

Niveau:

Aspects classique et quantique de l'interaction lumière-matière

Prérequis:

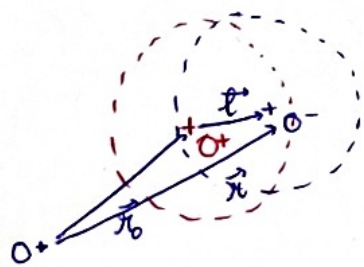
Intro:

I. Réponse ~~optique~~ du milieu : modèle classique

1. le modèle de l'électron élastiquement lié

Un matériau diélectrique homogène isotrope ^{route} supposé isolant (= électrons fixes)
 → on cherche sa réponse à une onde électromagnétique

À l'échelle de l'atome:



O^- barycentre des charges $-e$ ($-Ze$)

O^+ barycentre des charges $+e$ ($+Ze$)

$M_p \gg m_e$ donc sphère positive fixe = déplacement des électrons sous un champ extérieur → apparition de $\vec{p}$

Champs créé par la sphère positive $\vec{E}_+ = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{x} = \frac{Ze}{3\epsilon_0 V} \vec{x}$

PFD :

$$Z m_e \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = - \frac{Ze^2}{3\epsilon V} \vec{x} - Ze \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t) - \frac{Z m_e}{\epsilon} \frac{d\vec{x}}{dt}$$

Soit $Ze \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} + \frac{Z}{\epsilon} \frac{d\vec{x}}{dt} + \frac{Ze^2}{3\epsilon V m_e} \vec{x} = - \frac{Ze}{m_e} \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t)$

Le moment dipolaire de l'atome est $\vec{p} = -Ze \vec{x}$

Donc $\frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{Ze^2}{3\epsilon V m_e} \vec{p} = \frac{Ze^2}{m_e} \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t)$

En régime sinusoïdal forcé $\vec{p}_\omega = \frac{Ze^2/m_e}{\frac{Ze^2}{3\epsilon V m_e} + \frac{i\omega}{\epsilon} - \omega^2} \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t)$

On pose $\omega_0^2 = \frac{Ze^2}{3\epsilon V m_e}$ soit $\vec{p}_\omega = \frac{3\epsilon V}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + \frac{i}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}} \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t) = \frac{\alpha \epsilon}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + \frac{i}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}} \vec{E}_{\text{ext}}(\vec{x}_0, t)$

On a : $\omega_0 \sim 10^{16} \text{ rad s}^{-1}$
 $\epsilon \sim 10^{-8} \text{ s}$

3. Évolution de l'indice optique du milieu

Avec les équations de Maxwell et $\vec{P} = \epsilon \chi_e \vec{E} = N \vec{p}_\omega$

On a $\vec{k}^2 = (1 + \chi_e(\omega)) \frac{\omega^2}{c^2} = n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}$

D'où $n(\omega) = \sqrt{1 + \chi_e(\omega)}$ dilué $1 + \frac{\chi_e(\omega)}{2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{N \alpha(\omega)}{\epsilon}$

$$n(\omega) = 1 + \frac{N \alpha_0}{2} \frac{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 - \frac{\omega^2}{Q^2 \omega_0^2}} - i \frac{N \alpha_0}{2Q} \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 - \frac{\omega^2}{Q^2 \omega_0^2}} = n' + i n''$$

$\rightarrow n''$ est négligeable $\rightarrow$ absorption et la résonance optique

$(Q \gg 1)$ et que $n' \rightarrow$ (cauchy)

Dans le référentiel du ~~noyau des charges positives~~ du laboratoire

$$\vec{F}_{\text{phéto} \rightarrow \text{e}^-} = -ze \vec{E}_+(r) = -\frac{ze^2}{3\epsilon_0 V} r = -k r \quad \text{force de rappel élastique}$$

$\Rightarrow$ dynamique des électrons = vont créer un champ électrique qui va rétroagir sur l'onde incidente

2. Moment dipolaire induit

L'onde incidente est supposée plane progressive harmonique

$$\vec{E}_{\text{onde}} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})$$

Hypothèse : $\lambda = \frac{2\pi}{k} \gg a_0$ avec a_0 rayon de Bohr

$\Rightarrow$ le champ est constant sur les distances caractéristiques de l'atome

$$\vec{E}_{\text{onde}}(\vec{x}, t) \sim \vec{E}_{\text{onde}}(\vec{x}_0, t)$$

$$\text{ODG: } \left. \begin{array}{l} a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \\ \lambda \sim 3 \cdot 10^{-7} \text{ m} \end{array} \right\} \lambda \gg a_0$$

$$(f = 10^{15} \text{ Hz})$$

+ électrons non relativistes $\vec{F}_{\text{Lorentz}} \sim q \vec{E}$

Système : {électron}

Référentiel : {laboratoire galiléen}

Bilan des forces: - force de rappel: $\vec{F}_d = -\frac{ze^2}{3\epsilon_0 V} r$

- électrique: $\vec{F}_E = -ze \vec{E}_{\text{onde}}(\vec{x}_0, t)$

- dissipation par freinage: $\vec{F}_f = -\frac{ze m_e}{\epsilon_0} \frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{ze m_e}{\epsilon_0} \frac{d\vec{r}}{dt}$

