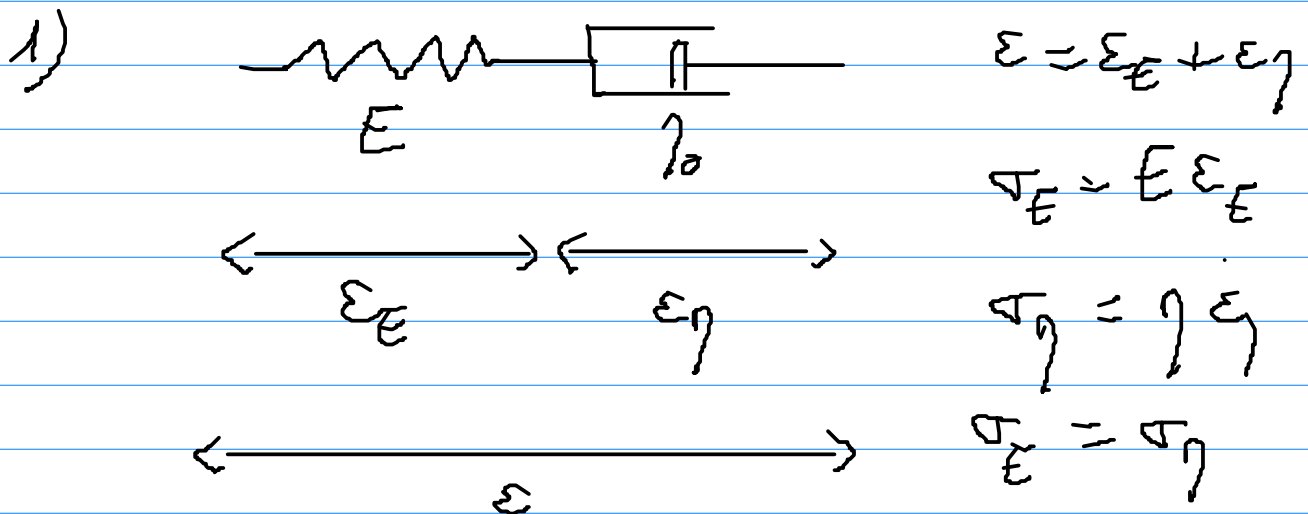


Examen fluides complexes et interfaces

2019-2020

I - Modélisation d'un liquide viscoélastique par un modèle de Maxwell



$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_E + \epsilon_\eta \\ \dot{\epsilon} &= \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\dot{\sigma}}{\eta} \\ \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau} &= \dot{\epsilon} E \end{aligned}$$

2) Cone-Plan

$$\epsilon = \epsilon_0 \cos \omega t \rightarrow \epsilon^* = \epsilon_0 e^{i\omega t}$$

$$i\omega \sigma_0 + \frac{\sigma_0}{\tau} = i\omega \epsilon_0$$

$$\sigma_0 = \frac{i\omega E}{1/\tau + i\omega} \quad \epsilon_0 = E \frac{i\omega \tau + \omega^2}{\frac{1}{\tau^2} + \omega^2} \epsilon_0$$

$$\sigma^* = (G' + iG'') \epsilon^*$$

$$G' = \frac{E\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$G'' = \frac{E\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$3) \quad G'' = \eta \omega$$

$$4) \quad G' \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} E\omega^2 \tau^2 \quad \text{compatible avec le graph (partie 1)}$$

$$G' \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} E = \text{cte}$$

en réalité, on voit avec partie 1

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \omega \tau^2} \quad \eta \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \eta_0 \quad \text{ou}$$

$$\eta \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} \eta_0 / \omega^2 \tau^2 \quad \text{On voit plutôt une pente } -1$$

$\Rightarrow$ le modèle de Maxwell marche bien à basse fréquence mais moins à haute fréquence

5) Transition entre les deux régimes pour $\omega \approx 0,1 \text{ rad/s}$
 $\Rightarrow \tau = 10 \text{ s}$

