

LPOB 115: Mesure du temps. Exemples de dispositifs.

L3 - Roméo Bigué

Prérequis

- Mécanique des fluides : vidange de Toricelli
- Électrocinétique : Amplificateur opérationnel
- Notation de Dirac
- Equation de Schrödinger

Calendrier

Essentiel d'avoir de bonnes références :

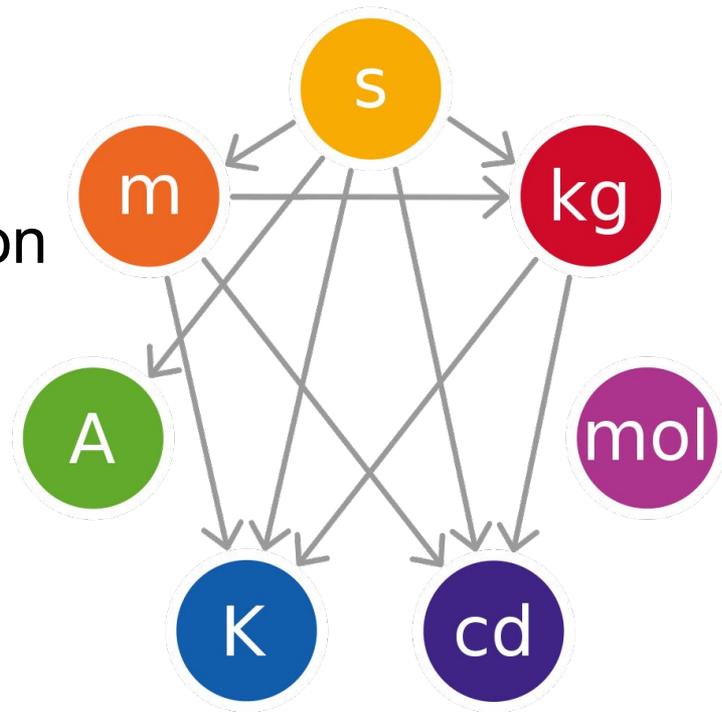
- agriculture
- GPS

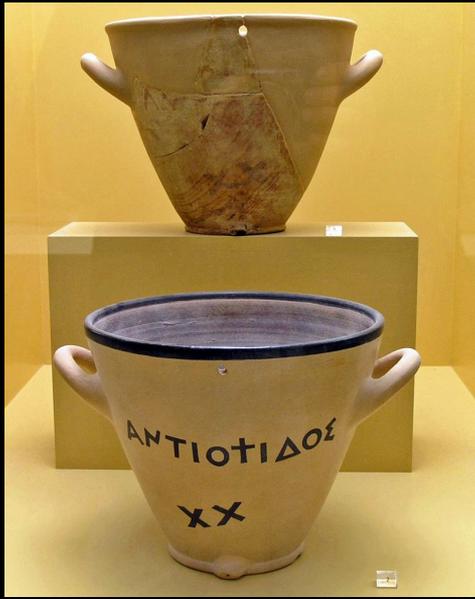


Mesure du temps

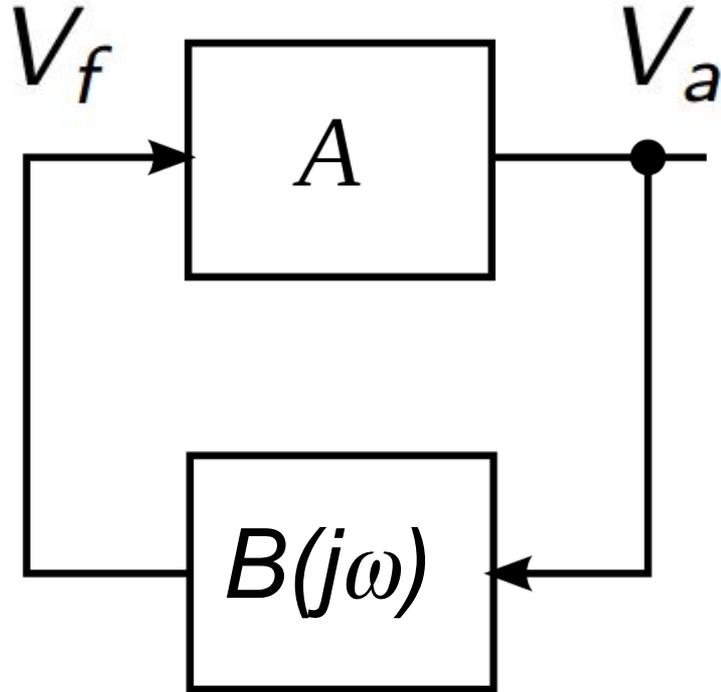
Essentiel d'avoir une bonne précision

Essentiel à la métrologie



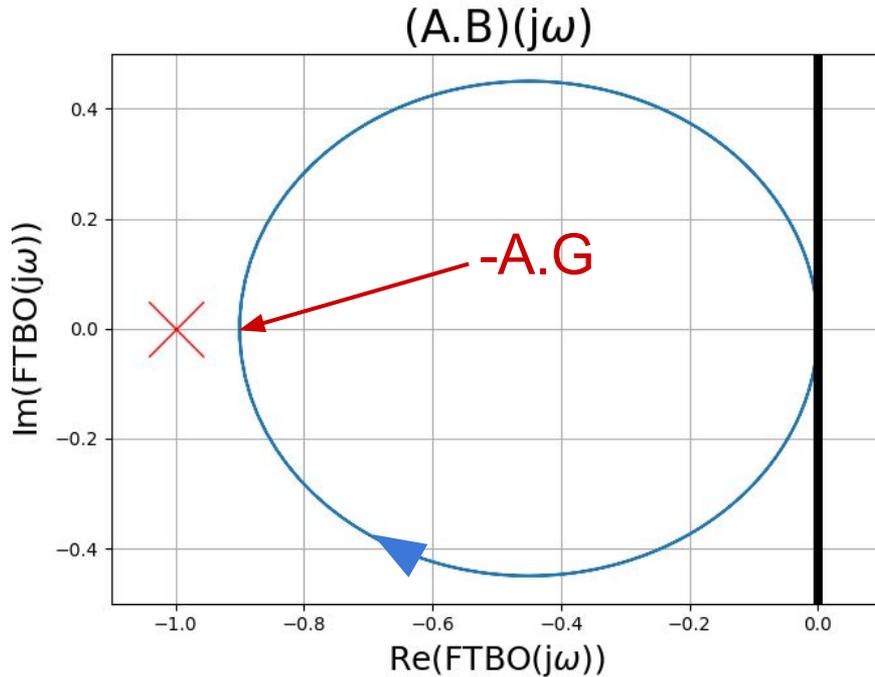


L'oscillateur



$$AB(j\omega) = \frac{AG_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Lieu de la fonction

