

LP

milieux magnétiques : diamagnétisme, paramagnétisme, ferromagnétisme.

I. Origine du magnétisme dans la matière :

1) Le paramagnétisme et le diamagnétisme : aimantation induite :

Origine physique :

Paramagnétisme : si les éléments constitutifs de la matière possèdent un moment magnétique $\vec{\mu}$ permanent alors il est paramagnétique.

Si pas de champ B : $\langle \vec{\mu} \rangle = 0$.

Si un champ B on a : $\vec{\mu} = \mu \vec{B} \Rightarrow$ tend à aligner $\vec{\mu}$ et $\vec{B}$.

Donc $\langle \vec{\mu} \rangle \neq 0$ et $\vec{\mu}$ est parallèle à $\vec{B}$.

Diamagnétisme : pour un matériau quelconque, on applique un champ $\vec{B}$. Les électrons agissent de manière opposée (minimisation de leur énergie). On peut interpréter ceci par une loi de Lenz : Des moments magnétiques sont induits pour diminuer $\vec{B}$.

On a pour le magnétisme : $\vec{M} = \chi \vec{H}$. susceptibilité magnétique :

On se place dans un milieu magnétique homogène linéaire. χ est un scalaire.

Pour les paramagnétiques : $\chi_p = 10^{-2}$ ($\chi_p = \frac{\chi_p}{\mu_0}$) et $\chi_p > 0$

$\chi_d = - (10^{-5} \text{ à } 10^{-9})$

Pour solides et liquides :

Pour les ~~solides~~ :
 $\text{Be} : \chi_m = -16,5 \cdot 10^{-5}$ diamagnétique
 $\text{C} : \chi_m = -2,1 \cdot 10^{-5}$
 $\text{eau} : \chi_m = -9,2 \cdot 10^{-5}$
 $\text{Cu} : \chi_m = -1 \cdot 10^{-5}$

Pour les ~~solides~~ paramagnétiques :
 $\text{O}_2 : \chi_m = 0,13 \cdot 10^{-5}$
 $\text{Al} : \chi_m = 2,2 \cdot 10^{-5}$

χ_m : Co Ni Fe

2) Théorie semi-classique du diamagnétisme:

Système: 1 électron, m , charge $-e$ ($e < 0$)

$\Rightarrow$ Trajectoire circulaire de rayon $\vec{r}$.

On a pour le moment cinétique:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

On a also: $I = \frac{-eV}{2\pi r}$

On y associe un moment magnétique $\vec{\mu} = I \Delta \vec{u}_z$

$$\vec{\mu} = \frac{-eV}{2} \wedge \vec{u}_z$$

On pour une trajectoire circulaire: $\vec{L} = mV \wedge \vec{u}_z$

$$\vec{\mu} = \frac{-eL}{2m} \vec{u}_z$$

Occupons nous des champs $\vec{B}$:

On suppose $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z$, pas instantanée donc on a $\vec{B}(t)$ qui croit.

Equation de Maxwell Faraday: $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Perturbe $\vec{L}$: $\frac{d\vec{L}}{dt} = (\vec{r} \wedge -q\vec{E})$

En projetant sur $\vec{u}_z$:

$$\frac{dL_z}{dt} = (\vec{r} \wedge -q\vec{E})_z$$

$$\Delta t \vec{B} \gg \Delta t \vec{E}$$

$$dL_z = -q E_{\phi} dt$$

$$dL_z = -q E_{\phi} \frac{dr}{v}$$

$$= -q E_{\phi} dr = -q \frac{1}{r} \left(\frac{r}{v} \frac{dB}{dt} \right) dr = -\frac{q}{v} \frac{dB}{dt} \frac{dr^2}{2} = \frac{q \hbar^2}{v} \frac{\partial B}{\partial t}$$

Pendant: $\delta t = \frac{2\pi n}{v}$, $\vec{n}$ et E_y restent est:

