendance comme pour la loi empirique

- Relier le coefficient de transmission T au temps de demi-vie $t_{1/2}$

Tâchons maintenant de relier T au phénomène de désintégration. La variation du nombre de noyaux entre l'instant t et l'instant $t + dt$ vaut $dN = -\lambda N dt$. La particule α oscille entre les bords du puits à la vitesse $v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m}}$, la fréquence des chocs vaut donc $f = \frac{v_\alpha}{2R}$. De plus, la particule a une probabilité T de franchir la barrière à chaque choc. On en déduit que, pour N noyaux, le nombre de particules α passant la barrière par unité de temps vaut $N \frac{v_\alpha}{2R} T$ donc on a

$$dN = -\lambda N dt = -\frac{v_\alpha T}{2R} N dt \Rightarrow \lambda = \frac{v_\alpha T}{2R}$$

Finalement, en sachant que $\tau_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$, on a

$$\begin{aligned} \ln(\tau_{1/2}) &= \ln\left(\frac{\ln(2)}{\lambda}\right) = \ln\left(\frac{2 \ln(2) R}{v_\alpha T}\right) = \ln\left(\frac{2 \ln(2) R}{v_\alpha}\right) - \ln(T) \\ &= \left[\ln\left(\frac{2 \ln(2) R}{v_\alpha}\right) - \frac{4e}{\hbar} \sqrt{\frac{mZ'}{\pi \epsilon_0}} \sqrt{R} \right] + \left[\frac{Z' e^2}{\hbar \epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2}} \right] \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}} \end{aligned}$$

On retrouve la loi empirique de Geiger et Nuttall : $\ln(\tau_{1/2}) = a + \frac{b}{\sqrt{E}}$

Remarque

Tout le calcul bien propre des coefficient est en annexe

Conclusion

Pour conclure, nous avons dans une première partie présenté les différentes notions relatives à la désintégration alpha en finissant par la loi empirique de Geiger et Nuttall. Dans cette seconde partie, nous avons retrouvé cette loi empirique à partir du modèle de Gamow.

Ouverture : autre type de désintégration qui existe, radioactivité alpha avec deux particules alpha ...

3 Question et remarque

3.1 Question

- Découverte des neutrinos à partir du spectre en E_c
- Qu'est-ce que dans ta leçon risque d'être compliqué à comprendre et que met tu en places pour y remédier ? Des rappels de l'effet tunnel, une simulation numérique, des schémas.
- Quand tu as parlé de la chaleur de la réaction, tu as égalisé l'énergie cinétique à la chaleur, est-ce évident d'écrire cela comme ça ? Non pas vraiment, car on ne connaît pas la vitesse de la lumière.
- Comment on calcul la quantité de mouvement en relativité ?
- Quelle est la fréquence de choc dans le modèle de Gamow ? $r=8$ fm, $E= 4.87$ Mev.
- Est ce que tu peux expliquer qualitativement, que plus l'énergie cinétique est grand plus le $t_{1/2}$ est petit ? C'est la largeur de barrière qui est peu épaisse lorsque l'énergie augmente.
- Avec quel domaine de la physique on peut faire le lien entre la dépendance temps-énergie dans cette leçon ? L'inégalité d'heisenberg temporelle.
- Lorsqu'on parle de radioactivité alpha, on parle d'atome avec des électrons ou seulement des noyaux. Cela seulement la noyau.
- Est-ce que tu peux nous donner les autres types de désintégration et les équations associées ? Gamma, capture électronique, B^+ , B^- .
- Pourquoi la radioactivité alpha concerne les noyaux lourds ? Parce qu'il faut une certaine quantité de nucléons pour pouvoir en éjecter 4.

- Pourquoi il n'existe pas d'autre type de radioactivité? Pour une question de stabilité, de nombre magique. Mais il y a d'autres types de radioactivité, une quinzaine environ, et même une radioactivité à deux alpha dans des directions opposées on été théorisées.
- sur les applications, tu as parlé de la datation du basalte, est-ce que tu peux nous en parler un peu plus? C'est le même principe que la datation au carbone 14, avec la mesure du temps de désintégration et de particules alpha émises.
- Tu as placé ta leçon au niveau L3, est-ce que le temps de demi-vie était pertinent à ce niveau? C'est de la terminale, on aurait pu l'éjecter.
- Tu connais les différentes unités de la radioactivité? Le becquerel, le curie, Grey, Sievert.
- quel est le sens physique de la fonction d'onde, est-elle continue sur une marche de potentiel fini? Il faut qu'elle soit continue et sa dérivée aussi. Différent si la marche est infinie, seule la fonction d'onde est continue.
- Quel type de réaction de fusion on a dans le soleil? La fusion de l'hydrogène en hélium, en deutérium.
- Il y a d'autres voies que les tokamaks pour la fusion? Avec les lasers, type le laser mégajoule.
- Gamov est connu pour quelle autre découverte? La nucléosynthèse primordiale.
- Analogue de l'effet tunnel en optique? Réflexion totale frustrée.
- est-ce que tu connais les énergies des neutrons lors de la réaction deutérium trisium? 14 Mev.
- est-ce qu'on peut créer de la matière à partir de rayonnement?