II - Test du probe-tack

1) énergie nécessaire à la création d'un mètre carré de surface

$$2) G_{coh} = 2 \gamma_{AG}$$

$$3) G_{adh} = \gamma_{AG} + \gamma_{SG} - \gamma_{SA}$$

$$4) G_{adh} - G_{coh} = \gamma_{SG} - \gamma_{SA} - \gamma_{AG}$$

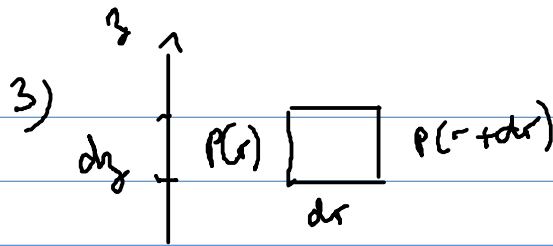
$$5) G_{adh} - G_{coh} = 41 - 3 - 34 = 4 \text{ mJ/m}^2 > 0$$

$\Rightarrow$ rupture cohésive

6) rupture cohésive = manque d'un bon adhésif

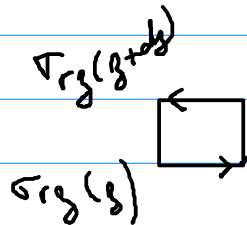
$$3) 1) \tau_{cis} = \mu \dot{\gamma}^m$$

2) $h \ll R \Rightarrow$ Stokes
 gravité, viscosité, gradient de pression



bilan des forces de pression
dans la direction z

$$\begin{aligned} & (-P(r+dr) + P(r)) \\ &= -\frac{\partial P}{\partial r} dr dz \end{aligned}$$



bilan du cisaillement
 $(\tau_{rz}(z+dz) - \tau_{rz}(z)) dr$

$$= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dr dz$$

Finalement $\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z}$

3) $\tau_{rz} = \frac{\partial P}{\partial r} z$

4) sur les plaques $u_r = 0$ en $\pm h/2$
pour un fluide newtonien $\tau_{rz} = \eta \frac{\partial u_r}{\partial z}$

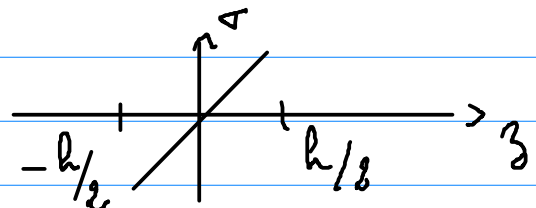
$$\eta \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial r} z \quad u_r = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial r} \left(\frac{z^2}{2} - \frac{h^2}{8} \right)$$

5) fluide newtonien η indépendant de $\dot{\gamma}$

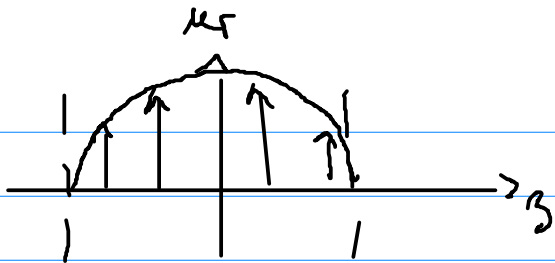
fluide rhéopaisissant $\eta \uparrow$ avec $\dot{\gamma}$

rhéofluidifiant $\eta \downarrow$ avec $\dot{\gamma}$

6) $\tau_{rz} = \frac{\partial P}{\partial r} z$



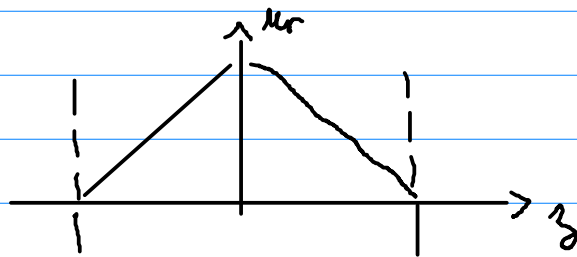
Fluide Newtonien



Fluide rhéofluidifiant $\eta \searrow$ avec $\dot{\gamma}$

$$\sigma = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad \dot{\gamma} = \frac{\sigma}{\eta(\dot{\gamma})}$$