On a donc:

$$\delta L_z = -A \frac{e}{v} \oint E_y dl \quad \text{avec } dl \text{ pris sur la trajectoire de l'électron.}$$

$$\text{On a: } \oint \vec{n} \otimes (\vec{E}) d\vec{S} = \oint \vec{E} d\vec{O}$$

$$\delta L_z = -A \frac{e}{v} \vec{n} \otimes (\vec{E}) S$$

$$= g \frac{e}{v} \pi n^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{e n^2}{2} \frac{\partial B}{\partial t} \delta t$$

$$\delta \mu_z = -\frac{e^2}{4m} n^2 \frac{\partial B}{\partial t} \delta t$$

$\Rightarrow$ On néglige les variations de g , $\vec{n}$ est indépendant de B (pour préciser la $B(t)$)

$$\Delta \mu_z = -\frac{e^2}{4m} n^2 B_0$$

La direction de $\Delta \mu_z$ est opposée à $B_0 \Rightarrow$ diamagnétique.

Cas plus général: n varie: on remplace n^2 par $\langle n^2 \rangle$

$$\Pi = -\frac{N}{v} \frac{e^2}{4m} B_0 \sum_i \langle n_i^2 \rangle$$

$\Rightarrow$ Pour résultat que quantique: si on prend: $\langle n_i^2 \rangle \Rightarrow \frac{2}{3} \langle n_i^2 \rangle$

Transition: Théodème de Van Leeuwen.

→ Aimantation d'un système classique est toujours nulle.

⇒ Pour la suite on fera une étude quantique.

↳ après avoir abordé la matière de manière générale nous allons détailler le paramagnétisme.

II. Différents paramagnétiques:

1) Système d'étude: le modèle des spins indépendants.

⇒ Atomes fixés aux nœuds d'un réseau cristallin en équilibre avec un thermostat T .

⇒ Spins $\vec{S}$; ($\vec{B} = 0$) atomes dans états fondamentaux.

En effet: Excitation = $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

$k_B T$ pour $T = 293,5 \text{ K}$.

$$= 1,38 \cdot 10^{-23} \times 293,5 \text{ K}.$$

$$= 3,9 \cdot 10^{-21}.$$

Plus tôt $T = 30000 \text{ K}$.

⇒ Soit $\vec{J}$ le moment cinétique total.

On a alors:

$$S(S+1) - L(L+1)$$

$$2(J(J+1))$$

g = facteur de Landé
 μ_B = magnéton de Bohr.

$$\vec{\mu} = -g \mu_B \vec{J}$$

$$\text{avec } \mu_B = \frac{e \hbar}{2 m} \approx 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2.$$

On introduit l'hamiltonien: $\vec{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.

$$= g \mu_B J_z B_0 \quad (\text{selon } \vec{B} \text{ projeté})$$

$$J_z \in \left\{ -J, -J+1, \dots, J-1, J \right\}$$

Transition: Théorème de Van Leeuwen.

→ Aimantation d'un système classique est toujours nulle.

→ Pour la suite on fera une étude quantique.

→ après avoir abordé la matière de manière générale nous allons détailler le paramagnétisme.

II. Milieux paramagnétiques:

1) Système d'étude: le modèle des spins indépendants.

⇒ Atomes fixés aux nœuds d'un réseau cristallin en équilibre avec un thermostat T .

⇒ Soient $\vec{B}$: ($B=0$) atomes dans états fondamentaux.

En effet: $E_{excité} = 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

$k_B T$ pour $T = 293,5 \text{ K}$.

$= 1,38 \cdot 10^{-23} \times 293,5 \text{ K}$.

$= 3,9 \cdot 10^{-21}$.

Plus tôt $T = 30\,000 \text{ K}$.

⇒ Soit $\vec{J}$ le moment cinétique total.

