

1) Systèmes traitement classique ou quantique

1) Critère

On compare l'action du système S à h

où $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

$$S = \text{moment cinétique} = \text{q.t.é. mot} \times \text{longueur} \\ = \text{énergie} \times \text{temps}$$

Il est parfois suffisant de comparer plutôt l_{carac} du milieu à λ_{dB} , où : $\lambda_{\text{dB}} = h/p$

On aura : $\begin{cases} \text{Si } S \gg h \text{ ou } \lambda_{\text{dB}} \ll l : \text{classique} \\ \text{Si } S \leq h \text{ ou } l \leq \lambda_{\text{dB}} : \text{quantique} \end{cases}$

2) Exemples

• Pendule simple $\Rightarrow S \approx L \cdot \omega \cdot l \cdot m \cdot v$
 $L \approx 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \gg h \Rightarrow \text{classique}$
 $\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 \text{ m} & 1 \text{ kg} & 1 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \end{matrix}$

→ D. 11. 1
 • e⁻ dans un métal : L₀ un peu bizarre

↳ λ_{dB} plutôt.

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p}$$

On, Gaz d'e⁻ type GP $\sim \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$

$$p^2/m \sim 3k_B T$$

$$p = \sqrt{3k_B T m}$$

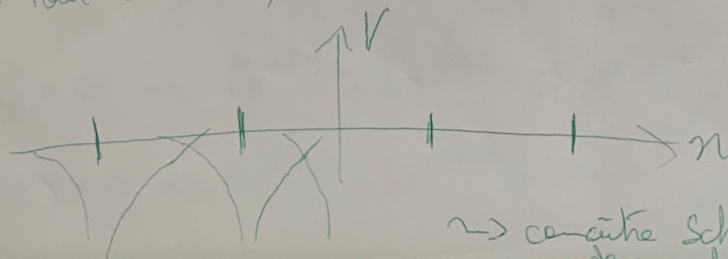
d'où : $\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}}$

Pour un e⁻ dans un métal, $n_e \sim 10^{29} \text{ m}^{-3}$

$$l \sim \frac{1}{n_e^{1/3}} \sim 10^{-29/3}$$

$\left\{ \begin{array}{l} l_e = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ \lambda_{De} = 6,3 \cdot 10^{-9} \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{l_e < \lambda_{De}} \text{ Quantique}$
 $\uparrow$
 $T = 300 \text{ K}$

Transition: Pour le métal, réseau 1D d'ion

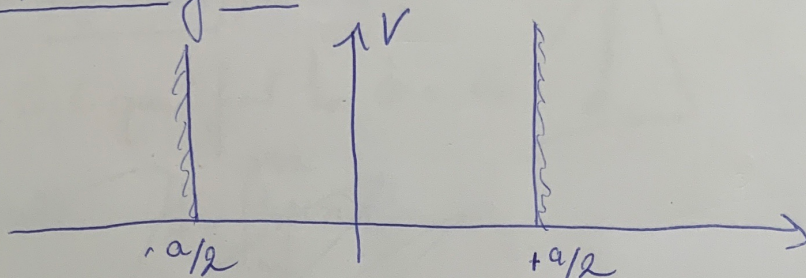


→ comme Schrödinger dans quelque cas simple

II) Points classiques et applications

③

1) Puits carré infini



$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \in]-a/2; a/2[\\ +\infty & \text{sinon} \end{cases} \rightarrow \text{symétrique donc } |\psi|^2 \text{ m. sym.}$$

$$\hookrightarrow \psi(x) = \pm \psi(-x)$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$$

Eq. Schrödinger pour un état lié: $H\psi(x) = E\psi(x)$, $E > 0$

But: Trouver E et ψ .

$\hookrightarrow E > E_{\text{min}}$
Car sin
non intégrable

$$\text{On a: } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

$$\text{d'où: } \psi''(x) + \underbrace{\left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)}_{k^2} \psi = 0$$

$$\text{Soit } \psi(x) = \underbrace{A \cos \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x}_{\text{paire}} + \underbrace{B \sin \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} x}_{\text{impaire}} = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

$$\text{C.L: } \psi(a/2) = 0 \rightarrow A e^{-ika/2} + B e^{ika/2} = 0 \rightarrow A = -B e^{ika}$$

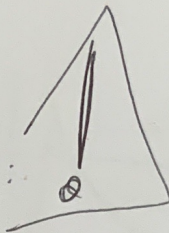
$$\psi(-a/2) = 0 \rightarrow A e^{ika/2} + B e^{-ika/2} = 0 \rightarrow \begin{cases} \rightarrow \det = 0 \\ e^{-ika} - e^{ika} = 0 \end{cases}$$

Don: $\sin(ka) = 0$

(4)

$$ka = m\pi, m \in \mathbb{N}^*$$

$\Rightarrow$ les C.L. qualifient k_m des E_m :



Normalisation: $1 = \int_{-a/2}^{a/2} |\psi(x)|^2 dx$
 $1 = \int A e^{ikx} dx$

On a: $A = -B e^{ika} \Rightarrow \psi_m(x) = B (e^{-ikx} - e^{ikx} e^{ika})$

$$\psi_m(x) = B e^{ika/2} (e^{-i(kx+a/2)} - e^{i(kx+a/2)})$$

$$\boxed{\psi_m(x) = B'_m \sin(k_m(x+a/2))}$$

Normalisation: $1 = \int_{-a/2}^{a/2} |B'_m|^2 \sin^2(k_m(x+a/2)) dx$

$$1 = |B'_m|^2 \int_{-a/2}^{a/2} 1 - \cos(2k_m(x+a/2)) dx$$

$$\frac{1}{a} = |B'_m|^2$$

$$\boxed{\psi_m(x) = \sqrt{2/a} \sin(k_m(x+a/2))}$$