Système Terre-Lune

Niveau : L2

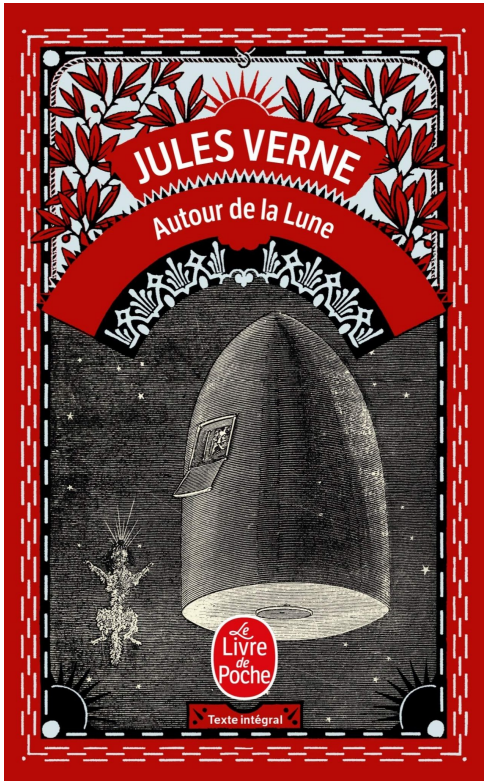
Prérequis

- Mécanique :
  - cinématique
  - mécanique newtonienne du point et du solide
  - lois de Kepler
  - référentiels non galiléens
  - mécanique céleste : les différents référentiels
  - centre de masse, référentiel barycentrique

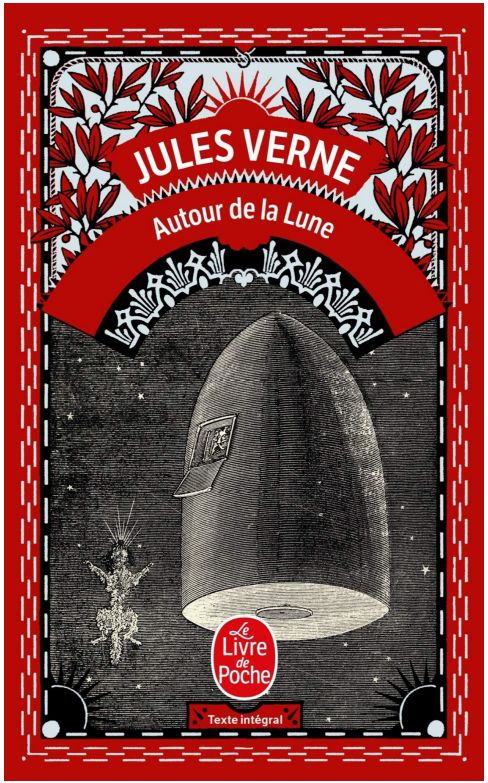
- Électrostatique : approximation dipolaire

Niveau : L2

Introduction



Introduction



Période de révolution de la Lune autour de la Terre

=

période de rotation de la Lune sur elle-même

=

27,321582 jours

Pas un hasard !

Rappels : référentiel barycentrique

- Référentiel R*, d'origine G, d'axes parallèles au référentiel de Copernic R_C
- Si le système est isolé, R* est en translation rectiligne par rapport à R_C : il est aussi galiléen
- $$\vec{GT} = \frac{M_L}{M_L + M_T}\vec{LT}$$