On a alors:

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2(J(J+1))}$$

g : facteur de Landé
 μ_B : magnéton de Bohr.

$$\vec{\mu} = -g \mu_B \vec{J} \quad \text{avec} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \approx 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$$

On introduit le hamiltonien: $\vec{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.

$$= g \mu_B J_z B_0 \quad (\text{selon } \vec{B}_0 \text{ parall. } \vec{z})$$

$$J_z \in \left\{ -J, -J+1, \dots, J-1, J \right\}$$

Si l'état fondamental était dégénéré : on peut voir une levée de dégénérescence par le champ magnétique.

On a $2J+1$ niveaux régulièrement espacés de $-g\mu_B J$ et $+g\mu_B J$

$\Rightarrow$ On suppose les atomes suffisamment éloignés les uns des autres.

$\hookrightarrow$ interaction négligeables

$\hookrightarrow$ indépendants

$$H = \sum_{i=1}^N -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B}_0 = \sum_{i=1}^N g\mu_B \frac{J_z^{(i)}}{J} B_0$$

2) Étude Statistique :

$\Rightarrow$ Ensemble grand canonique.

$$Z = z^N$$

avec $z = \sum_{J_z=-J}^{+J} \exp\left(-\frac{g\mu_B B_0}{kT} \frac{J_z}{J}\right)$

On se place à $J = \frac{1}{2}$. donc $J_z = \pm \frac{1}{2}$ $J = L + S$
" " " " orbitales
 $\frac{1}{2}$ " " " " s avec
 $\frac{1}{2}$ " " " " spin

Ainsi $z = 2 \cosh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2kT}\right)$

On a alors Z et F (énergie libre du système).

$$\begin{aligned} F &= -kT \ln(Z) = -N kT \ln(z) \\ &= -N kT \ln\left(2 \cosh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2kT}\right)\right) \end{aligned}$$

3) Propriété du système:

On a pour Π en canonique:

$$\Pi = \frac{1}{V} \frac{\partial \ln(Z)}{\partial \beta_0} = - \frac{1}{V} \frac{\partial F}{\partial \beta_0}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \beta_0} &= -NkT \times \frac{g_{MB}}{2kT} \times 2 \operatorname{sh}\left(\frac{g_{MB}\beta_0}{2kT}\right) \times \frac{1}{2 \operatorname{ch}\left(\frac{g_{MB}\beta_0}{2kT}\right)} \\ &= - \frac{N g_{MB}}{2} \tanh\left(\frac{g_{MB}\beta_0}{2kT}\right) \end{aligned}$$

$$\Pi = \frac{N g_{MB}}{2V} \tanh\left(\frac{g_{MB}\beta_0}{2kT}\right)$$

qd $\beta_0 \rightarrow +\infty$ $\tanh\left(\frac{g_{MB}\beta_0}{2kT}\right) \rightarrow 1$

$$\Pi = \frac{N g_{MB}}{2V}$$

$\Rightarrow$ aimantation maximum

qd $\beta_0 \ll 1$ ou $T \gg 1$

$$\Pi_{1/2} \approx \frac{N}{V} \left(\frac{g_{MB}}{2}\right)^2 \frac{\beta_0}{kT}$$

ODG.

$$\chi = \frac{g_{MB}^2 \beta_0}{kT} \quad \chi_{1/2} = \frac{\partial \Pi}{\partial \beta_0} = \frac{N}{V} \left(\frac{g_{MB}}{2}\right)^2 \frac{1}{kT}$$

Ces grandeurs χ et $\chi_{1/2}$ se déduisent de la loi établie expérimentalement par P. Curie: $\chi = \frac{C}{T}$ $C = \frac{N}{V} (g_{MB})^2 \frac{J(J+1)}{3k}$

Si $\beta_0 \gg 1$ $\beta_0(x) \rightarrow 1$ $\Pi = \frac{N}{V} g_{MB} \bar{J}$ $\Pi = \frac{N}{V} (g_{MB})^2 \frac{J(J+1)}{2kT} \beta_0$ $\chi = \frac{\partial \Pi}{\partial \beta_0} = \frac{N}{V} (g_{MB})^2 \frac{J(J+1)}{2kT}$

Transition: Du paramagnétisme au ferromagnétisme il n'y a qu'un
petit lien souvent en température.

