

EXAMEN FLUIDES COMPLEXES ET INTERFACES

Le sujet est prévu pour trois heures d'examen.

Procédure d'examen :

- Vous devrez faire un accusé de réception du message (équivalent à la signature de la feuille d'émargement).
- Vous pouvez soit me répondre en tapant les réponses dans un document de votre choix, soit en écrivant à la main et en scannant votre copie (dans ce cas, l'application Genius Scan permet de faire des scans plus propres que les photos).
- Vos nom et prénom devront apparaître sur chaque feuille manuscrite, sur la première page du fichier si votre réponse est tapée et, dans tous les cas, dans le titre du fichier.
- Vous devrez numérotter chacune des feuilles papier (exemple : 1/4, 2/4, 3/4 et 4/4)
- Vous devrez me renvoyer votre copie avant le 10 juin, de préférence en utilisant votre messagerie u-psud/paris-saclay.
- Vous pourrez me poser des questions par e-mail entre le 3 et le 10 juin. N'hésitez pas à le faire. Les réponses seront communiquées à tous les étudiants.

I Modélisation d'un liquide visco-élastique par un modèle de Maxwell

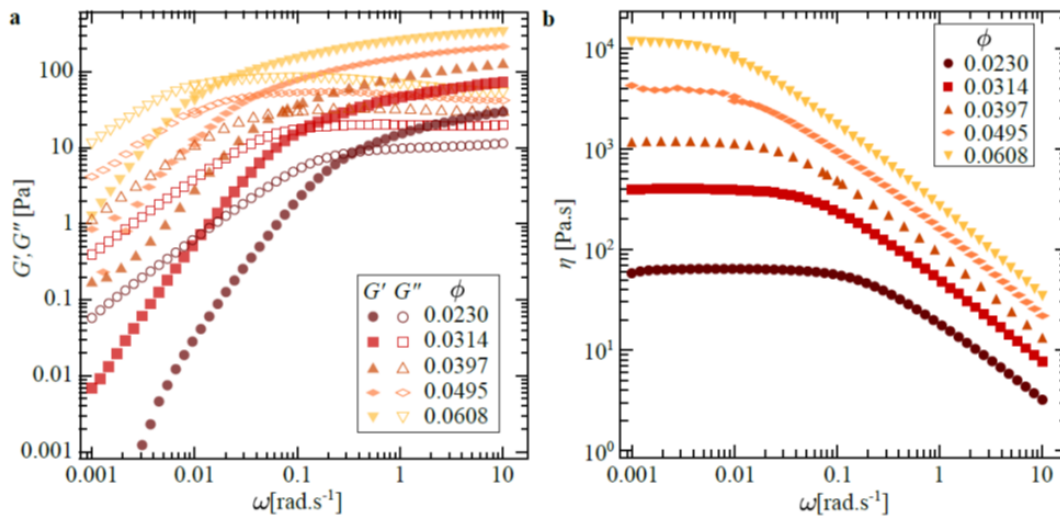


FIGURE 1 – (a) Mesure des modules G' and G'' en fonction de la fréquence de sollicitation ω . (b) Viscosité η extraite des courbes de la figure (a).

1. Rappeler le principe du modèle de Maxwell avec un module élastique E et une viscosité η_0 , retrouver la loi rhéologique $\sigma(\varepsilon)$ à laquelle il mène et définir les différents paramètres physiques en jeu. On introduira $\tau = \frac{\eta_0}{E}$
2. Proposer une expérience permettant d'effectuer les mesures de la Figure 1.
3. Expliquer comment il est possible de construire la figure (b) à partir de la figure (a).
4. Dans la publication associée à ces courbes, les chercheurs utilisent le modèle de de Maxwell pour les décrire. En regardant les tendances à petite et grande fréquence, discuter dans quelle mesure les courbes de la figure 1 sont compatibles avec ce modèle.

5. Dans le cadre d'un modèle de Maxwell, extraire les valeurs de τ et le module élastique E de la courbe obtenue pour une valeur de $\Phi = 0.0230$

II Test du Probe Tack

Deux pièces mécaniques sont collées ensemble via un fluide (que l'on qualifiera de complexe) situé dans l'espace interstitiel se trouvant entre leur surface de contact et nous cherchons à les décoller en leur appliquant une force normale de traction (Figure 2). Nous voulons connaître la qualité de l'adhésion en fonction des propriétés du fluide interstitiel. Nous supposons que les deux solides sont indéformables, que les surfaces de contact entre les solides et l'adhésif sont planes et qu'elles restent suffisamment parallèles pour qu'on puisse les considérer comme telles dans le calcul.

