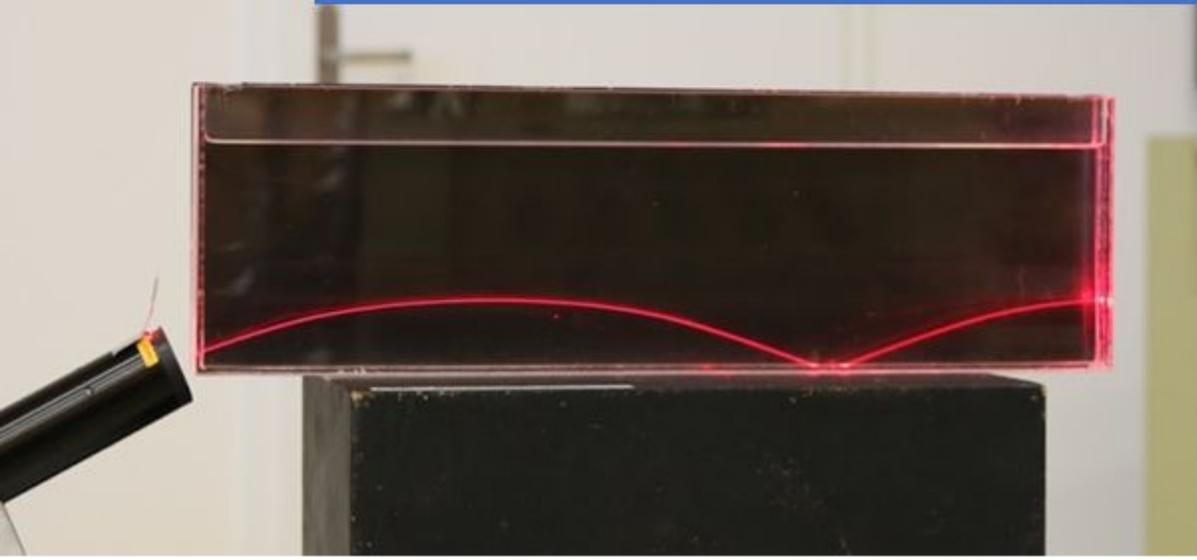


Exemples de principes
variationnels. Applications.



Clément Montembault & Romain Granier,
groupe 11

Positionnement du cours :

Niveau : Troisième année de licence (L3)

Prérequis :

Mécanique newtonienne.

Equations d'Euler-Lagrange (Travaux virtuels).

Électromagnétisme des milieux diélectriques (équation de Gladstone).

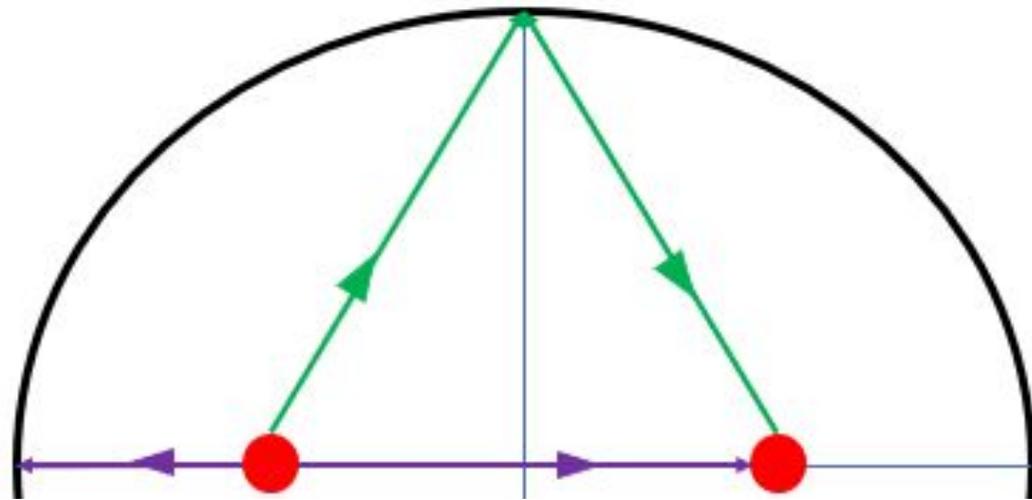
Optique géométrique (notion de chemin optique).