III Ferromagnétisme:

1) Origine du modèle:

On observe: que pour un champ $\vec{B} = \vec{0}$, on a ~~un moment~~ une
aimantation (moment magnétique moyen par unité de volume)
Ceci n'est pas expliqué par le modèle paramagnétique.
on a $\vec{B} = \vec{0}$ on a $\vec{M} = \vec{0}$ à toute température.

Il faut rajouter un terme de couplage entre moments dipolaires

- Interactions magnétiques dipolaires entre les moments magnétiques:
2 moments μ séparés de r .

On a:

$$E_{\text{mag}} \sim \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{\mu^2}{r^3}$$

$$\text{On prend } \mu \sim \mu_B = 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

$$r = 2 \text{ \AA}$$

$$E_{\text{mag}} = 10^{-7} \times \frac{10^{-46}}{8 \times 10^{-30}} = 10^{-24} \text{ J}$$

$$E_{\text{mag}} < 10^{-5} \text{ eV}$$

Cette énergie peut gèler le système si et seulement si $E_{\text{mag}} > kT$.

Donc pour: $T < 1 \text{ K}$.

Ce n'est pas ce qu'on observe expérimentalement.

↳ Interaction entre spins électroniques: interaction d'échange
⇒ répulsion coulombienne et principe d'exclusion de Pauli.

Spin parallèle rarement voisin donc: énergie d'interaction coulombienne
est plus petite que pour antiparallèles.

$$\Rightarrow \Delta E \sim 1 \text{ eV}$$

$\Rightarrow$ On peut représenter cette interaction par un Hamiltonien:

$$H_{\text{int}} = -J_{12} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \quad J_{12} > 0.$$

$\Rightarrow$ Si on ajoute ce terme au d'Hamiltonien de notre étude en paramagnétique:

$\Rightarrow$ Hamiltonien d'Heisenberg:

$$H_H = -g\mu_B B_0 \sum_{i=1}^N \vec{S}_i - J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

2) Hamiltonien d'Heisenberg et approximation du champ moyen.

On se place dans le m.c. cadre d'étude qui permet para:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad L=0 \quad S=\frac{1}{2} \quad J=g.$$

$$\text{On a: } H_H = -g\mu_B B_0 \sum_{i=1}^N \vec{S}_i - J \sum_{\langle i,j \rangle} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

$\Rightarrow$ Hypothèse du champ moléculaire:

$\Rightarrow$ idée: l'Hamiltonien pour un site i :

$$H_i = -\vec{S}_i \cdot (g\mu_B \vec{B}_0 + J \sum_{j \in V(i)} \vec{S}_j)$$

Il se passe comme si il était soumis à:

$$\vec{B}^{(i)} = \vec{B}_0 + \frac{J}{g\mu_B} \sum_{j \in V(i)} \vec{S}_j$$

$\Rightarrow$ Approximation des champ moyen: négliger les fluctuations du champ moléculaire

$\Rightarrow$ Dans le cristal ferromagnétique:

$$\vec{\Pi} = \frac{N}{V} g\mu_B \langle \vec{S}_i \rangle$$

$$\langle \vec{B}^{(i)} \rangle = \vec{B}_0 + \frac{J}{g\mu_B} \frac{PV}{N g\mu_B} \vec{\Pi} = \vec{B}_0 + \frac{J}{(g\mu_B)^2} \frac{PV \vec{\Pi}}{N}$$

On a donc : en champ moyen :

$$H_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^N -\vec{S}_i \cdot \left(\vec{B}_0 + \frac{J}{(g\mu_B)^2} \frac{PV\vec{\Pi}}{N} \right)$$