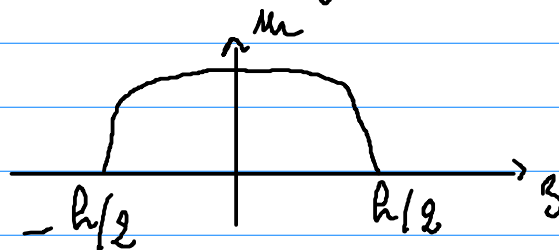
$$\sigma \nearrow \Rightarrow \eta \searrow \Rightarrow \dot{\gamma} \approx \text{constant}$$



Fluide rhéopaisissant $\dot{\gamma} \nearrow \Rightarrow \eta \nearrow$

$$\sigma = \eta \dot{\gamma} \quad \dot{\gamma} = \frac{\sigma}{\eta(\dot{\gamma})}$$

$$\sigma \nearrow \Rightarrow \dot{\gamma} \nearrow$$



7)

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\sigma_{rz} = \mu \dot{\gamma}^n$$

$$\sigma_{rz} = \frac{\partial p}{\partial r} z = \mu \dot{\gamma}^n$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\left(\frac{\partial u_r}{\partial y}\right)^n = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} y$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial y} = \frac{1}{\mu^{1/n}} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{1/n} y^{1/n}$$

$$u_r = \frac{1}{\mu^{1/n}} \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{1/n} \left[\frac{y^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{n+1}{n}} - \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}}{(n+1)/n} \right]$$

$$= \underbrace{\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}\right)^{1/n}}_{>0} \frac{n}{n+1} \left[\underbrace{y^{\frac{n+1}{n}}}_{<0} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

8 - Traction sur les plaques $\Rightarrow$ le liquide va vers l'intérieur ($u < 0$)

= ok avec equation précédente

$$9 - Q = 4\pi r \int_0^{h/2} u_r dy$$

$$= 4\pi r \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{n}{n+1} \left[\frac{y^{\frac{1}{n}+2}}{\frac{1}{n}+2} - \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1} y \right]_0^{h/2}$$

$$= 4\pi r \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} \left(\frac{n}{1+2n} - 1\right)$$

$$= -4\pi r \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{n+1}{n}} \frac{n}{n+1} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+2} \frac{n+1}{2n+1}$$

$$\bar{u} = \frac{Q}{2\pi r h} = -\frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}\right)^{n+1/n} \left(\frac{h}{2}\right)^{\frac{1}{n}+1}$$

$$10) \frac{dh}{dt} \times \cancel{r} \cancel{R}^2 = \bar{u} \times \cancel{2\pi} \cancel{R} h$$

$$\bar{u} = \frac{R}{2h} \frac{dh}{dt} \approx \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} \times 10^{-3} = 5 \text{ mm/s}$$

$$\begin{aligned}
 11) \quad \frac{\partial P}{\partial r} &= - \left(\underbrace{\frac{2m+1}{2m}}_1 \right)^{\frac{n}{m+1}} \frac{2\mu}{h} \bar{u} \\
 &= - \frac{400}{10^{-3}} \times 5 \cdot 10^{-3} = - 2000 \text{ Pa/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12) \quad P(r) &= P_0 - \frac{\partial P}{\partial r} \times (R - r) \quad \text{en } r=0 \\
 P(0) &= 10^{-5} - 2 \cdot 10^3 \times 10^{-2} \\
 &\approx - 20 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

$$13) \quad P < 0 \Rightarrow \text{cavitation}$$