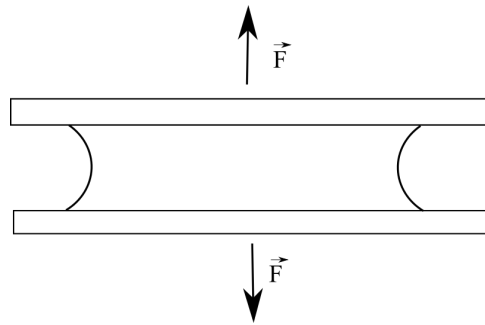


FIGURE 2 – Schéma de l'adhésif

1 Questions préliminaires

1. Comment nomme-t-on un matériau qui stocke (et restitue) l'énergie mécanique qu'il reçoit de l'opérateur ?
2. Comment nomme-t-on un matériau qui dissipe l'énergie mécanique reçue y compris pour des contraintes très faibles ?
3. Comment nomme-t-on un matériau qui combine les deux caractères précédents ?
4. Pour les deux premiers cas, donnez la relation entre contrainte et déformation en introduisant les modules adaptés. On donnera leur nom et leur dimension (ou unité).
5. Pour faire un adhésif, pourquoi ne peut-on pas utiliser un matériau purement visqueux ?
6. Même question pour un matériau purement élastique ?

2 Rupture cohésive ou adhésive

On réalise un collage entre 2 plaques planes parallèles, de surface A , en étalant un adhésif sur l'une des plaques avant d'appliquer la seconde. On connaît l'énergie interfaciale entre les plaques et l'air, $\gamma_{S,G}$, entre les plaques et l'adhésif $\gamma_{S,A}$, et entre l'adhésif et l'air $\gamma_{A,G}$. Le collage ainsi réalisé peut se rompre suivant deux types de mécanismes :

1. Rappeler ce qu'est l'énergie interfaciale.
2. La rupture est dite "cohésive" lorsqu'elle est liée à la cohésion de l'adhésif lui-même : il se forme alors dans l'adhésif une fissure qui se propage jusqu'à la rupture totale (Figure 3). En l'absence de dissipation d'énergie (limite thermodynamique), exprimer l'énergie G_{coh} par unité de surface qu'il faut fournir pour décoller complètement les 2 plaques.

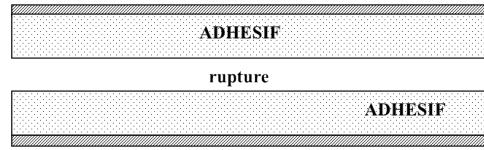


FIGURE 3 – Schéma d'une rupture cohésive

3. La rupture est dite "adhésive" lorsqu'il y a décollement de l'adhésif de l'une des plaques comme le schématise la figure 4. On appelle G_{adh} l'énergie nécessaire à la création de surface dans ce

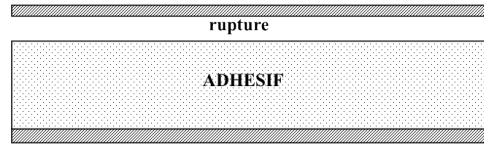


FIGURE 4 – Schéma d'une rupture adhésive

deuxième cas. Calculer G_{adh} .

4. Exprimer $(G_{adh} - G_{coh})$ en fonction des différentes tensions de surface.
5. On considère le cas pratique d'un adhésif liquide à base de polyacrylate de n-butyle (PnBA) placé entre 2 plaques de polystyrène (PS) (matière plastique rigide à température ambiante) les valeurs des différentes énergies de surfaces à 20°C sont les suivantes :
- $\gamma_{PS,G} = 41 \text{ mJ/m}^2$
- $\gamma_{PnBA,G} = 34 \text{ mJ/m}^2$
- $\gamma_{PS,PnBA} = 3 \text{ mJ/m}^2$
- Quel type de rupture s'attend-t-on à observer à 20°C ?
6. Commenter ce résultat quant à la qualité de l'adhésif.

3 Champ de pression et cavitation

Coincé entre les deux plaques, que l'on suppose horizontales, on suppose que l'adhésif prend la géométrie d'un disque de rayon R et d'épaisseur h . On considère le cas où le rayon R du disque d'adhésif est très grand devant son épaisseur h (Figure 5).

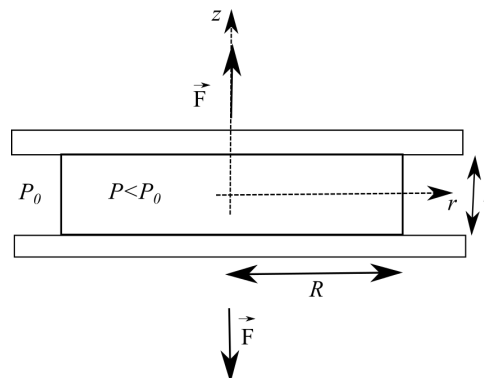


FIGURE 5 – Notations utilisées pour décrire l'écoulement à l'intérieur de l'adhésif.