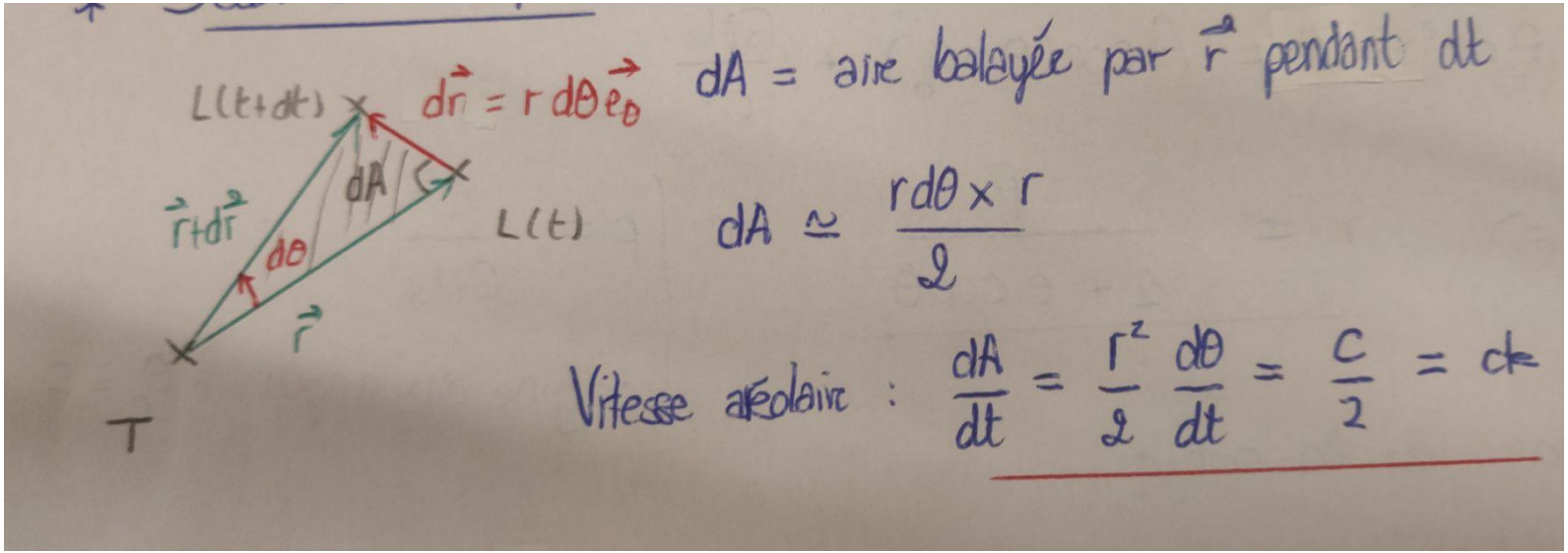
Rappels : coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z}$$

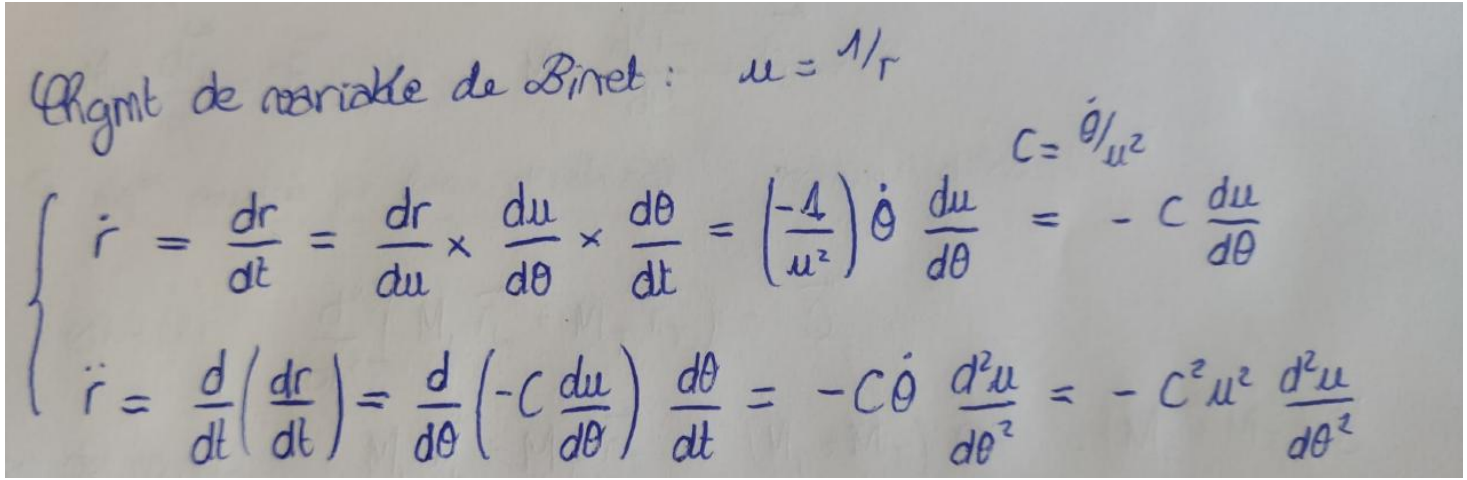
$$\dot{\overrightarrow{OM}} = \overrightarrow{V_M} = \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + \dot{z}\overrightarrow{u_z}$$

$$\ddot{\overrightarrow{OM}} = \overrightarrow{\Gamma_M} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{u_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\overrightarrow{u_\theta} + \ddot{z}\overrightarrow{u_z}$$