3.2 Remarques/commentaire :

- Manque d'application! Mais à part la datation je ne vois pas d'autre application possible de la radioactivité alpha...
- Attention le symbole du Radon c'est Rn et pas Rd!
- tu as bien parlé des valeurs d'énergie similaire et des durées de vie radicalement différentes.
- Tu n'as pas beaucoup parlé de la notion d'énergie de liaison, ça aurait pu être une bonne idée.
- tu aurais pu raccourci la première partie et mettre en prérequis.
- les réacteurs nucléaires, même si cela ne concerne pas tellement la radioactivité alpha.
- le réacteur nucléaire naturelle du Gabon, et de la variation de la constante de structure fine.
- est-ce que tu connais une représentation qui permet d'analyser la stabilité des éléments?
- il fallait parler un peu plus de l'hypothèse de la barrière épaisse.
- Il y a des débats sur l'effet tunnel, si i lest instantané ou non, et son interprétation nouvelle avec le principe de heinsenberg.
- l'hypothèse WKB aurait pu être développée, le modèle de Gamow est assez délicat mathématiquement, il faut donc y passer du temps.
- Bien parler également de rayonnement ionisant.

4 Annexe

4.1 Annexe 1 : Calcul de $\ln(T)$

On pose R_e l'abscisse qui vérifie $V(x = R_e) = E_\alpha$, on a donc

$$\frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_e} = E_\alpha$$

On rappelle que l'effet tunnel est un effet ondulatoire et que traverser la barrière ne coûte pas d'énergie, donc l'énergie de la particule α reste égale E_α . On a donc

$$\begin{aligned} \ln(T) &= -2 \int_R^{R_e} \sqrt{2m} \sqrt{\frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0 x} - \frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_e}} dx \\ &= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0}} \int_R^{R_e} \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{R_e}} dx \end{aligned}$$

Après calculs, on trouve

$$\ln(T) = \frac{4e}{\hbar} \sqrt{\frac{mZ'}{\pi\varepsilon_0}} \sqrt{R} - \frac{Z'e^2}{\hbar\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}}$$

Calcul juste en dessous

$$\begin{aligned}
\ln(T) &= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0}} \int_R^{R_e} dx \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{R_e}} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\frac{2Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_e}} \int_R^{R_e} dx \sqrt{\frac{R_e}{x} - 1} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{E_\alpha} \int_R^{R_e} dx \sqrt{\frac{R_e}{x} - 1} \quad \text{avec} \quad E_\alpha = \frac{Z'e^2}{2\pi\varepsilon_0 R_e} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{E_\alpha} \int_{\sqrt{R/R_e}}^1 2R_e y \, dy \sqrt{\frac{1}{y^2} - 1} \quad \text{en posant} \quad \begin{cases} x = R_e y^2 \\ dx = 2R_e y \, dy \end{cases} \iff y = \sqrt{\frac{R_e}{x}} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \int_{\sqrt{R/R_e}}^1 2 \, dy \sqrt{1 - y^2} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \int_{\phi_0}^{\pi/2} 2 \cos \phi \, d\phi \sqrt{1 - \sin^2 \phi} \quad \text{en posant} \quad \begin{cases} y = \sin \phi \\ dy = \cos \phi \, d\phi \\ \sqrt{R/R_e} = \sin \phi_0 \end{cases} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \int_{\phi_0}^{\pi/2} 2 \, d\phi \cos^2 \phi \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \int_{\phi_0}^{\pi/2} d\phi [1 + \cos(2\phi)] \quad \text{car} \quad 2 \cos^2 \phi = 1 + \cos(2\phi) \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \left[\phi + \frac{\sin(2\phi)}{2} \right]_{\phi_0}^{\pi/2} \\
&= -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \left[\frac{\pi}{2} - \phi_0 + 0 - \frac{\sin(2\phi_0)}{2} \right] \\
&\simeq -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \left[\frac{\pi}{2} - \phi_0 - \frac{2\phi_0}{2} \right] \quad \text{car} \quad \phi_0 \ll 1 \text{ donc } \sin(2\phi_0) \simeq 2\phi_0 \\
&\simeq -\frac{2\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \left[\frac{\pi}{2} - 2\phi_0 \right] \\
&\simeq -\frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} + \frac{4\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} \sqrt{\frac{R}{R_e}} \quad \text{car} \quad \phi_0 \simeq \sin \phi_0 = \sqrt{\frac{R}{R_e}} \\
&\simeq -\frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar} R_e \sqrt{E_\alpha} + \frac{4\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{R_e E_\alpha} \sqrt{R} \\
&\simeq -\frac{\pi\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{Z'e^2}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}} + \frac{4\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\frac{Z'e^2}{2\pi\varepsilon_0}} \sqrt{R} \\
\ln(T) &\simeq \frac{4e}{\hbar} \sqrt{\frac{mZ'}{\pi\varepsilon_0}} \sqrt{R} - \frac{Z'e^2}{\hbar\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{1}{\sqrt{E_\alpha}}
\end{aligned}$$