On suppose que l'adhésif est constitué d'un fluide rhéofluidifiant caractérisé par le fait que la contrainte de cisaillement dépend non linéairement du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ selon la relation :

$$\sigma_{cis} = \mu \dot{\gamma}^n \quad (1)$$

où n est inférieur à 1 (fluide rhéofluidifiant).

Le but de cette partie est d'exprimer la force de traction exercée sur les plaques (Figure 5) permettant d'obtenir une vitesse donnée dh/dt de séparation des plaques. La force appliquée sur les deux plaques est une traction, ce qui implique que le fluide interstitiel est en dépression. La pression dans la région périphérique de l'adhésif est la pression atmosphérique $P(R) = P_0$.

On se place donc dans une géométrie cylindrique, r désigne la direction radiale et z la direction verticale. Par commodité on placera l'origine de l'axe des z à mi-distance entre les deux plaques.

1. On se place dans l'approximation de Stokes. Justifier cette approximation et rappeler quelles sont les contraintes en présence dans cette approximation. Dans la suite, on négligera la gravité.
2. Expliquer très proprement, à l'aide d'un schéma qui permet de faire un bilan des contraintes, l'origine de la relation :

$$\frac{\partial}{\partial r}P = \frac{\partial}{\partial z}\sigma_{rz} \quad (2)$$

3. À l'aide de l'équation (2), exprimer la contrainte de cisaillement $\sigma_{rz}(z)$ pour r fixé en fonction de z et du gradient de pression $\partial P/\partial r$ sans expliciter la valeur de ce dernier. Pour la condition aux limites, on remarquera que la condition de symétrie impose une contrainte nulle en $z = 0$.
4. Quelle est la condition aux limites au niveau des plaques ? En déduire le profil de vitesse $u_r(z)$ en fonction de $\partial P/\partial r$ pour un fluide newtonien.
5. Expliquer qualitativement ce qu'est un fluide interstitiel *newtonien*, un fluide *à seuil*, ou encore un fluide *rhéofluidifiant*.
6. Dessiner le profil des contraintes dans l'adhésif. Pour chacun des trois fluides cités à la question précédente, expliquer qualitativement l'influence de ce profil de contrainte sur la viscosité apparente du liquide et donc sur son écoulement. Tracer qualitativement l'allure du profil de vitesse pour ces différents fluides.
7. Dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant qui ne glisse pas sur les parois et qui est caractérisé par l'équation (1), exprimer le taux de cisaillement $\dot{\gamma}(z)$ puis le profil de vitesse $u(z)$ en fonction du gradient de pression $\partial P/\partial r$. Montrer que

$$u_r = \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(z^{\frac{1}{n}+1} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}\right) \quad (3)$$

8. Expliquer qualitativement dans quel sens se déplace le liquide lorsque la force est une traction. Vérifier la cohérence avec l'équation 3.
9. Soit

$$Q(r) = 4\pi r \int_0^{\frac{h}{2}} u(z) dz \quad (4)$$

le débit de fluide vers l'intérieur du disque à une distance r du centre. Exprimer cette quantité en fonction du gradient de pression $\partial P/\partial r$, de l'épaisseur h et les paramètres rhéologiques μ et n du fluide. En déduire l'expression de la vitesse moyennée dans l'épaisseur de la couche,

$$\bar{u} = \frac{Q(r)}{2\pi r h} \quad (5)$$

en fonction des mêmes quantités.

10. En s'appuyant sur la conservation du débit et la condition d'incompressibilité du fluide, exprimer une relation entre la vitesse du fluide moyennée sur l'épaisseur, $\bar{u}$, et la vitesse verticale de la plaque $\frac{dh}{dt}$. En déduire un ordre de grandeur de $\bar{u}(R)$ si l'on éloigne les plaques à une vitesse de 1 mm/s. On prendra $R = 1$ cm et $h = 1$ mm.

11. En déduire une expression de $\partial P / \partial r$. Estimer la valeur de ce gradient pour des paramètres de rhéologie $\mu = 200$ et $n = 0,5$. Attention au signe.
12. Donner l'expression de la pression en $r = 0$ et la calculer.
13. Lors du décollement d'un adhésif, l'on observe l'apparition de bulles dans l'adhésif. Ce phénomène s'appelle la cavitation. Vérifier la cohérence avec la question précédente.