Deuxième loi de Kepler



Changement de variables de Binet



$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -C^2u^2\frac{d^2u}{d^2\theta} - C^2u^3$$

Limites du modèle

- L'excentricité de la Lune varie sur une période de 421 jours, entre 0,044 et 0,067 environ.

Référentiels

R_C : référentiel de Copernic, supposé galiléen

R_H : référentiel héliocentrique

R_G : référentiel géocentrique

Or, la Terre est en translation quasi-circulaire autour du Soleil : **R_G n'est pas galiléen**

Rappels : forces d'inertie

$$\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{ie}} = -m\vec{a}_{\mathrm{e}} = -m\left[\vec{a}(\mathrm{A})_{(\mathrm{R})} + \left(\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}_{(\mathrm{R}'/\mathrm{R})}}{\mathrm{d}t}\right)_{(\mathrm{R})} \wedge \overrightarrow{\mathrm{AM}} + \vec{\Omega}_{(\mathrm{R}'/\mathrm{R})} \wedge (\vec{\Omega}_{(\mathrm{R}'/\mathrm{R})} \wedge \overrightarrow{\mathrm{AM}})\right]$$

$$\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{ic}} = -m\vec{a}_{\mathrm{c}} = -m2\vec{\Omega}_{(\mathrm{R}'/\mathrm{R})} \wedge \vec{v}_{\mathrm{r}}$$

Conséquences du modèle statique de marées

$$\frac{F_M(M_1)}{m} \approx 10^{-6}\ \mathrm{m.s^{-2}}$$

$$g(M_1) \approx 10^{1}\ \mathrm{m.s^{-2}}$$

$$\frac{F_M(M_1)}{mg(M_1)} \approx 10^{-7}$$

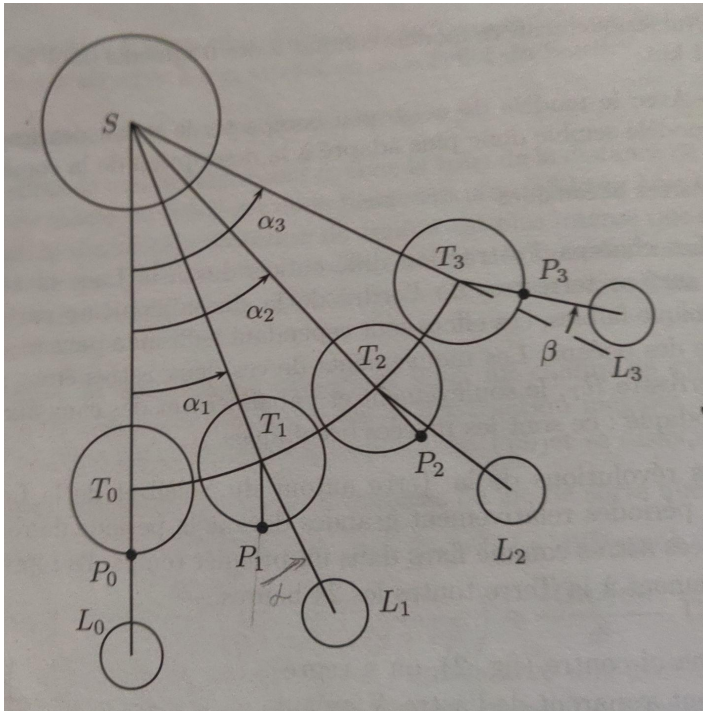
Conséquences du modèle statique de marées

- Période de révolution de la Lune autour du Soleil = 27,3 jours

  Période de rotation de la Terre sur elle-même = 24 heures

  1ère approximation : 2 marées hautes et deux marées basses par jour

Conséquences du modèle statique de marées



Les marées décalent de 50 minutes d'un jour à l'autre.