II - Aspects quantiques

1. Interaction / 1: système à deux niveaux perturbé

Pas de prise en compte de la quantification des niveaux d'énergie de l'atome

$\Rightarrow$ système à deux niveaux isolés (γ_{sp} décohérence par émission spontanée)

Hamiltonien ~~d'interaction~~ total: $\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \vec{p}_g \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ avec $\langle e | -\vec{p}_g \vec{E}_0 \cos(\omega t) | g \rangle = \langle g | -\vec{p}_g \vec{E}_0 \cos(\omega t) | e \rangle = -\vec{p}_{eg} \vec{E}_0 \cos(\omega t)$

On cherche l'évolution du système dans sa fonction d'onde:

$$|\psi(t)\rangle = C_g(t) e^{-iE_g t/\hbar} |g\rangle + C_e(t) e^{-iE_e t/\hbar}$$

On résout l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}(t) |\psi(t)\rangle$$

En projetant sur les états: $i\hbar \left[-\frac{iE_g}{\hbar} e^{-iE_g t/\hbar} C_g(t) + e^{-iE_g t/\hbar} \frac{\partial C_g}{\partial t} \right] = E_g C_g(t) e^{-iE_g t/\hbar} + \vec{p}_{eg} \vec{E}_0 \cos(\omega t) C_e(t) e^{-iE_e t/\hbar}$

sur $|g\rangle$:

$$i\hbar \left[-\frac{iE_g}{\hbar} e^{-iE_g t/\hbar} C_g(t) + e^{-iE_g t/\hbar} \frac{\partial C_g}{\partial t} \right] = E_g C_g(t) e^{-iE_g t/\hbar} + \vec{p}_{eg} \vec{E}_0 \cos(\omega t) C_e(t) e^{-iE_e t/\hbar}$$

soit avec $E_e - E_g = \hbar\omega_0$

$$\begin{cases} \frac{\partial C_g}{\partial t} = \frac{i\vec{p}_{eg}}{\hbar} \vec{E}_0 \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} C_e(t) = -i\Omega \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} C_e(t) \\ \frac{\partial C_e}{\partial t} = \frac{i\vec{p}_{eg}}{\hbar} \vec{E}_0 \cos(\omega t) e^{+i\omega_0 t} C_g(t) = -i\Omega \cos(\omega t) e^{+i\omega_0 t} C_g(t) \end{cases}$$

avec $\Omega = -\frac{\vec{p}_{eg} \vec{E}_0}{\hbar}$

$\Rightarrow$ résolution de Schrödinger

$\rightarrow$ on a l'évolution d'un atome et le matériau ?

2. Réponse macroscopique

- la réponse du matériau dépend de chaque atome et leur environnement
- ⇒ il faut connaître la réponse de l'ensemble du système
 - = dépend la population de chaque niveau mais aussi leur cohérence
 - chaque atome est influencé par les autres atomes
- ⇒ Equation de Bloch

En régime stationnaire : $\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_{gg}}{dt} = 0$ et on suppose $\sigma_{gg} = \sigma_{ge}$

$$\begin{cases} \sigma_{ee} = \frac{1}{2} \frac{\Omega^2 \gamma}{\gamma_{sp}} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 + \frac{\Omega^2 \gamma}{\gamma_{sp}}} \\ \sigma_{gg} = 1 - \sigma_{ee} \end{cases}$$

La saturation $s = \frac{\Omega^2 \gamma}{\gamma_{sp}} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}$ d'où

$$\begin{cases} \sigma_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \\ \sigma_{gg} = \frac{1}{2} \frac{2+s}{1+s} \end{cases}$$

→ graphe des probabilités de populations

La réponse optique dépend du moment dipolaire = la cohérence entre les états et le moment initial du système.

$$\vec{P} = N \vec{\mu} = N \vec{\mu}_{eg} \sigma_{eg} \quad \text{avec} \quad \sigma_{eg} = \frac{\Omega}{2} \frac{\omega - \omega_0 - i\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2 + \Omega^2 \gamma / \gamma_{sp}} \quad \text{avec} \quad \Omega = -\frac{\vec{\mu}_{eg} \vec{E}_0}{\hbar}$$

$$= \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

On a alors

$$\chi_e = \frac{N \mu^2}{2 \hbar \epsilon_0} \frac{1}{\omega - \omega_0 - i\gamma} \frac{1}{1+s} = f \chi_{e0} \frac{1}{1+s}$$

⇒ effet de la saturation sur la réponse optique + PFD ↔ Schrodinger

rappel ↔ $\Delta E = \hbar \omega_0$

$\chi_0 \leftrightarrow \gamma_{sp}$

$Q \rightarrow$ saturation.

Ⓛ: pour les lasers il faut ajouter un troisième niveau pour avoir un universel de population