I °/ Du principe de Fermat aux lois de l'optique

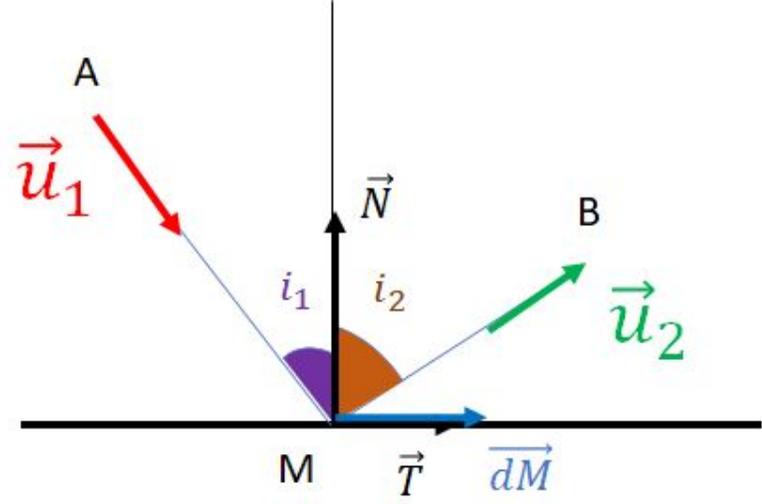


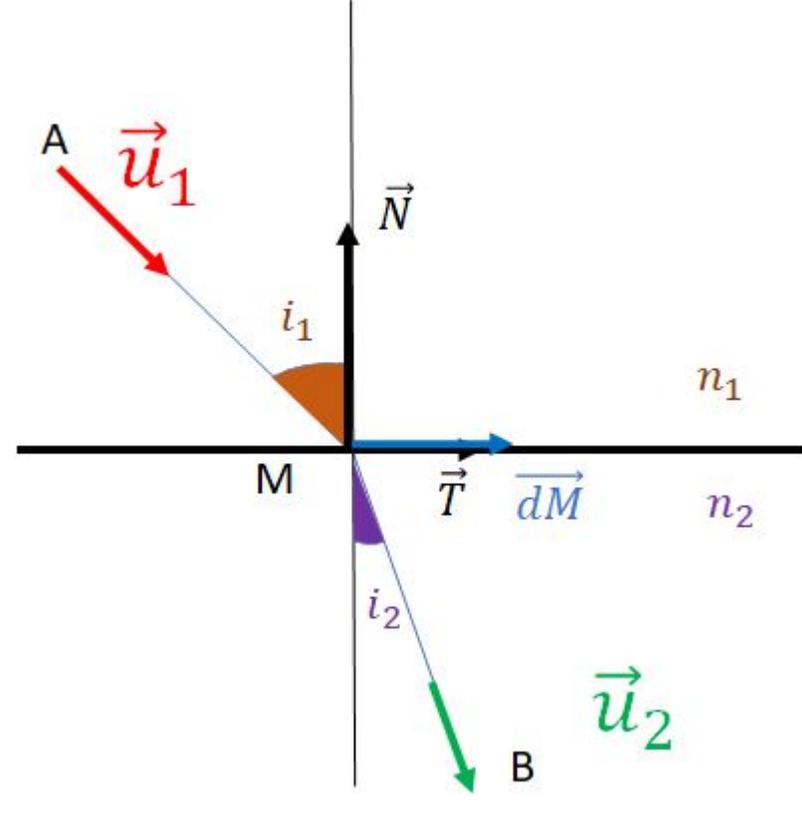
Pierre de Fermat
(?-1665)

<< La Nature agit toujours par les moyens les plus aisés, c'est-à-dire par les lignes les plus courtes lorsqu'elles n'emportent pas plus de temps, ou en tout cas par le temps le plus court, afin d'acourcir son travail et de venir plus tôt à bout de son opération. >>