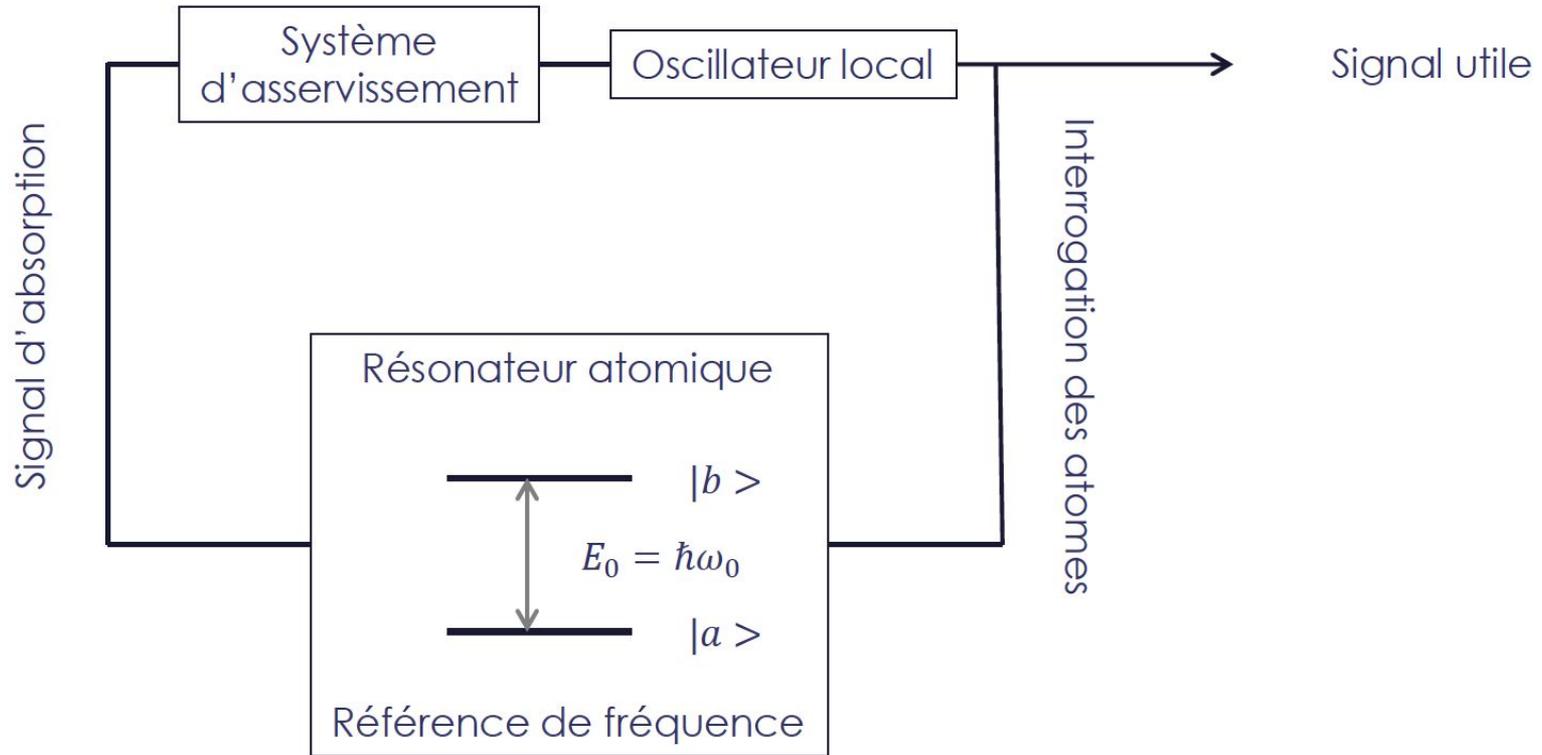


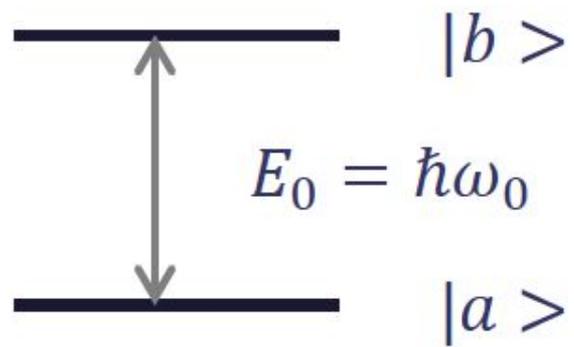
Instabilité si

$$-A.G < -1$$

$$A.G > 1$$

L'horloge atomique





Oscillations de Rabi

Changement de variable:

$$c_a = c'_a \quad c_b = c'_b e^{-i\omega_0 t}$$

$$i \frac{dc'_a}{dt} = c'_b \frac{\Omega_R}{2} \{ e^{i(\omega - \omega_0)t + i\phi} + e^{-i(\omega + \omega_0)t - i\phi} \}$$
$$i \frac{dc'_b}{dt} = c'_a \frac{\Omega_R}{2} \{ e^{-i(\omega - \omega_0)t - i\phi} + e^{i(\omega + \omega_0)t + i\phi} \}$$

Approximation de
l'onde tournante

Résolution

$$i \frac{dc'_a}{dt} = c'_b \frac{\Omega_R}{2} \{e^{i(\omega - \omega_0)t + i\phi}\}$$
$$i \frac{dc'_b}{dt} = c'_a \frac{\Omega_R}{2} \{e^{-i(\omega - \omega_0)t - i\phi}\}$$

désaccord

$$\delta = \omega - \omega_0$$