A Quiberon →

Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Mar. 10	**00h47**	**3,84m**	**31**
	06h57	2,18m	
	13h40	**3,87m**	**34**
	19h21	2,19m	
Mer. 11	**01h54**	**4,03m**	**39**
	08h07	1,93m	
	14h30	**4,14m**	**45**
	20h23	1,88m	
Jeu. 12	**02h45**	**4,30m**	**51**
	08h58	1,60m	
	15h12	**4,44m**	**58**
	21h12	1,52m	
Ven. 13	**03h29**	**4,59m**	**65**
	09h41	1,26m	
	15h52	**4,76m**	**72**
	21h55	1,16m	
Sam. 14	**04h11**	**4,88m**	**78**
	10h21	0,93m	
	16h32	**5,04m**	**84**
	22h37	0,84m	
Dim. 15	**04h52**	**5,13m**	**90**
	11h01	0,67m	
	17h12	**5,25m**	**94**
	23h20	0,60m	
Lun. 16	**05h33**	**5,29m**	**97**
	11h43	0,53m	
	17h52	**5,35m**	**99**

PM : Pleine Mer BM : Basse Mer

Corrigé des épreuves A et C. Agrégation de sciences physiques. Paul Bouret

Mise en défaut de la théorie statique de marées

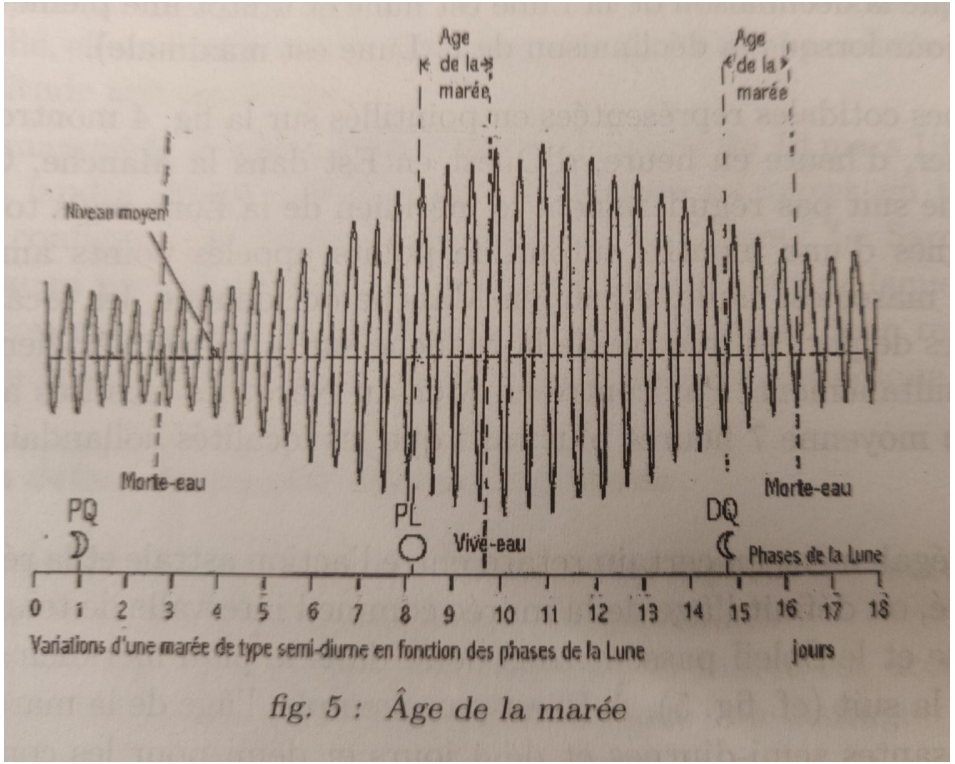


fig. 5 : Âge de la marée

Corrigé des épreuves A et C.
Agrégation de sciences physiques.
Paul Bouret

Mise en défaut de la théorie statique de marées

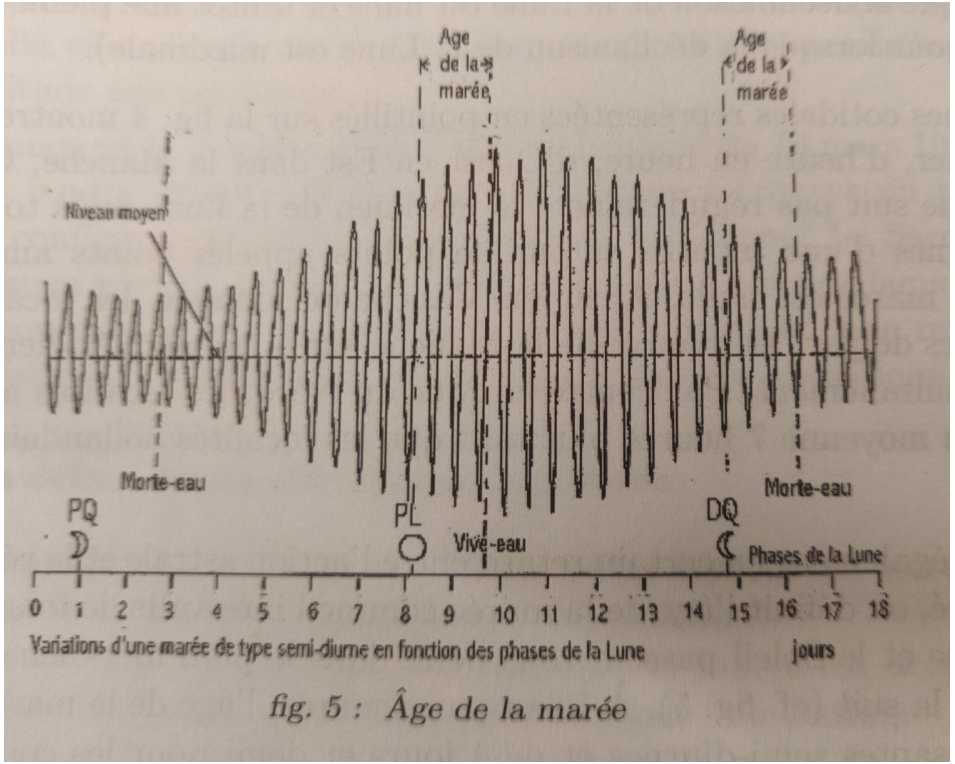
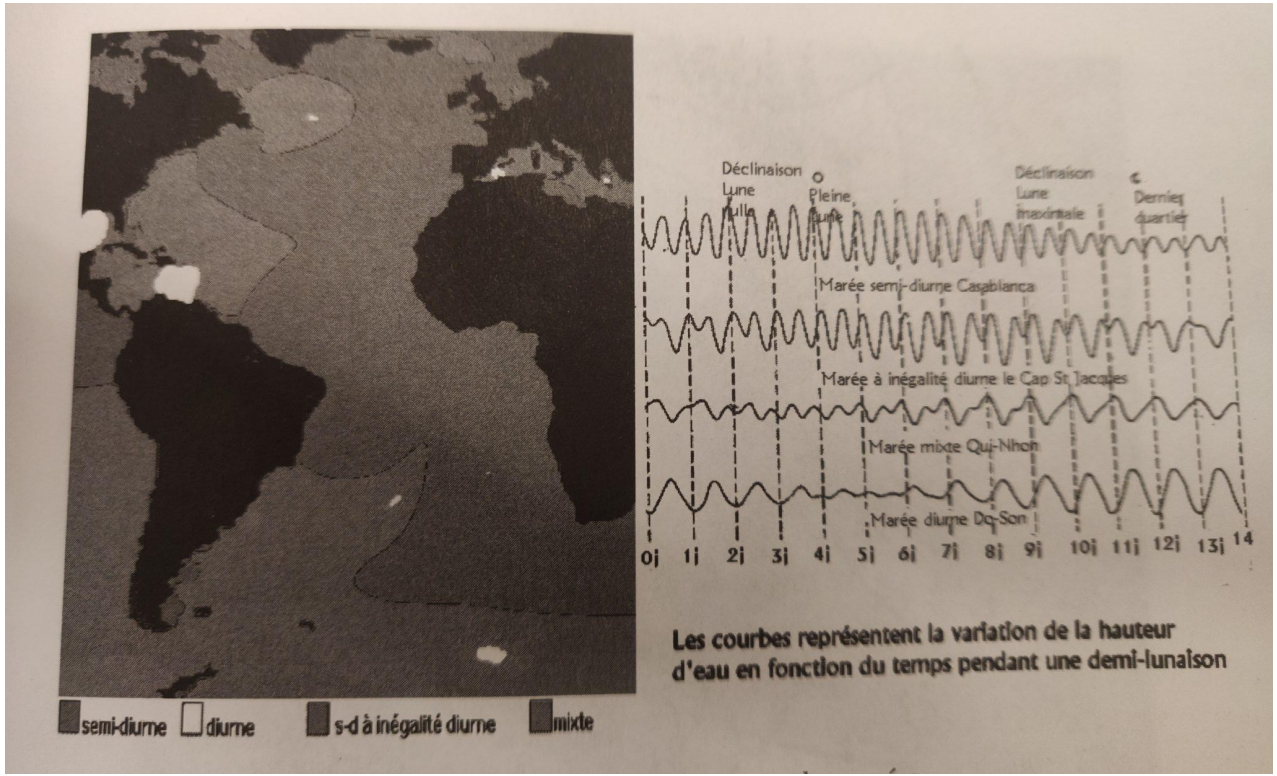


fig. 5 : Âge de la marée

$$\frac{g_{Lune}}{g_{Soleil}} \approx 2,7$$

Corrigé des épreuves A et C.
Agrégation de sciences physiques.
Paul Bouret

Mise en défaut de la théorie statique de marées



Corrigé des épreuves A et C.
Agrégation de sciences physiques.
Paul Bouret

Mise en défaut de la théorie statique de marées

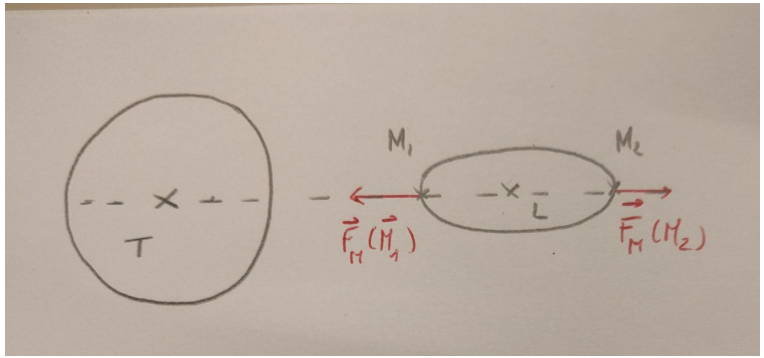
Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Mar. 10	02h16	8,92m	31
	09h06	5,25m	
	15h21	8,96m	34
	21h54	5,31m	
Mer. 11	03h45	9,28m	39
	10h38	4,73m	
	16h34	9,62m	45
	23h13	4,53m	
Jeu. 12	04h51	10,03m	51
	11h47	3,90m	
	17h29	10,50m	58

Baie du Mont Saint-Michel

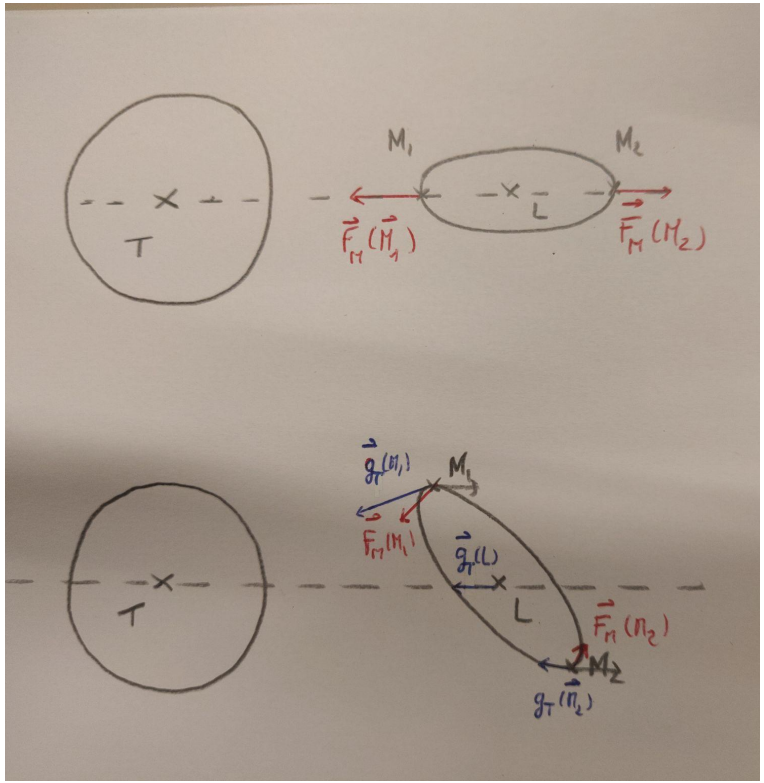
Date	Heure	Hauteur
Mer. 25	00h47	0,45m
	07h15	0,35m
	13h20	0,50m
	21h06	0,35m
Jeu. 26	02h30	0,45m
	08h16	0,40m
	14h21	0,50m
	22h00	0,35m
Ven. 27	04h10	0,45m
	09h31	0,40m
	15h32	0,50m
	22h54	0,35m

Toulon

Rotation synchrone de la Lune



Rotation synchrone de la Lune



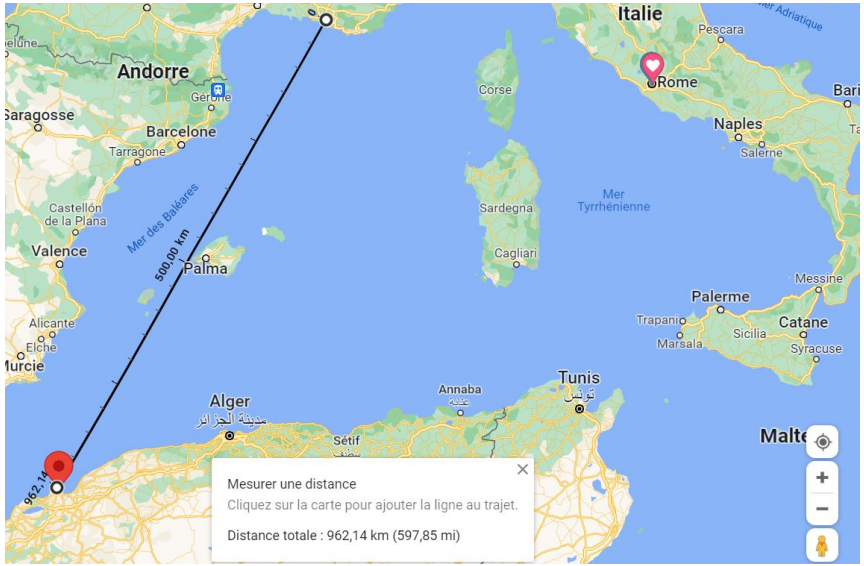
Conclusion

Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Mar. 10	02h16	8,92m	31
	09h06	5,25m	
	15h21	8,96m	34
	21h54	5,31m	
Mer. 11	03h45	9,28m	39
	10h38	4,73m	
	16h34	9,62m	45
	23h13	4,53m	
Jeu. 12	04h51	10,03m	51
	11h47	3,90m	
	17h29	10,50m	58

Baie du Mont Saint-Michel

Théorie dynamique des marées
→ mode propre stationnaire existe si la longueur du bassin fermé vaut $L_n = n\lambda/2$

Pour la Méditerranée : L1 = 3100 km



Choix pédagogiques

Messages importants :

- Réduction du nombre de degrés de libertés
- Application de la mécanique non galiléenne : les forces de marées
- Modélisation de systèmes complexes : approximations, avantages et limites du modèle

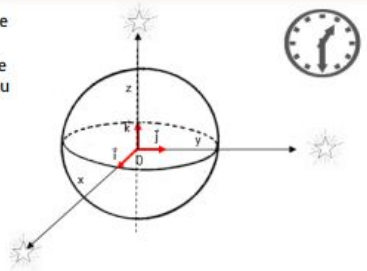
Les différents référentiels

Le référentiel géocentrique

C'est un référentiel dont l'origine O est le centre de masse de la Terre. Les trois axes pointent vers des étoiles suffisamment éloignées (étoile polaire, Béta du Centaure...) pour ne donner lieu à aucune parallaxe observable.

Il est utilisé pour décrire le mouvement des satellites de la Terre (Lune, satellites artificiels...).

Dans ce référentiel, la Terre est en rotation sur elle-même autour de l'axe des pôles, et la trajectoire de la Lune est quasi circulaire.

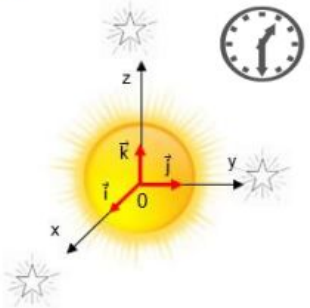


Le référentiel héliocentrique (ou référentiel de Kepler)

C'est un référentiel dont l'origine O du repère est le centre de masse du Soleil. Les trois axes pointent vers des étoiles suffisamment éloignées pour être considérées comme immobiles pendant l'étude cinématique.

Il est utilisé pour décrire le mouvement des planètes du système solaire.

Dans ce référentiel, la trajectoire de la Terre est très proche d'un cercle centré sur le Soleil (en fait, il s'agit d'une ellipse de très faible excentricité dont le centre du Soleil occupe l'un des foyers).



Référentiel de Copernic

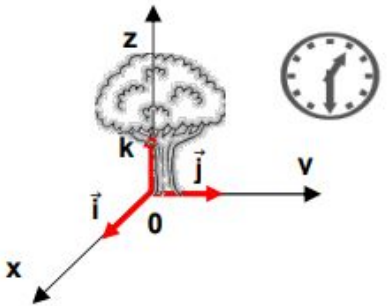
C'est un référentiel dont l'origine O du repère est le centre de masse du système solaire. Les trois axes pointent vers des étoiles assez éloignées pour être considérées comme fixes pendant l'étude cinématique mais sont également parallèles à ceux du référentiel héliocentrique.

Il est adapté à l'étude du système solaire et est souvent, en pratique, confondu avec le référentiel héliocentrique.

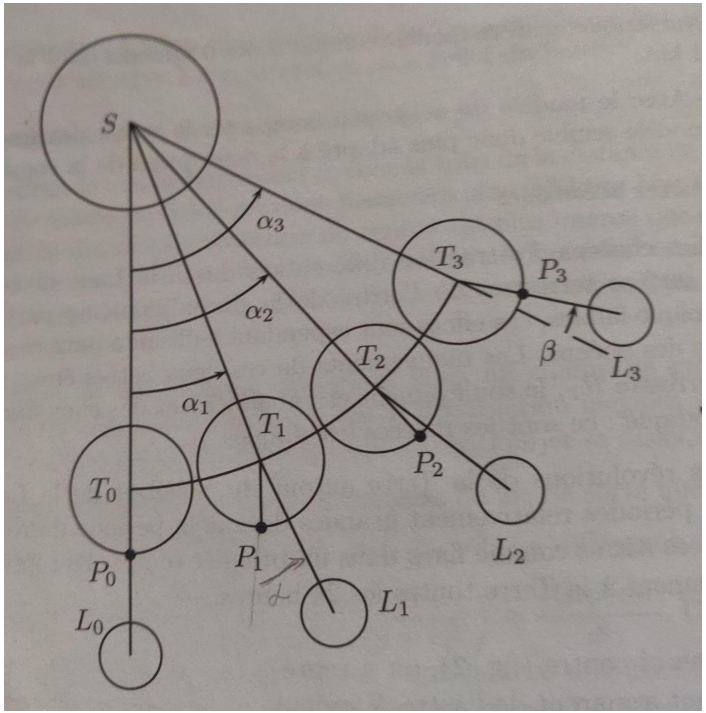
Le référentiel terrestre

Il s'agit d'un référentiel dans lequel la Terre est immobile. L'origine peut en être prise en n'importe quel point lié à la Terre.

Ces référentiels nous sont familiers : nous avons l'habitude de considérer que les points de la Terre qui nous entourent sont fixes et d'étudier les mouvements (de personnes, d'animaux, de véhicules...) relativement à un référentiel de ce type.



Jour sidéral et jour solaire



Jour sidéral = 23 h 56 min 4 s
Jour solaire = 24h