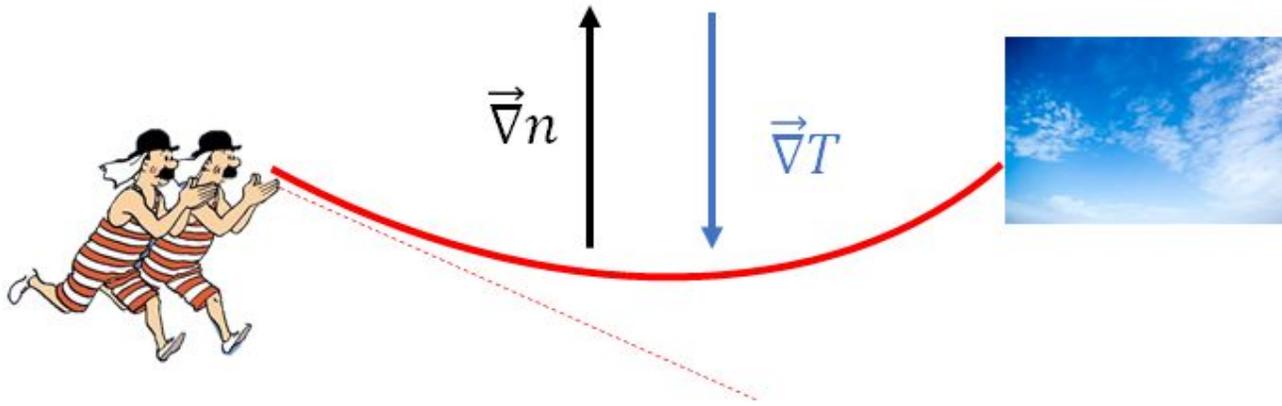


Le chemin suivi n'est pas toujours le plus court....

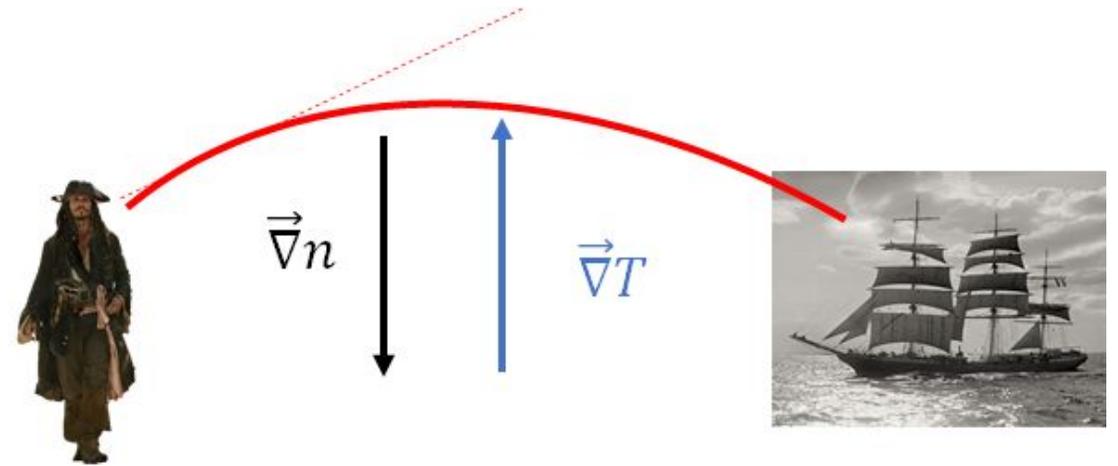




II °/ 2°) Les mirages

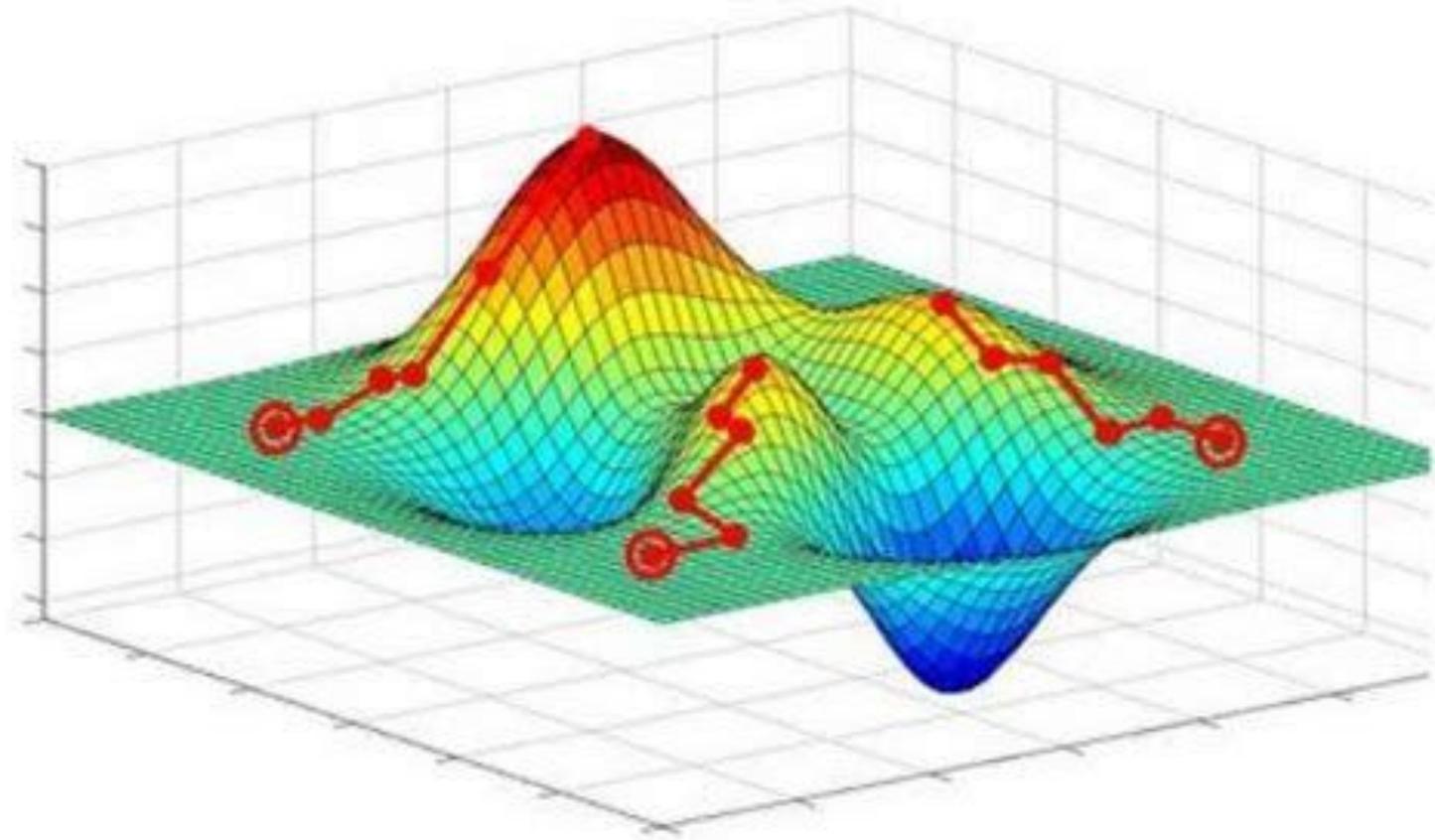


Mirage inférieur



Mirage supérieur

CONCLUSION



Principes de Maupertuis, Jacobi, Fermat, d'Alembert

Principe de Maupertuis

$$\delta_E W = 0$$

avec :

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \sum_{\alpha} p_{\alpha} \frac{dq_{\alpha}}{d\tau} d\tau \quad p_{\alpha} = \frac{d\mathcal{L}}{d\dot{q}_{\alpha}}$$

Principe de Jacobi

$$\delta_E W = 0$$

avec :

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{E - U(r)} ds$$

Principe de Fermat

$$\delta T = 0$$

avec :

$$T = \frac{1}{c} \int_{s_1}^{s_2} n(r) ds$$

Annexe : équation des géodésiques

$$\frac{\partial \dot{s}}{\partial x^k} - \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \dot{s}}{\partial \dot{x}^k} \right) = 0$$

Annexe :

Relation Clausius-Mossotti

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_0}$$

où

ϵ_r est la constante diélectrique du matériau
avec $\epsilon_r = n^2$ l'indice de réfraction du milieu

ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide

N est la densité en nombre des molécules

α est la polarisabilité moléculaire en unités SI.

Dans l'approximation des faibles densités :

$$\epsilon_r \rightarrow 1 \quad \text{car} \quad \frac{N\alpha}{3\epsilon_0} \ll 1$$

On obtient ainsi :

$$n - 1 = \mathcal{K}\rho$$

Loi de Gladstone

Annexe :

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/fibre_optique.php