$$i \frac{dc'_a}{dt} = c'_b \frac{\Omega_R}{2} e^{i\phi} e^{i\delta t}$$
$$i \frac{dc'_b}{dt} = c'_a \frac{\Omega_R}{2} e^{-i\delta t} e^{-i\phi}$$

Méthode : on dérive et on injecte
dans l'autre

$$\mathbf{c}_a(\mathbf{0}) = \mathbf{1}$$
$$\mathbf{c}_b(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$$

$$\mathbf{c}_a(\mathbf{t}) = e^{i\frac{\delta}{2}t} \left\{ \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) - i \frac{\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right\}$$

$$\mathbf{c}_b(\mathbf{t}) = e^{-i\omega_0 t} e^{-i\frac{\delta}{2}t} e^{-i\phi} \left\{ -i \frac{\Omega_R}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right\}$$

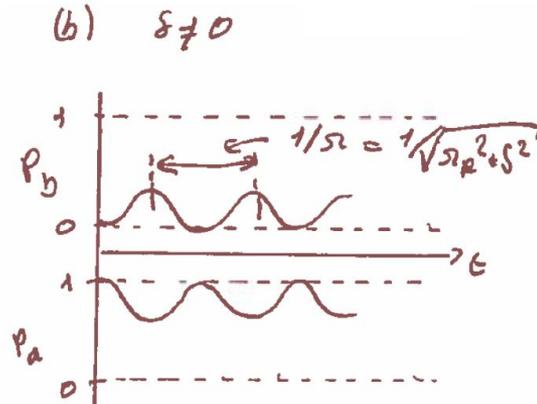
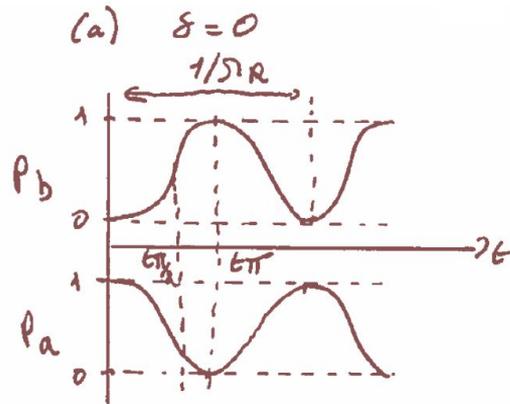
Solutions

Les probabilités de transitions :

$$P_a = |\langle \psi | a \rangle|^2 = 1 - \frac{\Omega_R}{\Omega} \sin^2 \left(\frac{\Omega t}{2} \right) = |c_a(t)|^2$$

$$P_b = |\langle \psi | b \rangle|^2 = \frac{\Omega_R}{\Omega} \sin^2 \left(\frac{\Omega t}{2} \right) = |c_b(t)|^2$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$$



Deux temps remarquables:

$$t_{\frac{\pi}{2}} \text{ tel que } \Omega_R t_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

$$t_{\pi} \text{ tel que } \Omega_R t_{\pi} = \pi$$

Interrogation de Rabi et séquence de Ramsey

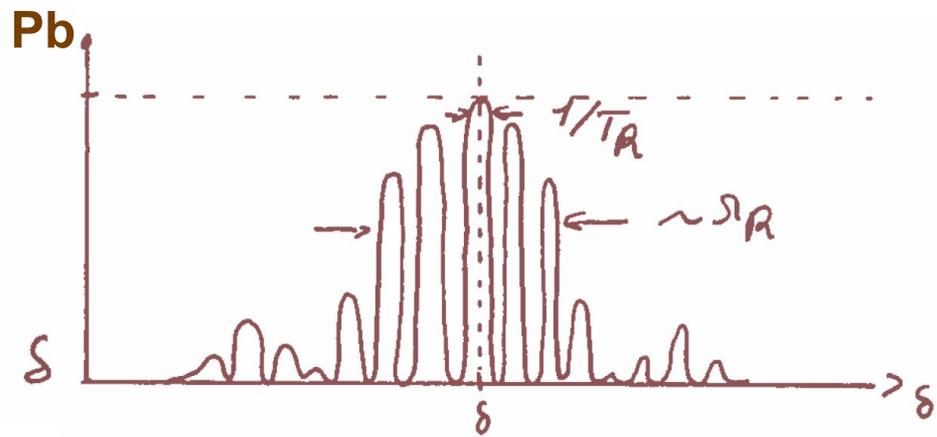
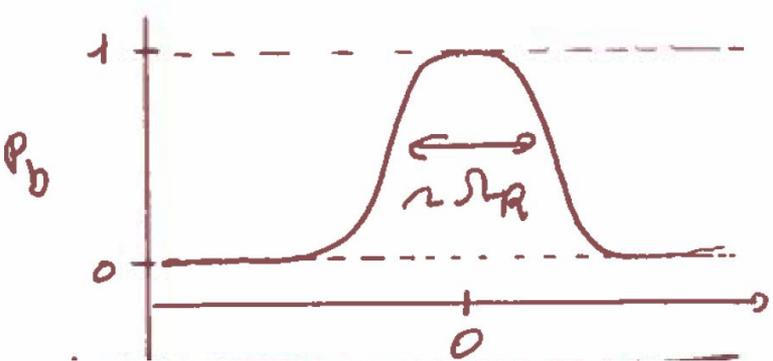
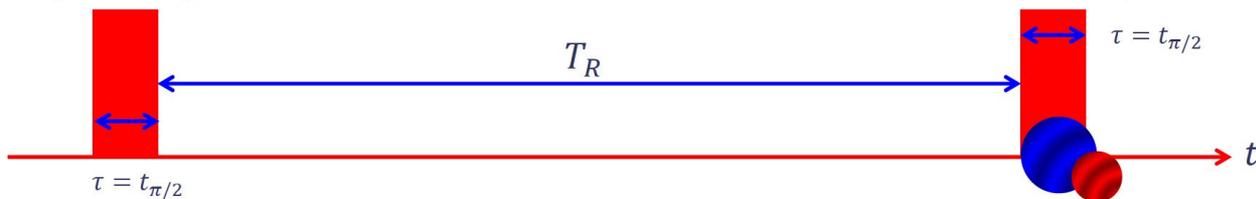
à $t = \frac{\pi}{2}$

$$P_b = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\Omega_R}\right)^2}$$

Impulsion $\pi/2$

Evolution libre (état interne)

Impulsion $\pi/2$



Conclusion

Problématique multiphysique :

- quantique
- effets relativistes

Annexe

annexe - horloge atomique