On a donc :

$$H_i = -g\mu_B \vec{S}_i \cdot \vec{B}^{(i)} \quad (\text{pour un site})$$

Equation auto-cohérente :

On a $\vec{\Pi} = \frac{N}{g\mu_B} \langle \vec{S}_i \rangle$ avec des spins rendus indépendants on se retrouve dans le cas d'un paramagnétique parfait.

$$\text{Avec } \Pi = \frac{Ng\mu_B}{2V} \tanh\left(\frac{g\mu_B B_0}{2k_B T}\right)$$

$$\left[\Pi = \frac{Ng\mu_B}{2V} \tanh\left(\frac{g\mu_B}{2k_B T} \left(\vec{B}_0 + \frac{J}{(g\mu_B)^2} \frac{PV}{N} \vec{\Pi} \right) \right) \right]$$

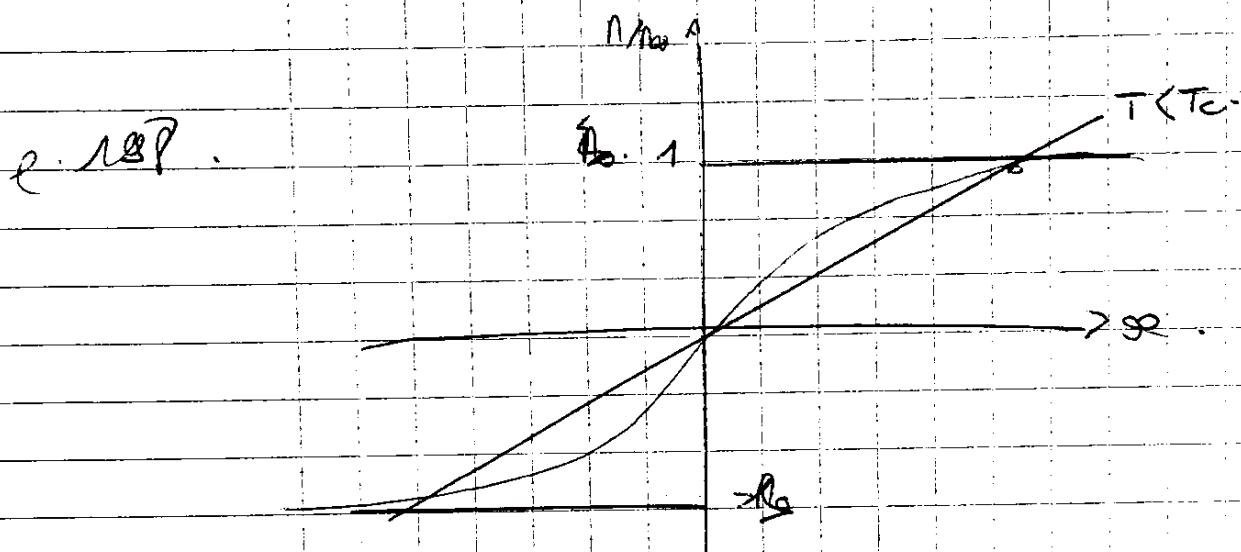
equation auto-cohérent.

~~$$\text{On a } H_{\text{eff}} = -g\mu_B \vec{B}_0 \cdot \sum_{i=1}^N \vec{S}_i + \frac{J}{2} \left(\sum_{i=1}^N \vec{S}_i \right)^2 + \frac{JNP}{2} \left(\frac{V}{Ng\mu_B} \right)^2$$~~

En champ nul:

$$\text{On a } \frac{n}{n_0} = \exp\left(\frac{p_F}{k_B T} \frac{n}{n_0}\right) \quad \text{avec } n_0 = \frac{N_g \mu_B}{2V}$$

$$\frac{n}{n_0} = \exp(\infty) \quad \text{at } \frac{n}{n_0} = \frac{4 k_B T}{p_F} \infty$$



$\Rightarrow$ On observe une augmentation de la densité de porteurs n pour $T < T_c$

Conclusion: