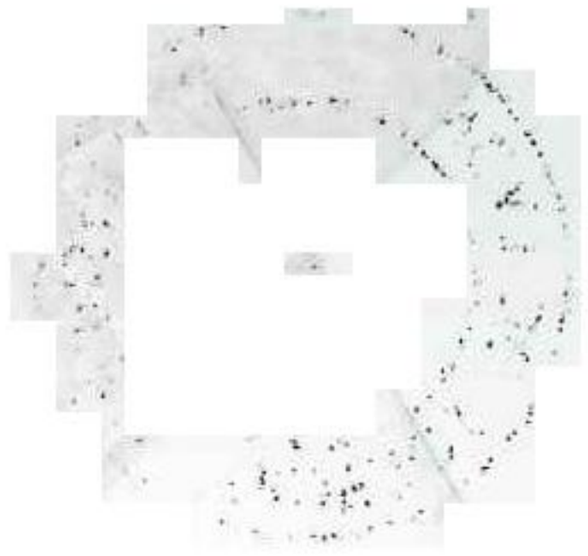
Physique

AGRÉGATION DE SCIENCES PHYSIQUES

Expériences d'électronique

R. Duffait - J.-P. Lievre

Bréal



30.078/Du

AGRÉGATION DE SCIENCES PHYSIQUES

BIBLIOTHEQUE DIDEROT DE LYON

EXPÉRIENCES D'ÉLECTRONIQUE

Roger DUFFAIT

Professeur à l'Université Claude Bernard - LYON I

Jean-Pierre LIEVRE

Professeur en classes préparatoires
au lycée du Parc à Lyon

BIBLIOTHEQUE DIDEROT DE LYON

Bréal éditions

1, rue de Rome 93561 Rosny Cedex

« Le logo ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit tout particulièrement dans le domaine des sciences humaines et sociales (ou de sciences, techniques, médecine ; ou de droit ; ou d'enseignement), le développement massif du **photocopillage**.

Le code de la propriété intellectuelle du 1er juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, du présent ouvrage est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 3, rue d'Hautefeuille, 75006 Paris). »

© BRÉAL
Toute reproduction même partielle interdite.
Dépôt légal : août 1999
ISBN : 978 2 84291 324 3

AVANT- PROPOS

L'électronique est un domaine de la Physique qui, s'il n'apparaît pas comme fondamental au premier abord (comme le serait la mécanique ou la thermodynamique), n'en est pas moins extrêmement riche d'enseignements. Pour commencer, la compréhension des principes des composants et leur mise au point nécessitent une parfaite connaissance de la Physique du Solide et des semiconducteurs en particulier. Mais, plus fondamentalement, au-delà de l'aspect technologique, des notions comme le filtrage, la contre - réaction ou l'asservissement sont valables dans tous les domaines et c'est probablement dans la réalisation des circuits électroniques qu'elles apparaissent le plus simplement. Enfin, l'électronique est un outil qui a permis d'une part, toutes les recherches fondamentales actuelles qui vont bien au-delà de la Physique (que seraient les avancées dans le domaine des Sciences de la Vie sans le développement des capteurs de l'imagerie médicale ?) et d'autre part, tous les développements qui modifient notre environnement quotidien (télécommunications, transports, etc).

C'est donc un domaine de la Physique qui mérite d'être enseigné à part entière dans une formation scientifique. C'est aussi un domaine où le lien avec le concret et avec l'expérience doit être préservé et où il est même, nous le pensons, absolument essentiel.
Cet ouvrage a été développé dans cet esprit et s'adresse d'abord à des Physiciens puisqu'il est destiné, à l'origine, aux candidats à l'Agrégation de Sciences Physiques. Nous pensons qu'il sera également utile, plus généralement, aux étudiants scientifiques, non spécialistes de l'électronique, qui utilisent cet outil par l'intermédiaire des appareils de mesure et de contrôle (que ce soit dans l'industrie ou en recherche fondamentale) et veulent en comprendre les principes.

La méthode utilisée est de privilégier l'expérience tout en évitant de faire une simple description des composants (que les développements technologiques rendraient très rapidement obsolètes) pour nous appuyer sur le rôle des fonctions fondamentales qui sont indépendantes des moyens utilisés pour les réaliser.

Au cours de cet ouvrage, nous avons fait un usage permanent de l'oscilloscope numérique ou de l'acquisition informatisée dont les principes et les propriétés sont précisés dans une première partie consacrée aux méthodes de mesure (chapitres I, II et III)
Les expériences d'électronique proprement dite sont regroupées en trois grandes parties :
- l'électronique analogique (chapitres IV à IX)
- l'électronique numérique (chapitres X et XI)
- l'électronique de puissance (chapitres XII et XIII)

En ce qui concerne l'utilisation de cet ouvrage pour la préparation de l'épreuve de montage à l'Agrégation, il pourra être nécessaire au lecteur de consulter l'index en

fonction de titres particuliers qui conduisent à regrouper des éléments tirés de chapitres différents. Enfin, nous avons volontairement présenté plus d'expériences que le candidat ne peut raisonnablement en présenter au concours ; cela lui laissera la possibilité de privilégier certains aspects en fonction de l'objectif qu'il se donne et du niveau qu'il maîtrise.
Les références sont données à la fin de chaque chapitre et regroupent des développements précis (fragments d'ouvrages ou articles notés [x] dans le cours du texte) ou des ouvrages plus généraux. Les brochages des composants sont indiqués dans le cours du texte lorsqu'il s'agit de composants très particuliers. Pour les composants généraux (transistors, AO, portes logiques), les brochages sont indiqués en fin d'ouvrage.

Les expériences sont réalisées avec le matériel disponible dans un lycée bien équipé et qui est généralement disponible chez les fabricants d'instruments de mesure ou de matériels d'enseignement[1] (nous avons donné en fin de volume les adresses de fabricant ou revendeurs de composants et matériels). En ce qui concerne l'acquisition informatisée, nous avons utilisé le logiciel Synchronie (associé à une carte d'acquisition Fastlab Eurosmart) qui est un logiciel non dédié qui présente de nombreuses fonctions de traitement (FFT, modélisations ...). La plupart des expériences réalisées sont illustrées d'enregistrements (d'oscillo numérique ou d'ordinateur) réels. Les schémas électriques ont été construits avec le logiciel « Ardoise de l'électricité » (Langage et Informatique) et certains ajustements de courbe avec le logiciel « Solwin » (auteur J.Y. Magna).

Les auteurs souhaitent remercier Mr Jean-Pierre Faroux, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie et Mr l'Inspecteur Général René Moreau pour des propositions d'expériences instructives et originales.
Nos remerciements vont également à ceux qui nous ont aidés dans la préparation de cet ouvrage, en particulier Laurent Lievre qui a réalisé la plupart des schémas électroniques et Lucile Lievre qui a relu les épreuves.
Enfin, nous voudrions dire que ce livre doit beaucoup aux étudiants agrégatifs de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon à la fois par leur demande insistante d'un ouvrage adapté au Concours et par leur critique constructive.

[1] Dans certains cas et lorsqu'il n'existe pas dans le commerce - à notre connaissance - de dispositifs bien adaptés au but recherché, nous avons proposé quelques réalisations qu'un laboratoire de lycée (voire un étudiant « bricoleur ») peut construire sans difficulté.

SOMMAIRE

PREMIERE PARTIE - MESURES

CHAPITRE I - Mesure des dipôles
1 - Notion de dipôle
2 - Mesure des impédances
CHAPITRE II - Mesure des signaux
1 - Oscilloscope analogique
2 - Oscilloscope numérique
3 - Mesures à l'oscilloscope
4 - Analyse spectrale
CHAPITRE III - Acquisition et traitement informatisé
1 - Echantillonnage
2 - Conversion analogique - numérique
3 - Transformée de Fourier
4 - Fenêtres de pondération
5 - Conditions pour faire une bonne analyse spectrale

DEUXIEME PARTIE - ELECTRONIQUE ANALOGIQUE

CHAPITRE IV - Composants
1 - Les semiconduteurs
2 - Les diodes
3 - Le transistor bipolaire à jonctions
4 - Le transistor à effet de champ
5 - L'amplificateur opérationnel
6 - Electronique analogique et AO
7 - Multiplieur
CHAPITRE V - Capteurs
1 - Généralités
2 - Sensibilité et précision
3 - Exemples de capteurs mécaniques
4 - Exemples de capteurs thermiques
CHAPITRE VI - Amplification
1 - Caractéristiques générales d'un amplificateur
2 - Transistor émetteur commun
3 - Transistor à charge répartie
4 - Transistor collecteur commun
5 - Amplificateur différentiel
6 - Montage Push-Pull
7 - Compléments - schéma équivalent du transistor

CHAPITRE VII - Filtres

1 - Rappels et définitions
2 - Techniques d'étude utilisées
3 - Filtres du 1er ordre
4 - Filtres du second ordre
5 - Filtres à capacités commutées
Annexes

CHAPITRE VIII - Oscillateurs

1 - Introduction
2 - Oscillateurs sinusoïdaux
3 - Oscillateurs à relaxation

CHAPITRE IX - Modulation, démodulation

1 - Introduction
2 - Modulation d'amplitude
3 - Modulation de fréquence
4 - Modulation numérique

TROISIEME PARTIE - ELECTRONIQUE NUMERIQUE

CHAPITRE X - Composants et fonctions logiques

1 - Electronique logique
2 - Caractéristiques électriques dés portes logiques
3 - Logique combinatoire
4 - Logique séquentielle
Annexes

CHAPITRE XI - Multimètres et convertisseurs

1 - Convertisseur tension-temps simple rampe
2 - Convertisseur double rampe
3 - Convertisseur tension fréquence
4 - Transformation d'un voltmètre continu en multimètre
5 - Convertisseur analogique numérique
6 - Convertisseur numérique analogique
7 - Propriétés des CNA et CAN

QUATRIEME PARTIE - ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

CHAPITRE XII - Conversions de puissance

1 - Principes généraux des convertisseurs de puissance
2 - Conversion alternatif - continu
3 - Redressement commandé
4 - Hacheurs
5 - Onduleurs

CHAPITRE XIII - Asservissements

1 - Introduction
2 - Asservissement de position
3 - Asservissement de vitesse

CHAPITRE I

MESURE DES DIPOLES

1 - Notion de dipôles

Un dipôle D = [AB] est une portion de circuit limitée par deux points. Il est caractérisé par l'intensité i(t) du courant qui le traverse et par la différence de potentiel $v(t) = v_{AB}(t)$ qui apparaît à ses bornes A et B.

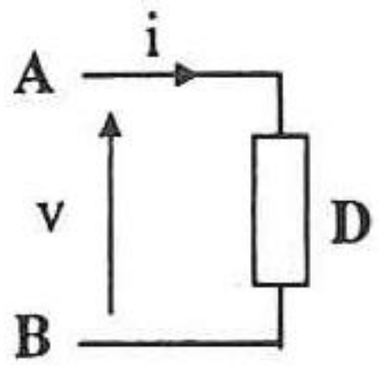


fig.1 - Dipôle (convention récepteur)

a) en **régime permanent (stationnaire)** indépendant du temps, les valeurs V et I de la tension et du courant (« continu ») sont liées par une relation « caractéristique » : V = V(I) ou I = I(V) (il peut arriver que seule l'une des deux relations soit univoque). Il faut également préciser les valeurs extrémales de V et I ainsi que la puissance maximale que le dipôle peut échanger avec l'extérieur.

b) en régime **quasi-stationnaire,** la tension v(t) et l'intensité i(t) sont liées par une relation « fonctionnelle » de la forme générale : $\phi(v,i) = 0$ qui est caractéristique du dipôle. Nous considérerons, en particulier, des dipôles dits « linéaires » (un peu abusivement) pour lesquels la relation fonctionnelle est linéaire au sens mathématique et invariante dans le temps ; plus précisément elle sera généralement de la forme :

$$a_n \frac{d^n v}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dv}{dt} + a_o v + b_p \frac{d^p i}{dt^p} + \ldots b_1 \frac{di}{dt} = x(t) \qquad (I - 1)$$

où : $a_n, \ldots, a_1$; $b_p, \ldots, b_1$ sont des constantes et x(t) une fonction du temps éventuellement nulle.

Tous les dipôles élémentaires rentrent dans ce cadre général :

résistor : $v(t) = R\, i(t)$
inductance idéale : $v(t) = L di/dt$
capacité idéale : $i(t) = C dv/dt$
source idéale de tension : $v(t) = e(t)$
source idéale de courant : $i(t) = \eta(t)$

Si e(t) ou η(t) sont indépendants des autres grandeurs électriques du réseau dont elle fait partie, la source est dite « **indépendante** ». Si ces grandeurs dépendent (linéairement) d'une grandeur (tension ou courant) du réseau dont elle fait partie elle est dite « **liée** ».
Bien entendu il faut aussi tenir compte de limitations pour les valeurs extrémales de v, i ainsi que pour la puissance mais celles-ci dépendent aussi du type de régime quasi-stationnaire considéré (sinusoïdal, périodique, impulsionnel ...).

c) en régime **permanent sinusoïdal** et pour un dipôle « linéaire » il est commode d'utiliser la notation complexe ($i(t) = Re(\underline{I}\, e^{j\omega t})$, $v(t) = Re(\underline{V} e^{j\omega t})$) ; la relation différentielle (I-1) entre les grandeurs instantanées se simplifie en une relation entre amplitudes complexes :

$$\left(a_n(j\omega)^n + \ldots a_1(j\omega) + a_o\right)\underline{V} + \left(b_p(j\omega)^p + \ldots b_1(j\omega) + b_o\right)\underline{I} = \underline{X} \qquad (I - 2)$$

L'étude de cette relation en fonction de la pulsation ω (ou de la fréquence $f = \omega/2\pi$) permet de caractériser le dipôle.

1.1 - Caractéristique statique d'un dipôle

C'est la représentation graphique de la relation entre I et V pour des grandeurs continues (selon les cas, on place I en X ou en Y).
Le tracé de la caractéristique I(V) ou V(I) peut se faire point par point avec un générateur continu de fem réglable, un ampèremètre et un voltmètre - fig.2 - en plaçant une résistance de protection R_p pour limiter le courant dans le circuit (ces appareils seront avantageusement numériques). Le tracé point par point ne présente pas de problèmes particuliers (en supposant les instruments parfaits) sauf pour des dipôles à résistance négative, des problèmes de stabilité étant à prendre en compte.
On placera le voltmètre en position courte dérivation (car le voltmètre numérique est plus « parfait » que l'ampèremètre) sauf si D a une très grande impédance (par rapport à celle du voltmètre).

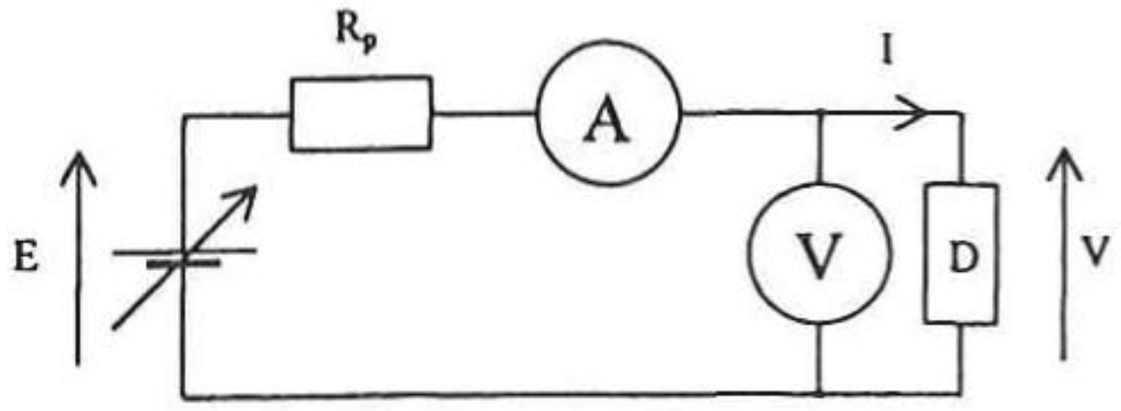


fig.2 - Tracé de la caractéristique statique du dipôle D

Il est souvent commode de faire le tracé de la caractéristique de manière « automatique » à l'oscilloscope grâce à un montage dont le principe est donné fig.3 et où le générateur continu est remplacé par un générateur alternatif de fem. e(t) et de résistance interne R_s.

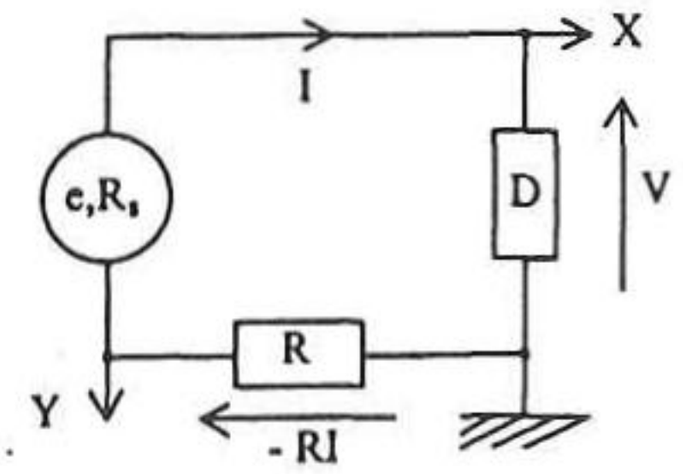


fig.3 - Tracé automatique de la caractéristique

Dans cet exemple, la tension en X est égale à V, celle en Y est proportionnelle à - I , une inversion de la voie Y de l'oscillo. permet alors de visualiser la caractéristique I(V) à l' « endroit ».

1.2 - Comment ce montage permet-il de visualiser la caractéristique du dipôle et que choisir pour R ?

Le générateur délivre une tension variable, à « basse fréquence », par exemple sinusoïdale : $e(t) = E \sin \omega t$. Le point de fonctionnement (V,I) du dipôle vérifie la relation : $V = e - R_t I$, R_t étant la résistance « totale » : $R_t = R + R_s$. C'est donc le point commun à deux caractéristiques :

- celle du dipôle
- celle du générateur en série avec la résistance R.

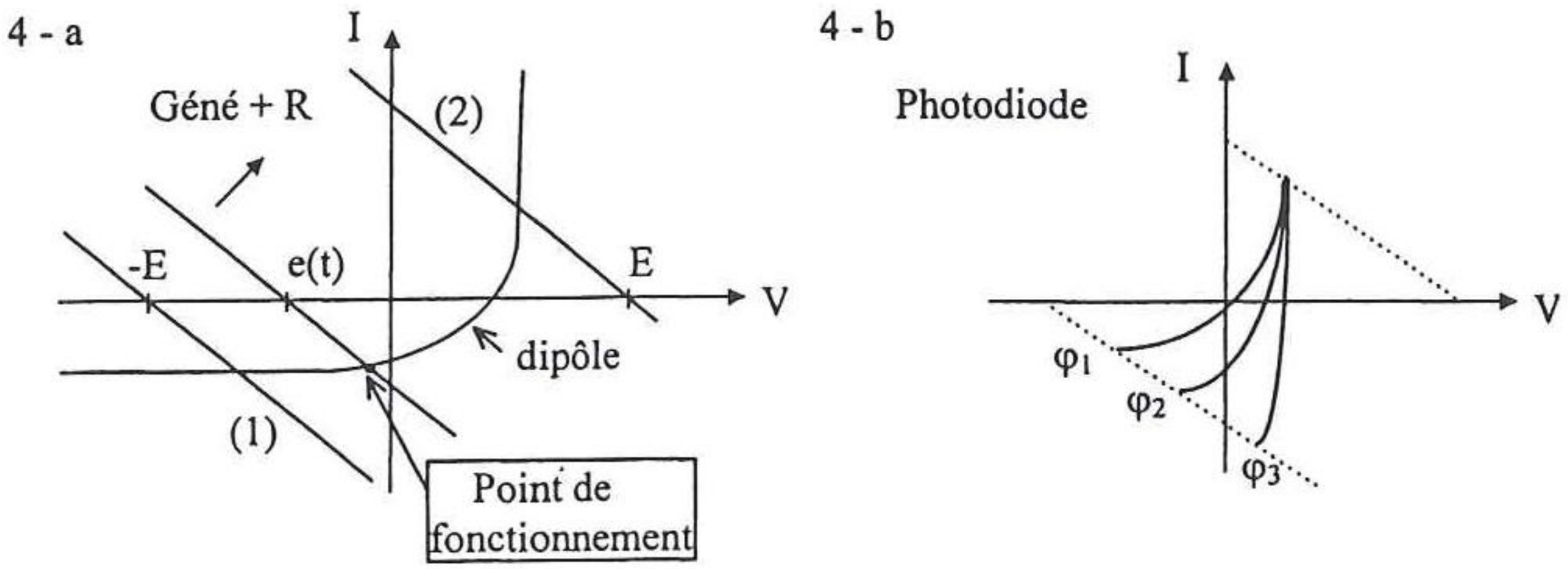


fig.4 - Caractéristiques I(V) d'un dipôle

Lorsque la tension e(t) varie entre -E et +E, la caractéristique « générateur + R » se déplace parallèlement à elle-même entre les droites extrêmes (1) et (2). Prenons l'exemple de la photodiode ; sa caractéristique dépend de l'éclairement qu'elle reçoit. Si l'on trace les caractéristiques pour 3 valeurs de ce paramètre, les courbes correspondantes seront limitées par les droites extrêmes (1) et (2). On voit l'importance de la valeur de R_t pour le tracé d'un réseau de caractéristiques : Si R_t est trop grand , on n'aura le comportement « récepteur inverse » ($P > 0$, $V < 0$) que pour des éclairements faibles (fig.4-b). Une faible résistance paraît donc préférable mais il faut s'assurer qu'elle sert bien encore de protection dans le montage (on peut remarquer que : E/R_t est l'intensité maximale qui peut circuler si la ddp aux bornes du dipôle est négligeable).

A noter que le générateur n'a pas besoin d'être sinusoïdal, un signal triangulaire convenant aussi bien (mais pas un signal carré qui passe d'une valeur extrême à l'autre sans passer par les valeurs intermédiaires). En revanche, cette mesure en tension alternative ne permet d'atteindre la caractéristique **statique** que si l'on reste en très basse fréquence car tout effet capacitif ou inductif fait apparaître un déphasage qui entraîne un dédoublement de la caractéristique (en pratique la fréquence doit rester inférieure à quelques centaines de Hz).
Par ailleurs si l'on veut exploiter quantitativement la caractéristique, il est essentiel d'utiliser le couplage « DC » des deux voies de l'oscilloscope et de bien repérer les axes correspondants aux valeurs nulles de I et V.

1.3 - Problèmes posés par le tracé de la caractéristique à l'oscillo.

Souvent le tracé automatique à l'oscillo. ne peut pas se réaliser comme en fig.3 à cause des problèmes de « masse » des appareils.

Rappels :
Le châssis métallique d'un appareil constitue une « **masse mécanique** ». En général, et ceci est **obligatoire** pour les appareils de classe d'isolation I, cette masse mécanique est reliée à la **Terre** du secteur grâce au 3^{ième} fil du câble d'alimentation : ⏚ .
En effet, cette liaison est nécessaire au bon fonctionnement du disjoncteur différentiel qui interdit que la masse mécanique puisse se trouver accidentellement au potentiel de la phase du secteur.
La masse mécanique de ces appareils constitue donc un potentiel de référence (celui de la Terre). Par ailleurs tous les potentiels des circuits de l'appareil sont référencés par rapport à une origine commune appelée « **masse électrique** » : ⏚.

Très souvent cette masse électrique qui est reliée à l'une des deux bornes de l'appareil (de sortie pour un générateur, d'entrée pour un oscilloscope ...) est elle-même reliée à la masse mécanique et donc à la Terre.
Cette liaison présente l'intérêt (et l'inconvénient !) de rendre équipotentielles toutes les masses électriques des différents appareils (en pratique la partie métallique externe des bornes BNC ou, par convention la borne noire de l'appareil ou de l'adaptateur BNC - banane). Avec de tels appareils, le montage de la fig.3 n'est pas possible car la masse commune aux deux appareils court-circuite un des dipôles D ou R.
Pour les appareils de classe d'isolation II (« à double isolation » indiquée par le logo ⧈) les masses électriques des appareils sont « flottantes » par rapport à la Terre et il peut donc y avoir une ddp entre de telles masses et cette ddp peut causer la destruction d'un circuit sensible ! (fig. 5) :

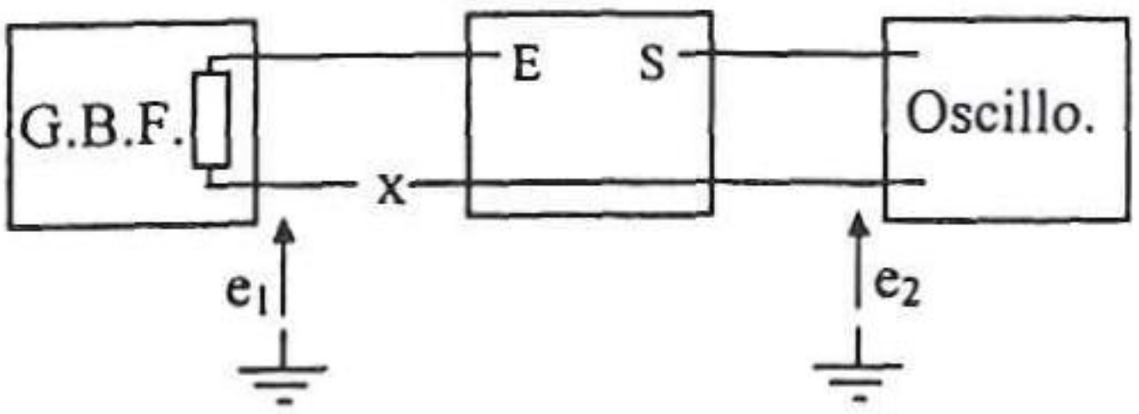


fig.5 - Un circuit en danger ! [1]

Sur la fig.5 le circuit à étudier est relié à un GBF et un oscillo. dont les masses électriques sont aux potentiels différents e_1 et e_2. Si la liaison entre la masse M du circuit et celle du GBF est coupée (ou omise !) on notera qu'il apparaît une ddp : e_1-e_2 entre l'entrée et la masse du circuit ; l'impédance de sortie du GBF étant faible, le risque de destruction est grand.

1.4 - Solutions

1- Utiliser un générateur isolé (ou « flottant ») dont la masse électrique n'est pas reliée à la Terre (c'est le cas par exemple des générateurs Jeulin GF3 et GF4) ; on trouve, de même, des oscillos isolés (par exemple Metrix OX 72). Dans tous les cas, la masse électrique de l'oscilloscope est commune aux deux voies X et Y ; elle doit donc être reliée entre D et R et l'une des voies doit être inversée pour retrouver la caractéristique à l'endroit.

2- Modifier le montage comme en fig.6

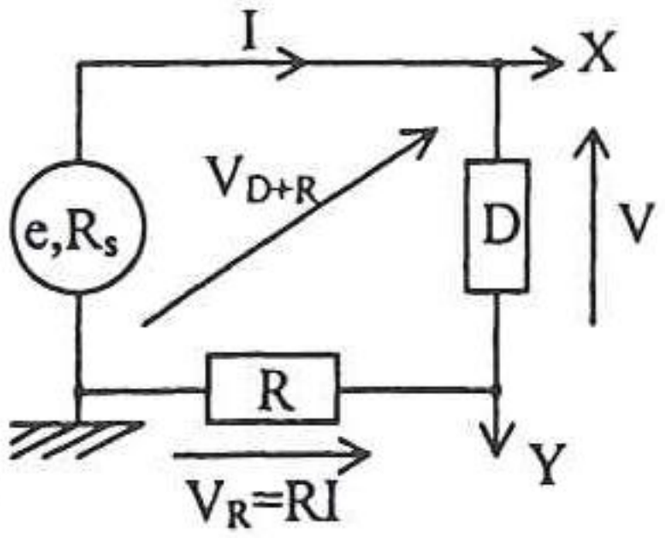


fig.6 - Tracé de la caractéristique du dipôle D (montage modifié)

La tension appliquée en X n'est plus la tension aux bornes du dipôle : on trace en fait la caractéristique d'un dipôle constitué de R et D en série. Si l'on est sûr que $|V| >> |V_R|$, la caractéristique est presque correcte. Mais ce n'est pas toujours le cas, ainsi pour une diode en direct ($V > 0$) on observe, en général, un segment de droite !

3- Utiliser un convertisseur courant → tension

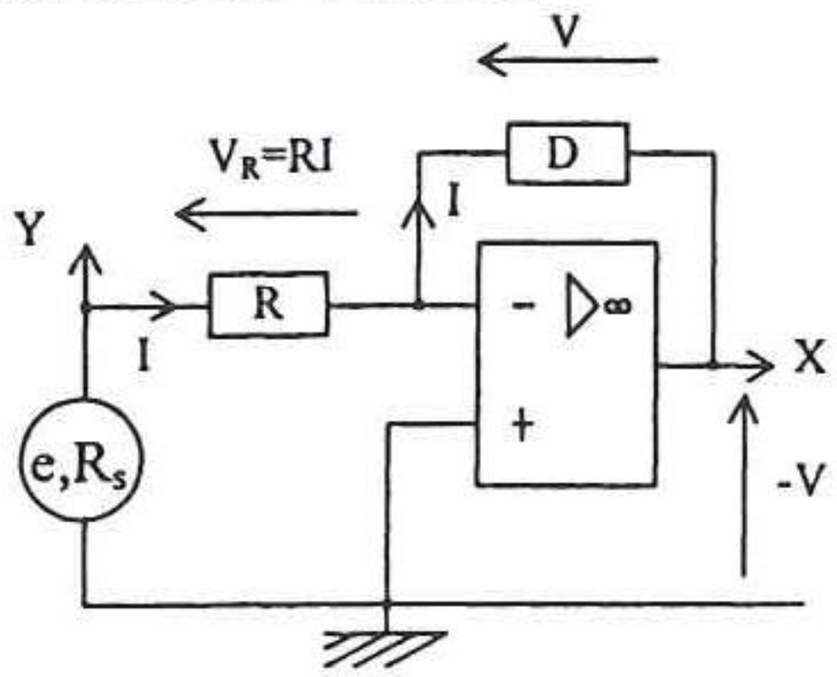


fig.7 - Utilisation d'un convertisseur courant → tension

L'intensité I du courant traversant le dipôle est fixée par la fem e du générateur et par la résistance totale R_t (= R + R_s). La tension de sortie de l'A.O. (supposé idéal) est : - V ; elle est appliquée à l'entrée X. La tension de sortie du générateur, aussi égale à la ddp aux bornes de R, est appliquée à l'entrée Y. Les limitations de ce montage viennent des limitations de saturation de l'A.O, en tension (environ 15 V pour un A.O. « classique ») et en courant de l'A.O. (environ 20 mA). On peut parfois les contourner en permutant les positions de R et D, on impose alors la tension aux bornes du dipôle plutôt que le courant.

4- Utiliser un transformateur d'isolement

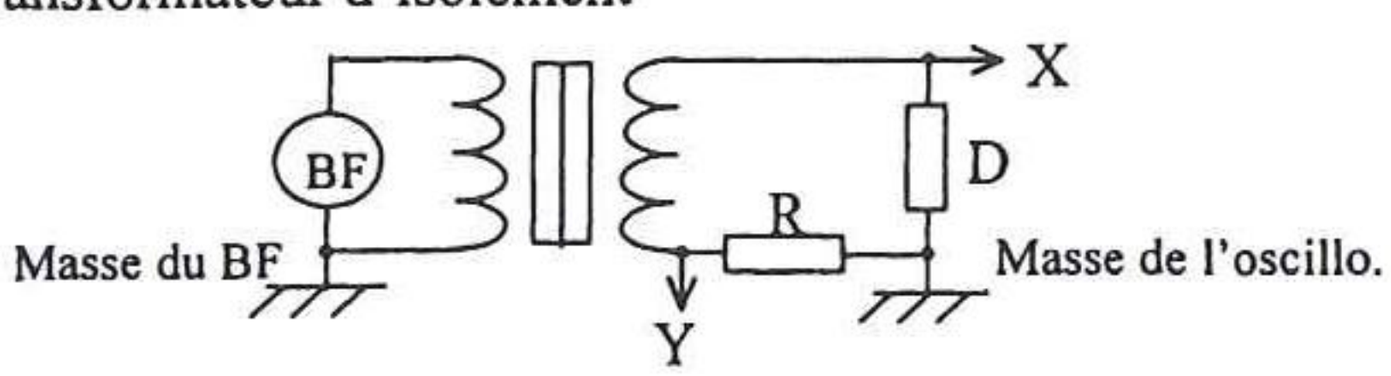


fig.8 - Utilisation d'un transformateur d'isolement

Grâce à ces deux enroulements **séparés** (primaire et secondaire) ce transformateur effectue une séparation des masses électriques du générateur et de l'oscillo. (on parle d'isolation galvanique). La limitation de ce montage provient de la mauvaise réponse du transformateur en fonction de la fréquence (on doit rester pratiquement entre 50 Hz et quelques kHz sauf exception).

5- Utiliser un oscillo. à entrées différentielles

Dans un appareil à entrées différentielles à chaque entrée sont associées, en plus de la masse qui est commune, **deux** bornes souvent notées (+) et (-). Le signal d'entrée considéré est la tension différentielle : $v_+ - v_-$ où v_+ et v_- sont les potentiels des deux bornes (+) et (-) par rapport à la masse. Comme pour tout ampli différentiel, il faut veiller à ce que la tension de mode commun n'excède pas la valeur permise. Avec un tel oscilloscope le montage est donné fig.9 où l'on notera que les masses électriques du G.B.F. et de l'oscillo. sont communes.

Cette structure différentielle ne se rencontrait jusqu'à présent que sur des appareils de très hautes performances (et très coûteux), elle commence à apparaître dans des appareils plus accessibles (tq Métrix OX 802...).

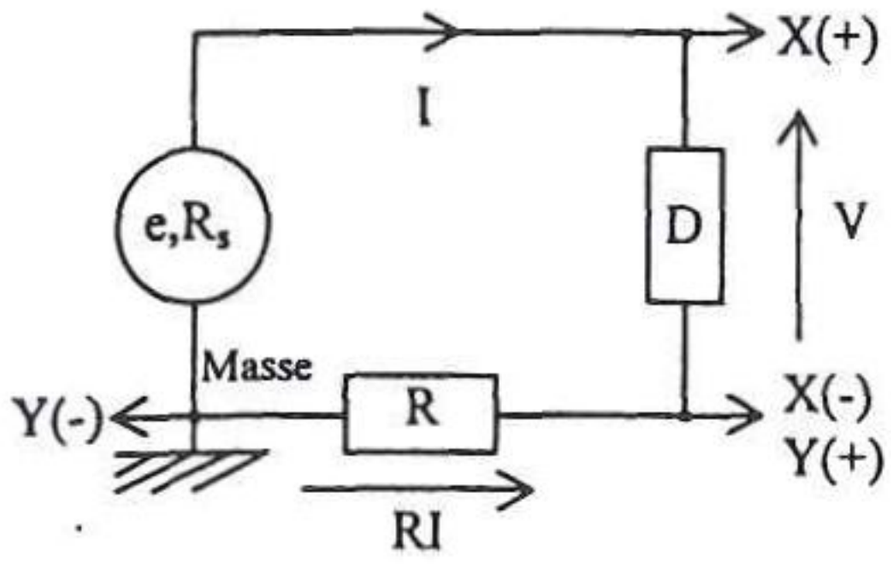


fig.9 - Utilisation d'un oscillo. à entrées différentielles

6- Utiliser une sonde différentielle

Une sonde différentielle permet de prélever la différence de potentiel entre deux points quelconques d'un circuit et délivre une tension de sortie (le plus souvent réduite d'un facteur 1/10 ou 1/100) qui peut être appliquée à l'entrée d'un oscillo. classique. Ici encore il faut tenir compte de la limitation de la tension de mode commun (ces sondes sont très utiles en électronique de puissance où l'on utilise souvent la tension secteur).

7- Déconnecter la masse électrique d'un appareil de la Terre

Cela est **formellement interdit pour un appareil de classe I** car l'utilisateur n'est plus protégé, en cas de défaut d'isolation de l'appareil, par le disjoncteur différentiel de l'installation. Seuls les appareils de classe II ont le droit d'avoir cette séparation : masse électrique - Terre.

1.5 - Autres méthodes

1.5.1 - Table traçante XY

Les entrées X et Y de la table remplacent celles de l'oscillo. Généralement ces entrées sont différentielles ce qui permet de résoudre les problèmes de masse (même montage que sur la fig.9). En revanche, leur bande passante est très limitée (à cause du déplacement mécanique du traceur), on doit donc opérer à fréquence très basse (moins de 1 Hz).

1.5.2 - Tracé sur ordinateur

Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet le tracé automatique des caractéristiques des dipôles ; le principe est le même qu'avec un oscillo. Pour synchroniser l'acquisition sur l'évolution temporelle du générateur e(t) et éviter des recouvrements, il est préférable d'utiliser comme générateur e(t) une sortie analogique de la carte que l'on programme (par exemple une rampe évoluant entre -E et +E).
On effectue la saisie des tensions comme en fig.6 mais on peut facilement, par le **calcul**, récupérer la tension aux bornes du dipôle seul : ($V = V_{D+R} - V_R$) et donc tracer la **véritable** caractéristique.

2- Mesure des impédances

On s'intéresse ici à des dipôles « linéaires » (cf. relation (I-2)) fonctionnant en régime permanent sinusoïdal et pour lesquels x(t) = 0 et donc $\underline{X} = 0$. Il y a alors proportionnalité entre les amplitudes complexes $\underline{V}$ et $\underline{I}$ ce qui permet de définir l'impédance complexe $\underline{Z}$ comme leur rapport :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} = Ze^{j\varphi} \qquad (I - 3)$$

Mesurer l'impédance, c'est mesurer le module Z et l'argument φ ou la partie réelle A et la partie imaginaire B telles que : $\underline{Z} = A + jB$. Dans le cas le plus général, toutes ces grandeurs dépendent de la pulsation ω (ou de la fréquence).

2.1 - Mesure de Z

A priori il suffit de mesurer les valeurs efficaces de i(t) et v(t) au moyen d'appareils de mesure en « alternatif » (AC) :

$$Z = V_{eff}/I_{eff} \qquad (I - 4)$$

Il faut évidemment s'assurer que la fréquence utilisée est bien dans la bande passante des appareils (attention, souvent les appareils ordinaires ne dépassent pas 1 kHz et même des appareils numériques plus performants ont une limite qui est souvent entre 20 et 100 kHz pour la fonction voltmètre et encore inférieure pour la fonction ampèremètre).
A plus haute fréquence, il faut utiliser l'oscillo. ou un (milli)voltmètre alternatif et mesurer les tensions aux bornes du dipôle et aux bornes d'une résistance traversée par le même courant (montage analogue à celui vu pour le tracé des caractéristiques). Pour la précision des mesures, on a intérêt à avoir des tensions comparables : on choisit la valeur de cette résistance en conséquence ($R \approx |\underline{Z}|$).

2.2 - Mesure du déphasage

On réalise un des montages utilisés pour le tracé de la caractéristique d'un dipôle (par exemple : fig.3 avec un générateur « flottant » ou fig.8 avec un transformateur d'isolement). Ne pas oublier d'inverser l'une des voies si la masse de l'oscillo. est située entre l'impédance à mesurer et la résistance utilisée pour visualiser le courant.
Le déphasage φ se détermine par les méthodes classiques de l'ellipse ou du balayage double trace (cf Chap.II § 3.1). Cette dernière est souvent préférable, elle seule permet de donner le signe du déphasage et de mesurer convenablement des déphasages voisins de $\pi/2$.

Enfin elle est très facile à utiliser avec les oscillos récents qui possèdent des curseurs de mesure (et même la fonction mesure automatique de φ !) ou avec un système d'acquisition de données.
On peut aussi utiliser un phasemètre numérique (un principe en est donné dans le chapitre X § 3.4). Le plus souvent la masse électrique est commune aux deux entrées (comme pour l'oscillo.) mais il n'y a pas de possibilité d'inversion si bien que l'on mesure π - φ et non φ. Il est toujours prudent de vérifier à l'oscillo. la cohérence de la valeur mesurée au phasemètre surtout si l'une des tensions est de faible niveau.

2.3 - Mesure de $\underline{Z}$ par détection synchrone

On détermine la partie réelle et la partie imaginaire de l'impédance complexe $\underline{Z}$ en utilisant un multiplieur analogique, un filtre passe-bas et un déphaseur. Il est avantageux d'utiliser un mutiplieur à structure « différentielle » réalisant le produit : $p = k(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ où $k = 0{,}1\ V^{-1}$, ceci permet d'éliminer les problèmes de masse.

Partie réelle (fig.10)

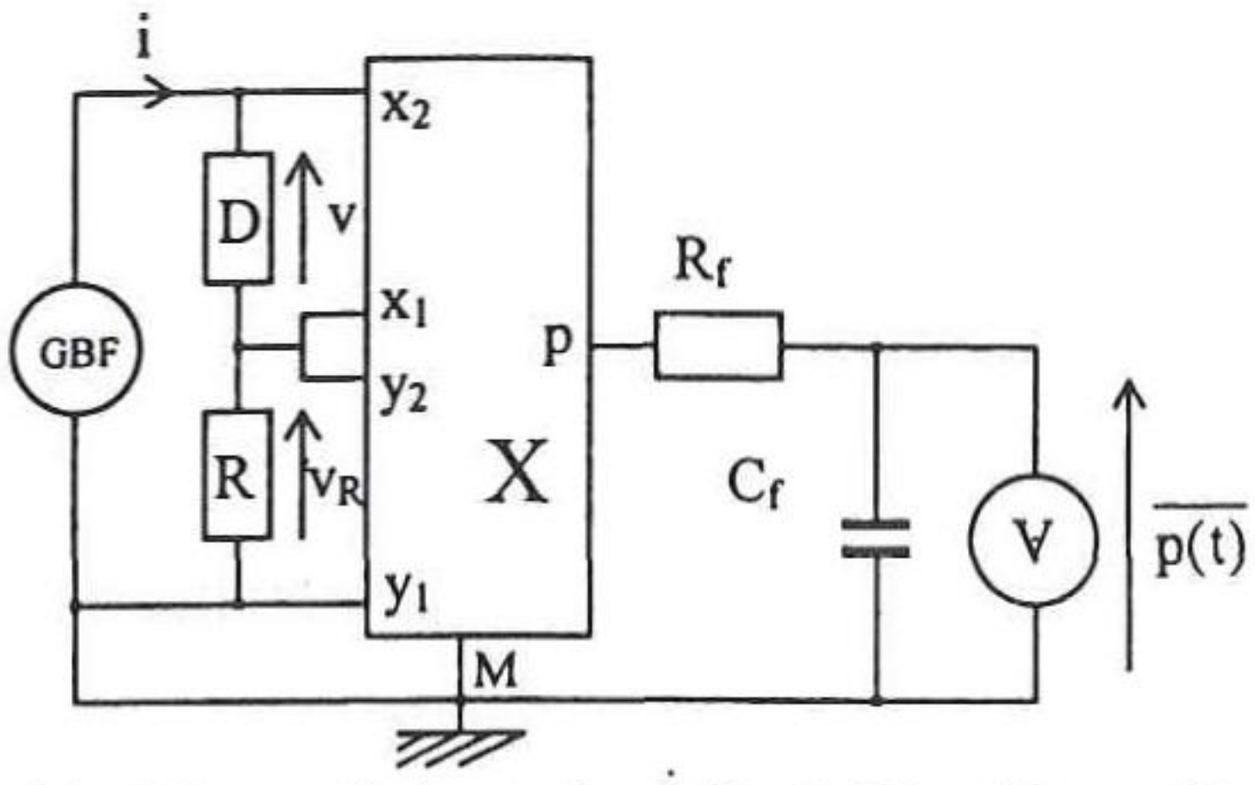


fig.10 - Mesure de la partie réelle de l'impédance $\underline{Z}$

Valeurs des éléments et des paramètres :

fréquence : 50 Hz - 10 kHz
filtre passe bas : R_f : 10 - 100 kΩ, C_f : 1 - 10 μF (fréquence de coupure : 0,16 - 16 Hz)
résistance R : à choisir tq : $R \approx |\underline{Z}|$.
multiplieur : X = AD 633, AD 534 ....(voir Chap.IV §7)

On fait le produit p des tensions v_R et v :

$v_R = R\, i(t) = R\, I_M \cos \omega t$ (on prend l'intensité comme origine des phases) (I - 5)

$v = Z\, I_M \cos(\omega t + \varphi)$ (I - 6)

$$p(t) = k\, v_R\, v = k\, RZ\, I_M^2 \cos \omega t \,.\, \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} kRZ\, I_M^2 [\, \cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi\,] \quad (I - 7)$$

En prenant la valeur moyenne avec un filtre passe-bas, de pulsation de coupure ω_F, on élimine le terme de pulsation 2ω ($\omega_F << \omega$) et on obtient :

$$\overline{p(t)} = \frac{1}{2} kRZ\, I_M^2 \cos \varphi \quad (I - 8)$$

En appliquant sur les deux entrées du multiplieur, la tension v_R, on a de même :

$$\overline{p_R(t)} = \frac{1}{2} k R^2 I_M^2 \qquad (I - 9)$$

Ces deux tensions sont mesurées par un multimètre numérique en continu (D.C.) qui achève d'ailleurs l'opération de filtrage, on a alors :

$$\mathrm{Re}(\underline{Z}) = Z \cos\varphi = R \frac{\overline{p(t)}}{\overline{p_R(t)}} \qquad (I - 10)$$

Partie imaginaire

On introduit un déphasage de $\pi/2$ sur la tension v_R avec un déphaseur représenté sur la fig.11, on l' a fait précéder d'un suiveur de manière à ne pas « charger » la résistance R :

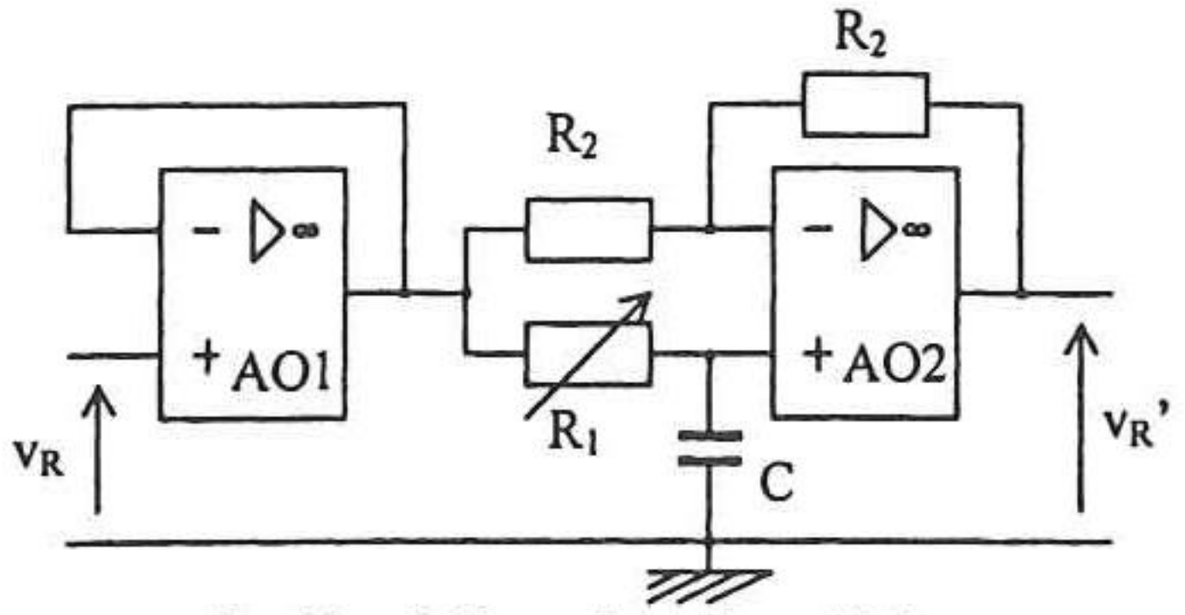


fig.11 - Adjonction d'un déphaseur

Il est facile de montrer que la fonction de transfert de ce montage est :

$$\frac{\underline{V'_R}}{\underline{V_R}} = \frac{1 - jR_1C\omega}{1 + jR_1C\omega} \qquad (I - 11)$$

Son module est égal à 1 mais la tension de sortie est déphasée par rapport à l'entrée d'un angle

$$\theta = -2 \arctan(R_1C\omega) \qquad (I - 12)$$

Valeurs des éléments

$R_2 = 10\ k\Omega$; $C = 0{,}1\ \mu F$

R_1 : 1 kΩ - 100 kΩ (boites de résistances)

AO1 = AO2 = TL 081

Il faut régler le déphaseur sur $-\pi/2$ ($R_1C\omega = 1$) à la fréquence considérée. Pour cela on utilisera l'oscillo en mode X-Y : on doit observer une ellipse dont les axes de symétrie sont les « axes de l'oscillo ».

Comme précédemment , on fait le produit $v.v_R'$ La tension de sortie du filtre passe-bas est alors :

$$\overline{p'(t)} = -\frac{1}{2} k R Z I_M^2 \sin\varphi \qquad (I - 13)$$

D'où :

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}) = Z \sin\varphi = -R \frac{\overline{p'(t)}}{\overline{p_R(t)}} \qquad (I - 14)$$

Exemple :

Grâce au dispositif précédent, on a étudié une bobine A.O.I.P. donnée pour 0,1 H ; 32 Ω (en continu) . En opérant à 100 Hz avec R = 100 Ω, on a obtenu : L_m = 0,100 H, R_m = 34,6 Ω , en excellent accord avec une mesure effectuée à un RLC mètre de précision (Fluke PM 6304).

2.4 - Comportement des dipôles simples

Il faut savoir que chaque composant ne peut jamais se modéliser complètement par un seul dipôle R, L ou C idéal et que son comportement dépend de plusieurs grandeurs : fréquence, température, voire tension à ses bornes ou courant le traversant.

2.4.1 - Résistor[1]

Rappelons tout d'abord que la résistance d'un conducteur ohmique dépend de la température (coefficient positif ou négatif selon le matériau) et de la fréquence. Cette dernière dépendance est due à l'effet de peau, cet effet est minimisé pour des conducteurs de faible section et n'apparaît pas aux fréquences considérées dans cet ouvrage (inférieures au MHz).
Le composant « résistor » possède essentiellement une résistance R mais aussi des éléments « parasites » : inductance série et même capacité ! Deux modèles possibles de résistance, à couche et bobinée [5] sont données fig.12.

fig.12 - Modèles de résistances

- En ce qui concerne les résistances à couche et aux fréquences considérées, les effets de L et C sont négligeables. On distingue les résistances à couche de carbone (peu coûteuses mais pas très stables) et les résistances à couche métallique (de bonne stabilité et de faible coefficient de température $\approx \pm$ 100 ppm/ °C en ordre de grandeur).
- Pour les résistances bobinées, nécessaires aux fortes puissances (> qq watts), l'inductance parasite peut ne plus être négligeable, notamment en présence de courant rapidement variable ($Ldi/dt \approx 1$ V pour L = 10 µH et une intensité variant de 1 A pendant 10 µs).
- Il est à noter que pour certaines résistances bobinées de précision (boîtes A.O.I.P. par exemple) l'inductance est minimisée par le procédé de réalisation : doubles enroulements de sens opposés reliés en série.
- Enfin signalons qu'il existe aussi des résistances de puissance non bobinées (à couche épaisse) et qui sont peu inductives

2.4.2 - Bobine

En basse fréquence (tq : $\omega << \omega_o$) la bobine se modélise par une inductance L idéale en série avec une résistance R_s. A plus haute fréquence, il faut faire intervenir un capacité en parallèle C (cette capacité est elle-même une modélisation des capacités réparties entre spires).
Un modèle pour la bobine est donnée fig.13a [6], la pulsation ω_o précédente est $1/\sqrt{LC}$. Si le « facteur de qualité » : $\mathcal{Q}_o = L\omega_o/R_s$ est grand, on montre que l'impédance $Z = |\underline{Z}|$ passe par un maximum pour une pulsation voisine de ω_o (pulsation « propre » de la bobine).
Pour cette pulsation la partie réelle de $\underline{Z}$ est maximale et la partie imaginaire (réactance) s'annule. Ainsi au-dessus de ω_o, le comportement de la bobine est capacitif ! (courant en avance sur la tension).

---

[1] Dans la suite de l'ouvrage, nous appellerons résistance à la fois le composant lui-même et la grandeur R qui le caractérise.

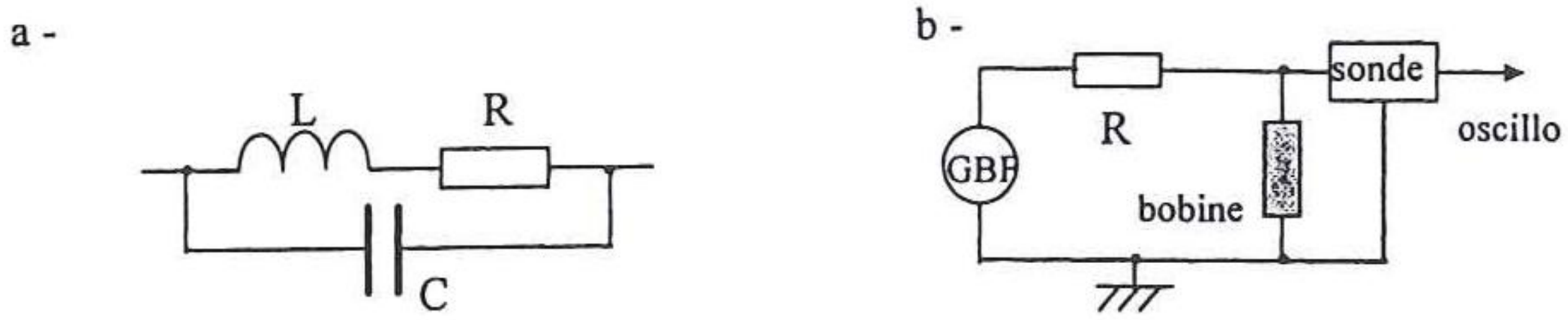


fig.13 - Bobine : modélisation

Il est facile de mesurer l'ordre de grandeur de ω_o au moyen du montage fig.13b où R est une grande résistance ($R >> |\underline{Z}|$). L'ensemble du G.B.F. et de R constitue un générateur de courant si bien que la tension aux bornes de la bobine est maximale lorsque Z l'est. Il est indispensable d'utiliser une sonde à faible capacité (cf. Chap.II § 1.2.3). Pour une bobine de transformateur démontable, l'ordre de grandeur est $\omega_o \approx 5.10^5$ rad.s^{-1}, la capacité parasite étant de qq centaines de pF).

La résistance R_s, constante en continu et à basse fréquence, augmente ensuite assez rapidement selon une loi complexe mais on se contente souvent d'un modèle quadratique où :

$$R_s = R_{so}(1 + a\,\omega^2) \qquad (I - 15)$$

Pour une bobine à air, cette variation est due essentiellement à l' effet de peau qui est renforcé, par rapport au cas du conducteur cylindrique unique, par la présence au voisinage de chaque spire de plusieurs autres spires de la bobine (notamment si elle est à plusieurs couches). Cette variation est déjà notable vers qq kHz (voir [7] p.159) ; par exemple pour la bobine de transformateur démontable précédente la résistance passe de ≈ 6 Ω en continu à ≈ 100 Ω à 10 kHz ! Enfin en très haute fréquence, on doit aussi tenir compte des pertes par rayonnement.

Si la bobine possède un noyau « magnétique » en fer doux, les courants de Foucault qui apparaissent (même minimisés par le feuilletage) introduisent des pertes supplémentaires d'où une résistance équivalente encore augmentée.

Les noyaux en ferrite (matériau ferrimagnétique qui a la propriété d'être, de plus, isolant) permettent de réaliser des inductances à pertes réduites à haute fréquence (radio fréquences). On utilise aussi des noyaux réalisés en poudre de fer dispersée dans une matrice isolante.

En présence d'un noyau magnétique l'inductance est considérablement augmentée, multipliée par la perméabilité μ_r. Comme μ_r, l'inductance L sera alors fonction de la fréquence. La présence du milieu magnétique (hystérésis) complique le comportement de la bobine qui perd, à priori, sa linéarité (μ_r dépend de H donc de l'intensité i) d'où l'apparition d'harmoniques.

La présence d'un entrefer correctement calculé permet d'améliorer cette linéarité [5,6], c'est ainsi que sont réalisées les bobines utilisant un noyau en « pot » (en ferrite).

2.4.3 - Condensateurs

Ce composant reste « parfait » sur une plage d'utilisation assez grande. Il faut signaler deux défauts principaux :

■ En « continu »

Il est bien connu qu'un condensateur chargé puis isolé finit toujours par se décharger. Ceci est dû à l'isolement imparfait du diélectrique. On modélise cette « autodécharge » par une résistance de fuite R_f disposée en parallèle sur la capacité C (fig.14) :

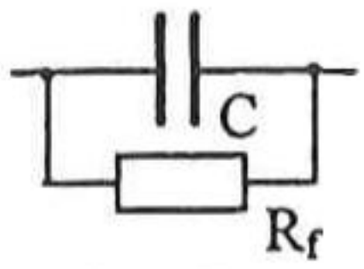


fig.14 - Modélisation d'un condensateur (en « continu »)

La résistance R_f entraîne la décharge du condensateur sur lui-même avec une constante de temps : $\tau_f = R_f C$; elle dépend de la valeur de la capacité et aussi du type de condensateur.
Pour les condensateurs à film plastique actuels, il est difficile de mesurer directement R_f qui est très élevée (les constructeurs se contentent d'ailleurs de donner une valeur minimale de R_f ou de τ_f). Pour fixer les idées, un condensateur « polyester » de 0,1 µF, initialement chargé sous 10 V, présente au bout de 5 h une tension de 7,5 V (tension mesurée avec un électromètre). On déduit : $\tau_f \approx 10^4$ s et $R_f \approx 10^{11}\ \Omega$.
Dans le cas des condensateurs électrochimiques, le courant de fuite est nettement plus important et il est possible de la mesurer directement avec un microampèremètre (bien respecter la polarité du condensateur). La résistance de fuite n'est pas vraiment constante (numériquement de l'ordre de $\frac{100}{C(\mu F)}(M\Omega)$), elle dépend de la tension appliquée et aussi de l' « histoire » du condensateur.

■ En « alternatif »

En alternatif d'autres éléments parasites sont à considérer : inductance série L_s, résistance série « vraie » R_{sv} (due essentiellement aux connexions), résistance parallèle R_d associée aux pertes dans le diélectriques (en général ces résistances dépendent de la fréquence).Ces différents éléments conduisent à la modélisation de la fig.15a

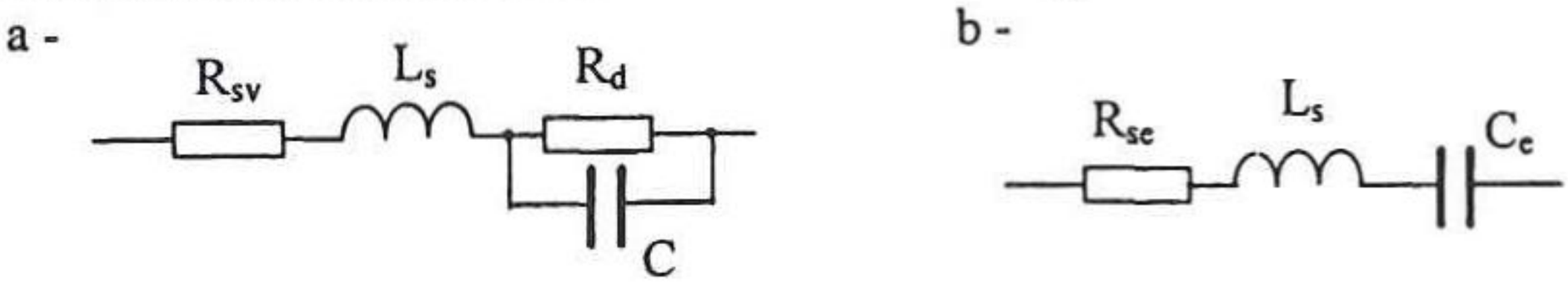


fig.15 - Condensateur : modélisation complète (en alternatif)

A une pulsation ω donnée, il est facile de montrer l'équivalence du modèle fig.15a avec celui plus simple de la fig.15b : la résistance qui y apparaît est dite « résistance série équivalente » R_{se} (ou E.S.R.), elle est souvent donnée par les constructeurs.

Comme en général : $R_d C\omega >> 1$ on a :

$$R_{se} \approx R_{sv} + \frac{1}{R_d C^2 \omega^2} \qquad \text{(I - 16)}$$

$$C_e \approx C \qquad \text{(I - 17)}$$

Le condensateur présente une impédance capacitive (réactance $X < 0$) en dessous de sa fréquence propre : $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_s C}}$.

Au dessus de ω_o, le condensateur devient inductif et perd sa fonction ! Dans le domaine capacitif ($\omega << \omega_o$) la réactance est : $X(\omega) \approx -1/C\omega$, ce qui conduit au schéma équivalent série de la fig.16a. Comme pour toute impédance capacitive on a aussi, à pulsation fixée, le schéma équivalent parallèle de la fig16.b :

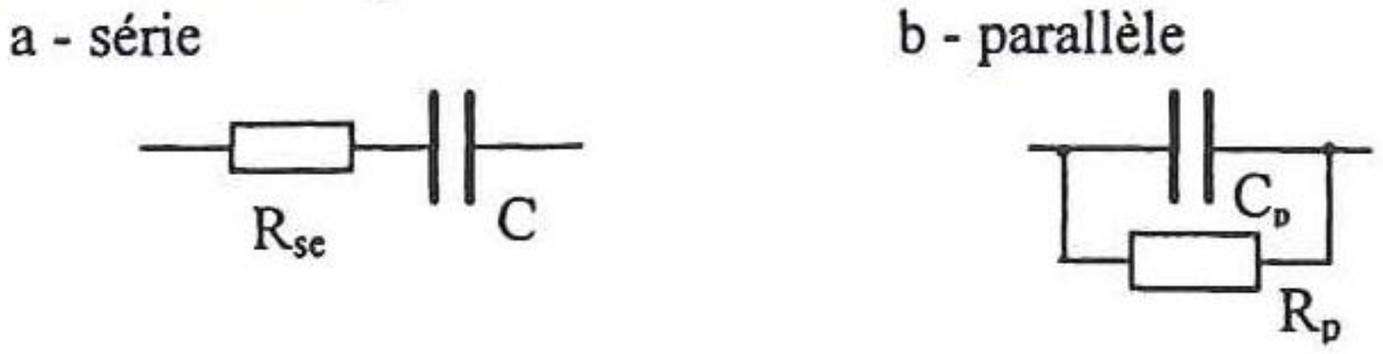


fig.16 - Condensateurs : modélisation simplifiée ($\omega << \omega_o$)

En supposant toujours le condensateur à faibles pertes on établit :

$$R_p \approx \frac{1}{R_{se}C^2\omega^2} \qquad \text{(I - 18)}$$

$$C_p \approx C \qquad \text{(I - 19)}$$

On caractérise habituellement les pertes du condensateur par l'« angle de pertes » δ tel que :

$$\tan\delta = R_{se}C\omega \approx \frac{1}{R_pC\omega} \qquad \text{(I - 20)}$$

(Alors que pour une condensateur idéal l'intensité est en avance de $\pi/2$, pour un condensateur à pertes elle est déphasée de $\pi/2 - \delta$). Cet angle dépend essentiellement de la nature du diélectrique et augmente, en général, avec la fréquence.
Pour fixer les idées : pour le condensateur précédent (0,1 µF, polyester), tan δ passe de 2.10^{-3} à 8.10^{-3} lorsque la fréquence passe de 100 Hz à 10 kHz (parallèlement R_{se} est passée de 38 Ω à 1,25 Ω)

Tous les types de condensateurs ne sont donc pas équivalents ; on distingue essentiellement :

1 - Les condensateurs électrolytiques (« chimiques ») qui permettent de grandes valeurs de C (jusqu'à 100 000 µF et plus) mais qui présentent des limitations très strictes :

- ils doivent être polarisés correctement : la tension d'anode doit rester toujours supérieure à la tension de cathode repérée par un ⊟ (sous peine de destruction du diélectrique par électrolyse inverse puis explosion du condensateur !) Pas d'utilisation en alternatif et attention aux circuits impulsionnels.
- la tension limite (tension de claquage du diélectrique) est assez faible
- la valeur de la capacité indiquée est très approximative (20 % est classique)
- mauvais comportement en haute fréquence (c'est pour cette raison que le « découplage » des lignes d'alimentation de circuits est parfois assuré par la mise en parallèle d'un condensateur électrolytique de forte valeur et d'un condensateur à film plastique d'une capacité bien inférieure !).

2 - Les autres :

- condensateurs à film plastique dont le diélectrique est :
  -du polyester (métallisé ou non) **d'usage général.** Ils ont remplacé les anciens condensateurs « papier ».
  -du polycarbonate (utile notamment en régime impulsionnel)
  -du polypropylène (haute tension, haute fréquence)
  -du polystyrène (haute fréquence , tan $\delta < 10^{-3}$ à 1MHz)

- condensateurs céramiques (utile notamment en découplage), condensateur au mica (faibles valeurs de C mais considérés comme très stables)

Remarque :
Comme pour tout objet technique les performances des condensateurs s'améliorent sans cesse et les indications précédentes quant à l'utilisation des différents diélectriques doivent être considérées de manière purement indicative [8].

2.5 - Mesures par méthodes de zéro (ponts)

Avec le développement des capacimètres numériques et plus généralement des RLC mètres l'intérêt des ponts d'impédances a diminué et nous nous limiterons aux propriétés essentielles [10,11,12].
D'une manière générale, le pont d'impédances (généralisation en alternatif du pont de Wheastone) de la fig.17 vérifie, à l'équilibre, la relation :

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \qquad \text{(I - 21)}$$

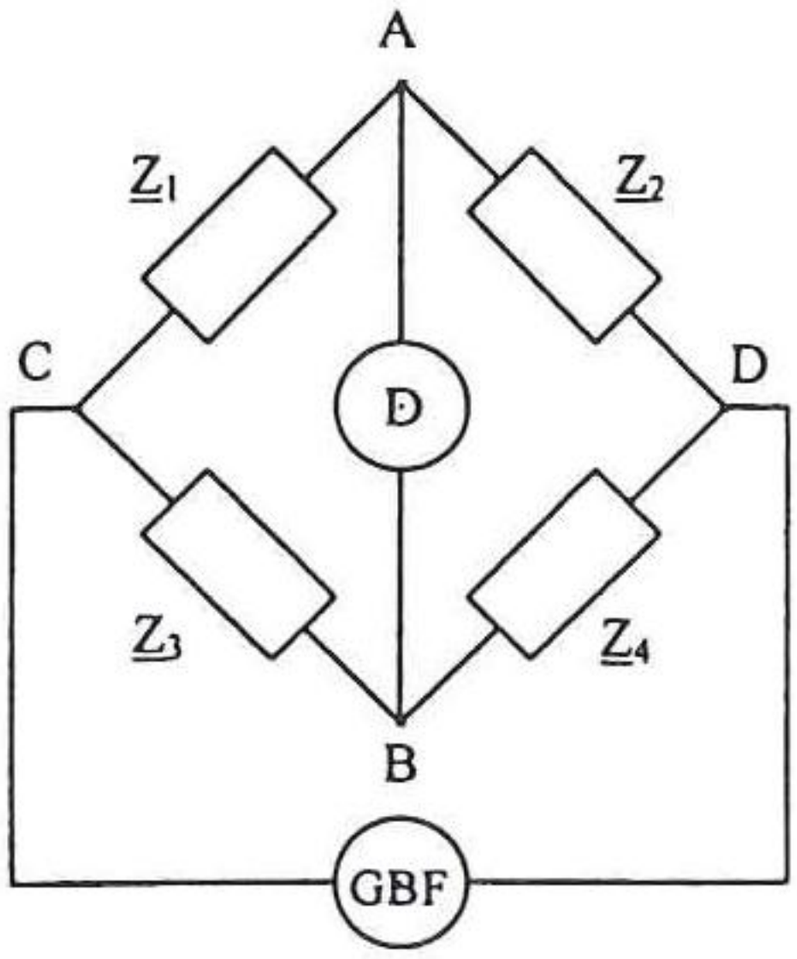


fig.17 - Ponts d'impédances (schéma de principe)

Une structure possible est la suivante : l'une des impédances est celle à mesurer : $\underline{Z}_x$, deux autres, de référence, sont formées de dipôles fixes le plus souvent deux résistances P et Q, la dernière est une impédance connue réglable (« boites étalonnées ») $\underline{Z}_e$ qui sert d'organe de réglage du pont. On évite les inductances dont les propriétés sont peu favorables (valeurs souvent pas très précises, comportement fréquentiel complexe, non linéarité).

La condition d'équilibre correspond en fait à deux relations entre grandeurs réelles (parties réelle et imaginaire). Il y a donc (sauf cas particulier - remarque 3) deux éléments de réglage et il faut respecter une procédure pour arriver sûrement et rapidement à l'équilibre [10,13]).
Suivant la nature de l'impédance à mesurer et de l'impédance étalon, on distingue deux familles de ponts (on rappelle que P et Q sont des résistances) :

- ponts de type P/Q : P et Q sont disposées dans deux branches adjacentes , les impédances $\underline{Z}_x$ et $\underline{Z}_e$ sont de même nature (« inductive » ou « capacitive ») et :

$$\underline{Z}_x = \frac{P}{Q}\underline{Z}_e \qquad (I - 22)$$

- ponts de type P.Q : P et Q sont disposées dans deux branches opposées, les impédances Z_x et Z_e sont de nature opposée et :

$$\underline{Z}_x = \frac{PQ}{\underline{Z}_e} \qquad (I - 23)$$

Selon le type de l'impédance à mesurer : $\underline{Z}_x = R_x + jX_x$ et la constitution de l'impédance étalon $\underline{Z}_e$ (série ou parallèle), on distingue de nombreux types de ponts. Sans vouloir faire un catalogue, voici les ponts les plus employés :

Mesure de capacité avec pertes ou d'impédances capacitives :

Pont de « Sauty-Wien » : il convient aux impédances capacitives à grand facteur de qualité, modélisées par la mise en série d'une capacité C_s et d'une résistance R_s ($\mathcal{Z} = 1/R_sC_s\omega$ « grand »). L'impédance étalon est constituée par la mise en série d'une capacité C_e et d'une résistance R_e, on a alors :

$$R_s = R_e\frac{P}{Q} \quad , \quad C_s = C_e\frac{Q}{P} \qquad (I - 24)$$

Pont de Nernst : il convient aux impédances capacitives à faible facteur de qualité, modélisées par la mise en parallèle d'une capacité C_p et d'une résistance R_p ($\mathcal{Z} = R_pC_p\omega$ « petit »). L'impédance étalon est constituée par la mise en parallèle d'une capacité C_e et d'une résistance R_e, on a alors :

$$R_p = R_e\frac{P}{Q} \quad , \quad C_p = C_e\frac{Q}{P} \qquad (I - 25)$$

Mesure d'inductances avec pertes ou d'impédances inductives :

Pont de Maxwell : il convient aux impédances inductives à faible facteur de qualité, modélisées par la mise en série d'une inductance L_s et d'une résistance R_s ($\mathcal{Z} = L_s\omega/R_s$ « petit »). L'impédance étalon est constituée par la mise en parallèle d'une capacité C_e et d'une résistance R_e, d'où :

$$R_s = \frac{PQ}{R_e} \quad , \quad L_p = PQC_e \qquad (I - 26)$$

De manière générale, il est bon de déterminer au préalable l'ordre de grandeur des paramètres à mesurer. La procédure générale d'équilibrage des ponts précédents consiste alors à agir **successivement** sur les deux éléments de réglage : lorsqu'on a atteint un minimum avec l'un des éléments on passe à l'autre et ainsi de suite [10,13].

Remarques

1- Le détecteur placé entre les points A et B du pont est généralement l'oscillo. (on peut aussi utiliser un millivoltmètre alternatif, éventuellement sélectif). Il faut donc en général utiliser un transformateur d'isolement. Pour des mesures de précision on utilise un (ou même deux) transformateur(s) à écrans [14].

2- Pour les mesures de capacités avec pertes on suppose que les condensateurs étalons utilisés possèdent des pertes très inférieures à celle du condensateur inconnu !
3- Pour un condensateur à faibles pertes on peut simplifier le pont de Sauty-Wien en réduisant $\underline{Z}_e$ à un condensateur seul (une boîte par exemple). Dans ce cas particulier $\underline{Z}_e$ (C_e) peut même être fixe, l'équilibrage étant réalisé en agissant sur le rapport P/Q (attention néanmoins à la sensibilité du pont).
4- La condition d'équilibre des ponts précédents ne dépend pas explicitement de la fréquence. Il est préférable cependant de prendre des fréquences de quelques centaines à quelques milliers de Hz ; on peut ainsi bien distinguer le signal (que l'on doit annuler) des parasites (essentiellement dûs au 50 Hz)
5- La condition d'équilibre du pont n'est pas modifiée si l'on permute deux impédances opposées ($\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_4$ par exemple). On montre que la sensibilité du pont est plus grande lorsque les deux impédances disposées en série « entre » C et D sont du même ordre de grandeur (Z_1 et Z_2 d'une part ; Z_3 et Z_4 d'autre part).

REFERENCES

Mesure des dipôles

[1] - J.P.Oemichen ; Signaux et circuits électroniques ; Editions Radio
2 - R.Duffait ; Expériences de Physique Capes de Sciences Physiques ; Bréal
3 - R.Journeaux ; Travaux pratiques de Physique De Boeck - Paris Sud
4 - M.Vauchelles ; Travaux pratiques d'électronique Ellipses

Modélisation des composants

[5] - P.T.Krein ; Elements of Power Electronics ; Oxford
[6] - P.Grivet et R.Legros ; Physique des circuits ; Masson
[7] - R.Duffait (ouvrage cité ci-dessus)
[8] - R.Besson Technologie des composants électroniques (tome 1) ; Editions radio
9 - J.M.Fouchet et A.Perez-Mas ; Electronique Pratique ; Dunod

Ponts d'impédances

[10] - J.Thurin ; Mesures électriques et électroniques ; Eyrolles
[11] - E.Fromy ; Mesures en radiotechnique ; Dunod
[12] - P.Jacobs et V.Jadin ; Mesures électriques ; Dunod
[13] - R.Moreau BUP 592 p.773 1977
[14] - A.O.I.P. ; Notice d'utilisation du transformateur à écran TE1A

CHAPITRE II

MESURE DES SIGNAUX

Aux fréquences considérées dans cet ouvrage, l'analyse des signaux s'effectue encore le plus souvent dans le domaine **temporel** grâce à l'**oscilloscope** (analogique ou numérique). Néanmoins la possibilité d'utiliser des **analyseurs de spectre** (éventuellement simplifiés et relativement peu coûteux) permet de réaliser aussi l'analyse dans le domaine **fréquentiel**. Nous aurons souvent l'occasion dans la suite d'utiliser conjointement ces deux analyses qui constituent en quelque sorte deux « perspectives » différentes.

Notons dès à présent que certains dispositifs sont bien plus simples à décrire dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel : par exemple les filtres (Chap.VII). Leur action se réduit à une simple multiplication dans le domaine fréquentiel alors qu'il s'agit d'un produit de convolution dans le domaine temporel.

Pour illustrer ce double aspect (« dualité ») temps-fréquence on a représenté fig.1 un signal v(t) qui est la superposition de deux signaux sinusoïdaux $v_1(t)$ et $v_2(t)$ de fréquence f et 2f et d'amplitude A et A/2 ; les deux composantes (de Fourier) sont représentées fig.1a sur un diagramme à trois dimensions.

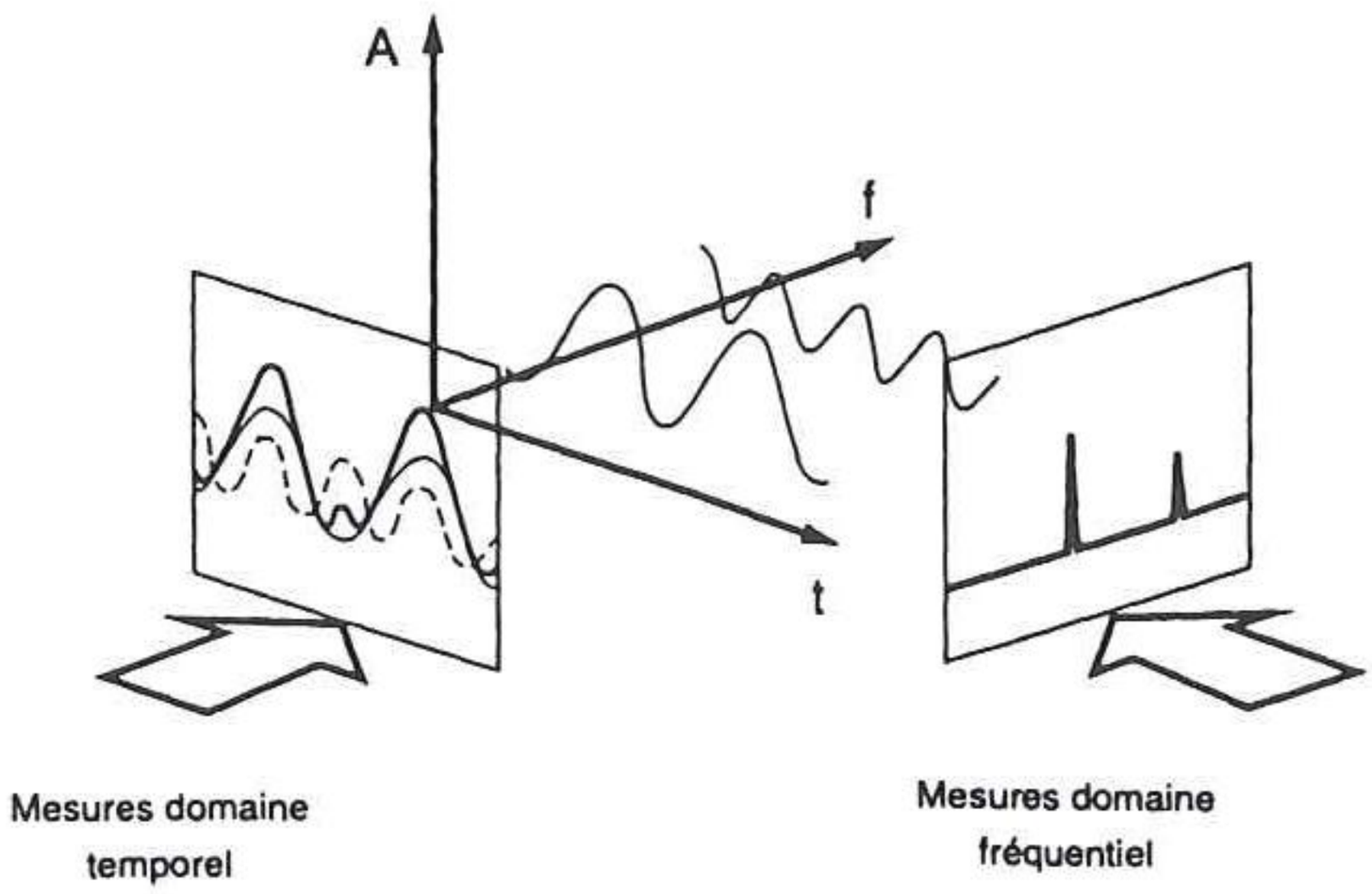


fig.1 - Illustration de la dualité temps-fréquence[1]

La représentation temporelle du signal v(t) est à gauche (→ oscillo.) ; la représentation de son spectre V(f) est à droite (→ analyseur de spectre).

---

[1] Note d'application 1286-1 Hewlett-Packard (remerciement à H.P.)

1 - Oscilloscope analogique

L'oscilloscope est l' « œil » de l'électronicien, il est le plus souvent **indispensable**. Il permet immédiatement de se rendre compte de la « forme » du signal (ce qui permet par exemple de vérifier que le circuit étudié n'est pas à saturation), de son « contenu » : composante continue, alternative, bruit ... et d'estimer ses caractéristiques en tension (amplitude, tension crête à crête ...) et en temps (période, temps de montée ...).
Nous nous limiterons à une étude simplifiée d'un oscilloscope analogique double trace à simple base de temps. Plutôt que de décrire toutes les commandes, nous insisterons sur un certain nombre de points qu'il est essentiel de maîtriser pour une bonne utilisation de l'appareil. Bien entendu chaque appareil ayant ses particularités, il faut consulter sa notice d'utilisation pour éviter toute erreur.
Remarque : pour des raisons de commodité d'enregistrement les oscillogrammes qui suivent ont été obtenus avec un oscilloscope numérique[2] mais ils peuvent, bien entendu, être observés avec tout appareil analogique !

1.1 - Principes généraux

L'oscilloscope analogique est organisé autour d'un « tube cathodique » qui permet de faire dévier un faisceau d'électrons, grâce à des champs électriques, à la fois verticalement(voies Y) et horizontalement (voie X). L'intensité lumineuse du faisceau peut parfois être modulée (voie Z). On a ainsi simultanément une inscription, pratiquement sans inertie, de trois grandeurs : les coordonnées (X,Y) du « spot » et son intensité lumineuse Z.

Le schéma synoptique simplifié d'un oscilloscope est donné fig.2 :

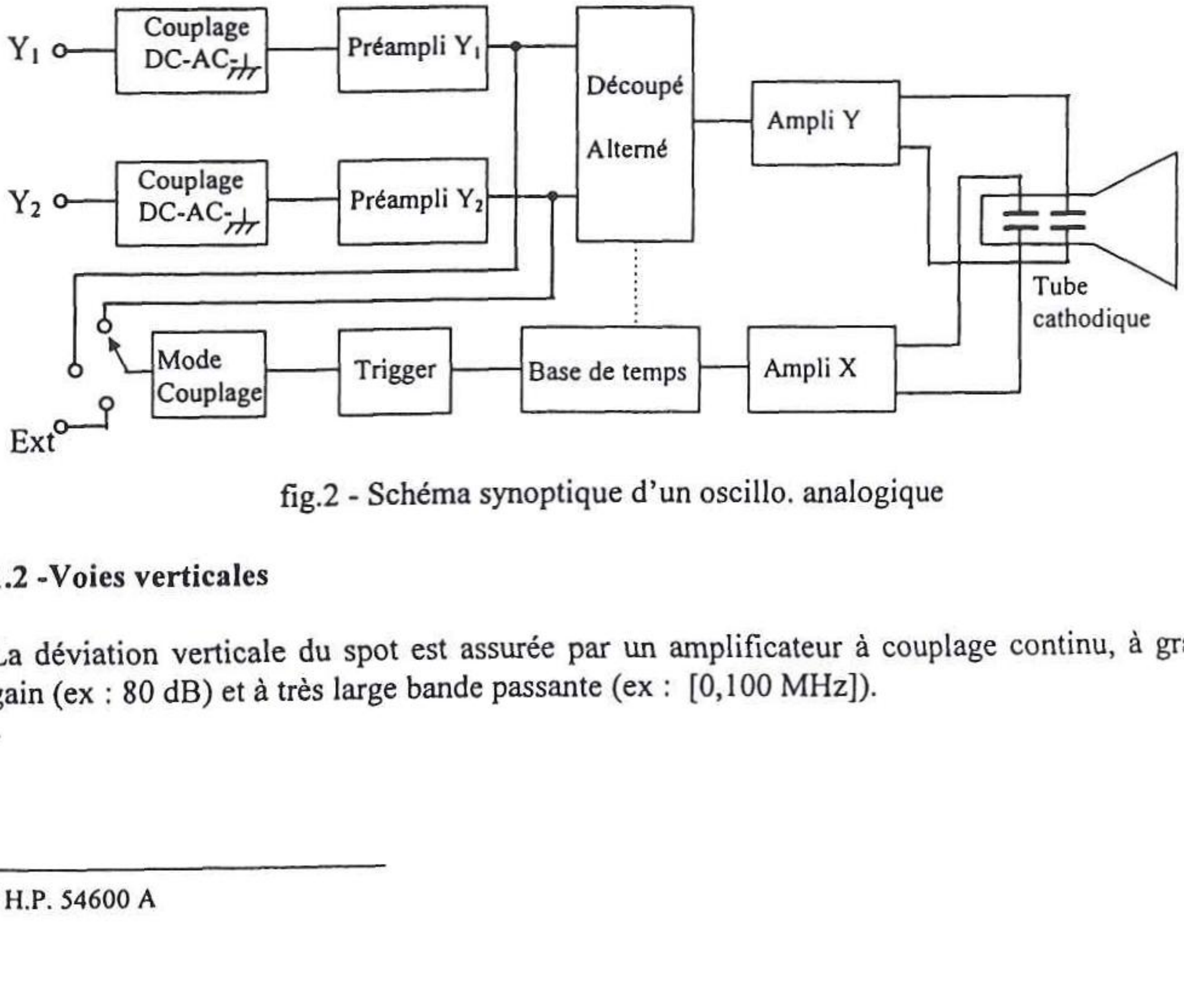


fig.2 - Schéma synoptique d'un oscillo. analogique

1.2 -Voies verticales

La déviation verticale du spot est assurée par un amplificateur à couplage continu, à grand gain (ex : 80 dB) et à très large bande passante (ex : [0,100 MHz]).

---

[2] H.P. 54600 A

1.2.1 - Couplage d'entrée

Les bornes d'entrée Y (ou X) sont reliées au (pré)amplificateur correspondant par l'intermédiaire d'un circuit de couplage (fig.3).

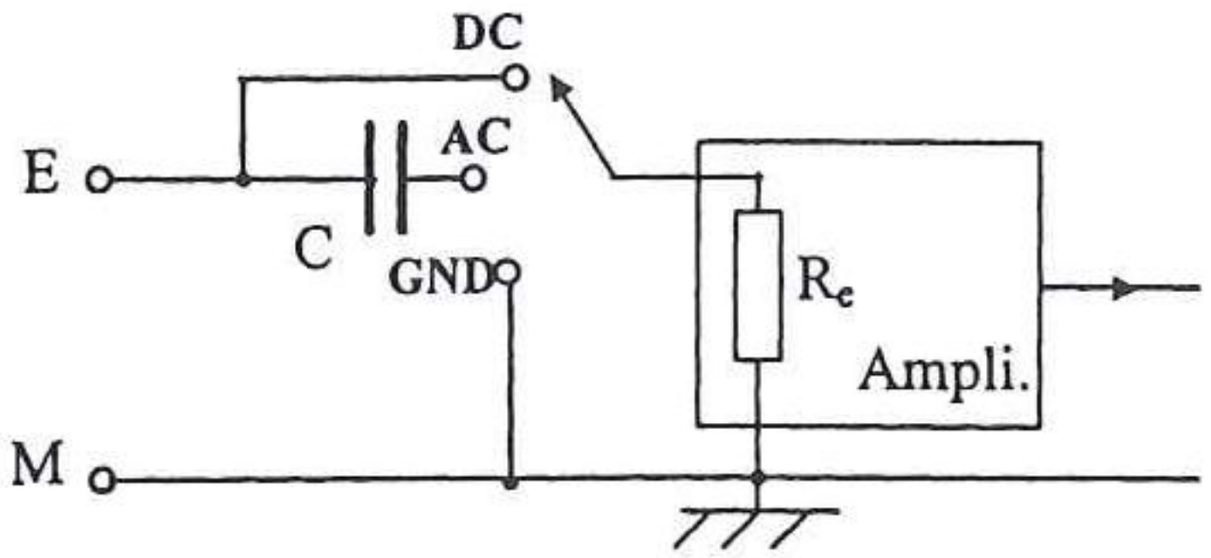


fig.3 - Circuit de couplage d'entrée

- en position DC (« direct current ») il y a couplage direct du signal à l'amplificateur si bien que l'on amplifie la **totalité** du signal (au sens de l'analyse de Fourier), c'est à dire sa composante continue(= valeur moyenne) et sa composante alternative (= somme des composantes sinusoïdales).
- en position AC (« alternating current ») il y a couplage capacitif par l'intermédiaire de C (souvent 0,1 µF). Comme l'impédance d'entrée de l'amplificateur est, en basse fréquence, résistive (R_e = 1 MΩ), l'association C - R_e constitue un filtre passe-haut du premier ordre qui permet donc d'**éliminer** la composante continue du signal.

Attention !
En position AC la bande passante de l'oscillo. est **limitée** du coté des basse fréquences (la fréquence de coupure du filtre est de qq Hz). Ceci peut entraîner des erreurs sur la mesure de l'amplitude de signaux sinusoïdaux à très basse fréquence ou altérer la forme de signaux non sinusoïdaux. L'oscillogramme de la fig.4 montre ainsi le même signal carré (f = 10 Hz) en couplage DC et AC.

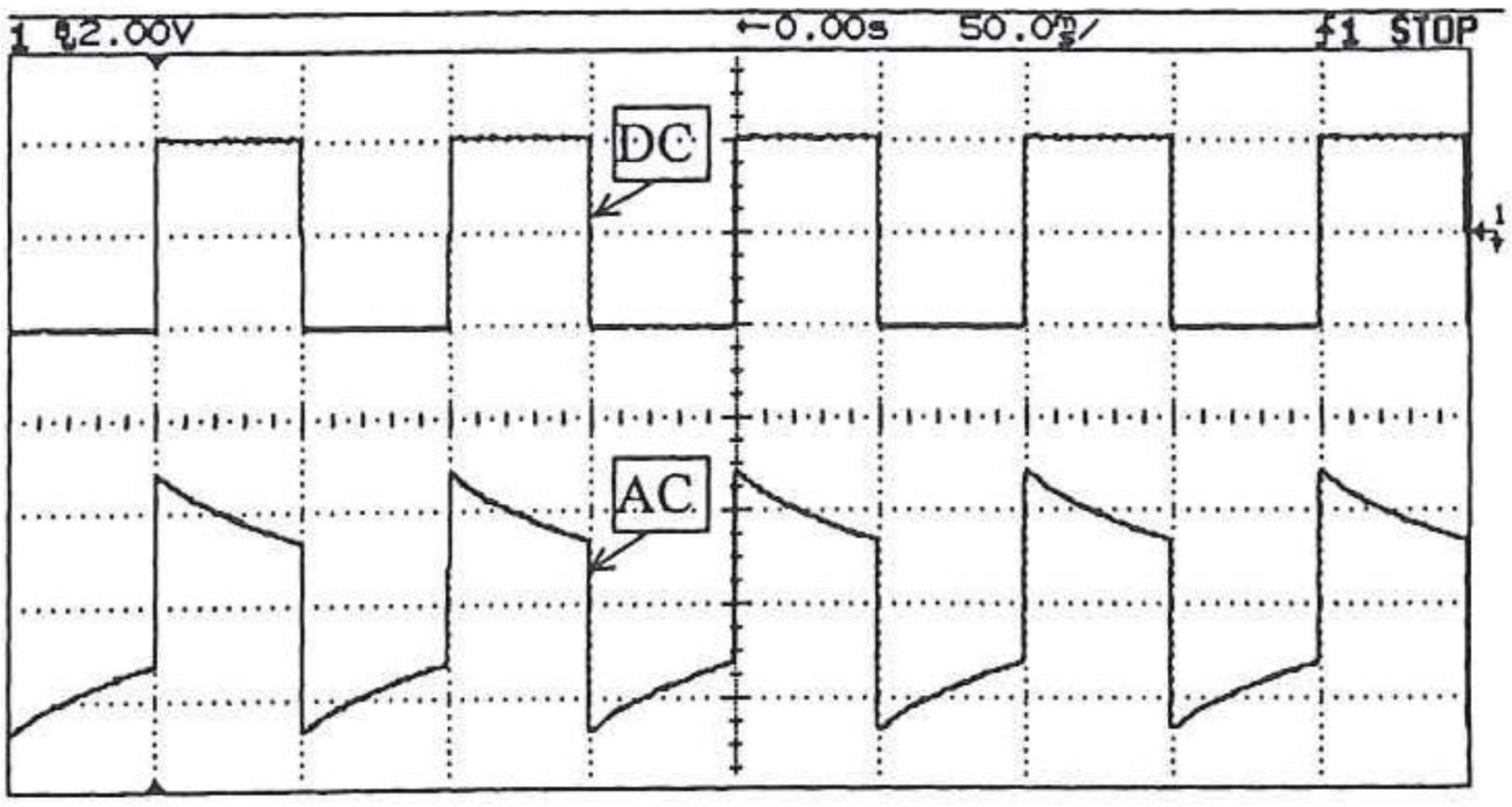


fig.4 - Influence du couplage d'entrée : DC/AC

- en position GND (« ground ») le signal appliqué n'est plus relié à l'entrée de l'amplificateur qui est court-circuitée (fig.3). Ceci permet de choisir une ligne origine (Y = 0) dont on peut fixer la position sur l'écran au moyen de la commande de position (ou cadrage).

Ces trois possibilités (DC - AC - GND) sont résumées sur les oscillogrammes fig.5 associés à un signal obtenu par superposition d'une tension continue A_o et d'un signal sinusoïdal : $A_1 \cos(\omega t+\varphi)$ soit $v(t) = A_o + A_1 \cos(\omega t+\varphi)$ (pour obtenir un tel signal il suffit d'utiliser un générateur de fonctions et d'agir sur la tension de « décalage »).
D'un point de vue pratique il est prudent de **toujours commencer** l'observation des signaux en **couplage DC**, on visualise ainsi « tout » le signal. Ensuite et si nécessaire on peut éliminer la composante continue.

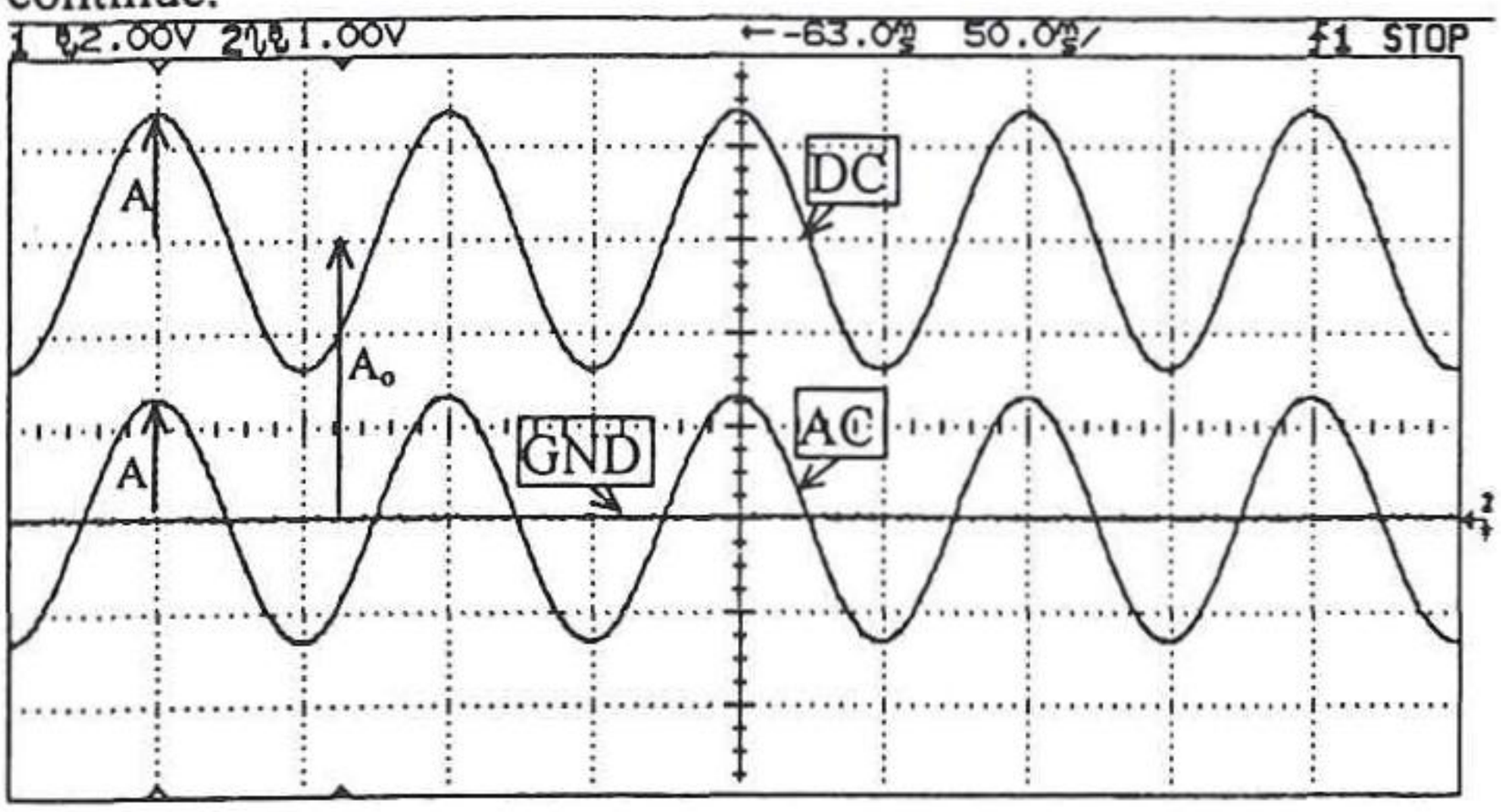
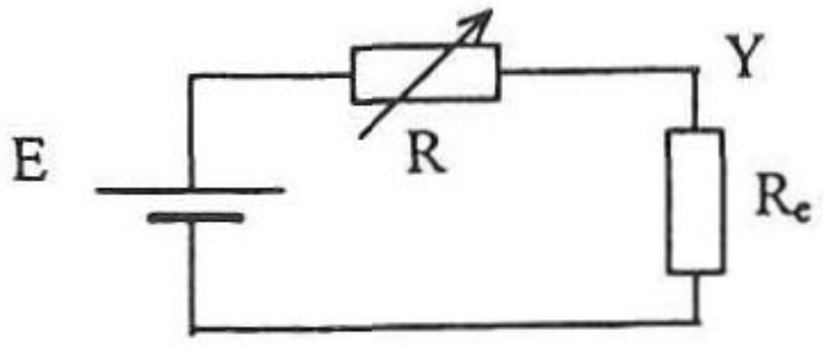


fig.5 - Les différents couplages : AC-DC-GND

1.2.2 - Impédance d'entrée

Précédemment nous avons assimilé l'impédance d'entrée à une résistance $R_e \approx 1M\Omega$. En réalité, cette impédance est capacitive, assimilable à l'association parallèle de R_e avec un condensateur $C_e \approx 20$ pF . L'effet de cette capacité, est loin d'être négligeable dès que la fréquence n'est plus très basse : rappelons que la réactance d'un condensateur de 10 pF est de 160 kΩ à 100 kHz.
Cette impédance est assez facile à mesurer (fig.6) :

a- mesure de R_e (régime permanent)



b- mesure de C_e (régime transitoire)

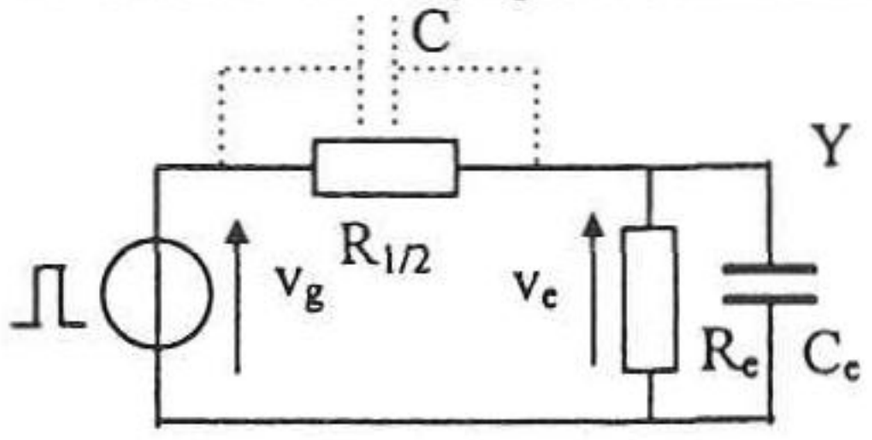


fig.6 - Mesure de l'impédance d'entrée d'un oscilloscope

- On relie tout d'abord l'entrée Y à une source de tension continue E (≈ 10 V) par l'intermédiaire d'une résistance réglable R (fig.6a) . Avec R = 0 on mesure une déviation verticale D du spot. On ajuste alors R à la valeur $R_{1/2}$ pour laquelle la déviation est D/2, on a alors : $R_e = R_{1/2}$, on vérifie ainsi que $R_{e,m} \approx 1\ M\Omega$.

- On relie alors l'entrée Y à un G.B.F, délivrant un signal carré de tension crête à crête E (≈ 10 V) et d'une fréquence de qq kHz, par l'intermédiaire de la résistance $R_{1/2} = R_e$ précédente (fig.6b). Il est facile de vérifier que lors de sa « charge » la tension aux bornes du condensateur suit la loi :

$$v(t) = \frac{E}{2}[1 - \exp(-t/\tau)] \quad \text{où} \quad \tau = \frac{R_e C_e}{2} \qquad \text{(II - 1)}$$

D'où : $$v(\tau) = \frac{E}{2}(1-1/e) \approx \frac{E}{2}\,0{,}632 \qquad \text{(II - 2)}$$

Il suffit donc de déterminer précisément la valeur limite E/2 puis la date τ pour laquelle v atteint la valeur : (E/2).0,632 (modifier la vitesse de balayage entre les deux mesures), on obtient ainsi : $\tau_{mesuré} \approx 8\ \mu s$, d'où : $C_e \approx 16$ pF.
Une variante de cette dernière mesure consiste à ajouter en parallèle sur la résistance $R_{1/2}$ un condensateur ajustable C de faible capacité maximale : ex :30 pF (ce condensateur est représenté en pointillé fig.6b).
L'ensemble des deux circuits RC parallèles constitue un quadripôle dont la fonction de transfert en régime sinusoïdal est :

$$\underline{H} = \frac{\underline{V_e}}{\underline{V_g}} = \frac{1}{2}\frac{1 + jR_eC_e\omega}{1 + jR_e\frac{(C+C_e)}{2}\omega} \qquad \text{(II - 3)}$$

On remarque que $\underline{H}$ devient indépendant de ω si : $C = C_e$ ($\underline{H} = ½ \ \forall\ \omega$) et dans ce cas la forme du signal de sortie est identique à celle du signal d'entrée (en termes d'analyse de Fourier on peut dire que toutes les composantes du signal sont atténuées du même facteur).
Avec un signal carré en entrée (fréquence de qq kHz) il suffit donc d'ajuster C (avec une tige plastique) pour observer un signal carré sur l'écran. On mesure alors la valeur de $C = C_e$ au moyen d'un capacimètre (on a mesuré $C \approx 15$ pF).

Remarque :
Il est indispensable que le réseau $R_{1/2}$ - C soit câblé au plus court pour éviter les capacités parasites (il sera commode d'utiliser pour $R_{1/2}$ une résistance « radio ») . De même lors de la mesure de C, au capacimètre, on veillera à avoir des liaisons très courtes.

1.2.3 - Sondes

Nous avons vu que l'impédance d'entrée $|\underline{Z_e}|$ d'un oscilloscope n'est pas très élevée, surtout en « haute fréquence ». Par ailleurs, si l'on utilise un câble coaxial pour recueillir le signal étudié (ce qui est le plus souvent nécessaire pour éviter les couplages indésirables), on ajoute à la capacité d'entrée celle du câble : $C_c \approx 100$ pF/m. Pour éviter de perturber le circuit étudié, il est donc souvent nécessaire d'utiliser une « sonde de mesure ». Il en existe de plusieurs types : les plus courantes sont des sondes passives : x 1 et x 1/10. Ces dernières sont les plus intéressantes car, si elles atténuent le signal d'un facteur 10, elles permettent d'obtenir une impédance équivalente : $R_e' \approx 10\ M\Omega$ et $C_e' \approx 15$ pF .
Aux fréquence pas trop élevées, le principe d'une telle sonde est celui de l'atténuateur compensé (fig.7) :

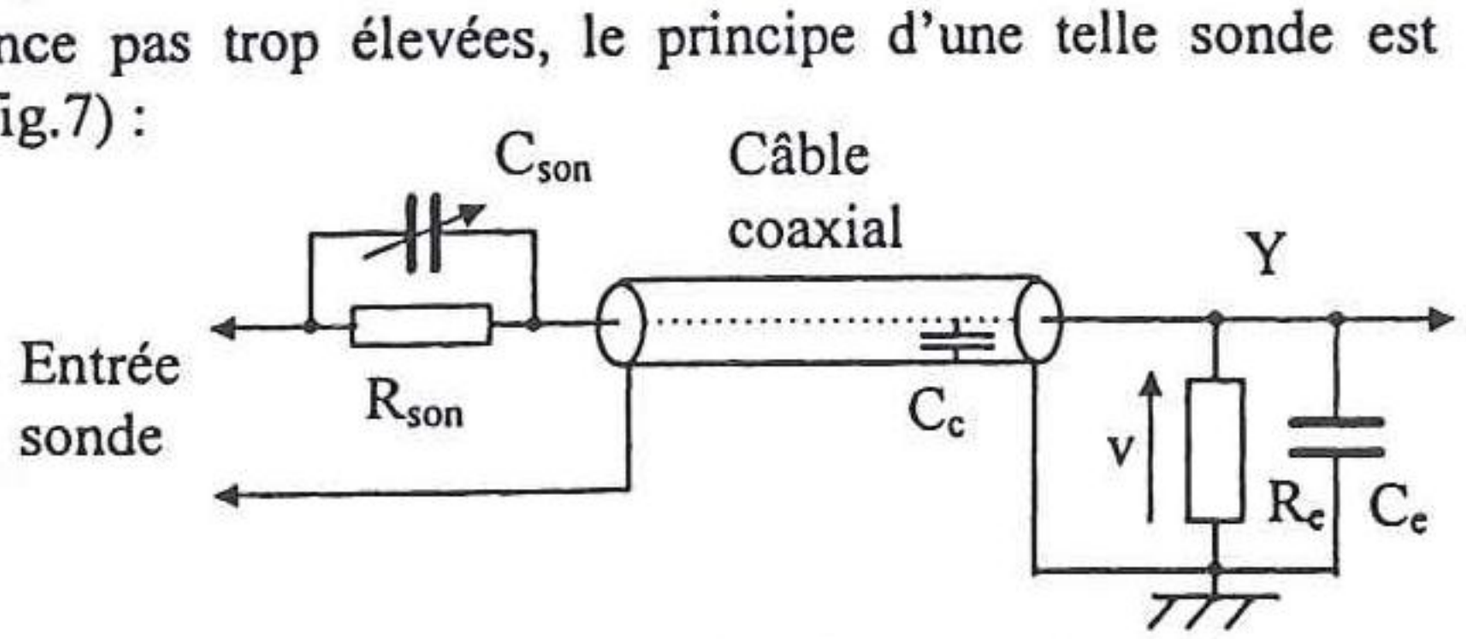


fig.7 - Principe simplifié d'une sonde atténuatrice

En supposant que l'on puisse considérer que le seul effet du câble est d'augmenter la capacité d'entrée : $C_e \rightarrow C_t = C_e+C_c$ (ce qui est valide tant que l'on peut négliger la propagation le long du câble), le circuit est analogue à celui étudié précédemment (fig.6b).
Si la condition : $R_eC_t = C_{son}R_{son}$ est réalisée, la sonde atténue les tensions sinusoïdales d'un facteur : $R_e/(R_e+R_{son})$ indépendant de leur fréquence (ex : 1/10 si $R_{son} = 9M\Omega$ et $R_e = 1M\Omega$).

Ces sondes doivent être réglées (action sur C_{son} ou plus généralement sur une (des) capacité(s) de réglage [1]). Pour cela on applique à la sonde une tension carrée de qq kHz (souvent disponible sur l'oscillo. lui-même) et on agit sur la capacité de manière à obtenir sur l'écran un signal parfaitement carré.
Remarque : La sonde modifie la bande passante et le temps de montée de l'oscillo. En ce qui concerne le temps de montée, on utilise le plus souvent la relation « empirique » suivante :

$$\tau_{global} = \sqrt{\tau^2_{oscillo} + \tau^2_{sonde}} \qquad \text{(II - 4)}$$

1.2.4 - Sensibilité verticale

La sensibilité verticale (exprimée en mV/div ou V/div) de chaque voie peut être réglée à la fois de manière discrète (par « bond ») par un commutateur et de manière continue (« fine ») par un potentiomètre.
Attention !
En présence d'un potentiomètre de réglage fin les indications de sensibilité portées par le commutateur ne sont valides que pour **UNE** position du potentiomètre, position repérée par l'indication CAL. (ou ETAL.). Sur certains oscilloscopes modernes, l'appareil reste correctement calibré même si le réglage fin est actif, la valeur de la sensibilité étant affichée.

1.2.5 - Modes découpé (« chopped ») ou alterné (« alternate »)

L'oscilloscope possède **deux** entrées verticales alors que le tube cathodique ne dispose que d'**une** paire de plaques déflectrices verticales (sauf cas très particuliers !) On intercale donc un commutateur électronique entre les voies 1 et 2 et le tube (fig.2). Ce commutateur peut fonctionner selon les deux modes :
- mode découpé (« chopped »)
Le commutateur fonctionne à fréquence élevée f_{com} (ex : 200 kHz) ce qui permet de dessiner, à chaque balayage, les deux courbes simultanément sous forme de « pointillés »
Ce mode est à utiliser en basse fréquence ($f << f_{com}$), c'est à dire aux faibles vitesses de balayage : les courbes en « pointillés » apparaissent alors comme continues.
- mode alterné (« alternate »)
Le commutateur relie l'un des signaux (Y_1 ou Y_2) à l'amplificateur vertical pendant toute la durée T d'un balayage, puis l'autre signal pendant le balayage suivant et ainsi de suite ...
Ce mode est à utiliser en haute fréquence, c'est à dire aux grandes vitesses de balayage.
Le choix entre ces deux modes est réalisé par une commande spéciale ou, plus simplement, en liaison avec le commutateur de vitesse du balayage

1.3 - Voie horizontale

1.3.1 - Balayage déclenché

Cette voie permet la déviation horizontale du spot. Pour cela une « base de temps » fournit un signal en « dents de scie » (très linéaire !) à l'amplificateur horizontal (fig.2). Le spot va donc de gauche à droite de l'écran puis revient à gauche très rapidement et ainsi de suite ...

Le problème est évidemment de **synchroniser** la B.d.T. sur le signal à observer (ou éventuellement un signal qui lui est synchrone). Ceci est nécessaire pour que les tracés successifs du spot se superposent. Supposons par exemple la vitesse de balayage de 100 µs/div ; un balayage dure 1 ms : il y a donc 1000 balayages par seconde. Si chacun d'entre eux commence en un point différent, le signal (supposé périodique) ne sera pas observable.
Il faut donc que les balayages successifs commencent au même point et pour cela on assure le « déclenchement » du balayage (c'est à dire le départ de la dent de scie) grâce à un signal de déclenchement. Ce signal est élaboré à partir du signal à observer $v_s(t)$ (éventuellement d'un autre signal) et d'un niveau de référence dit « de déclenchement » V_N (fig.8) qui est réglable (commande « niveau » ou « level ») :

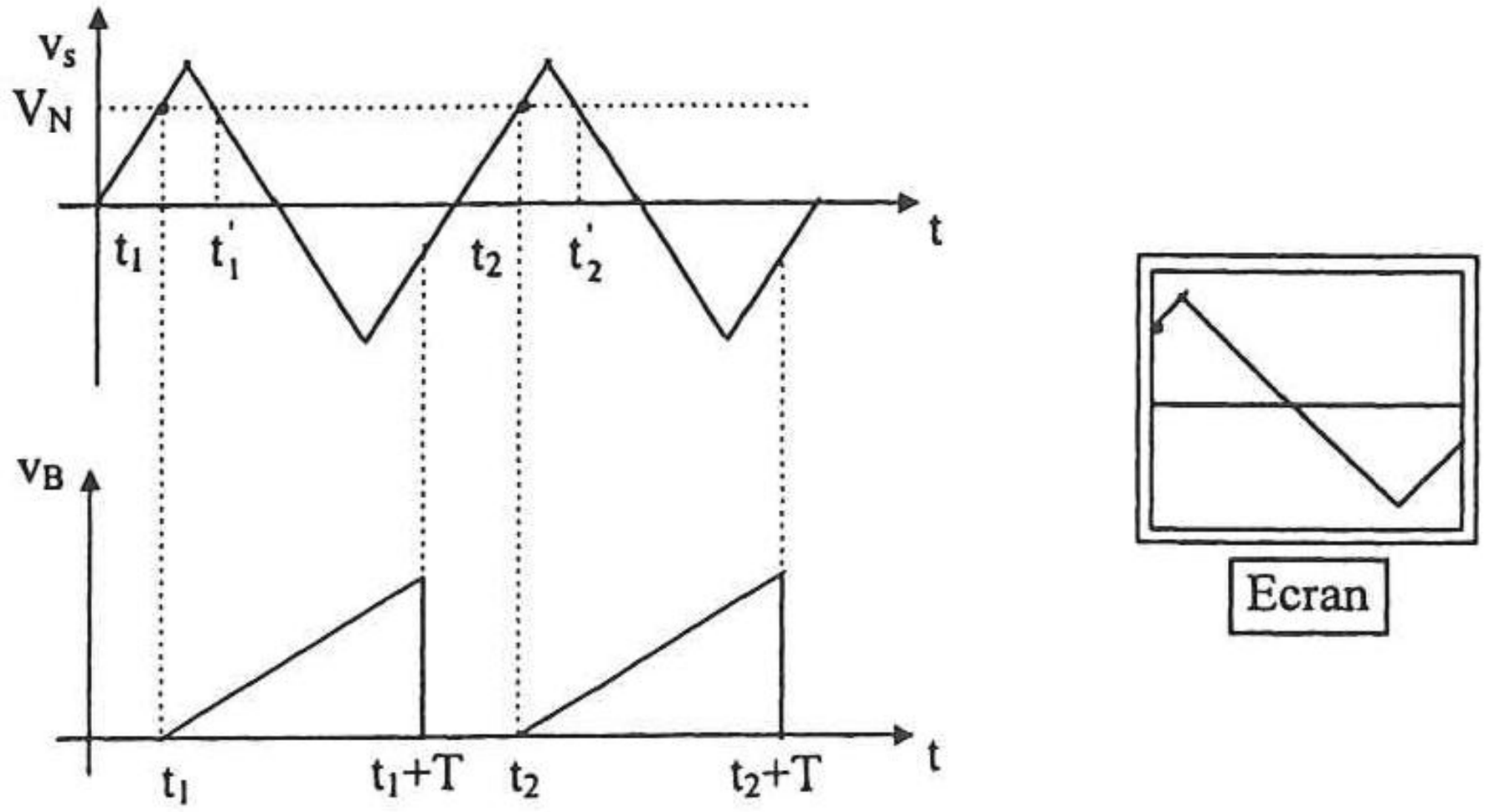


fig.8 - Principe du balayage déclenché

On compare le signal $v_s(t)$ au niveau V_N (fig.8) et on détermine les instants où ils sont égaux : t_1, t_2 ... ; t_1',t_2' ... ces deux suites diffèrent par la pente de $v_s(t)$, si bien que l'on peut choisir entre les deux (commande « pente » ou « slope » : +/-). Dans la suite on suppose sélectionnés les points à pente positive (•).
A t_1 la BdT est déclenchée pour une durée T (réglable par les commandes de « vitesse » de balayage) et le spot décrit sur l'écran la portion de signal $[t_1,t_1+T]$ (soit un peu moins d'une période pour la valeur choisie de T), puis il y a un « temps mort » jusqu'à t_2, date à laquelle $u_s(t)$ reprend la valeur V_N et où la B.d.T. est déclenchée à nouveau : le spot décrit la portion $[t_2,t_2+T]$ identique à la précédente et ainsi de suite ...

Remarque :
Pour des signaux plus complexes (trains d'impulsion par exemple), il peut y avoir des déclenchements « intempestifs ». Pour les éviter on peut augmenter le temps mort entre les balayages successifs (commande « hold off »).

1.3.2 - Déclenchement

■ Modes de déclenchement

Le déclenchement de la BdT peut être effectué de différentes manières :

- Interne : le signal de déclenchement est alors une fraction de l'un des signaux d'entrée Y_1 ou Y_2 (fig.8).

Remarque :
Sur certains oscilloscopes, il existe un mode particulier de déclenchement dit « composite » qui, en mode vertical « alterné », permet de déclencher la BdT à partir du signal affiché (lors d'un balayage on affiche Y_1 et on déclenche par Y_1 ; au balayage suivant on affiche Y_2 et on déclenche par Y_2 et ainsi de suite ...). Ce mode permet une observation simultanée de deux signaux non synchrones. Par contre il ne doit pas être utilisé pour des mesures de déphasage entre deux signaux synchrones !

- Externe : le signal de déclenchement (qui rappelons le doit être synchrone du signal étudié) est appliqué à une entrée spéciale (« synch. ext. »).

- Réseau 50 Hz (« line ») : le signal de déclenchement étant dérivé de la tension secteur à 50 Hz, ce mode n'a d'intérêt que si le signal étudié est synchronisé sur cette tension (alimentations par exemple).

■ **Couplages**

Comme les signaux d'entrée, le signal de déclenchement choisi peut être « couplé » de différentes manières : on dispose au moins du choix DC / AC mais on a souvent, en plus, des filtres passe-bas et passe-haut permettant d'éliminer, respectivement, les composantes H.F. ou B.F. du signal et de faciliter ainsi le déclenchement.
Enfin il existe parfois des circuits plus spécialisés pour l'étude des signaux vidéo (trame ou ligne).

■ **Mode normal et mode automatique**

- Le mode « normal » qui permet d'obtenir les meilleures performances de déclenchement en fonction de la fréquence correspond au mécanisme décrit au § 1.3.1. Son principal inconvénient est qu'il n'y a pas de balayage en l'absence de signal d'entrée ou si le niveau de déclenchement est mal choisi (en dehors de l'intervalle : $[v_s(min), v_s(max)]$).

- Le mode « automatique » qu'il est conseillé d'utiliser au moins initialement même s'il est moins performant que le précédent aux basses fréquences. Son principal avantage est qu'il y a toujours balayage même en l'absence de signal d'entrée (éventuellement non synchronisé) ! Selon les appareils, le niveau de déclenchement est ou non réglable, éventuellement uniquement dans la plage $[v_s(min), v_s(max)]$).

1.3.3 - Vitesse de balayage

La vitesse de balayage (exprimée en s/div,...ns/div) peut être réglée à la fois de manière discrète (par « bond ») par un commutateur et de manière continue (« fine ») par un potentiomètre.
Attention !
En présence d'un potentiomètre de réglage fin les indications de vitesse portées par le commutateur ne sont valides que pour UNE position du potentiomètre, position repérée par l'indication CAL. (ou ETAL.). Sur certains oscilloscopes modernes, l'appareil reste correctement calibré même si le réglage fin est actif, la valeur de la vitesse étant affichée.

2 - Oscilloscope numérique

2.1 - Principes généraux

Bien que les oscilloscopes numériques ressemblent souvent aux oscilloscopes analogiques à la fois au niveau des commandes et des modes de fonctionnement, leur principe de base est radicalement différent : la courbe affichée sur l'écran de l'oscilloscope numérique n'est plus une visualisation en « temps réel » du signal d'entrée v(t) !

En effet le signal v(t) est tout d'abord « numérisé, c'est à dire « échantillonné » et « quantifié » (cf §.4) sous la forme d'une suite de couples $\{t_i, v_i\}_{1 \le i \le N}$ où : $v_i \approx v(t_i)$ (≈ à cause de la quantification) ; N est le nombre d'échantillons acquis (ex : N = 1024).

Ces échantillons sont accumulés dans une mémoire qui, une fois remplie, permet par relecture et interpolation (éventuelle) de construire la courbe représentative du signal qui est affichée sur l'écran.

L'affichage peut s'effectuer aussi bien sur un tube cathodique « habituel » à déflexion électrique (c'est le cas notamment pour les oscilloscopes mixtes : analogiques et numériques) que sur une tube cathodique à déflexion magnétique (comme pour un téléviseur ou un moniteur) ou encore sur un afficheur à cristaux liquides (oscilloscopes portables).

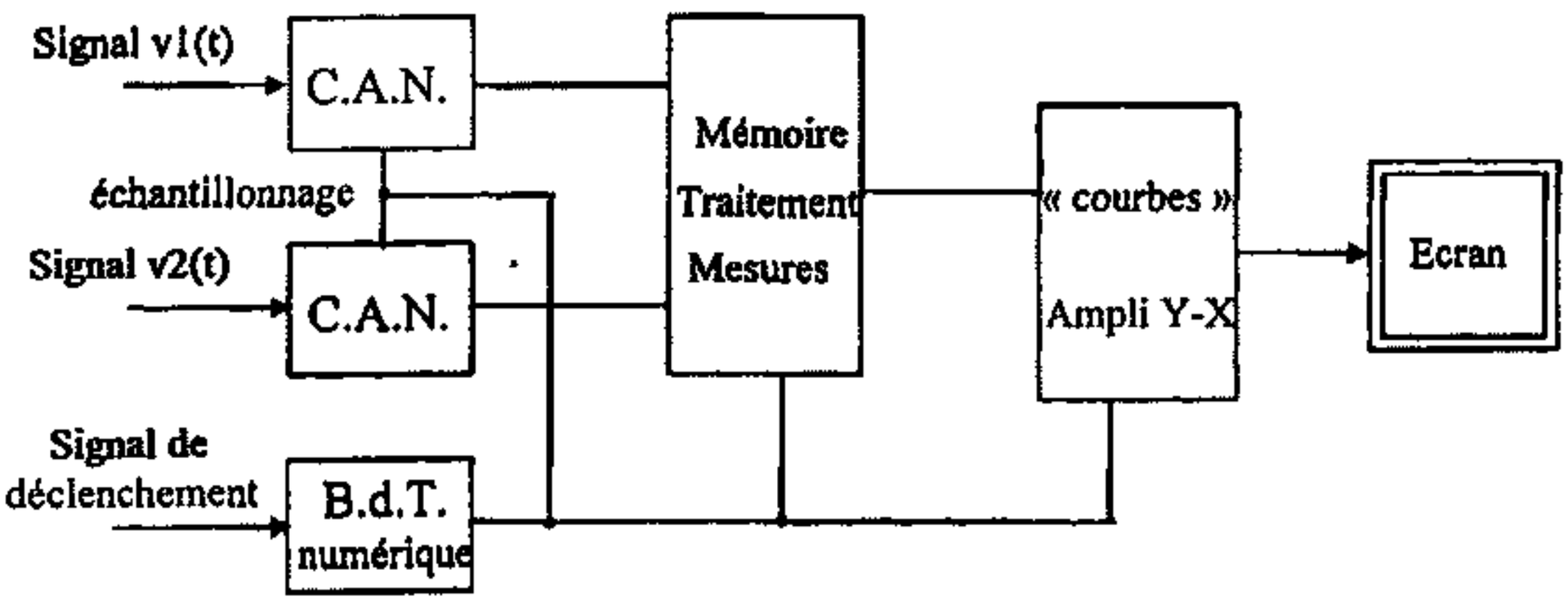


fig.9 - Schéma synoptique simplifié d'un oscilloscope numérique

Le schéma synoptique très simplifié d'un oscilloscope numérique est donné fig.9. La partie analogique située « en amont » est identique à celle de l'oscilloscope analogique :

- La numérisation est réalisée par un convertisseur analogique numérique (C.A.N.) qui permet de prélever les échantillons avec la période d'échantillonnage T_e ; cette période est dépendante de la vitesse de balayage.

  Soit T l'indication de la commande de vitesse (en s/div,...ns/div), la durée d'un balayage est 10.T (l'écran ayant 10 divisions horizontales) et la période d'échantillonnage est :

$$T_e = \frac{10T}{N} \text{ si l'on a N échantillons} \qquad \text{(II - 5)}$$

  (ex : à 1ms/div, $T_e \approx 10\ \mu s$ pour N = 1024).

- La quantification des échantillons s'effectue, le plus souvent, sur 8 bits ($2^8 = 256$). Soit D l'indication de sensibilité (en V/div, mV/div), la déviation totale est 8.D (l'écran ayant 8 divisions verticales), le pas de quantification est donc :

$$q = \frac{8D}{2^8} \approx 3.10^{-2}\ D \qquad \text{(II - 6)}$$

  (ex : à 1 V/div : q ≈ 30 mV).

- La base de temps est ici « numérique » : c'est essentiellement une « horloge » qui va cadencer toutes les opérations, à commencer par l'échantillonnage (fig.9). Elle peut donc être bien plus précise que celle d'un oscilloscope analogique.
- Le circuit de déclenchement joue aussi un rôle différent. Le signal est en effet numérisé en « permanence » et les échantillons correspondants mémorisés (bien entendu les plus anciens échantillons finissent par s'éliminer, la taille de la mémoire étant finie). Le circuit de déclenchement ne fait donc pas, en général, démarrer la B.d.T mais permet simplement de repérer un point particulier sur le signal (on a toujours le choix du signal à l'origine du déclenchement, du niveau, de la pente ...) et il est bien entendu possible d'observer ce qui se passe **avant** ce point (« prédéclenchement »). Ce point particulier peut être placé à gauche ou au centre de l'écran, ou même en un point quelconque grâce à une commande de position.

2.2 - Les avantages de l'oscilloscope numérique

- Il est clair que l'oscilloscope numérique est d'abord un oscilloscope à « mémoire » qui permet donc de visualiser des signaux **non répétitifs**, d'où son intérêt dans l'étude des régimes transitoires. Pour les enregistrer, on utilise le mode « monocoup » (ou « single »). Dans ce cas, l'acquisition est initialisée par le signal de déclenchement qu'il faut donc choisir **correctement** : déclenchement interne, externe, niveau, pente... (revoir 1.3.2). Enfin, avant de procéder à une nouvelle acquisition, il faut « réarmer » l'appareil.

- Il facilite aussi l'observation des signaux à très basse fréquence (< 20 Hz) où l'effet de « papillotement » rend pénible l'utilisation des appareils analogiques.
- Vu que l'on dispose d'une représentation **numérique** des signaux sous la forme de suites $\{t_i,v_i\}$, on peut réaliser sur les signaux, au moyen d'une unité de traitement, des **opérations mathématiques** telles que : moyenne, somme, différence, produit, transformée de Fourier ...
- De même on peut réaliser sur les signaux toutes sortes de **mesures automatiques** à la fois en tension (amplitude, valeur moyenne, valeur efficace ...) et en temps (période, fréquence, temps de montée, déphasage ...). Des **curseurs de mesure** horizontaux et verticaux permettent de réaliser « manuellement » des mesures complémentaires de tension et de temps. Rappelons que la sensibilité verticale et la vitesse de balayage restent étalonnées même si l'on utilise leur réglage « fin ».

- Enfin les suites représentatives des signaux peuvent être facilement mémorisées de manière permanente et transférées à une imprimante ou à un ordinateur pour un traitement ultérieur.

2.3 - Les « inconvénients » de l'oscilloscope numérique

- Comme on l'a vu, la représentation du signal est « différée » si bien qu'à très basse fréquence on doit attendre que la mémoire soit remplie avant de pouvoir observer le signal (ce qui peut être gênant).

On dispose néanmoins souvent du mode « déroulement » (ou « roll ») dans lequel les échantillons acquis sont « immédiatement » affichés : les nouveaux apparaissent à droite de l'écran et le signal se déplace vers la gauche, les plus anciens disparaissent lorsqu'ils atteignent le bord gauche de l'écran. Ce fonctionnement est analogue à celui d'un enregistreur papier et convient bien à l'étude des phénomènes très lents (par exemple en Mécanique).

- Comme tout système à « échantillonnage temporel », l'oscilloscope numérique peut être à l'origine de fausses représentations dues à une fréquence d'échantillonnage trop faible (phénomène de repliement cf §.5 et Chap III § 1). Pour les oscilloscopes, ce problème n'est pas crucial car l'appareil dispose souvent d'un réglage automatique des échelles de vitesse de balayage et de sensibilité lui permettant le plus souvent un affichage correct du signal (comme pour tout système automatique, certaines limitations existent).
En ce qui concerne les signaux répétitifs, l'utilisation d'un échantillonnage «aléatoire répétitif » [1, 2] permet d'obtenir une fréquence d'échantillonnage équivalente très supérieure à la fréquence réelle, ce qui diminue beaucoup la possibilité de fausses représentations.

3 - Mesures à l'oscilloscope

3.1 - Mesures de tension

Remarquons tout d'abord que la précision des mesures de tension à l'oscilloscope (analogique ou numérique) n'est pas très grande, elle n'excède pas, en général, qq % (elle est limitée essentiellement par les atténuateurs et les amplificateurs verticaux). Cette précision est donc très inférieure à celle atteinte par les multimètres numériques (Chap.XI), mais par contre elle se maintient dans un domaine de fréquence extrêmement large !
Dans le cas de l'oscilloscope numérique, la précision de la mesure peut être améliorée en utilisant le « moyennage » de plusieurs acquisitions (technique classique d'amélioration du rapport signal/bruit)
Dans le cas de l'oscilloscope analogique, la mesure (amplitude, valeur crête à crête ...) s'effectue à partir de la lecture de la déviation verticale correspondante D et de la sensibilité (on réalise ainsi, à l'œil, une véritable conversion analogique → numérique). Bien entendu la précision de la mesure sera d'autant plus grande que la déviation l'est : il faut donc bien choisir la sensibilité. Ceci vaut aussi pour l'appareil numérique du fait de la quantification du signal. Par exemple l'amplitude d'un signal est mesurée à 100 mV sur le calibre 50 mV/div (ce qui est correct) et à 117 mV sur le calibre 500 mV/cm ! Notons aussi que pour cet appareil, les mesures de tension moyenne et efficace (**calculées** à partir des échantillons relatifs à une période et donc à priori indépendamment de la fréquence) sont en général, plus précises, que la valeur de crête à crête (très sensible au bruit).

Exemple : Considérons le signal du § 1.2.1 : $v(t) = A_o + A_1 \cos(\omega t+\varphi)$
- en couplage DC, on peut mesurer la valeur moyenne A_o et la valeur efficace du signal « total » : $V_{eff}(tot) = \sqrt{A_o^2 + A_1^2/2}$
- en couplage AC on peut mesurer la valeur efficace de la composante alternative seule : $V_{eff}(alt) = A_1/\sqrt{2}$
- Il est intéressant de vérifier que l'on a approximativement : $V_{eff}(tot) = \sqrt{V_o^2 + V_{eff}^2(alt)}$ (relation établie au Chap.XI § 4)

3.2 - Mesures de temps

La précision des mesures de temps à l'oscilloscope analogique est, comme celle des tensions, relativement faible, de l'ordre de qq % . Par contre, du fait de la présence d'une B.d.T. numérique la précision de l'oscilloscope numérique est bien supérieure, elle est meilleure que 0,1 %. On est évidemment encore loin des précisions du fréquencemètre numérique (Chap.XI).

En ce qui concerne l'oscilloscope numérique, on n'oubliera pas qu'il y a échantillonnage du signal : la résolution temporelle est évidemment limitée par la période d'échantillonnage T_e qui **dépend** de la vitesse de balayage (revoir la relation (II-5)).
L'utilisation des dispositifs de mesures « automatiques » nécessite un peu de réflexion. Considérons, par exemple, la mesure du temps de montée du signal carré d'un générateur de fonction : durée nécessaire pour que le signal (supposé impulsionnel) passe de 10% à 90% de la valeur finale (fig.10). Il faut évidemment choisir une vitesse suffisamment rapide pour que l'impulsion elle-même représente une fraction importante de l'écran (en A le choix est mauvais). Mais il faut aussi que le système de traitement, qui travaille à partir des valeurs affichées sur l'écran, puisse déterminer la valeur initiale et la valeur finale (en C le choix est aussi mauvais).
On a ainsi obtenu les résultats suivants : τ_A = 17,5 ns, τ_C = 13,8 ns (à priori incorrects) et τ_B = 16,4 ns (à priori correct). Dans ce dernier cas et en tenant compte du temps de montée de l'oscillo on aboutit à un temps de montée du signal corrigé d'environ 16 ns.
Remarque : Pour obtenir une transmission adéquate du signal entre le GBF et l'oscillo. à de telles échelles de temps (le temps de propagation le long du câble de la sonde est de 7 ns), il est indispensable d'utiliser, à l'entrée de l'oscilloscope, une « charge de passage 50 Ω » pour adapter les impédances (ce qui empêche la « réflexion » du signal incident).

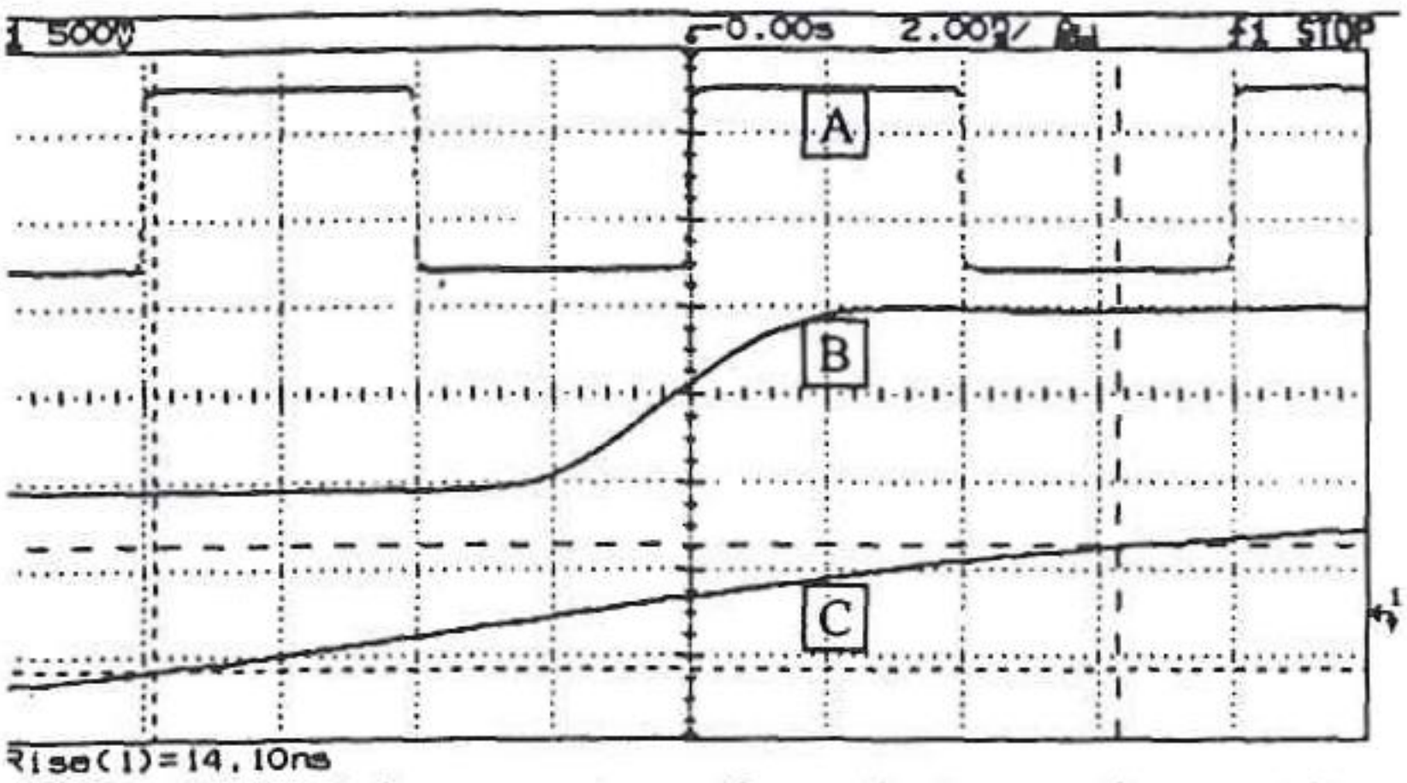


fig.10 - Mesure automatique de temps de montée

3.3 - Mesures de déphasages

Les deux tensions déphasées considérées sont :

$$v_1(t) = A_1 \cos(\omega t) \quad \text{(origine des phases)} \qquad \text{(II - 7)}$$

$$v_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi) \qquad \text{(II - 8)}$$

où φ est le déphasage de v_2 par rapport à v_1 : $\varphi \in [-\pi, \pi]$,

Comme on peut écrire : $v_2(t) = A_2 \cos\left(\omega(t + \frac{\varphi}{2\pi}T)\right) = A_2 \cos(\omega(t+m))$ (II - 9)

la mesure de φ se déduit de celle du décalage temporel m ($|m| \leq T$) et de la période T (ou de la fréquence f) :

$$\varphi = 2\pi\frac{m}{T}(\text{rad}) = 360\frac{m}{T}(°) \qquad \text{(II - 10)}$$

$$\varphi = 2\pi\, m f(\text{rad}) = 360\, m f(°) \qquad \text{(II - 11)}$$

La fig.11 montre la mesure de m (l'utilisation de curseurs facilite la mesure), celle de T s'effectue selon le même principe. Lorsque m n'est pas très inférieur à T on a intérêt à garder la même vitesse de balayage car seul le **rapport** m/T intervient (la précision de l'étalonnage de la B.d.T. n' a plus alors d'influence).

On a ainsi obtenu : m = 576 µs T = 3,33 ms d'où $\varphi = +62{,}3°$ (v_2 est en avance sur v_1). La mesure automatique de phase donne : $\varphi = 62{,}0°$ et un phasemètre (précis à 0,1°) donne 61,7°

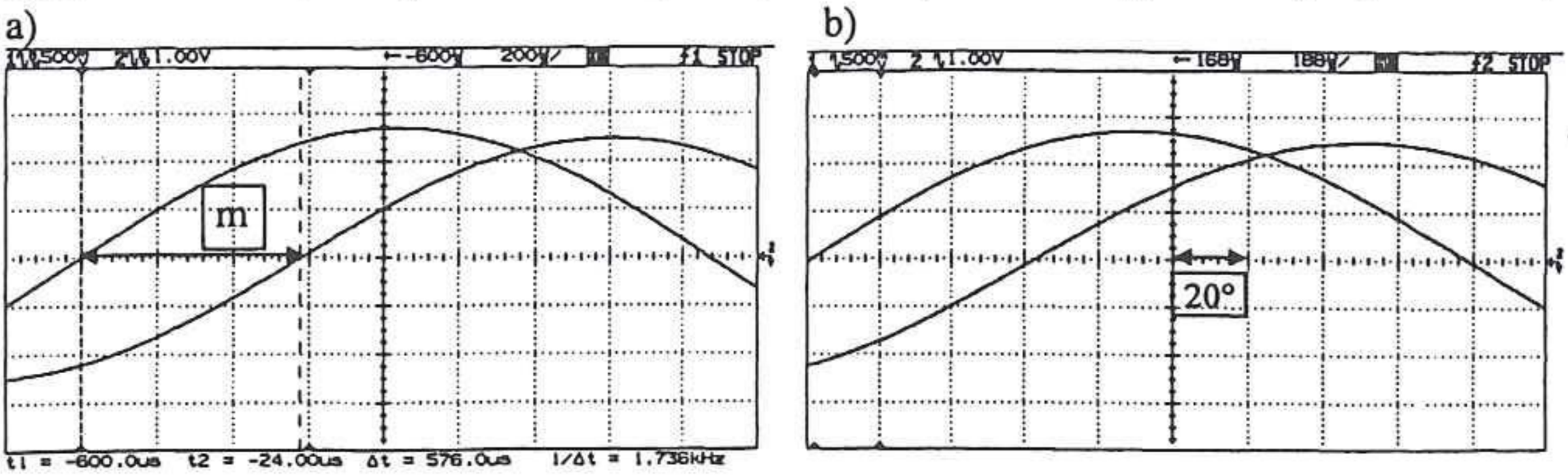


fig.11 - Mesure de déphasages (méthode directe)

Une variante de cette méthode, surtout valide pour les oscilloscopes analogiques, consiste à afficher une demi-période du signal en avance sur exactement **9** carreaux. Pour cela, on agit sur les commandes de cadrage horizontal et de niveau de déclenchement pour que la demi-période commence exactement à gauche de l'écran (fig.11b) puis sur la vitesse de balayage (réglage gros et fin) pour qu'elle se termine au 9^{ième} carreau. Chaque carreau représente donc un retard de phase de 20° , v_1 est donc en retard de $\approx 3{,}1.20 \approx 62°$.

L'autre méthode classique de mesure de φ consiste à passer en mode X-Y (fig.12) on a alors :

$$v_x = v_1 = A_1 \cos \omega t \qquad \text{(II - 12)}$$

$$v_y = v_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi) \qquad \text{(II - 13)}$$

Ces équations sont les équations paramétriques d'un ellipse inscrite dans un rectangle de largeur $2A_1$ et de hauteur : $L = 2A_2$. On vérifie facilement que la longueur ℓ du segment joignant les deux points d'intersection de l'ellipse avec l'axe vertical est $\ell = 2A_2|\sin\varphi|$, d'où :

$$|\sin\varphi| = \frac{\ell}{L} \qquad \text{(II - 14)}$$

A $|\sin\varphi|$ correspondent, à priori, 4 angles ! Néanmoins, si le grand axe de l'ellipse est dans les 1er et 3ème quadrants : $|\varphi| \in [0,\pi/2]$, s'il est dans les 2ème et 4ème quadrants : $|\varphi| \in [\pi/2,\pi]$. Il ne subsiste donc qu'une indétermination de signe (liée au sens de parcours de l'ellipse) facile à lever grâce à la méthode précédente.

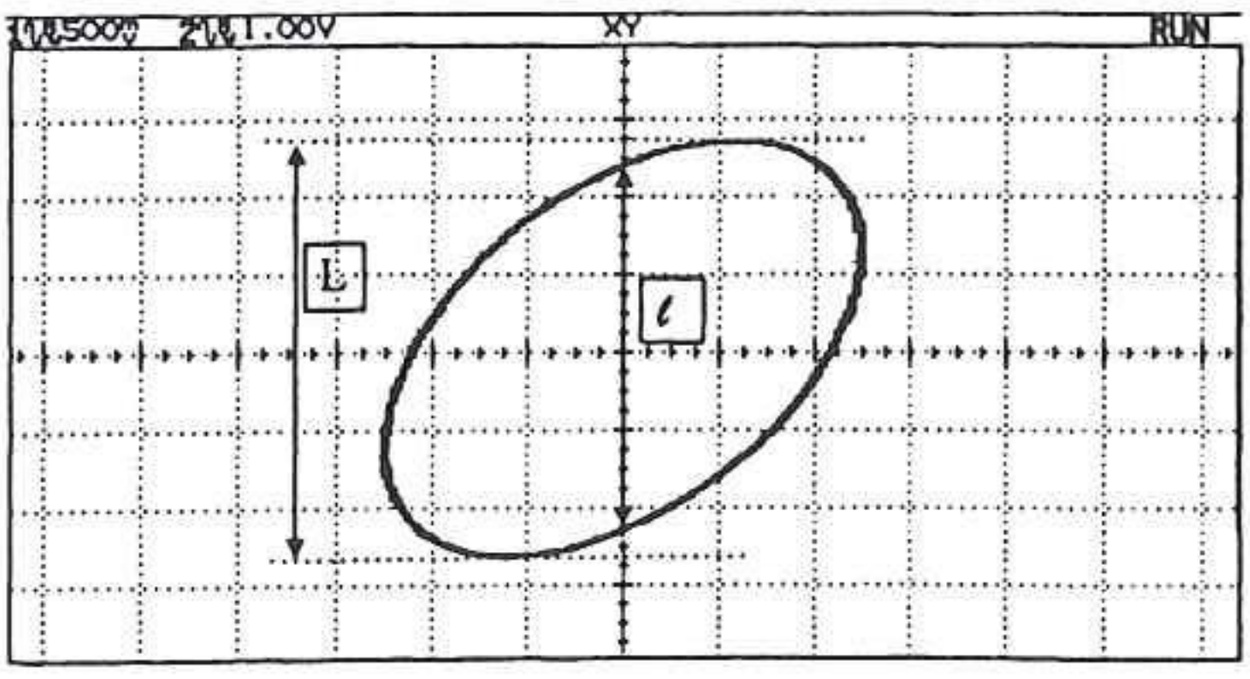


fig.12 - Mesure de déphasage (méthode de l'ellipse)

A partir de fig.12 on obtient : $\ell / L = 0{,}877$ d'où : $|\varphi| \approx 61{,}3°$. La méthode de l'ellipse devient très imprécise lorsque ℓ est très voisin de L.

4 - Analyse spectrale

4.1 - Principes généraux

L'analyse spectrale d'un signal v(t) consiste à déterminer ses « composantes fréquentielles ». On sait en effet que « tout » signal v(t) peut s'écrire comme somme de fonctions sinusoïdales. Si le signal est périodique la somme est discrète (série de Fourier), s'il ne l'est pas la somme est continue (transformée de Fourier). En utilisant le formalisme des distributions on peut se limiter à considérer les transformées de Fourier :

- directe : $$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} dt \qquad \text{(II - 15)}$$

- inverse : $$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V(f) e^{j2\pi ft} df \qquad \text{(II - 16)}$$

Comme v(t) est supposé réel : $V(-f) = V(f)^*$: ceci montre qu'il ne faut pas attacher de signification particulière aux « fréquences négatives ». On peut d'ailleurs écrire v(t) en tfonction des seules fréquences positives :

$$v(t) = \int_{0}^{\infty} 2|V(f)|\cos[2\pi ft + \arg(X(f))]df \qquad \text{(II - 17)}$$

Exemple : pour un signal sinusoïdal $v(t) = A\cos(2\pi f_o t)$, la transformée de Fourier est :

$$V(f) = \frac{A}{2}\left(\delta(f + f_o) + \delta(f - f_o)\right) \qquad \text{(II - 18)}$$

Son spectre bilatéral (c'est à dire en tenant compte des fréquences négatives) est donc formé de deux « raies » à $-f_o$ et $+f_o$.

Les méthodes les plus courantes pour déterminer le « spectre » V(f) du signal ou plus simplement le spectre d'amplitude |V(f)| sont les suivantes :

- Procéder directement de manière **analogique** dans le domaine fréquentiel en utilisant des **filtres** qui vont isoler les différentes composantes spectrales.

- Procéder au **calcul** « mathématique » de la transformée de Fourier. Bien entendu ce calcul est effectué sous forme **numérique** ce qui nécessite un « échantillonnage » du signal, c'est à dire que l'on prélève des échantillons $\hat{v}_n$ de v(t) aux dates : $t_n = n\,\Delta t = n\,T_{ech}$, où T_{ech} est la période d'échantillonnage.
  Le signal est naturellement enregistré pendant une durée finie $T_{acq} = (N-1)T_{ech} \approx NT_{ech}$, ce qui conduit à l'approximation suivante :

$$V(f) \approx \sum_{n=0}^{N-1} \hat{v}_n e^{-j2\pi f t_n} T_{ech} \qquad \text{(II - 19)}$$

Le spectre est lui même échantillonné, c'est à dire que l'on calcule des échantillons $\hat{V}_k$ de V(f) aux fréquences : $f_k = k\,\Delta f$ où $\Delta f = 1/T_{acq}$, d'où :

$$\hat{V}_k \approx \sum_{n=0}^{N-1} \hat{v}_n e^{-j\frac{2\pi n T_{ech} k}{T_{acq}}} T_{ech} \approx \sum_{n=0}^{N-1} \hat{v}_n e^{-j\frac{2\pi n k}{N}} T_{ech} \qquad \text{(II - 20)}$$

Cette approche non rigoureuse (!) a pour seul but de montrer comment s'introduit naturellement la transformée de Fourier discrète d'une suite $\{\hat{u}_n\}_{0\le n\le N-1}$ d'échantillons :

$$\hat{V}_k = \sum_{0}^{N-1} \hat{v}_n e^{-j\frac{2\pi n k}{N}} \qquad \text{(II - 21)}$$

Inversement :

$$\hat{v}_n = \frac{1}{N} \sum_{0}^{N-1} \hat{V}_k e^{j\frac{2\pi n k}{N}} \qquad \text{(II - 22)}$$

C'est cette transformée qui est calculée par les analyseurs à FFT, c'est donc une **approximation** du spectre du signal. Ses propriétés sont étudiées en détail et illustrées au Chap.III, il s'agit de savoir quelle est l'influence sur le spectre :

1- De l'échantillonnage : nous verrons qu'il y a périodisation du spectre et risque de « repliement ». Ce phénomène est évité si la fréquence d'échantillonnage est supérieure au double de la fréquence maximale f_M du spectre :

$$F_{ech} = 1/T_{ech} > 2\, f_M \qquad \text{(II - 23)}$$

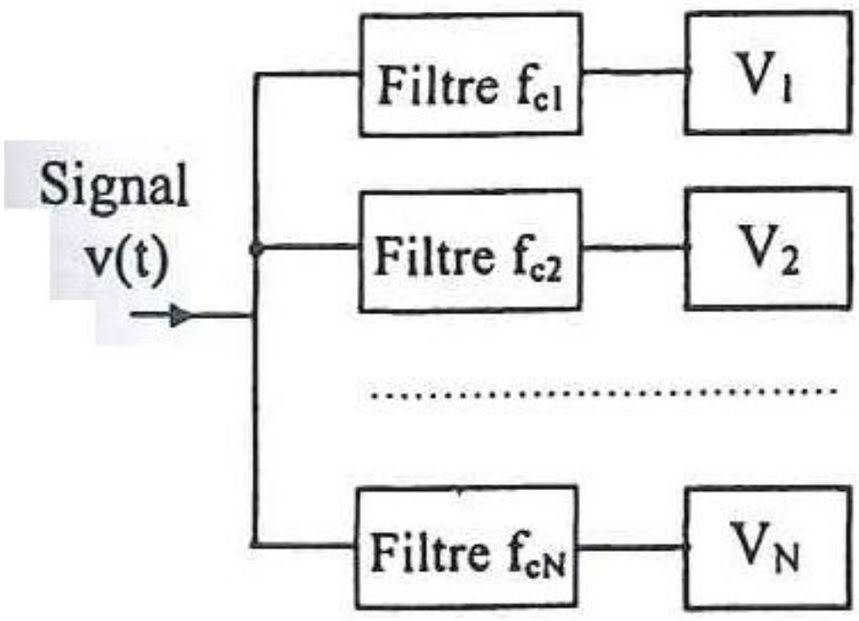
2- De la durée finie de l'enregistrement : nous verrons qu'il y a « fuites spectrales », c'est à dire tendance à l'élargissement. Une pondération des échantillons au moyen de « fenêtres » adéquates permet, en partie de résoudre le problème.

4.2 - Analyseurs de spectres « analogiques »

4.2.1 - Analyseur à banc de filtres

Conceptuellement l'analyseur de spectre le plus simple est constitué d'un ensemble de N filtres passe-bande disposés en parallèle (fig.13a) et dont les bandes passantes, centrées en f_{ci}, sont « adjacentes » (fig.13b). Ces filtres sont suivis de détecteurs permettant la mesure de l'amplitude V_i (ou de la valeur efficace) de leur signal de sortie, ils sont suivis d'un dispositif d'affichage adéquat.

a-



b-

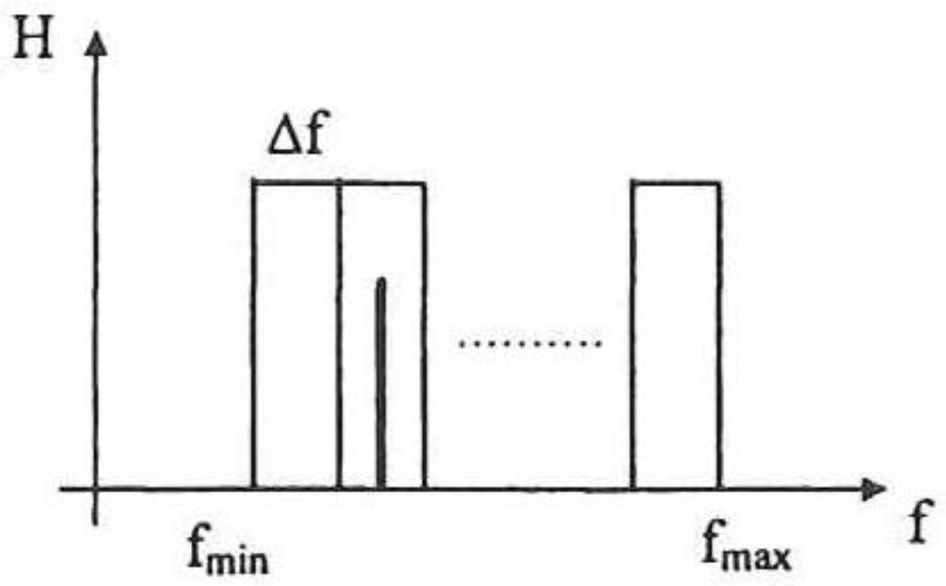


fig.13 - Analyseur à banc de filtres

Si les filtres ont la même bande passante Δf (fig.13b leur fonction de transfert est idéalisée sous forme rectangulaire), l'analyseur permet de déterminer les composantes spectrales du signal dans la bande $[f_{min}, f_{max}]$ avec la résolution fréquentielle Δf.

Par exemple si le signal d'entrée est sinusoïdal et si sa fréquence f appartient à la bande passante du deuxième filtre (fig.13b) seul celui-ci a une sortie non nulle et son amplitude de sortie et elle est proportionnelle à celle du signal d'entrée. Le spectre se réduit à une composante spectrale dont la fréquence apparaît comme f_{c2} (d'où une erreur systématique pouvant atteindre $\Delta f/2$).
De par son principe, cet analyseur « échantillonne » le spectre au moyen des N valeurs U_i.
L'avantage d'un tel analyseur est qu'il fournit le spectre de u(t) pratiquement en « temps réel » (aux temps de réponse près des ensembles filtres + détecteur). L'inconvénient majeur est sa faible résolution : $\Delta f = \frac{f_{max} - f_{min}}{N-1}$, le nombre N de filtres étant évidemment limité.
De tels analyseurs sont incorporés dans certains amplificateurs Hi-Fi, Ils donnent au moyen de « bargraphs » une vision « instantanée » du spectre.

4.2.2 - Analyseur à filtre accordable

Plutôt qu'un ensemble de filtres à fréquences centrales fixes on peut utiliser un unique filtre passe-bande sélectif accordable, c'est à dire dont on peut faire varier la fréquence centrale f_c par exemple au moyen d'une tension de commande v_c. La sortie de ce filtre est, comme précédemment, reliée à un détecteur de crête qui mesure l'amplitude de son signal de sortie.
Le schéma synoptique d'un tel analyseur est donné fig.14 .La tension de commande $v_c(t)$ est une tension en « dents de scie » qui permet à la fréquence centrale de décrire l'intervalle $[f_{min}, f_{max}]$.
Simultanément elle assure la déviation horizontale du spot de l'unité de visualisation assimilée à un oscilloscope fonctionnant en mode X-Y.

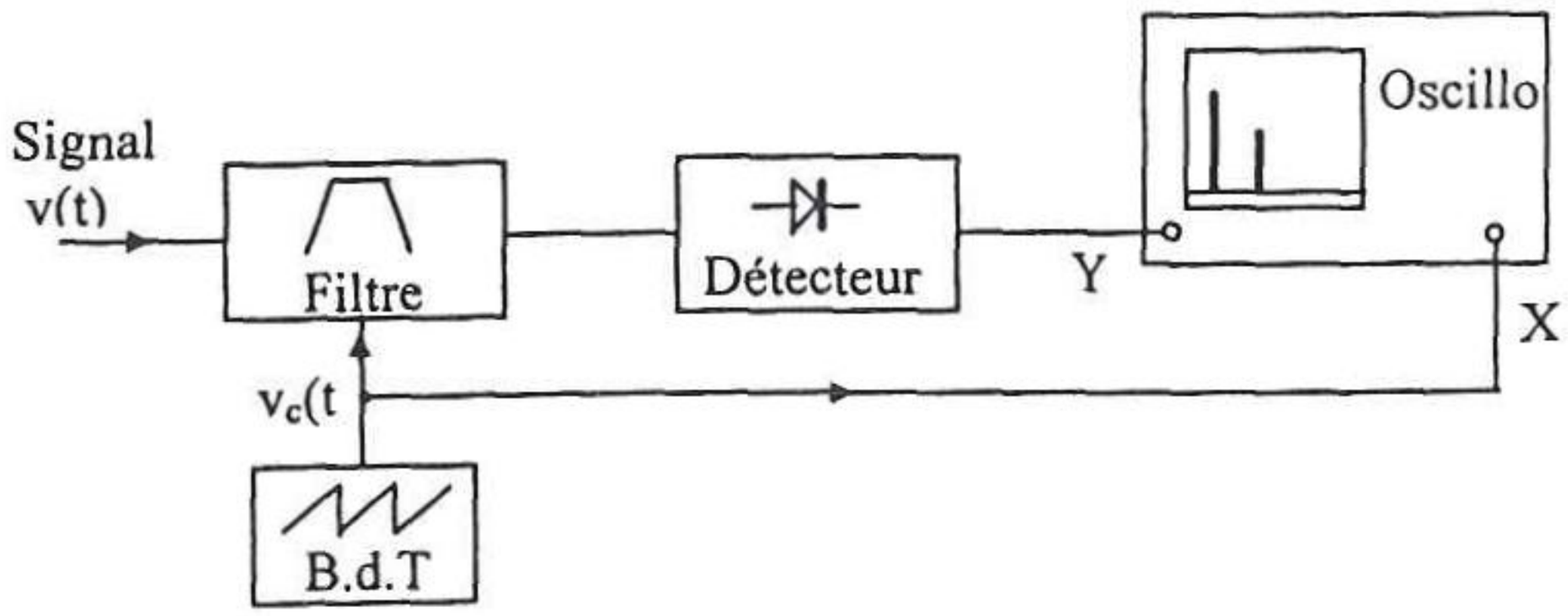


fig.14 - Analyseur de spectre à filtre accordable

Bien entendu la vitesse de balayage doit être suffisamment faible pour qu'à chaque instant le filtre ait atteint son « régime permanent » (sinon le spectre est déformé). Cette vitesse est d'autant plus faible que la bande passante du filtre est étroite (car son temps de réponse lui est inversement proportionnel). Elle dépend aussi de la forme de la courbe de réponse (à titre d'ordre de grandeur on peut retenir : $df_b/dt < (\Delta f)^2$).
Pour un analyseur basse-fréquence, la durée d'un balayage peut devenir très importante, (notamment si l'on souhaite explorer une très large bande avec une résolution élevée !) si bien que l'unité de visualisation doit disposer d'un système de mémorisation (par exemple numérique).
Un tel analyseur basse fréquence utilisant un filtre accordable à capacités commutés (cf Chap.VII § 5) dont la fréquence centrale est commandée par la **fréquence** d'un signal d'horloge a été décrit dans les références [7,8].

4.2.3 - Analyseur à balayage de fréquence

Comme il est difficile de réaliser un filtre accordable sur un grand intervalle de fréquence, la plupart des analyseurs de spectres « analogiques » utilisent un unique filtre passe bande sélectif, à fréquence centrale f_c fixe, et procèdent par translation du spectre du signal à analyser. Cette translation permet aux différentes composantes spectrales de se présenter « successivement » dans la bande passante du filtre.

Cette translation de fréquence est effectuée par un « mélangeur » (fig.15). Il s'agit d'un dispositif non linéaire auquel sont appliqués le signal à analyser u(t) et un signal sinusoïdal v'(t) produit par un « oscillateur local » à fréquence variable f_{os} : $v'(t) = A \cos(2\pi f_{os} t)$.

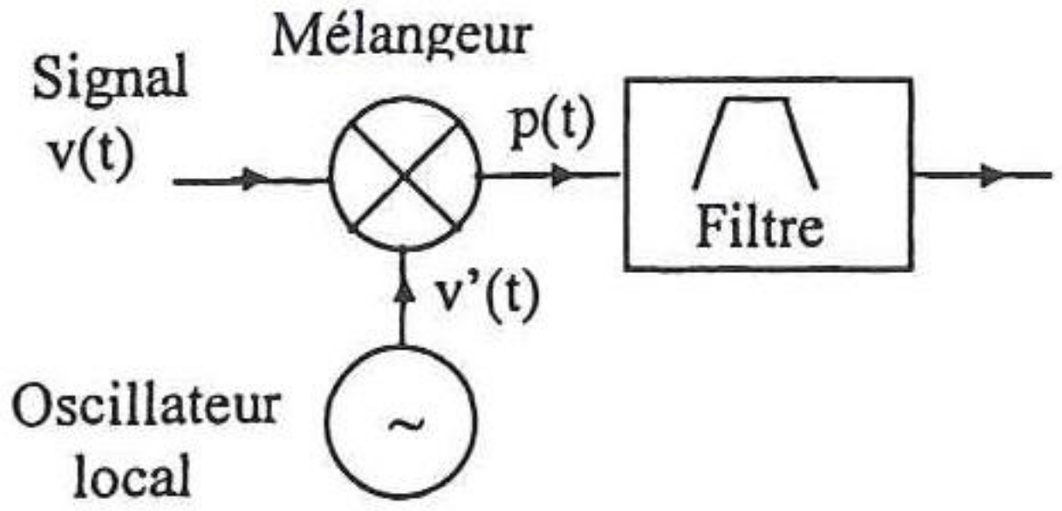


fig.15 - Translation de fréquence

Supposons, pour simplifier, le mélangeur assimilable à un simple multiplieur (réalisant l'opération : $p(t) = k\ v(t).v'(t)$). A chaque composante spectrale, de fréquence f, de v(t) correspondent dans le signal de sortie p(t) les composantes de fréquences (>0) :

$$f_S = f + f_{os} \quad \text{(spectre somme)} \qquad \text{(II - 24)}$$
$$f_D = |f - f_{os}| \quad \text{(spectre différence)} \qquad \text{(II - 25)}$$

(D'un point de vue mathématique, on peut dire que multiplier V(t) par une sinusoïde a pour effet de convoluer son spectre par la T.F. (II-18) de la sinusoïde, ce qui entraîne les translations de $+ f_{os}$ et de $- f_{os}$ du spectre bilatéral).
On remarque que le spectre différence se compose de deux « branches » :

$$f_D = f - f_{os} \quad \text{si } f > f_{os} \qquad \text{(II - 26)}$$
$$f_D = f_{os} - f \quad \text{si } f > f_{os} \qquad \text{(II - 27)}$$

On voit que l'opération réalisée par le mélangeur est plus complexe qu'une simple translation . Comparons alors le spectre P(f) de p(t) à celui V(f) de v(t) (fig.16) : du fait de la présence du spectre différence (branche « repliée ») on ne peut pas, en général, utiliser le spectre de p(t) pour déduire celui de v(t) !

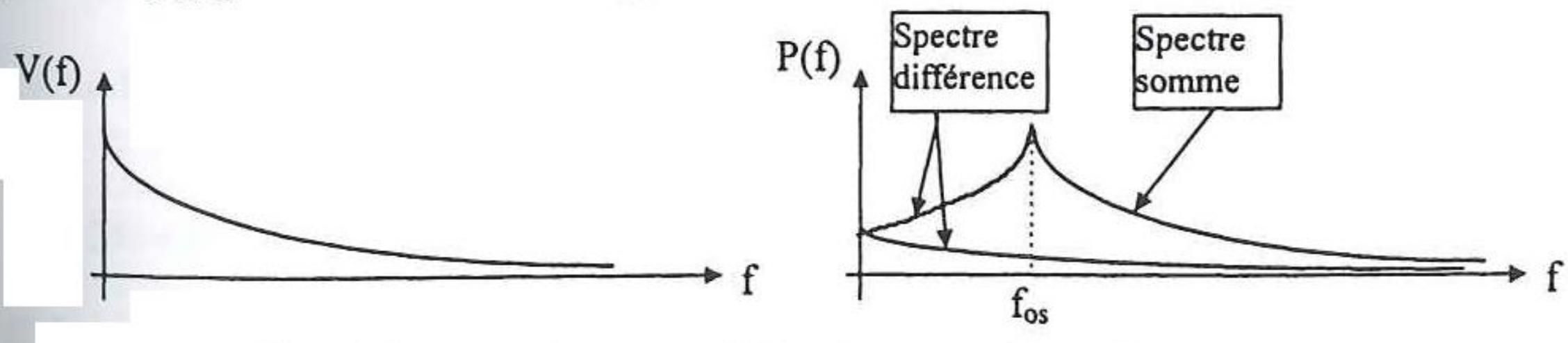


fig.16 Spectres (non bornés) des signaux u(t) et p(t)

Il est néanmoins possible d'éviter ce problème si le signal à analyser est à spectre borné (intervalle $[0,f_{max}]$) ou si on réalise, avant le mélangeur, un filtrage du signal v(t) par un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_M.

Pour ce signal à spectre borné les spectres de v et de p sont donnés fig.17 :

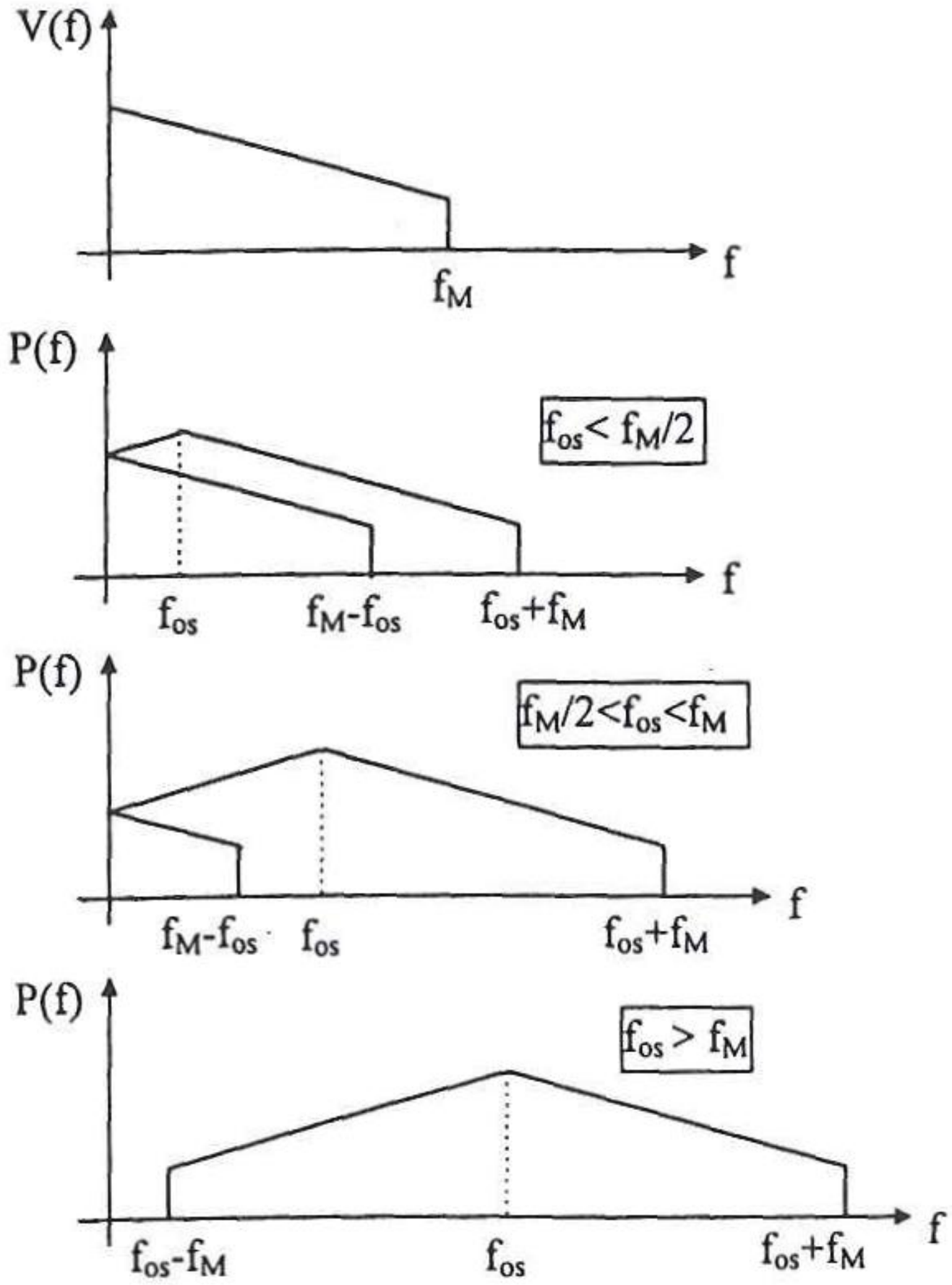


fig.17 - Spectres (bornés) des signaux v(t) et p(t)

Cette figure montre que l'on peut, dans certaines conditions, éviter l'effet du repliement. Supposons que l'on utilise la branche supérieure du spectre différence : la composante spectrale analysée vérifie :

$$f_{os} - f \approx f_c \Rightarrow f_{os} = f + f_c \qquad \text{(II - 28)}$$

Pour analyser la bande $[0,f_M]$, il faut que l'oscillateur local décrive l'intervalle $[f_c, f_c + f_M]$. Pour éviter le repliement il suffit d'imposer :

$$f_M - f_{os} < f_c \qquad \text{(II - 29)}$$

Comme $f_{os} > f_c$ cette condition entraîne : $f_c > f_M/2$ (II - 30)

En fait, les mélangeurs utilisés en pratique n'étant pas idéaux (c'est à dire assimilables à de simples multiplieurs), on évite de faire varier la fréquence de l'oscillateur local dans la bande $[0,f_M]$ analysée et on impose la condition plus forte : $f_c > f_M$.

Exemples :

■ Analyseur hyperfréquence [9]

- gamme couverte : $[0, f_{max} = 2{,}9\ GHz]$
- filtre passe-bas : $f_M = 3{,}0\ GHz$; filtre passe-bande : $f_c = 3{,}62\ GHz$
- oscillateur local : $f_{os} \in [3{,}62, 6{,}52\ GHz]$

■ Analyseur basse-fréquence didactique [10]

- gamme couverte : $[0, f_{max} = 80\ kHz]$
- filtre passe-bas : $f_M = 80\ kHz$; filtre passe-bande : $f_c = 40\ kHz$
- oscillateur local : $f_{os} \in [40, 120\ kHz]$

Le schéma synoptique simplifié d'un analyseur à balayage est donné fig.18 :

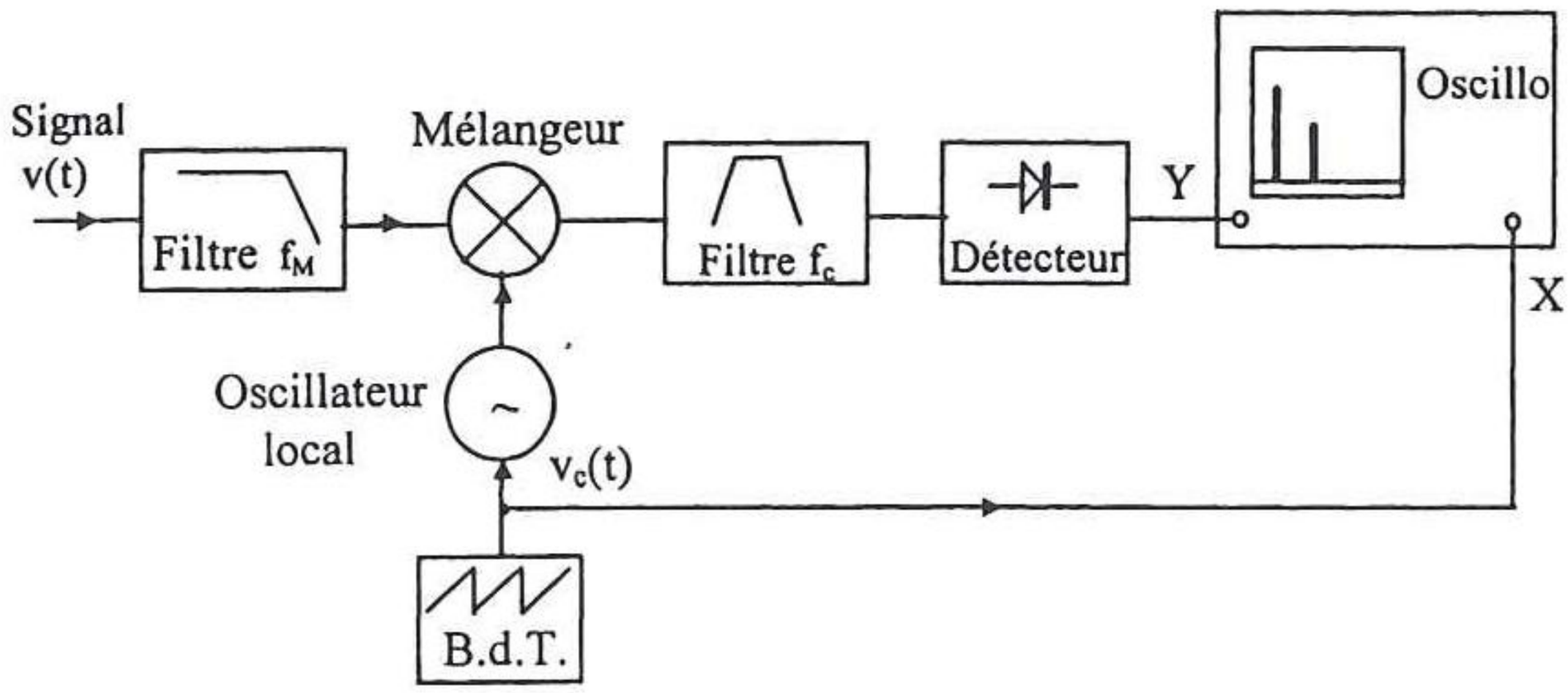


fig.18 - Analyseur de spectre à balayage de fréquence

L'oscillateur local est en fait un oscillateur commandé en tension (« O.C.T. » ou « V.C.O. ») dont le fréquence f_{os} dépend de la tension de commande $v_c(t)$, tension en dents de scie qui permet d'une part le balayage en fréquence (f_{os} variant de f_c à $f_c + f_M$) et d'autre part le déviation horizontale du spot de l'unité de visualisation.
Comme pour l'analyseur à filtre accordable, la vitesse de balayage est d'autant plus faible que la bande passante du filtre passe-bande est étroite. En pratique pour obtenir une bande très étroite, il est nécessaire de réaliser plusieurs changements de fréquence successifs et plusieurs filtres passe-bande. Enfin l'unité de visualisation doit aussi être à mémoire (numérique).

Il est intéressant de remarquer que le principe de l'analyseur à balayage est le même que celui des récepteurs « radio » habituels dits « superhétérodynes » (« hétérodyne » car à changement de fréquence et « super » car relatif à des fréquences au delà du domaine audible). L'oscillateur local commandé « manuellement » permet le réglage sur les différentes stations et le détecteur est relié à un amplificateur basse-fréquence et à un haut-parleur.

4.3 - Analyseurs de spectres numériques (F.F.T.)

Par rapport aux analyseurs analogiques, les analyseurs de spectre numériques présentent un double intérêt :

- ils permettent d'obtenir les spectres d'amplitude **et** de phase du signal
- ils permettent d'obtenir le spectre de signaux **non** répétitifs

Par contre, du fait de l'échantillonnage du signal, ils sont limités aux « basses fréquences »

Le schéma synoptique simplifié d'un analyseur à F.F.T. est donné fig.19 :

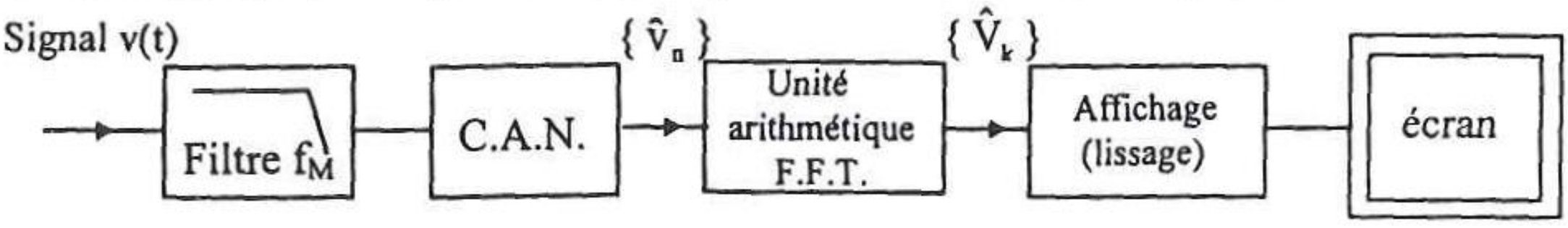


fig.19 - Analyseur de spectre numérique à F.F.T.

- Pour éviter le phénomène de repliement du spectre (Chap.III) le signal à analyser est appliqué à un filtre passe-bas analogique dont la fréquence de coupure f_M dépend de la fréquence d'échantillonnage choisie F_{ech} . Précisément on choisit : $f_M < F_{ech}/2$ si bien que l'on est sûr de satisfaire à la condition de non repliement (critère de Shannon).
  On modifie donc le signal (sa forme en particulier !) mais le spectre est correct dans l'intervalle $[0,f_M]$ considéré et affiché sur l'écran (bien entendu il peut y avoir des composantes spectrales à l'extérieur de cet intervalle !).

Remarques :

1- Un tel filtre dont la coupure doit être très raide (donc l'ordre élevé) est difficile, à réaliser d'autant plus que la fréquence de coupure doit être réglable.

2- Dans les systèmes d'acquisitions simplifiés ainsi que dans les oscilloscopes numériques munis de l'algorithme de FFT, il n'y a **pas** de filtre anti-repliement : leur utilisation demande donc de la réflexion (Chap.III).

- Le signal filtré est ensuite numérisé au moyen d'un C.A.N, comme dans un oscilloscope numérique, on obtient ainsi une suite d'échantillons $\{ \hat{v}_n \}_{0 \le n \le N-1}$.

- Une unité arithmétique permet alors le calcul de la transformée de Fourier discrète de cette suite. C'est à ce niveau qu'interviennent les fenêtres de pondération destinées à compenser la durée finie de l'acquisition, on obtient ainsi la suite spectrale : $\{ \hat{V}_k \}_{0 \le k \le N-1}$. Ce calcul est généralement effectué au moyen d'un processeur spécialisé (Digital Signal Processor ou « D.S.P. »).

- Une unité de visualisation permet de construire, à partir de la suite précédente un spectre. Le plus souvent, un circuit de lissage permet de l'obtenir sous la forme d'une courbe continue même si, fondamentalement, le spectre est discret de résolution fréquentielle : $\Delta f \approx F_{ech}/N$.

REFERENCES

Oscilloscopes analogiques et numériques

[1] R.Beauvillain ; BUP 592 p.745 (1977)
2 - R.Beauvillain et Laty ; Mesures électriques et électroniques ; Hachette Technique
3 - Encyclopédie des techniques de mesure ; Publication Tektronix
4 - L'ABC des oscilloscopes ; Publication Fluke
5 - J.C. Réhinot et P.Becker ; Pratique des Oscilloscopes Editions Radio
6 - « Faits sur Mesure » vol 1, n° 4 ; vol 3 n° 4 ; Publication Hewlett Packard

Analyse spectrale

[7] J.P.Lievre ; BUP 717 ; p.1237 (1989)
[8] J.P.Muller ; BUP 752 ; p.439 (1993)
[9] « Fait sur Mesure » vol 1, n° 3 ; Publication Hewlett Packard
[10] R.Moreau ; BUP 675 p.1151 (1985)
11- HPrépa Electronique 2ème année MP-MP* ; Hachette (1996)

CHAPITRE III

ACQUISITION ET TRAITEMENT INFORMATISE

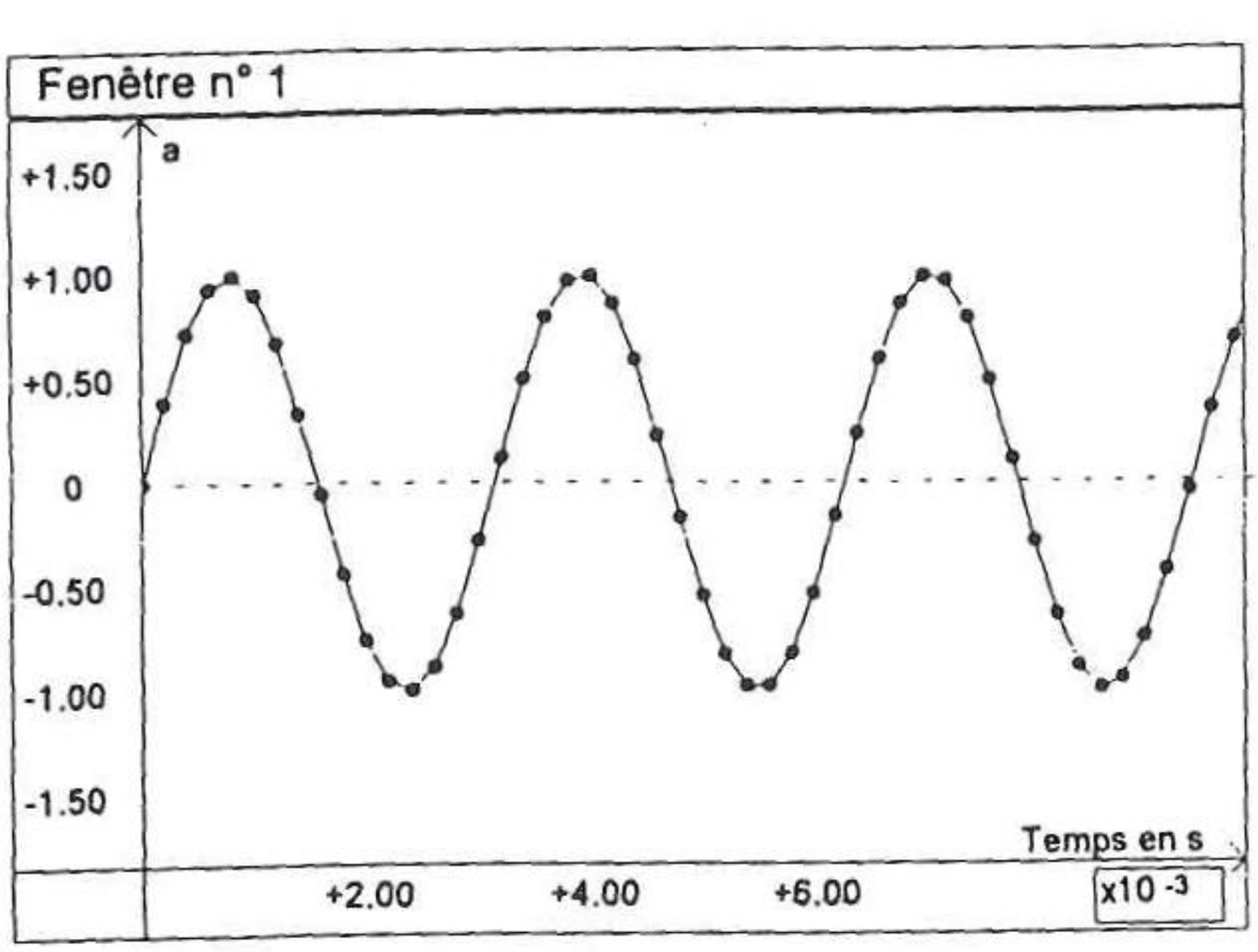
La grandeur d'entrée est une tension qui varie continûment en fonction du temps v(t).
L'acquisition, sur un ordinateur ou sur un oscillo numérique, consiste à transformer les grandeurs continues **v** et **t** de départ en un tableau de valeurs numériques.
Cette double discrétisation est constituée par :

- l'échantillonnage sur **t**
- la conversion analogique - numérique sur **v**

1 - Echantillonnage

Il consiste à mesurer la grandeur physique à des intervalles de temps définis. Si T_{ech} est la période d'échantillonnage, on mesure la tension aux instants $t_n = n\ T_{ech}$ où n est compris entre 0 et N-1 (nombre de points d'acquisition N). A ce temps T_{ech}, on associe la fréquence d'échantillonnage F_{ech}.
Si l'on veut mesurer un signal sinusoïdal de période T, on comprend que le signal sera d'autant mieux décrit que la période d'échantillonnage sera faible devant T (fig.1)

fig.1



On comprend intuitivement que pour retrouver la fréquence du signal, il faut avoir, au moins, 2 points par période du signal (un point sur chaque alternance et, dans le meilleur des cas, ces deux points situés aux deux instants d'amplitude maximale). On démontrera, au paragraphe 3, que c'est effectivement la condition limite qui s'écrit alors : $T_{ech} < T/2$ ou $F_{ech} > 2\ f$. Il s'agit du critère de Shannon.

Ce critère doit être respecté pour toutes les composantes spectrales du signal d'entrée. Si l'on veut garder toute l'information , il faut que la fréquence d'échantillonnage soit au moins égale à 2 fois la plus haute composante fréquentielle du signal. Si cette condition n'est pas respectée, il apparaîtra des fréquences erronées dues au repliement du spectre.

Comment se manifeste la limitation due à l'échantillonnage ?

1 - Si la limite de Shannon n'est pas atteinte mais si le nombre de points par période n'est pas suffisamment supérieur à 2, le signal aura une allure « cabossée » (mais on sera capable de mesurer sa fréquence). Si l'on visualise un grand nombre de périodes du signal, l'enveloppe générale aura un aspect festonné (fig.2a) que la loupe (fig.2b) permet de comprendre : il n'y a pas nécessairement d'instants d'échantillonnage correspondants aux sommets du signal.

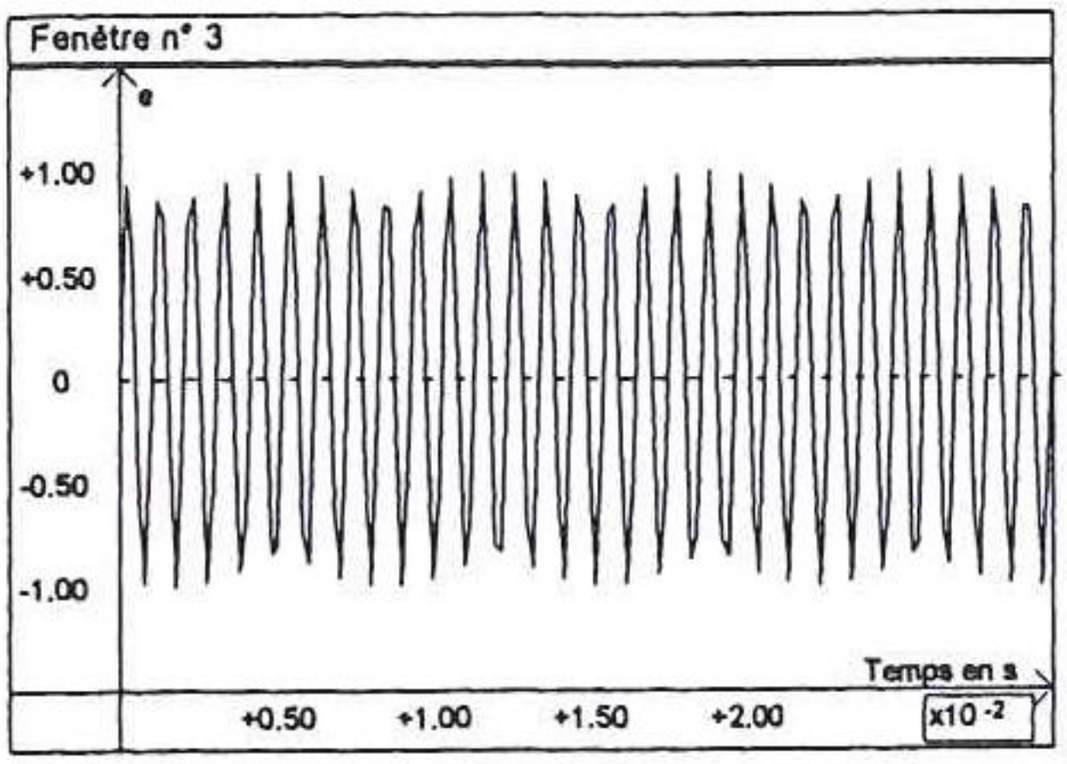


fig.2a

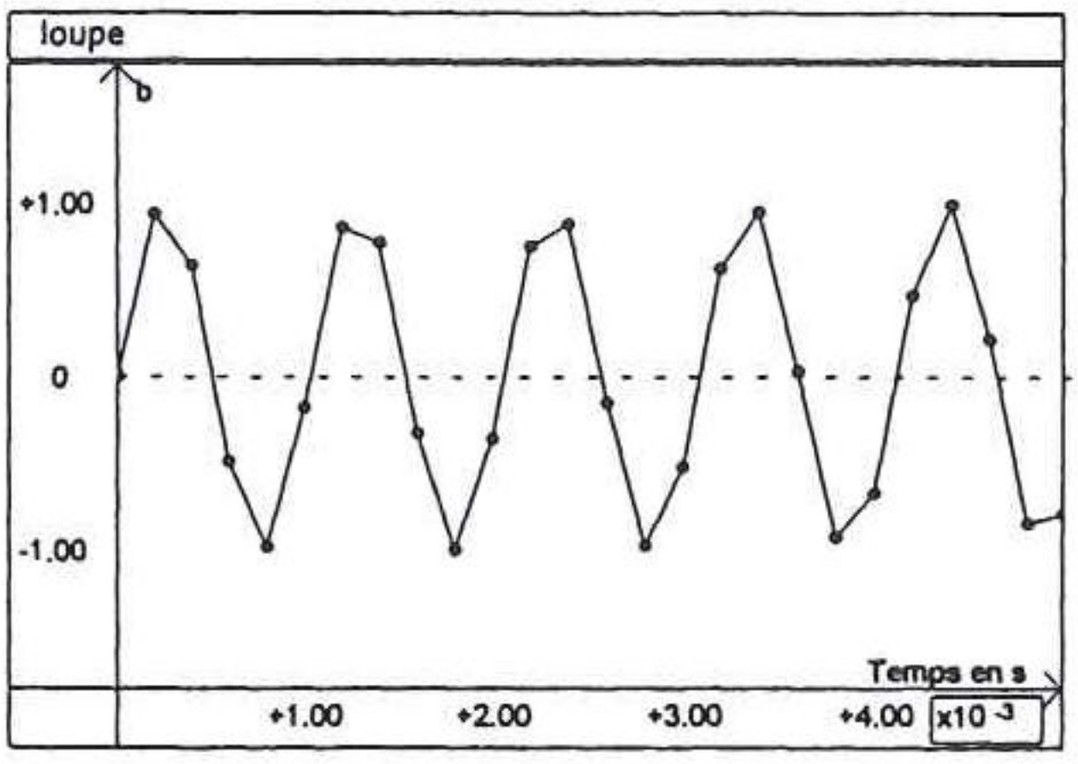


fig.2b

2 - Si la limite de Shannon est dépassée, le signal échantillonné n'aura plus l'allure du signal de départ et, encore plus grave, sa fréquence sera erronée puisqu'il va apparaître une fréquence qui provient d'un battement entre la fréquence d'origine et la fréquence d'échantillonnage (ou même k F_{ch} avec k entier). Il en résulte une fréquence apparente égale à la différence $f_{app} = |f - F_{ech}|$ ou $|f - k F_{ech}|$, f_{app} étant inférieure à $F_{ech}/2$.
Les figures ci-dessous permettent de comprendre ces situations dans le domaine temporel. Plus loin, nous en verrons l'origine en raisonnant dans le domaine fréquentiel.
La fig.3a représente 2 signaux de fréquence f_1 = 32,5 Hz et f_2 = 37,5 Hz échantillonnés à 70 Hz ($T_{ech} \approx 0{,}0143$ s). L'un respecte le critère de Shannon, l'autre pas. On voit que les échantillons prélevés sont les mêmes : la fréquence déduite de ces acquisitions est la même.
La fig.3b représente un signal de fréquence 50 Hz échantillonné à 45 Hz : l'allure du signal est alors celle d'un signal de fréquence 5 Hz (T_{app} = 0,2s). Il en est de même avec le signal de fréquence 95 Hz échantillonné de la même manière à 45 Hz [1].

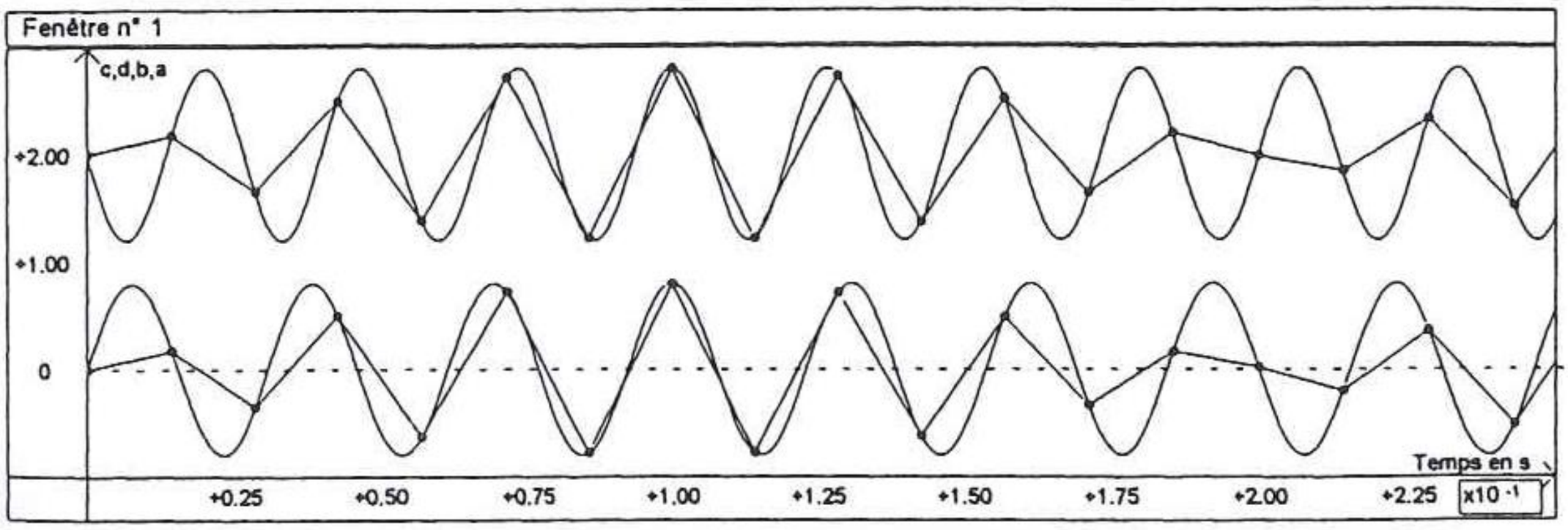


fig.3a

[1] Cet effet de type stroboscopique est utilisé sur certains oscillos (dits à échantillonnage) pour observer la forme de signaux périodiques de très haute fréquence (de l'ordre du GHz).

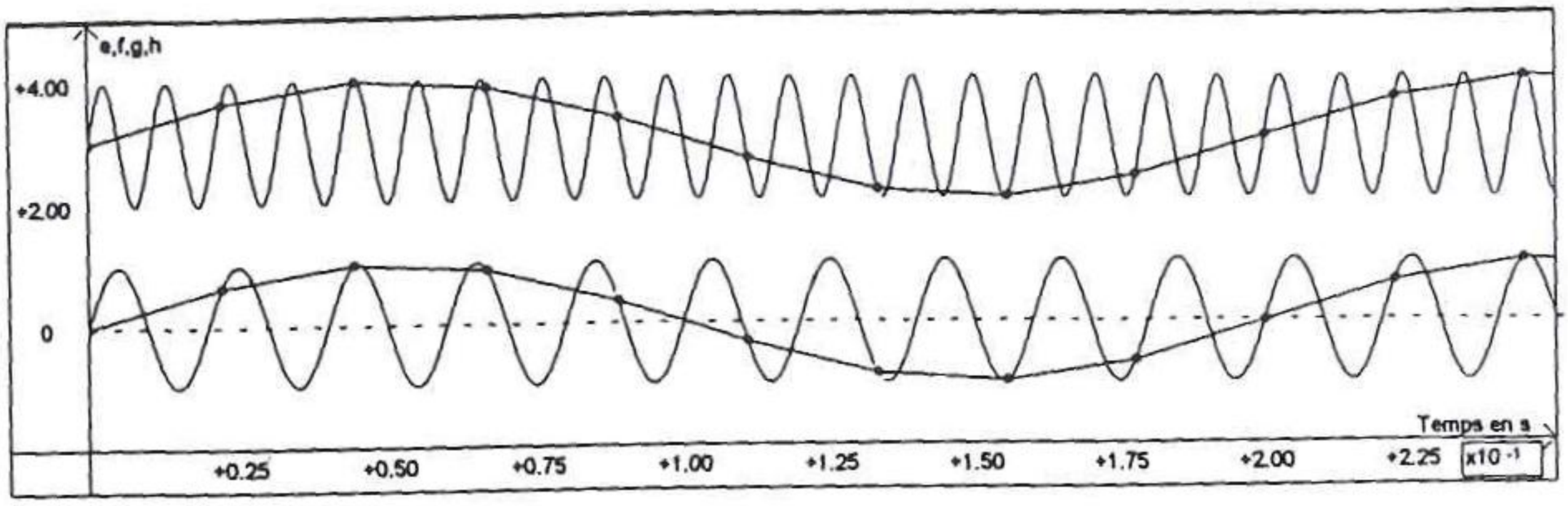


fig.3b

Pour résumer, donnons un exemple : si la fréquence d'échantillonnage est 1000 Hz, des signaux de 900, 1100, 1900, 2100 ... Hz donneront les mêmes échantillons qu'un signal de 100 Hz qui lui serait correctement échantillonné c-à-d qu'il respecterait le critère de Shannon.

2 - Conversion analogique - numérique

2.1 - Précision

Une fois la grandeur d'entrée échantillonnée, la valeur analogique de chaque échantillon doit être convertie en un nombre afin d'être stockée dans un tableau. On verra plus loin (Chap.XI Electronique numérique) que c'est le rôle du CAN. Une caractéristique importante est le nombre de bits sous lequel se fait la conversion car de ce nombre dépend la précision de la mesure.

En effet, le nombre issu de la conversion est le nombre entier de pas élémentaires que contient la valeur analogique d'origine. Plus le pas est petit, meilleure est l'approximation avec laquelle on approche cette valeur.

Les cartes d'acquisition les plus répandues sont des cartes 12 bits soit $2^n = 4096$ pas élémentaires . Si l'étendue de mesure (on pourrait dire le calibre) est de 10,24 V , la valeur du pas est de 2,5 mV. Si le signal a une amplitude crête à crête voisine du calibre, la précision relative de la conversion est de l'ordre de $1/2^n$. Par contre, si le signal ne fait que10mV, le pas de quantification est très apparent et conduit à une incertitude relative très médiocre (fig.4).

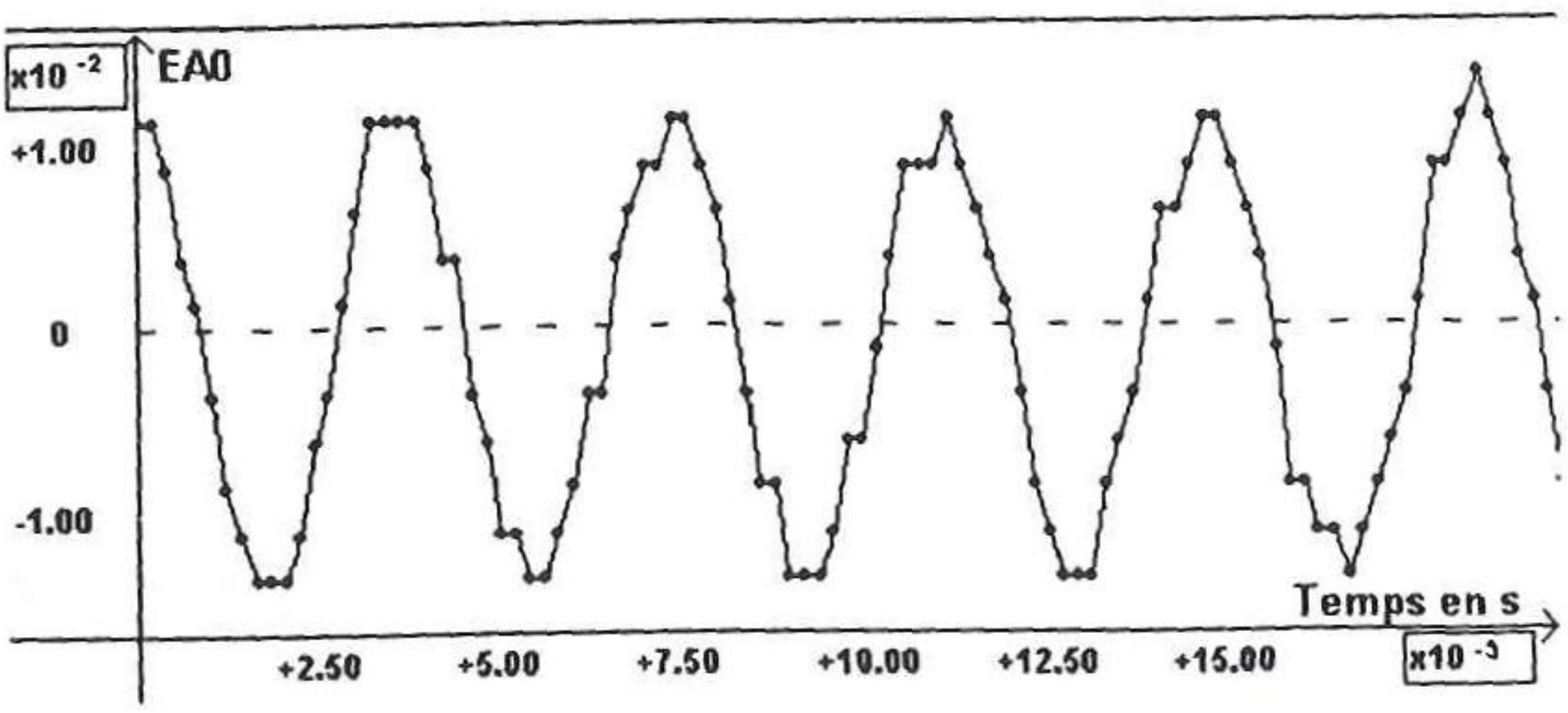


fig.4

2.2 - Temps de conversion

La solution est d'adapter la grandeur à convertir à l'étendue de mesure du convertisseur (ou réciproquement). La situation est en fait la même que lorsqu'on utilise un appareil de mesure : il faut, si possible, utiliser un calibre de mesure qui donne une déviation (pour un appareil à aiguille) ou un affichage (pour un appareil numérique) pas trop éloignés de la valeur maximale.

Dans la pratique, certaines cartes d'acquisition possèdent à la fois plusieurs étendues de conversion et un gain analogique programmable. Par exemple, la carte FASTLAB (Eurosmart) permet, dans le meilleur des cas, d'avoir un pas élémentaire (théorique !) de 6,25 µV (gain de 100 et conversion sur ± 1,28 V). Sinon, c'est à l'utilisateur à réaliser, avant d'entrer sur le convertisseur, l'amplification analogique du signal issu du capteur (c'est facile avec des AO)[2].

Une autre caractéristique importante du convertisseur analogique - numérique est son temps de conversion.

En effet, la fréquence d'échantillonnage maximale impose, par le critère de Shannon, la fréquence maximale du signal que l'on peut acquérir. Actuellement (en 1999), les fréquences d'échantillonnage maximales, pour les cartes d'acquisition utilisées en enseignement, sont de l'ordre de 200 à 300 kHz (cela dépend de la carte elle-même mais aussi de l'ordinateur). On ne peut donc étudier de signaux de fréquences supérieures à 100 kHz et, pour avoir un échantillonnage convenable, on ne doit guère dépasser quelques dizaines de kHz.

C'est une limitation sévère pour toute l'électronique un peu rapide. Mais en réalité, pour les fréquences plus élevées, on utilise un oscillo numérique dont la fréquence d'échantillonnage est beaucoup plus élevée[3] (les convertisseurs ne sont pas basés sur le même principe - voir Chap.XI Electronique numérique). Une fois le signal enregistré dans l'oscillo, il est généralement possible de transférer le tableau [t, v] dans l'ordinateur afin de profiter de sa puissance de calcul.

Il n'y a guère de limitation du côté basse fréquence : on peut prendre, si l'on veut, un point de mesure par minute ou par heure. Par contre, il faut savoir que la mesure de chaque point est toujours échantillonnée et correspond à une tension « instantanée » . Si le signal comprend un bruit important (ondulations 50 Hz ou autres parasites), la mesure faite sans précaution sera entachée de ce bruit (alors qu'une mesure avec un multimètre, qui intègre le signal sur une durée de 100 ms, sera pratiquement insensible à ce bruit - voir Chap.XI convertisseur double rampe).

Il y a deux solutions à ce problème éventuel :

- on filtre, avec un passe-bas, le signal de départ, avant de le convertir
- on réalise une moyenne à l'acquisition : chaque échantillon est le résultat d'une moyenne de plusieurs mesures prélevées pendant la période d'échantillonnage. Le logiciel Synchronie permet, par exemple, de faire une moyenne sur 64 mesures avant de l'affecter à un échantillon.

Il est naturellement possible de combiner ces 2 méthodes.

3 - Transformée de Fourier

C'est une opération qui permet de transformer la description d'un signal en fonction du temps en une description en fonction de la variable conjuguée : la fréquence c'est-à-dire son spectre.

---

[2] Sur les cartes courantes, le calibre est au mieux ± 10.24 V. Si le signal dépasse cette valeur, il faut l'atténuer

[3] Par contre, dans les oscillos numériques, la conversion est généralement sur 8 bits

Dans le cas d'une acquisition informatisée, le spectre résulte d'un calcul à partir de nombres obtenus par échantillonnage et quantification du signal analogique d'origine.
En ce qui concerne l'analyse spectrale, la quantification des échantillons ne joue pas de rôle particulier. En revanche, l'échantillonnage et la durée finie de l'enregistrement ont des conséquences importantes sur l'analyse spectrale.

3.1 - Echantillonnage

Si $v(t)$ est le signal analogique de départ, le signal échantillonné $\hat{v}(t)$ comprend les valeurs prises par $v(t)$ aux instants $t = nT_{ech}$. Pour commencer, prenons une acquisition de durée infinie :

$$\hat{v}(t) = v(t)\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(t - nT_{ech}) \qquad \text{(III - 1)}$$

Le terme sous le signe Σ correspond au "peigne de Dirac". Lorsqu'on prend la transformée de Fourier, on obtient

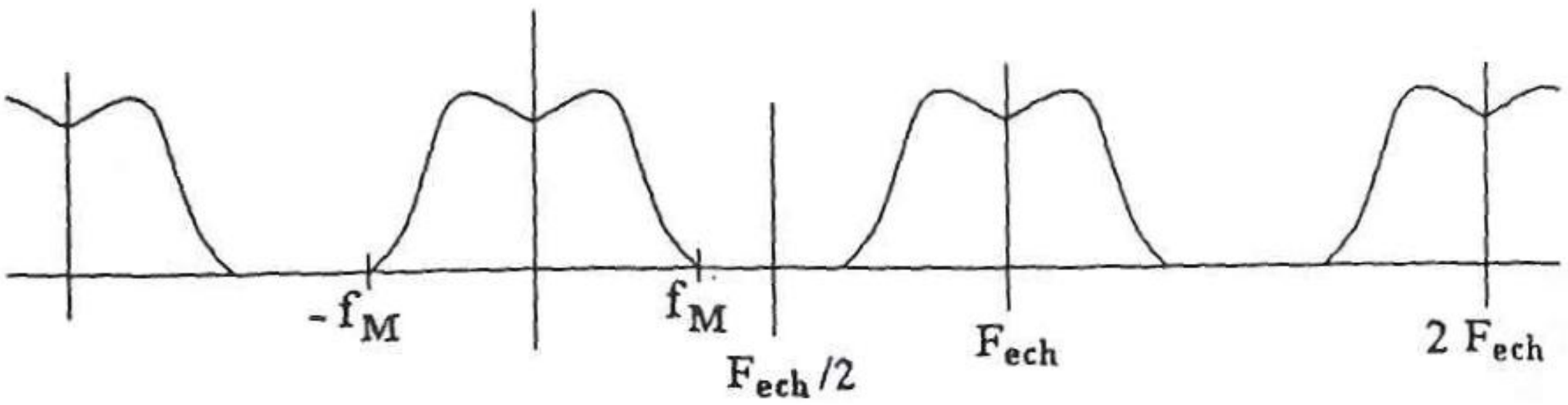
$$\hat{V}(f) = V(f) \otimes F_{ech}\sum_{-\infty}^{\infty}\delta(f - nF_{ech}) \qquad \text{(III - 2)}$$

où le signe $\otimes$ correspond au produit de convolution et où $V(f)$ est le spectre de $v(t)$. Le spectre du peigne de Dirac est aussi un peigne (cf l'analogie en optique des spectres de différents ordres fournis par un réseau de fentes infiniment fines)

$$\hat{V}(f) = F_{ech}\sum_{-\infty}^{\infty}V(f - nF_{ech}) \qquad \text{(III - 3)}$$

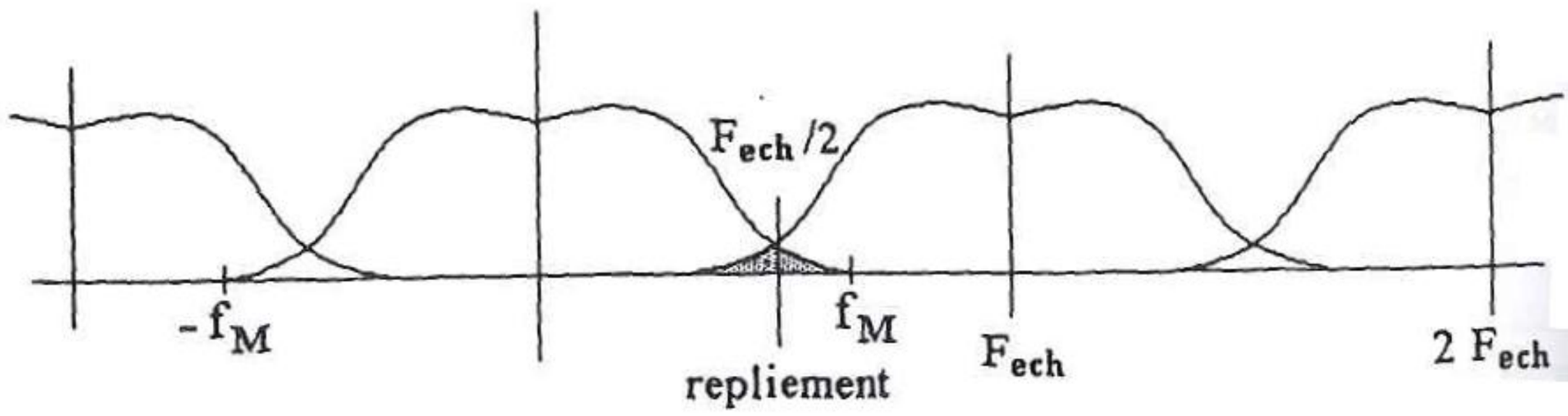
Par commodité, on considère les spectres bilatéraux des signaux dans lesquels figurent à la fois les fréquences positives et négatives ($\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t}+e^{-j\omega t})$).
Si le spectre $V(f)$ est borné et occupe l'intervalle $[-f_M,+f_M]$, le spectre du signal échantillonné s'en déduit par prolongement périodique de période F_{ech} :

fig.5



La figure 5 a été construite dans l'hypothèse où $F_{ech} - f_M > f_M$ soit $f_M < F_{ech}/2$. Dans ce cas, si l'on affiche le spectre dans l'intervalle $[0, F_{ech}/2]$, les spectres de $v(t)$ et de $\hat{v}(t)$ coïncident parfaitement.
En revanche, si la fréquence d'échantillonnage est inférieure à $2 f_M$, les spectres ne coïncident plus (fig.6)

fig.6



De manière imagée, on dit qu'il y a repliement du spectre par rapport à la fréquence $F_{ech}/2$: la partie du spectre qui dépasse $F_{ech}/2$ est vue « comme dans un miroir » (il y a même des repliements multiples si, de plus, le spectre du signal dépasse F_{ech}).
D'où le critère fondamental de l'échantillonnage ou critère de Shannon :

La fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la fréquence maximale du spectre du signal à échantillonner.

Le problème se pose lorsque le spectre du signal n'est pas borné supérieurement ou, plus pratiquement, lorsque la décroissance de V(f) est « lente » : c'est le cas des signaux rectangulaires ou impulsionnels (chaque fois qu'il y a des variations de tension rapides).
La fig.7 présente le spectre d'un signal carré de fréquence fondamentale f_0 = 1960 Hz échantillonné à 25000 Hz . Le spectre de ce signal comprend les harmoniques de rang impair $(2n+1)f_0$ dont les amplitudes décroissent en 1/(2n+1). A partir de l'harmonique 7, les composantes sont repliées une fois. A partir de l'harmonique 13, elles sont repliées 2 fois ...(13.1960 = 25480 : l'harmonique 13 apparaît à 480 Hz).

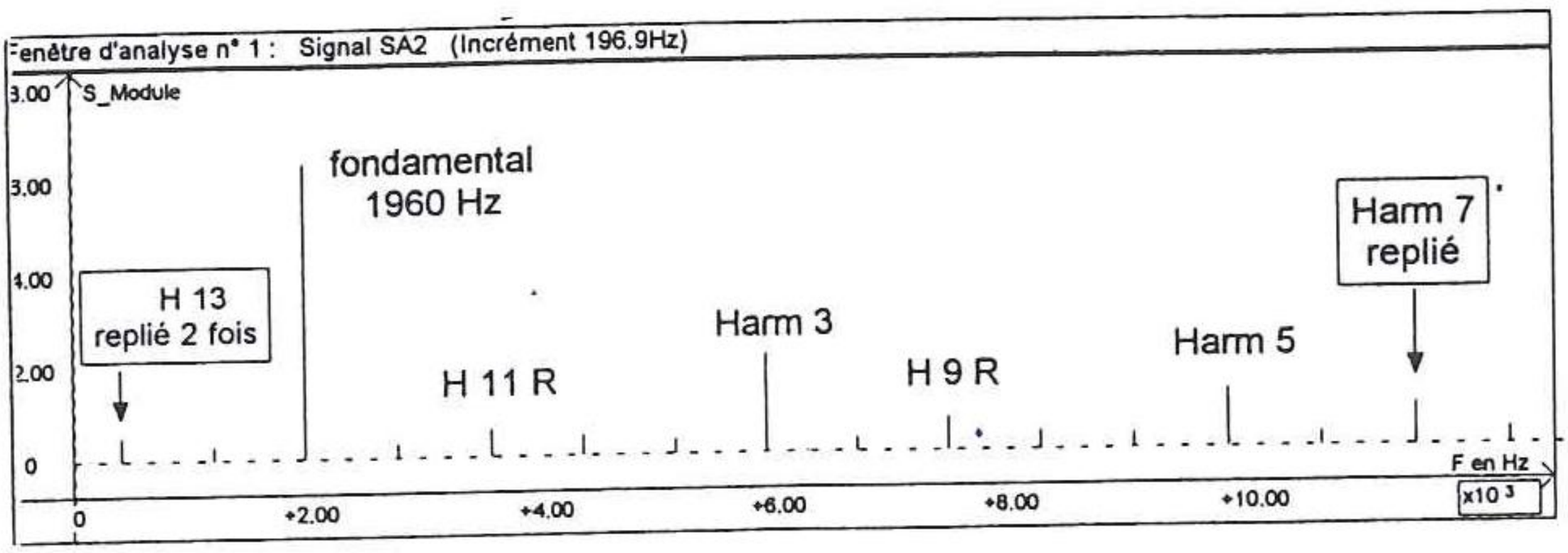


fig.7

Lorsqu'on n'est pas sûr de la limite du spectre, on applique le signal étudié à un filtre passe-bas dit « d'anti-repliement » de bande passante [0, f_{ar}] avant de lui appliquer l'échantillonnage avec $F_{ech} > 2\ f_{ar}$.
En l'absence de ce filtre, il faut interpréter **avec précaution** le spectre fourni par la transformée de Fourier du signal échantillonné.

3.2 - Durée finie de l'enregistrement

Le nombre de points d'acquisition étant limité, il apparaît une autre limitation due à cette troncature temporelle sur le signal de départ.

Transformée de Fourier discrète

Le calcul de la transformée de Fourier discrète d'un signal échantillonné s'effectue au moyen d'un algorithme particulier (mis au point par Cooley et Tuckey dans les années 60) qui a la propriété d'être rapide : la FFT (fast Fourier transform). Cet algorithme nécessite un nombre d'échantillons qui soit une puissance de 2.

Il permet de passer de la suite des échantillons du signal $\{\hat{v}_n\}_{0\le n\le N-1}$ à la suite des échantillons du spectre $\{\hat{V}_k\}_{0\le k\le N-1}$

On a mathématiquement $\hat{V}_k = \sum_0^{N-1} \hat{v}_n \, e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}$ (III - 4)

On retrouve bien $\hat{V}_{k+N} = \hat{V}_k$: le spectre est périodique de période F_{ech} . De même, on peut montrer que le spectre d'amplitude est symétrique par rapport à $F_{ech}/2$.

On montre qu'inversement : $\hat{v}_n = \frac{1}{N}\sum_0^{N-1} \hat{V}_k e^{j\frac{2\pi nk}{N}}$ (III - 5)

Alors, $\hat{v}_{n+N} = \hat{v}_n$: le signal dont on calcule le spectre semble être périodique de période :

$$T_{acq} = (N-1)T_{ech} \approx N\, T_{ech} \qquad \text{(III - 6)}$$

L'allure du signal observé pendant la durée T_{acq} constitue le « motif » du signal de durée infinie dont on calcule le spectre. Il apparaît donc une période factice égale à T_{acq}. Le spectre du signal est alors constitué de raies distantes de $\Delta f = 1/T_{acq}$. De même que les échantillons temporels sont séparés par la période d'échantillonnage T_{ech}, les échantillons fréquentiels le sont par l'intervalle Δf : $\Delta f = 1/T_{acq} \approx F_{ech}/N$

Cette périodicité supposée a des conséquences pratiques importantes :

1 - Si le signal à analyser n'est différent de 0 que sur un intervalle borné $[0, t_M]$, il suffira de choisir $T_{acq} \ge t_M$ pour qu'il n'y ait aucun problème.

2 - Si le signal à analyser est lui-même périodique de période T_s et si la durée d'acquisition est **un multiple entier** de T_s ($T_{acq} = pT_s$), il n'y a pas de problème car le signal reconstitué par reproduction du motif de base coïncide avec le signal de départ : fig.8

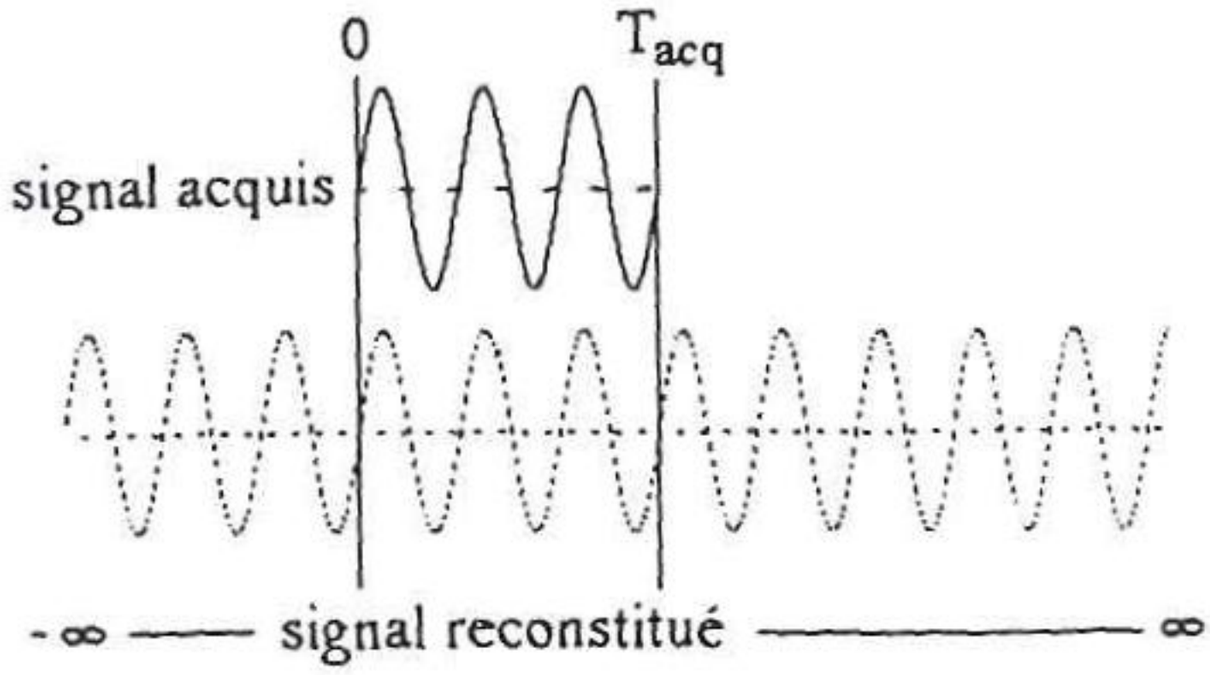


fig.8

A noter qu'alors, la fréquence du signal coïncide avec un des échantillons de l'échelle de fréquence $f_s = m\Delta f$. La transformée de Fourier se ramène à une décomposition en série de Fourier.

3 - Si le signal à analyser est périodique T_s mais si la durée d'acquisition n'est pas un multiple entier de T_s, le signal reconstitué est différent du signal de départ : on voit apparaître des discontinuités aux extrémités de la durée d'acquisition (fig.9). Il en résulte l'apparition de nouvelles composantes spectrales. De plus, la véritable fréquence (pour un signal sinusoïdal

pur) se situe entre deux valeurs discrètes de l'échelle des fréquences : l'intensité de la raie se répartit sur plusieurs composantes et la hauteur du pic donne une estimation médiocre de la véritable intensité (il faudrait faire une somme quadratique des raies appartenant au pic). Ce point est d'autant plus marqué que le nombre « presque entier » de périodes T_s dans T_{acq} est faible et qu'il est voisin d'un demi - entier (le cas le plus défavorable se produit lorsque la durée d'acquisition correspond à une période et demie du signal).

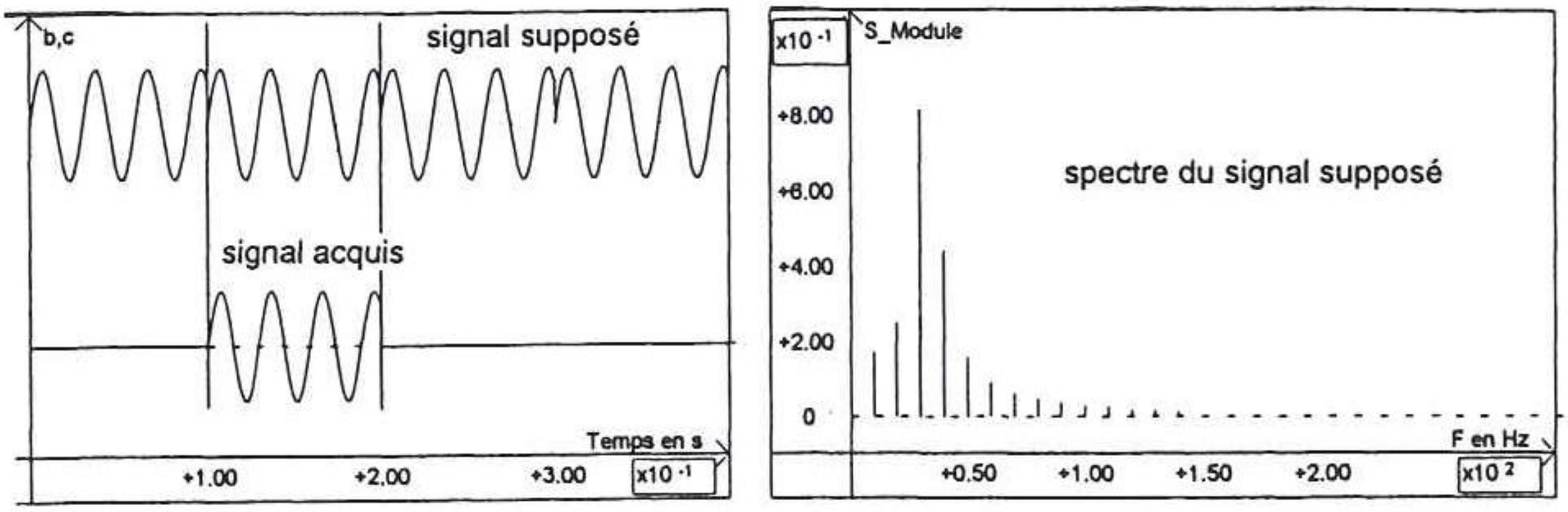


fig.9

Il apparaît donc que le mieux est de réaliser l'acquisition sur un nombre entier de périodes. Mais ce n'est pas toujours possible lorsque la fréquence est inconnue ou variable ou lorsque plusieurs fréquences incommensurables sont présentes (battements, modulation d'amplitude ou de fréquence). Même lorsque c'est possible, il faut pouvoir ajuster la durée totale d'acquisition. De plus, l'algorithme de FFT nécessite un nombre d'échantillons qui soit une puissance de 2 ce qui limite les possibilités d'ajustement.

Remarque : certains logiciels permettent de sélectionner automatiquement ou manuellement la durée d'analyse afin d'avoir un nombre entier de périodes. Naturellement, le nombre d'échantillons n'est plus une puissance de 2 et le logiciel recalcule de nouveaux échantillons par interpolation afin de se ramener à la puissance de 2 immédiatement supérieure.

4 - Fenêtres de pondération

Lorsqu'aucune de ces techniques ne peut être appliquée, il est possible de diminuer l'importance des discontinuités de raccordement par l'emploi de fenêtres de pondération. Leur utilisation n'est pas la panacée au problème posé et demande une certaine pratique :
« The interpretation of results can be a difficult business, even for the experienced, and is often considered more of an art than a science » ref.7

Le principe est le suivant : on diminue le poids des échantillons situés aux extrémités de l'intervalle d'acquisition en multipliant les échantillons par une fonction de pondération. Cette fonction est maximale au centre de l'intervalle et décroît de part et d'autre. On diminue ainsi les discontinuités aux bords de l'intervalle.
Cela diminue l'importance des pieds des raies spectrales mais cette amélioration se fait nécessairement au détriment de la résolution propre de chaque raie[4].

[4] Cette technique est l'analogue, pour les fréquences temporelles, de la méthode d'apodisation utilisée en optique pour diminuer ou supprimer les maximas secondaires des figures de diffraction. Là aussi, on multiplie la fonction de transmission du diaphragme qui présente une discontinuité brutale sur ses bords par une fonction de pondération. L'amélioration se fait au détriment de la largeur de la tache centrale mais le procédé peut être

Différentes fonctions ont été développées. Selon le but poursuivi, on utilisera la mieux adaptée.
Les plus répandues sont les fenêtres de Hamming et de Blackman mais d'autres existent (triangulaires, gaussiennes, ...).

Dans la fonction de Hamming généralisée, le p-ième échantillon est multiplié par :
$\alpha + (1-\alpha)\cos[2\pi(p+N/2)/N]$ (III - 7)
La fenêtre de Hanning correspond à $\alpha = 0,5$ (la fonction s'annule donc sur les bords).
Le cas particulier $\alpha = 0,54$ (fenêtre de Hamming simple) optimise l'atténuation du premier lobe secondaire. C'est généralement la plus intéressante.

La fonction de Blackman fait intervenir 2 fonctions cosinus de fréquences différentes. Elle diminue encore les pieds des raies mais l'élargissement du pic principal devient important.

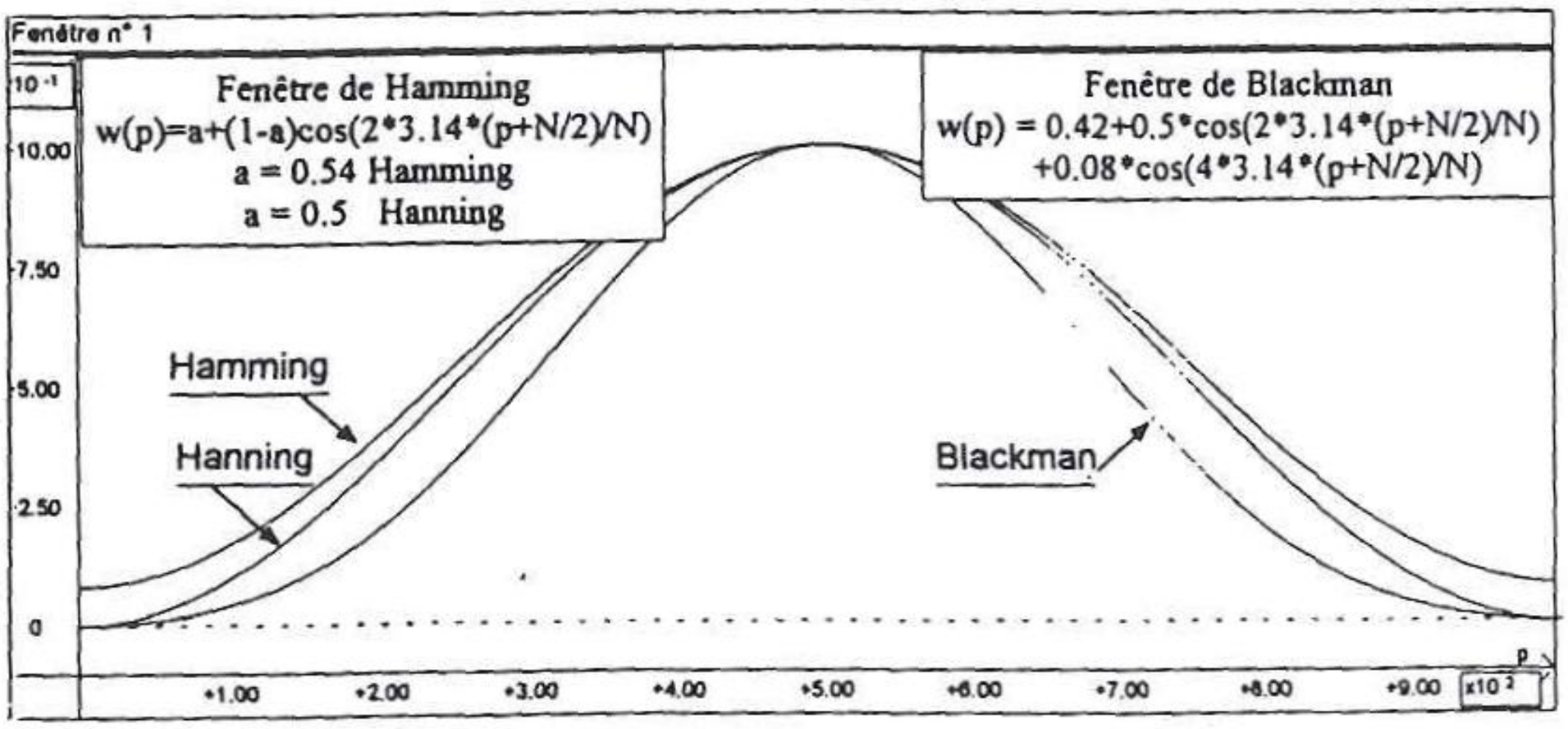


fig.10

Dans tous ces cas, le pic principal est élargi et l'intensité de la raie se répartit sur plusieurs composantes (3 principalement en fenêtre de Hamming). Afin de mesurer correctement l'intensité de cette raie, on ne peut se contenter de mesurer la hauteur de la composante principale. Il faut faire la somme quadratique des amplitudes des 3 composantes. Ceci résulte de l'identité de Parseval :

$$\sum_n |\hat{v}_n|^2 = \frac{1}{N}\sum_k |\hat{V}_k|^2 \qquad \text{(III - 8)}$$

La fig.11 présente les résultats obtenus avec un signal sinusoïdal pur et les différentes techniques :

- il est ici possible de sélectionner un nombre entier de périodes : c'est ce qui donne le meilleur résultat (un pic unique à la fréquence du signal et d'amplitude 1)
- la transformée brute du signal acquis donne un pic assez fin mais avec un pied très important. L'intensité est répartie sur un grand nombre de composantes et naturellement la hauteur du pic est nettement inférieure à 1.
- la pondération de Hamming fournit un pic un peu plus large que précédemment mais les pieds latéraux sont réduits. L'intensité du pic est fournie par la somme quadratique des 3 composantes principales du pic. On ne retrouve d'ailleurs pas l'intensité de départ car le fenêtrage a modifié l'intensité totale (elle est multipliée par 0,397, moyenne du carré de la

---

avantageux lorsqu'il faut détecter une composante faible noyée par les maximas secondaires de la composante principale.

fonction de Hamming). Par contre, s'il y a plusieurs raies, c'est ce même coefficient qui est appliqué à chaque raie.

- la pondération de Blackman accentue les effets du Hamming : pied encore plus faible mais pic central plus large (intensité multipliée par 0,305).

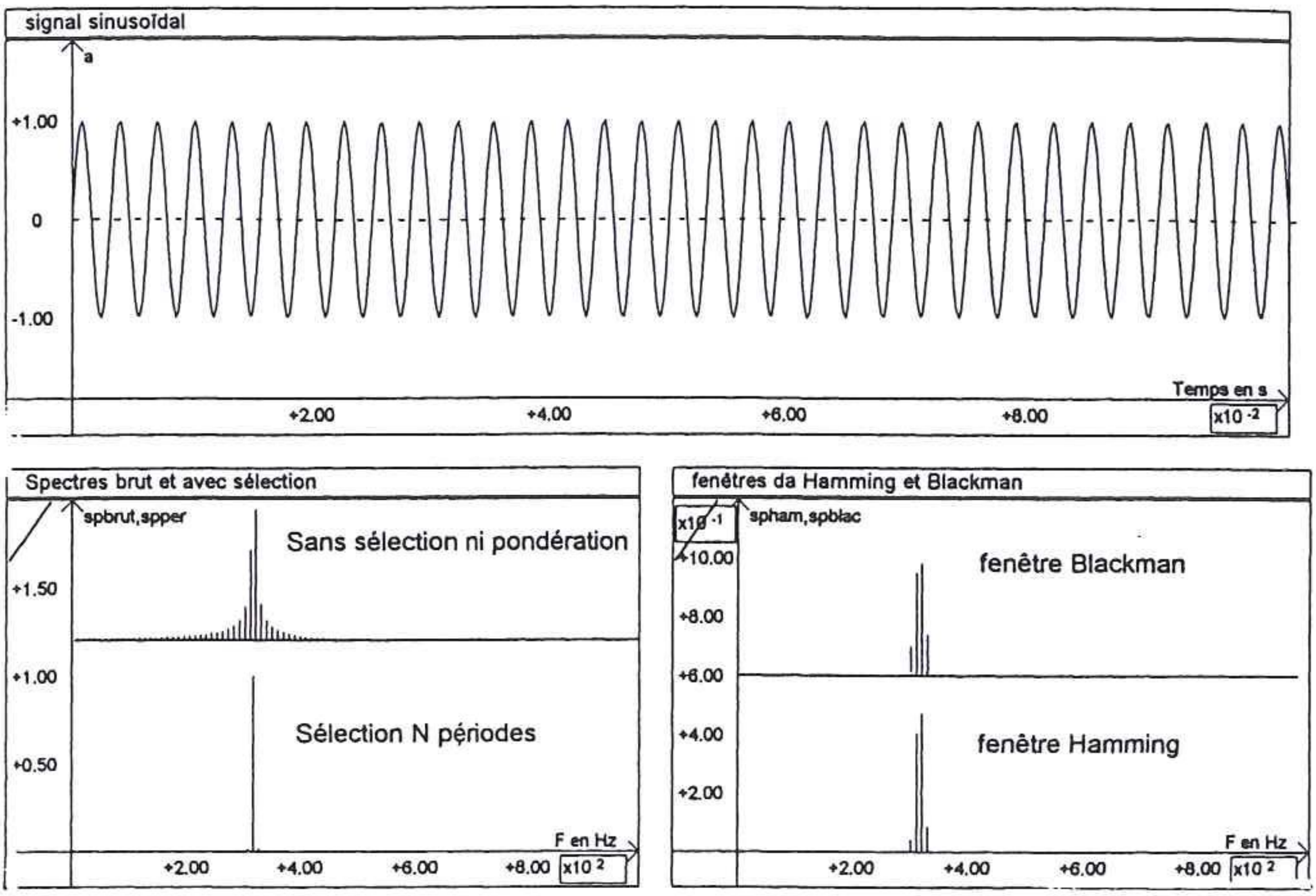


fig.11

5 - Conditions pour faire une bonne analyse spectrale

Le pas de l'échelle de fréquence est $\Delta f \approx F_{ech}/N$. Pour améliorer la résolution du spectre, on a donc intérêt à partir d'un nombre N de points d'acquisition le plus grand possible. Il faudrait aussi diminuer la fréquence d'échantillonnage mais comme il faut respecter le critère de Shannon, il faut garder un nombre de points par période suffisant : 2 points est l'extrême limite mais si l'on veut observer jusqu'à l'harmonique n, il faut prendre au moins 2n points par période du fondamental.

1 - Lorsque le signal est bien périodique , s'arranger pour faire l'acquisition sur un nombre entier de périodes ou sélectionner, après acquisition, une zone de calcul de FFT qui fasse un nombre entier de périodes. On peut, à la rigueur, se contenter d'une période si le signal est bien échantillonné (beaucoup de points par période) ; sinon, prendre le maximum de périodes donc de points. Faire l'analyse sans pondération (fenêtre dite naturelle). Chaque composante du spectre doit être un harmonique de la fréquence du fondamental et doit se présenter comme une raie parfaite (sans élargissement ni pieds)[5].

[5] Le ré-échantillonnage que nécessite la sélection peut faire apparaître de très faibles pieds sur chaque raie.

2 - Lorsque le signal n'est pas véritablement périodique, prendre toujours le maximum de points d'acquisition compatible avec une puissance de 2 (2048 ou 4096) en prenant un échantillonnage qui permette d'avoir un assez grand nombre d'oscillations (ce qui limite, par contrecoup, le nombre de points par période, nombre qu'il faut garder quand même suffisant pour respecter Shannon).
Faire pour commencer une analyse avec fenêtre naturelle (c'est-à-dire pas de pondération). Si les raies obtenues ne sont très « belles » (pieds dissymétriques notables), appliquer une fenêtre de Hamming (éventuellement essayer Blackman). Ne pas introduire de sélection sur la durée d'analyse (le logiciel serait obligé de recalculer de nouveaux points par interpolation).
Les problèmes les plus délicats se rencontrent lorsque le signal présente 2 périodicités d'ordres de grandeur très différents. Par exemple, en modulation d'amplitude ou de fréquence, il est difficile d'avoir une durée d'acquisition qui soit multiple à la fois de la période de la porteuse et de celle de la modulation. Il faut surtout respecter la condition sur la basse fréquence, donc, dans ce cas, s'arranger pour retoucher un peu le temps d'échantillonnage et/ou la fréquence de la modulation lorsque c'est possible.
On peut, dans ce cas, avoir des résultats assez remarquables (fig.12 : modulation de fréquence avec un indice de modulation annulant presque la composante de la porteuse, voir Chap.IX).

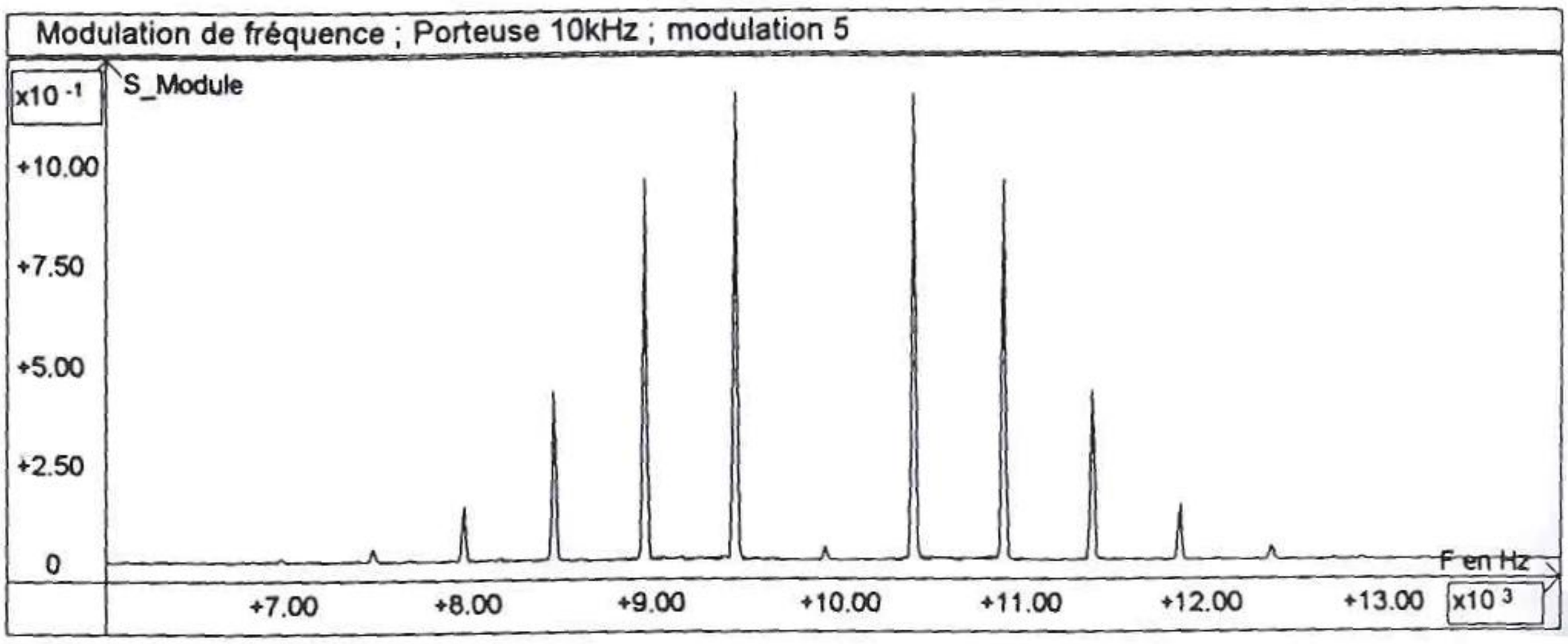


fig.12 Modulation de fréquence (porteuse 10 kHz, modulation 500 Hz, indice 2,4)

REFERENCES

1 - J. Esquieu et F. Manneville ; Théorie du signal et composants ; Dunod
2 - J. Esquieu ; BUP 754 (1993) 707
3 - J. Esquieu ; BUP 754 (1993) 775
D'une manière générale, le BUP n° 754 dédié à l'acquisition et au traitement des données est très instructif.
4 - C. Cance ; BUP 761 (1994) 211
5 - F. de Coulon ; Théorie et traitement des signaux ; Dunod (1984)
6 - M. Kunt ;Traitement numérique des signaux ; Dunod (1981)
7 - P.A. Lynn et W. Fuerst ; Digital signal processing ; Wiley
8 - J. Max et al , Méthodes et techniques de traitement du signal , Masson

CHAPITRE IV

COMPOSANTS

Les composants de l'électronique sont, de nos jours, essentiellement basés sur les propriétés des semiconducteurs. Il apparaît incontournable de faire précéder la description de quelques-uns de ces composants et la présentation de leurs caractéristiques par un rappel, volontairement limité, de quelques notions de Physique des Semiconducteurs. Pour plus de détails, on consultera un ouvrage de Physique du Solide [1,2,3].

1 - Les Semiconducteurs

1.1 - Semiconducteurs intrinsèques

Dans ce qui suit, nous n'aurons à considérer que les électrons « périphériques » des atomes. Pour un atome isolé, ces électrons occupent des états quantiques dont les niveaux d'énergie sont discrets (individualisés). En revanche, pour les atomes constituant un solide, les électrons périphériques occupent des bandes d'énergie continues. Ces bandes d'énergie permises peuvent se recouvrir partiellement ou être séparées par des bandes interdites.
Dans un métal, la bande permise de plus haute énergie n'est que partiellement remplie et des électrons peuvent, par exemple sous l'action d'un champ électrique, occuper un niveau immédiatement supérieur. Ces transitions permettent, de proche en proche, la conduction électrique du matériau.
Dans un semiconducteur (Si, Ge, GaAs,...) on peut considérer une description simplifiée limitée aux deux bandes permises de plus haute énergie dites « bande de valence » et « bande de conduction ». Ces deux bandes sont séparées par une **bande interdite** dont la largeur E_G (le « gap ») est une caractéristique du semiconducteur qui correspond à l'énergie minimale qu'il faut fournir pour faire passer un électron de la bande de valence à la bande de conduction.
L'occupation des états disponibles est déterminée, à l'équilibre thermique à la température T, par la probabilité d'occupation $f(E)$ donnée par la statistique de Fermi-Dirac :

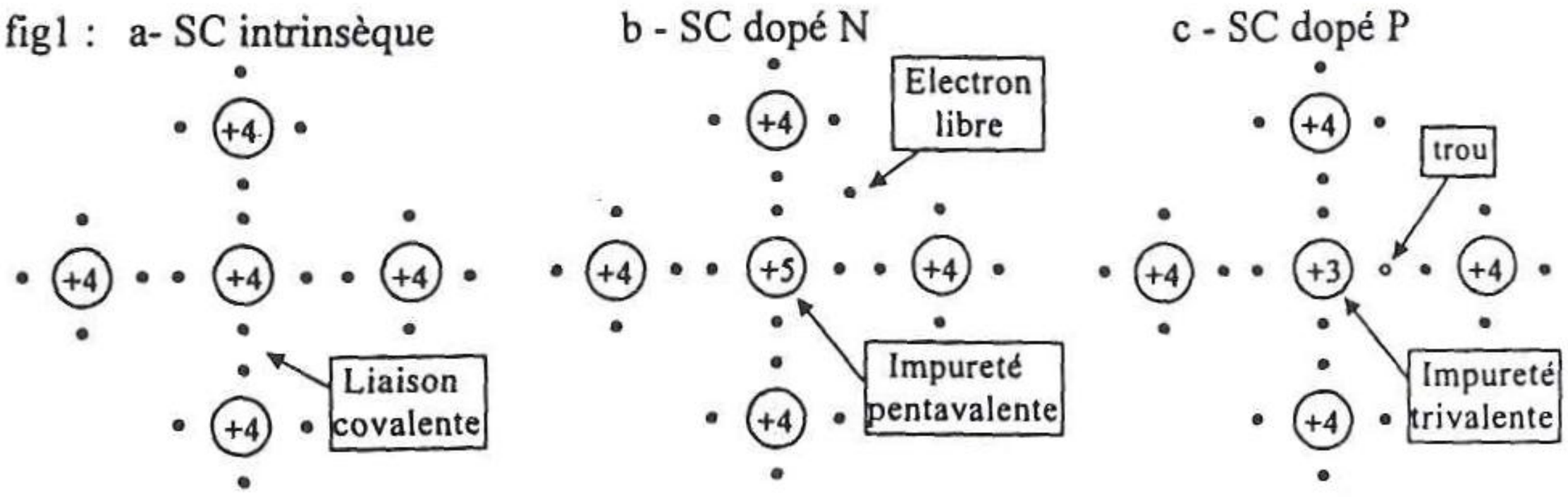
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \qquad \text{(IV - 1)}$$

k est la constante de Boltzmann ($k = 1{,}38\ 10^{-23}\ J.K^{-1}$) et E_F le « niveau de Fermi » qui marque la frontière entre les états occupés et les états inoccupés. Sauf au « zéro absolu », cette frontière n'est pas brutale et s'étend en fait sur une largeur de l'ordre de kT (soit 0,025 eV à T = 300 K).
Dans le cas d'un semiconducteur intrinsèque (pur), on montre que le niveau de Fermi est situé pratiquement au milieu de la bande interdite.
A T = 0 K, la bande de conduction est vide et la bande de valence entièrement remplie si bien que le matériau est isolant.
A la température ambiante, certains électrons peuvent, par excitation thermique, passer de la bande de valence à la bande de conduction laissant ainsi des « lacunes » dans la bande de valence. On montre qu'une telle lacune peut être assimilée à une charge positive +e appelée « trou » qui contribue, **comme** les électrons de conduction de charge –e, à la conduction.

Dans la suite, leurs densités particulaires sont notées n (électrons) et p (trous) : elles sont donc égales dans un SC intrinsèque.
On obtient ainsi pour le Silicium, à T = 300 K, des densités de porteurs : $n = p = n_i$, la densité n_i (dite intrinsèque) étant de l'ordre de 10^{16} m^{-3}.

1.2 - Semiconducteurs dopés

La conductivité des SC peut être considérablement accrue en incorporant au cristal des dopants (ou impuretés) bien choisis.
Prenons l'exemple du silicium dans lequel, lorsqu'il est pur, chaque atome est lié à 4 atomes voisins par covalence (fig.1a).
Il peut être dopé au moyen d'atomes possédant 5 ou 3 électrons périphériques ; ces atomes sont respectivement qualifiés de donneurs (Phosphore, Arsenic) ou d'accepteurs (Bore, Aluminium, Gallium).
Lorsqu'un atome à 5 électrons se substitue à un atome de silicium , il établit 4 liaisons avec les atomes de silicium voisins et « donne » un électron à la bande de conduction (fig1b).
Lorsqu'un atome à 3 électrons se substitue à un atome de silicium, il établit trois liaisons et il se « crée » un trou dans la bande de valence (fig1c).



Même pour des concentrations très faibles des dopants (de l'ordre de 1 atome pour 10^6 atomes de silicium soit environ 1mg/kg), la densité des porteurs devient beaucoup plus grande que dans le SC intrinsèque (de l'ordre de 10^{22} m^{-3}).
On a alors un semiconducteur dopé : de type N lorsque le dopant est donneur ; les porteurs de charge majoritaires sont des électrons car n » p ; de type P lorsque le dopant est accepteur ; les porteurs de charge majoritaires sont des trous car p » n

1.3 - Jonction PN

Le dopage d'un matériau semiconducteur avec des accepteurs d'un côté et des donneurs de l'autre permet de réaliser une « jonction » P-N. Initialement, les gradients de concentration des porteurs ont tendance à les faire diffuser à travers la jonction : des électrons de N franchissent la jonction et se recombinent avec des trous de P ; de même, des trous de P traversent la jonction et neutralisent des électrons de N.
Il se forme ainsi, au voisinage de la jonction, une zone dite de déplétion ou de transition dans laquelle les atomes sont ionisés (>0 dans N, <0 dans P). Ces charges électriques sont la source d'un champ électrique **E** qui a pour effet de s'opposer à la cause qui lui a donné naissance ce qui conduit à un état d'équilibre (dans cet état, il y a compensation des deux causes du courant : diffusion et force électrique). A ce champ est associé une barrière de potentiel V_j entre les deux zones.

Si l'on applique une différence de potentiel extérieure (on dit aussi qu'on polarise la jonction), le comportement sera dissymétrique suivant le signe de cette ddp V :

- en polarisation « inverse » (la partie N reliée à la borne +), la barrière de potentiel augmente et le courant qui circule est dû aux porteurs minoritaires (trous de N et électrons de P). L'intensité résultante qui est pratiquement indépendante de V est notée I_S (courant de saturation inverse).
- en polarisation « directe » (la partie N reliée à la borne –), la barrière diminue ce qui favorise la diffusion des électrons de N vers P et des trous de P vers N. On montre que l'intensité résultante du courant dû aux porteurs majoritaires croît de manière exponentielle avec la tension appliquée.

1.4 - Quelques relations utiles

1.4.1 - Concentration en porteurs d'un SC intrinsèque

$$n_i = AT^{3/2}\exp(-\frac{E_G}{2kT}) \qquad \text{(IV - 2)}$$

E_G est la largeur de la bande interdite : 1,12 eV pour Si, 0,66 eV pour Ge, 1,43 eV pour GaAs
$n_i \approx 1{,}5\ 10^{16}\ m^{-3}$ pour Si ; $2{,}4\ 10^{19}\ m^{-3}$ pour Ge.

1.4.2 - Propriétés d'une diode idéale

■ **Barrière de potentiel**

$$V_J = \frac{kT}{e}\ln\frac{N_A N_D}{n_i^2} \qquad \text{(IV - 3)}$$

N_D et N_A sont les densités en atomes donneurs (dans la zone N) et en atomes accepteurs (zone P). Cela conduit, pour les densités habituelles, à $V_J \approx 0{,}65$ V pour Si et 0,25V pour Ge.

■ **Dépendance de I_S avec T :** $I_S = KT^3\exp(-\frac{E_G}{kT})$ (IV - 4)

■ **Caractéristique courant-tension :** $I = I_s(\exp\frac{eV}{kT} - 1)$ (IV - 5)

Dès que $|V|$ est grand devant kT/e ≈ 25 mV (à 300 K), on peut négliger 1 devant l'exponentielle ou l'inverse (selon le signe de V). Cela donne :

- courant direct d'une diode : $I_d \approx I_S \exp(eV/kT)$
- courant inverse d'une diode : $I \approx -I_S$ (généralement négligeable à température ambiante)

■ **Dépendance de la tension avec T à courant fixé (direct)**

$$\frac{dV}{dT} = \frac{V}{T} - \frac{k}{e}(3 + \frac{E_G}{kT}) \qquad \text{(IV - 6)}$$

1.4.3 - Propriétés des diodes réelles

- Dans les diodes réelles, la dépendance de I_d avec V est **mieux** représentée par une loi du type

$$I = I_s(\exp\frac{eV}{\eta kT} - 1) \qquad \text{(IV - 7)}$$

où η est un coefficient compris entre 1 et 2. Ce nombre dépend du type de diode et aussi de la **région** modélisée (voir 2.2).

- La loi de variation de I_S est modifiée (m dépend de la diode considérée) selon :

$$I_s = KT^m \exp(-\frac{E_G}{\eta kT}) \qquad \text{(IV - 8)}$$

- Le courant inverse ne tend **pas** vers la limite - I_S lorsque |V| augmente.
- Enfin en ce qui concerne la dépendance de la tension directe en fonction de la température on se contentera d'un **ordre de grandeur**, pour le silicium (et aussi pour le germanium) :

$$\frac{dV}{dT} \approx -2 \text{ mV / K} \qquad \text{(IV - 9)}$$

2 - Les Diodes

2.1 - Modélisation de la diode à jonction PN

De nombreux modèles peuvent être utilisés [4], nous nous limiterons à quelques exemples simples :

2.1.1 - Polarisation inverse

Si le courant inverse peut être négligé (cas habituel) la diode (fig.2a) se comporte comme un interrupteur ouvert (fig.2b).

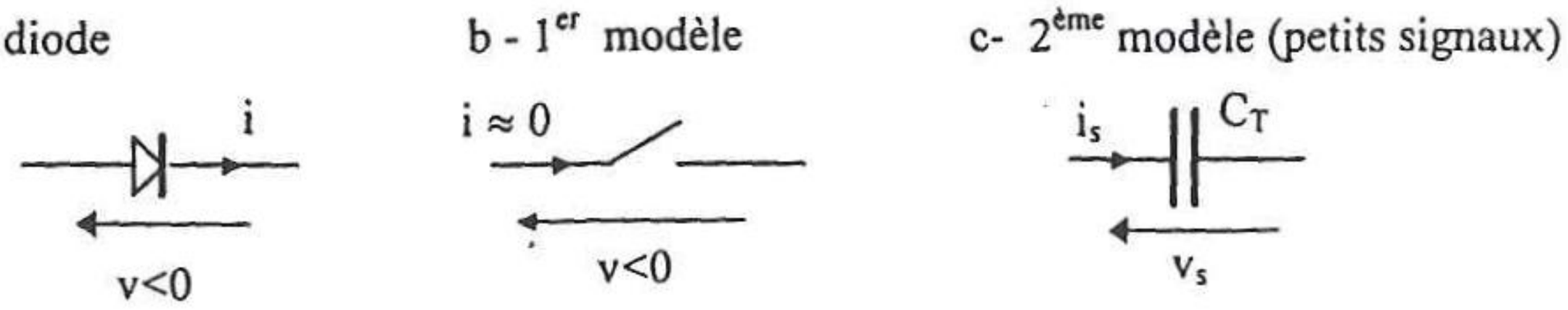


fig.2 - Modèles de diode en polarisation inverse

En régime variable, autour d'un point de fonctionnement ($V_o < 0$, $I_o \approx 0$), il faut faire intervenir pour les « petits signaux » (v_S, i_S) un condensateur (fig.2c) dont la zone de déplétion serait le diélectrique et les régions N et P les armatures (on a posé : $v = V_o + v_S$, $i = I_o + i_S \approx i_S$). La valeur de sa capacité (dite de transition) C_T est faible [qq pF (1N4148), qq centaines de pF (certaines varicaps), qq milliers de pF (zeners de puissance)] et varie en fonction de la tension inverse appliquée ; la loi de variation est souvent donnée sous la forme :

$$C = C_o / \left(1 - \frac{|V_o|}{V_J}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad \text{(IV - 10)}$$

m dépend de la géométrie et du procédé de dopage (ex : jonction « abrupte » m = 2, jonction graduelle m = 3).
Ce phénomène peut être mis à profit pour réaliser un condensateur dont la valeur de C est variable par l'intermédiaire de V_o (varicaps).

2.1.2 - Polarisation directe

En première approximation, autour d'un point de fonctionnement (V_0,I_0), la diode (silicium) (fig.3a) est représentée (fig.3b) par une f.e.m. voisine de 0,6 V (tension de seuil) en série avec une résistance (dynamique) :

$$r_d = \frac{dV}{dI} = \frac{\eta}{I_0}\frac{kT}{e} \qquad \text{(IV-11)}$$

En ordre de grandeur : $r_d(\Omega) \approx \frac{30}{I_0(mA)}$

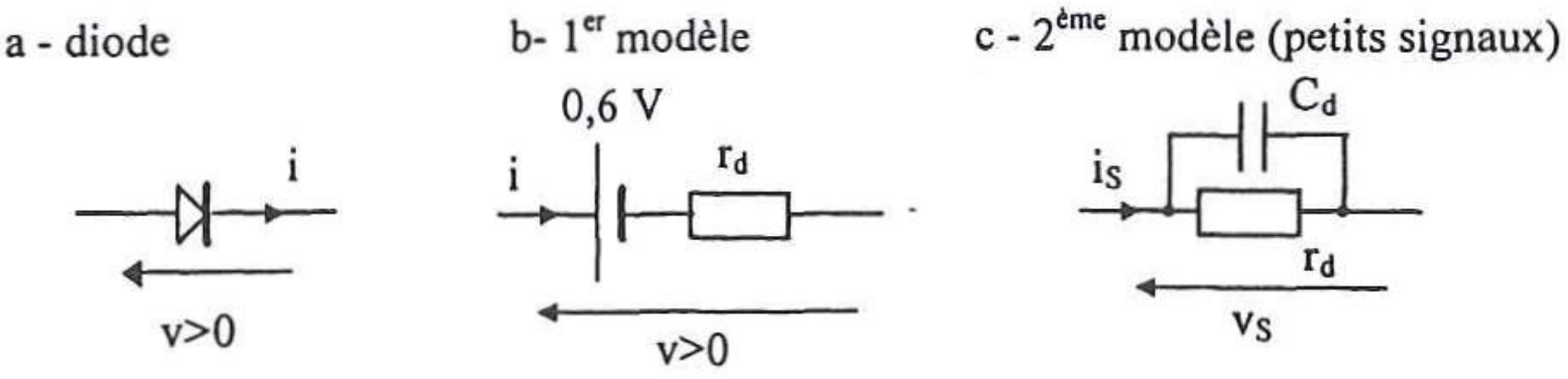


fig.3 - Modèles de diodes en polarisation directe

En régime variable, il existe également une capacité de même origine qu'en inverse mais surtout, on doit faire intervenir une capacité dite de diffusion (ou de stockage). Supposons, pour simplifier, le dopage dissymétrique de telle manière que le courant soit essentiellement dû aux trous. En direct, le grand nombre de trous en transit dans la région N va provoquer un excès de recombinaisons avec les ions fixes négatifs (excès par rapport à l'état d'équilibre). Cela correspond à une charge « stockée » qui varie si l'on modifie le courant traversant la diode. On associe à ce phénomène une capacité $C_d = \tau/r_d$ où τ est le temps de recombinaison des porteurs. L'effet de ces charges stockées est mis en évidence lorsqu'on fait passer une diode de direct en inverse (voir en 2.4).

2.2 - Caractéristique statique I = f (V)

Les problèmes posés par le tracé des caractéristiques à l'oscillo ou au moyen d'une carte d'acquisition ont déjà été traités au Chap.I § 1.1

Dans le cas de l'oscilloscope prendre une fréquence de l'ordre de quelques centaines de Hz ; lorsque la fréquence augmente, la courbe se dédouble à cause d'effets capacitifs.

Montrer la tension de seuil de conduction V_S qui est de l'ordre de 0,6 V pour le silicium et visualiser les courants et les tensions (fig.4 pour une enregistrement avec une carte). Le courant ne devient notable que lorsque la tension appliquée atteint une valeur de l'ordre de 0,6 V et, à partir de cet instant, la tension aux bornes de la diode est pratiquement constante.

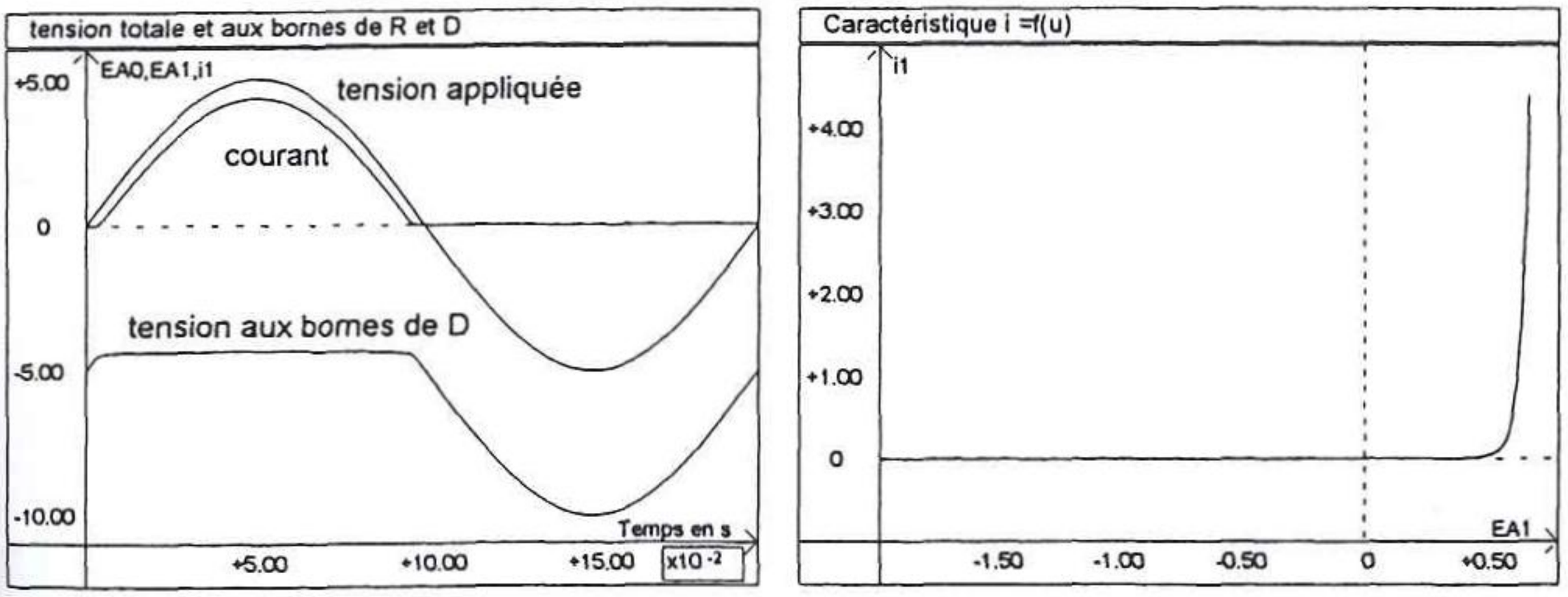


fig.4 - Tensions observées et caractéristique

En effectuant une acquisition informatisée il est possible de vérifier la forme de la caractéristique en modélisant par une fonction exponentielle la partie correspondant à un courant mesurable (compte tenu de la quantification de la conversion analogique-numérique).

La fig.5abc représente les résultats obtenus pour différentes jonctions : diode 1N 4007, zener 6,8 V, jonction BE d'un transistor 2N 2219. Dans le domaine de tension et de courant considérés, le coefficient η de la formule varie entre 1 et 2.

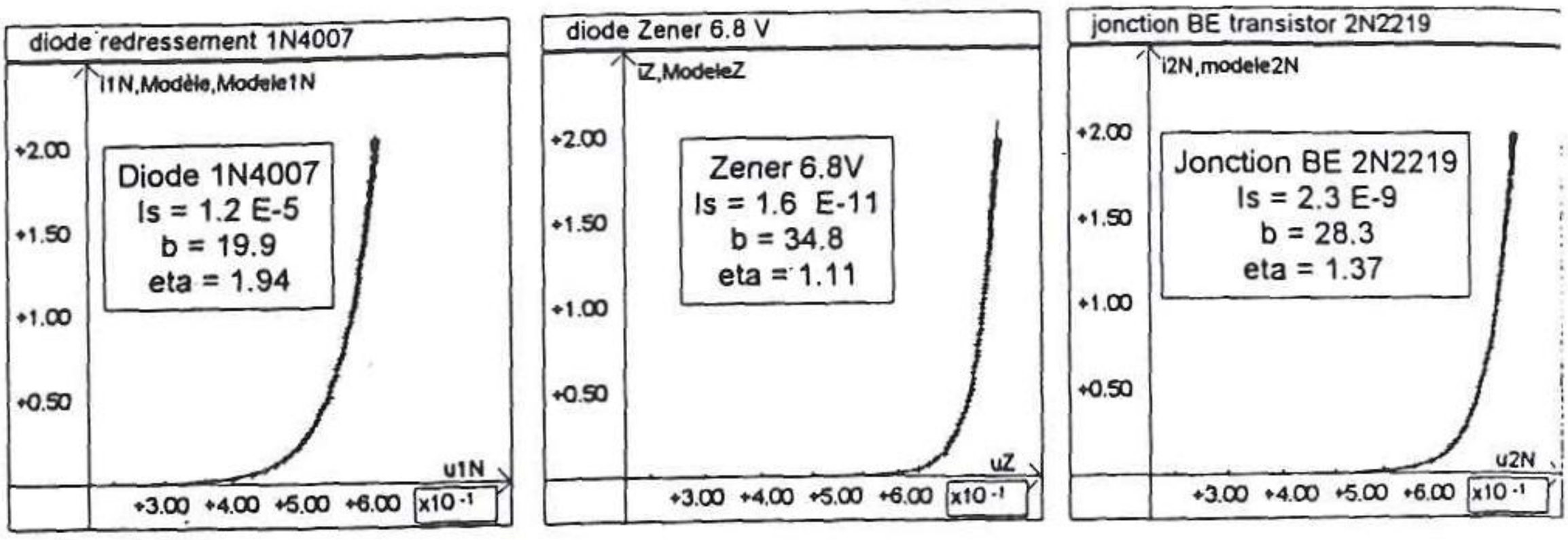


fig.5 - Modélisations pour différentes jonctions

Mais il est encore plus intéressant de vérifier cette forme exponentielle sur une grande dynamique (entre 0,1 et 0,7 V) en mesurant point par point le courant en fonction de la tension aux bornes de la diode. On réalise un montage courte dérivation et, si nécessaire, on corrige le courant mesuré pour tenir compte de celui qui passe dans le voltmètre (à noter que certains multimètres numériques ont une résistance interne très élevée sur les petits calibres[1] ; un montage suiveur peut aussi rendre le voltmètre « parfait »). Mesurer le courant avec un microampèremètre 20000 points. Pour les tensions directes les plus faibles, la mesure de l'intensité peut aussi se faire avec un galvanomètre, un nanoampèremètre ou avec un voltmètre numérique (de résistance interne 10 MΩ) branché en série (I = Vmes/10^7) (fig.6a).

V (V)	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
I (µA)	0,03	0,10	0,29	0,84	2,91	9,1	28,6	92	258	745	1970	5450

(Il pourra être nécessaire aux faibles intensités de placer en parallèle sur la diode un condensateur (0,1 µF par exemple) pour diminuer le bruit).

Le tracé en coordonnées semilog (fig.6b) permet de mesurer la pente et de montrer la grande dynamique (plus de 4 décades) de la modélisation exponentielle. La valeur de η est voisine de celle trouvée précédemment.

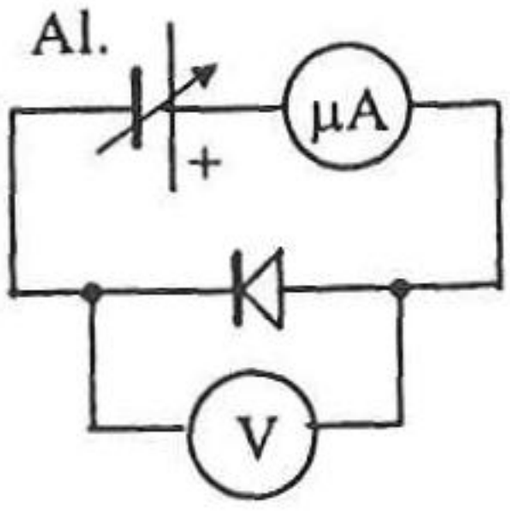


fig.6a - Méthode de mesure

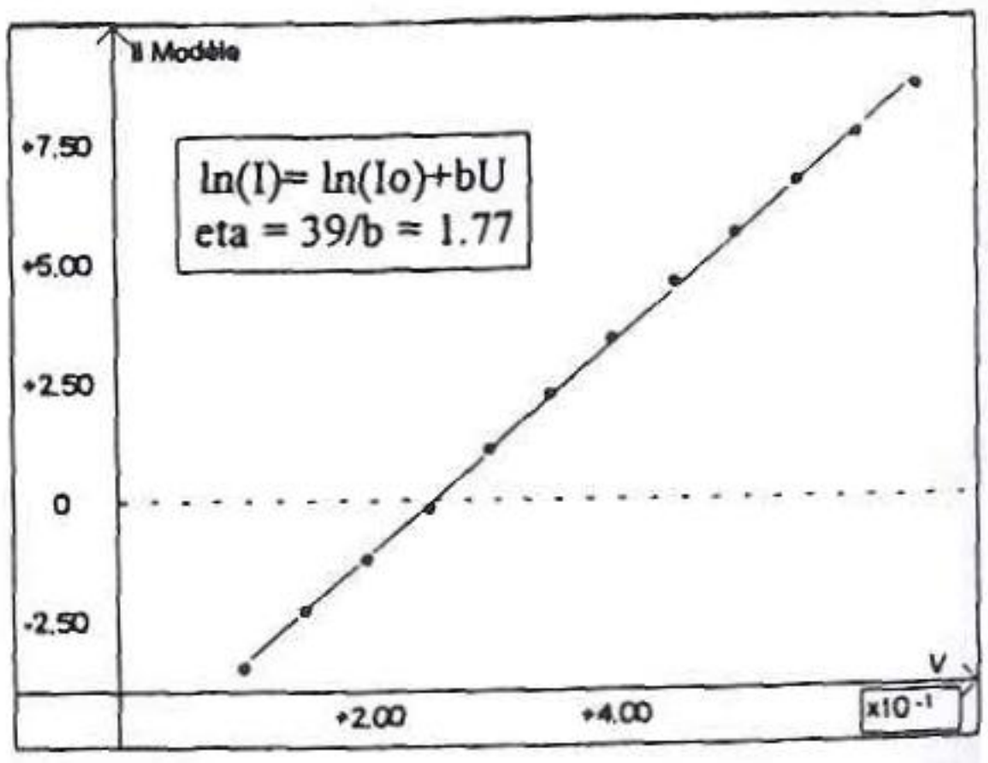


fig.6b - I = f(V) en coordonnées semilog

Finalement un simple diode s'avère être une dipôle très complexe dont le comportement peut s écarter notablement des modèles théoriques élémentaires (cf. [5,6] pour des compléments).

---

[1] Par exemple > 10000 MΩ (jusqu'à 10 V) pour le HP34401 A

.3 - Effets de la température

Nous avons vu que la tension aux bornes d'une diode silicium est, lorsqu'elle est passante, de 'ordre de 0,65 V (pour un courant de 1 mA). Mais cette tension dépend légèrement de la empérature. En traçant la caractéristique à l'oscillo, on constate en chauffant la diode (avec n sèche-cheveux par exemple) que la partie directe est translatée horizontalement sur la auche (en chauffant plus, on constate aussi que le courant inverse augmente sensiblement). On peut montrer qu'à courant constant, la tension directe varie de ≈ -2 mV/°C (voir formules V-9 ou V-32). On trouvera plus de développements au Chap.V § 3.1.

.4 - Régimes de commutation

On réalise le montage de la fig.7 où le générateur délivre un signal carré avec un décalage ariable, la tension prenant donc les valeurs E_1 et E_2 et on examine la forme du courant lors es 2 commutations. Pour cette expérience on comparera différentes diodes : une diode de edressement (1N 4007) et une diode « rapide » de signal (1N4148), une varicap (BB212).

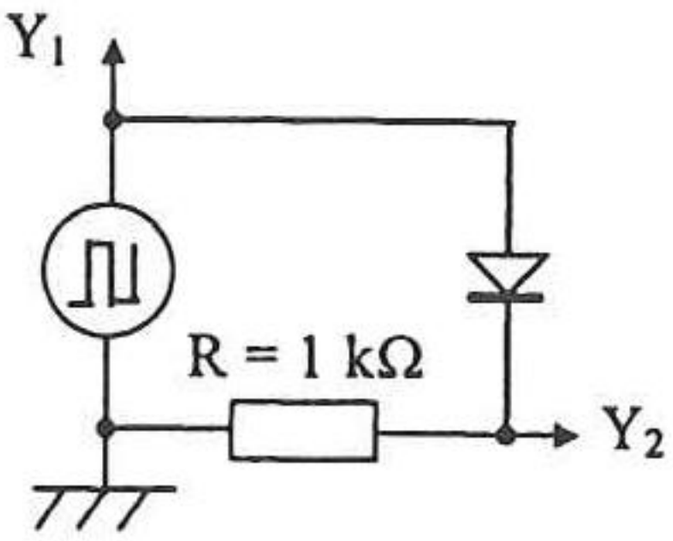
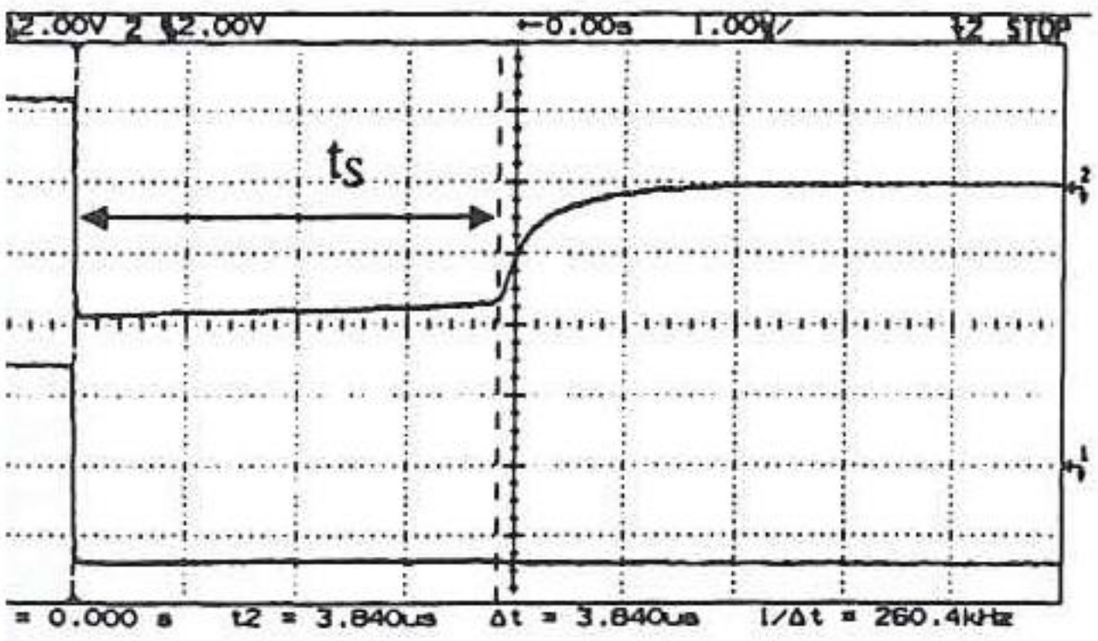


fig.7 - Etude de la commutation :

a - Passage : passant - bloqué (1N4007)



b - Passage bloqué - passant (BB212)

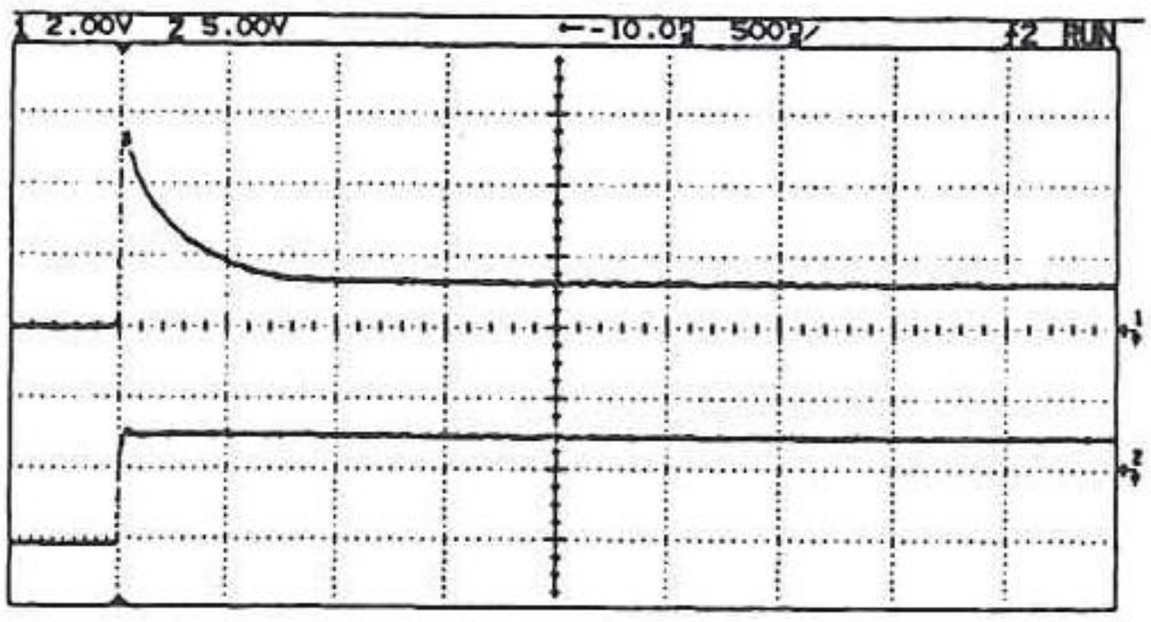


fig.8 - Commutations de diodes

assage passant - bloqué (E_1 positif >0.7 V, E_2 négatif)

our une diode de redressement la forme du courant est représentée en fig.8a. On met en vidence un palier de courant négatif qui correspond à l'évacuation des charges stockées. elle-ci s'effectuant à la fois par recombinaison et par diffusion [1], la durée correspondante (dite de (dé)stockage) dépend des tensions E_1 et E_2 et du temps de recombinaison. Une ude élémentaire [7] basée sur le modèle de la fig.2c conduit à la relation :

$$t_S = \tau \ \ln\left(1 + \frac{E_1}{|E_2|}\right) \qquad \text{(IV - 12)}$$

n prenant plusieurs valeurs de E1 et E2 (par exemple {-3,3},{-2,4}, {-1,5}), on peut tester tte relation (elle est grossièrement vérifiée) et estimer $\tau \approx 5$ µs.

est intéressant de substituer à la diode de redressement standard (1 N41007) une diode de gnal rapide (1N4148).

Dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment on constatera que la transition est pratiquement instantanée. Il n'est pas possible de mesurer τ sans appareils très sophistiqués !
Les constructeurs caractérisent les diodes par un « temps de recouvrement inverse » t_{rr} défini dans des conditions bien déterminées, il est (généralement) du même ordre de grandeur que τ.
Ce paramètre est essentiel pour déterminer la fréquence maximale à laquelle la diode peut fonctionner en tant qu'interrupteur.

Passage bloqué - passant (E_1 négatif, E_2 positif >0.7 V)
Dans les deux régimes permanents le courant vaut d'une part : I_S (pratiquement nul), d'autre part : $\approx E_2/R$ (en négligeant la chute de tension dans la diode). Le régime transitoire est dominé par la capacité C_T (dont la valeur dépend d'ailleurs de la tension !). Pour voir facilement la pointe de courant (fig.8b) correspondante, il faut prendre une « varicap » (BB212), les deux autres diodes utilisées ci-dessus ayant des capacités bien trop faibles. Les tensions choisies sont : {-2V, 6V}. Cette « pointe » de courant permet d'estimer la capacité C_T à environ 300 pF (ce qui semble correct pour cette diode).

2 .5 - Différents types de diodes

2.5.1 - Diode de redressement et diode de signal

Les diodes de redressement standard (de type 1N400X - X de 1 à 7) sont formées de jonctions P^+N (la zone P est beaucoup plus dopée que la zone N). Elles supportent un courant direct permanent de l'ordre de 1 A (mais des courants impulsionnels brefs bien plus grands -30 A - ce qui se passe lorsqu'on effectue un redressement - filtrage par condensateur en tête).
Elles supportent une tension inverse élevée (50 V pour une 1N4001 à 1000 V pour une 1N4007) et le courant inverse est de l'ordre de quelques µA à V_R(max) et à 25 °C mais il double tous les 10°C. Le temps de recouvrement est de l'ordre de la dizaine de µs (il dépend des tensions directe et inverse) et on ne peut les utiliser au-dessus de quelques kHz.
Il existe aussi des diodes de redressement « rapides » (c-à-d à faible temps de recouvrement), elles sont utilisées dans les convertisseurs de l'électronique de puissance (Chap.XII).
Les diodes de signal (1N4148, 1N914) sont réalisées avec des zones P et N faiblement dopées (le fabricant ajoute aussi certaines impuretés pour diminuer le temps de recombinaison). Elles supportent des courants directs plus faibles que les précédentes (une centaine de mA). Le courant inverse est faible (25 nA à $V_R = 20V$ et 25°C). Les temps de commutation sont très courts (quelques ns) et ces diodes peuvent être utilisées en électronique rapide.

2.5.2 - Diodes régulatrices de tension (Zener)

Lorsqu'on augmente la tension inverse appliquée à une jonction, on arrive au claquage de celle-ci et le courant augmente très rapidement (il n'est plus limité que par le circuit extérieur). Ce claquage est réversible si la puissance est limitée.
Il y a en fait deux causes de claquage :

- par effet Zener : dans le cas de zones fortement dopées (P^+N^+), la zone de charge d'espace est très étroite et le champ électrique intense peut ioniser le matériau et créer ainsi des porteurs minoritaires qui augmentent le courant inverse.
- par effet d'avalanche : le champ électrique accélère les porteurs minoritaires (habituels ou ceux créés par effet Zener) et peut ioniser le matériau par impact ce qui conduit à une multiplication des porteurs.

Dans la pratique, on appelle diode Zener une diode dans laquelle on utilise cet effet de claquage. La caractéristique présente alors en inverse une région pour laquelle le courant

gmente très rapidement (fig.9) alors que la tension, appelée tension Zener, reste ıtiquement constante (d'où la dénomination de diode régulatrice).
r le dopage des zones N et P, on sait contrôler cette tension et l'on trouve, dans les :alogues des fabricants, des diodes pour des tensions entre 2,4 V et quelques dizaines de V même 500 V !). Pour les diodes dont la tension Zener est inférieure à 5 V, le coude de nduction en inverse est arrondi. Au-dessus de 5 V, l'effet d'avalanche devient prépondérant le coude est beaucoup plus franc ; la résistance dynamique est aussi plus faible (surtout tre 6 et 10 V).
tension Zener dépend un peu de la température. La dépendance est de l'ordre de –2 mV/°C)ur 3V) à +5 mV/°C (pour 9 V). Elle s'annule vers 5 V.

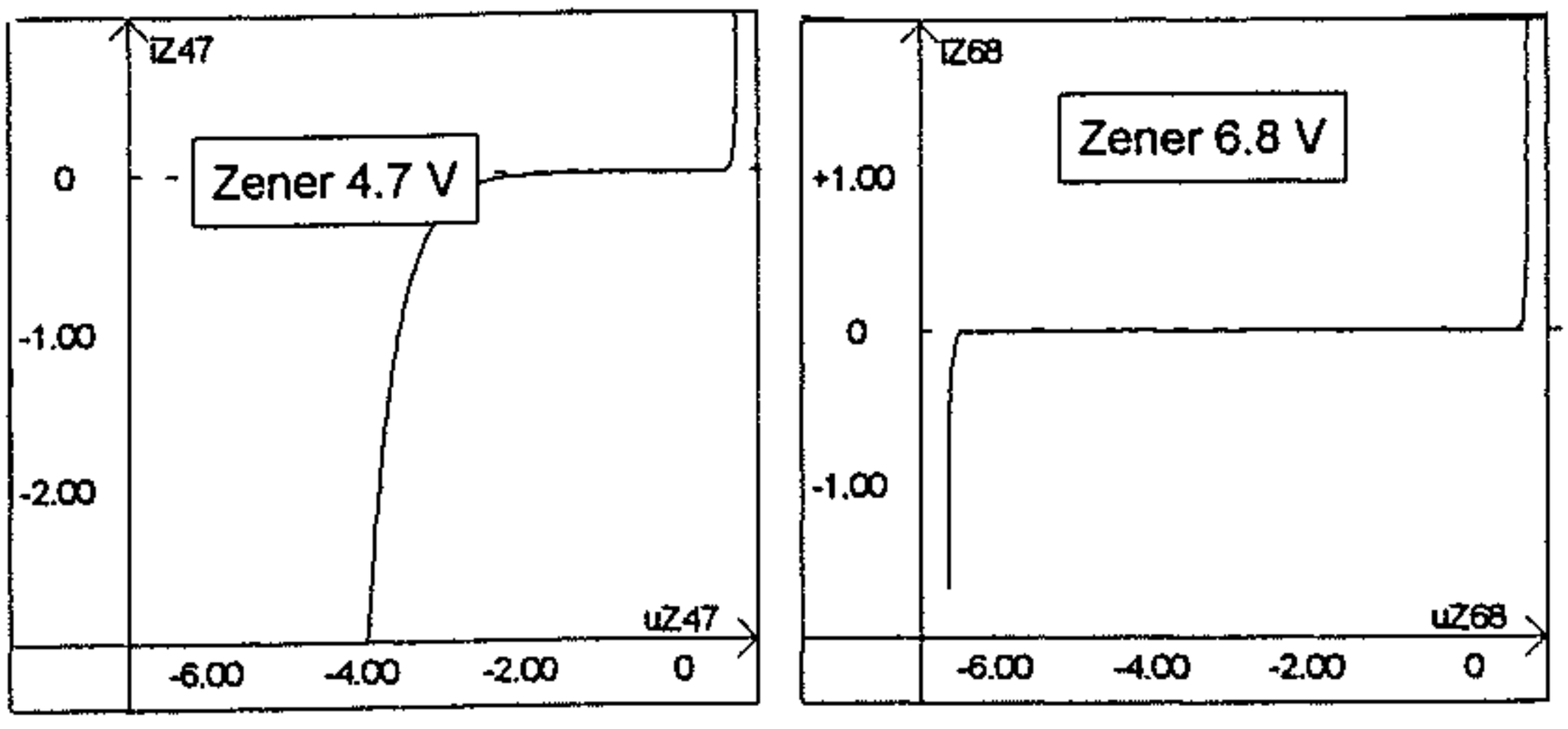
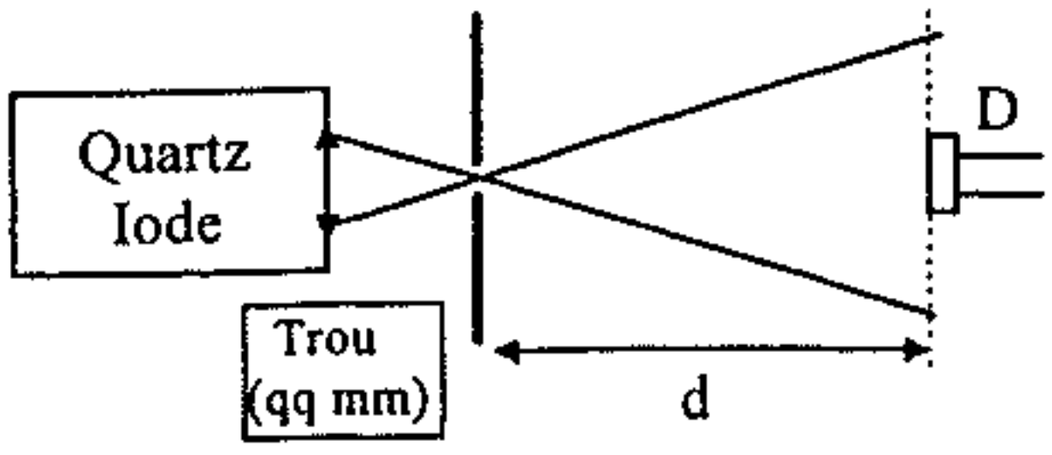


fig.9 - Caractéristiques de 2 diodes Zener (4,7 V et 6,8V)

5.3 - Photodiode

courant inverse d'une diode est associé aux porteurs minoritaires qui sont, à température ıbiante, très peu nombreux. Si un photon possède une énergie suffisante pour créer une ire électron-trou, il crée des porteurs supplémentaires. Le courant produit par cet effet otoélectrique interne est proportionnel au nombre de photons d'énergie supérieure au gap matériau. Cela correspond à $\lambda<hc/E_G$ soit, pour le silicium, à $\lambda< 1{,}1$ µm. Les photodiodes sont donc sensibles au rayonnement visible et au proche infra-rouge.
ıe photodiode est une jonction de type PIN (la zone centrale de type intrinsèque sépare la ne N constituant le substrat de la zone P très peu épaisse afin d'être transparente aux ıotons incidents).
'acer la caractéristique d'une photodiode (même montage que pour la diode ordinaire) pour fférents flux lumineux incidents. Il est intéressant de vérifier la proportionnalité entre le urant inverse et le flux lumineux en faisant varier celui-ci de manière connue (en utilisant luxmètre). En son absence, on peut utiliser diverses méthodes de gradation. Par exemple
des filtres d'absorption connue (densités optiques)
un faisceau lumineux conique vérifiant une loi en $1/d^2$ (fig.10)



N.B. Vérifier l'homogénéité de l'éclairement sur la section du faisceau

fig.10 - gradation géométrique

- un ensemble polariseur - analyseur vérifiant la loi de Malus ($\phi = \phi_0 \cos^2\theta$). Utiliser une source « monochromatique » visible car les polaroïds ont un mauvais pouvoir polarisant dans l'infrarouge (où la diode est sensible).

La caractéristique (fig.11) montre aussi que la photodiode est un composant actif qui se comporte, dans le 4ème quadrant, en générateur (photopile).

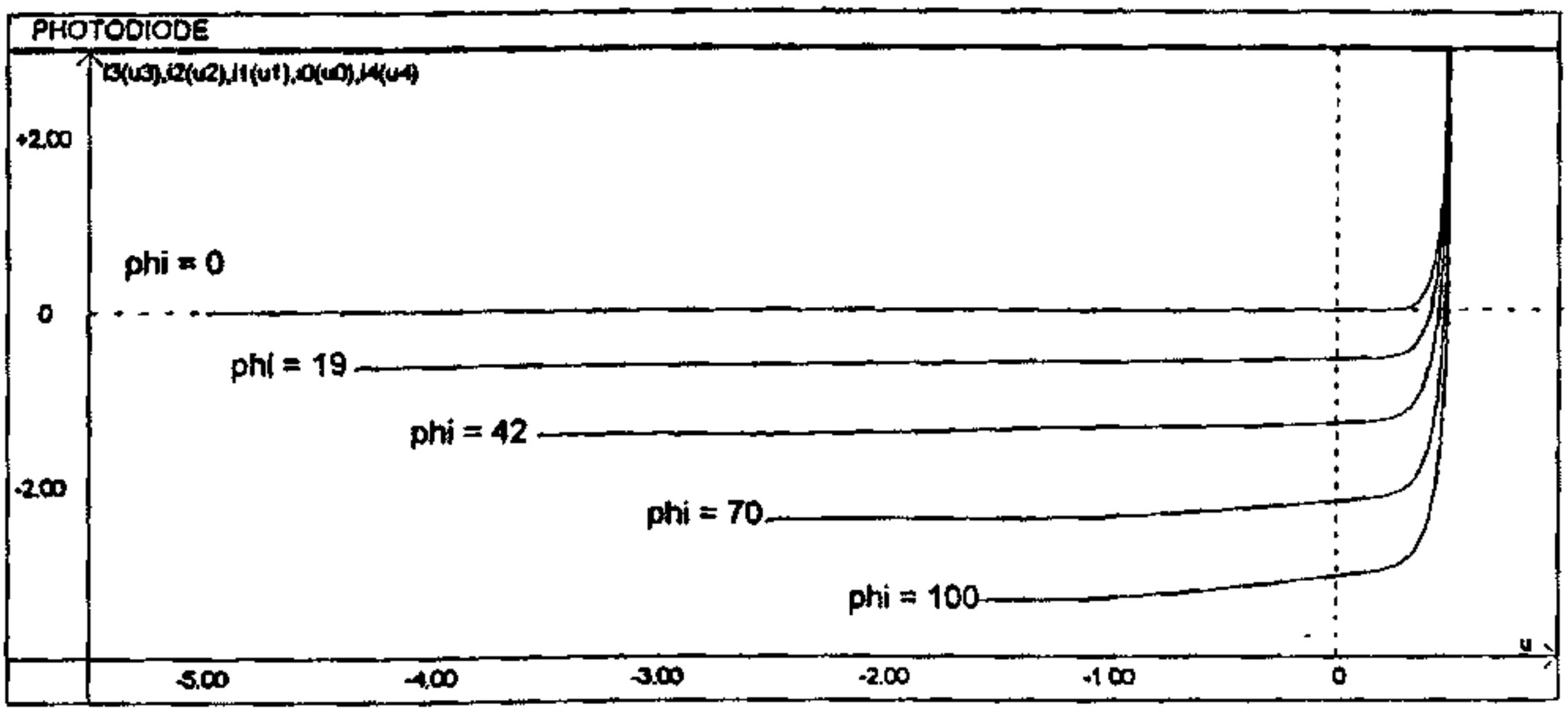


fig.11 - Caractéristique de la photodiode

2.5.4 - Diode électroluminescente (LED ou DEL)

Lorsqu'une jonction est polarisée en direct et sous certaines conditions, les recombinaisons peuvent devenir radiatives : il y a émission de lumière, l'énergie du photon étant au moins égale à celle du gap :

$$\lambda = \frac{hc}{E_G} \quad \text{d'où} \quad \lambda(\mu m) = \frac{1{,}24}{E_G(eV)} \qquad \text{(IV - 13)}$$

Les DEL sont généralement réalisées à partir d'alliages ternaires Ga $As_{1-x} P_x$. En faisant varier x et en introduisant des impuretés d'azote, on peut faire des émissions à différentes longueurs d'onde :

Ga As : infrarouge 0,87 µm (E_G = 1.43 eV)
Ga $As_{0.6} P_{0.4}$: rouge (0,65 µm)
Ga $As_{0.15} P_{0.85}$ (N) : jaune (0,58 µm)
Ga P (N) : vert (0,56 µm)
Avec SiC on obtient même du bleu (0,48 µm)
Le silicium ne peut pas être utilisé pour la fabrication des DEL car la recombinaison nécessite l'intervention d'un phonon et est très peu probable (structure de bande dite « indirecte » - voir un ouvrage de Physique du solide [1,2,3]).

Tracer à l'oscillo la caractéristique d'une DEL et déterminer le seuil de la diode (on trouve de 1,2 V -infra-rouge- à 2,7 V -bleue-). Attention aux limitations de puissance (courant direct maximum de quelques dizaines de mA) et de tension inverse (entre 5 et 10 V).

- Le transistor bipolaire (à jonctions)

.1 - Principe

ans une jonction PN polarisée en inverse, le courant (très faible) est constitué par les orteurs minoritaires (les électrons de P et les trous de N) soumis à l'action du champ ectrique. Si l'on injecte dans la zone P une quantité importante d'électrons en faisant en orte qu'ils ne se recombinent pas avec les trous (porteurs majoritaires), le courant inverse de jonction PN sera essentiellement dû à cette injection. Celle-ci est réalisée par une autre nction NP polarisée en direct dont la zone P est commune avec la précédente. On a alors un ansistor NPN dont les 3 zones sont :

la base P, « point » commun des 2 jonctions

l'émetteur, zone N de la 2ème jonction qui injecte les électrons dans la base

le collecteur, zone N de la première jonction

e courant du collecteur sera donc presque égal au courant de l'émetteur $I_C = \alpha I_E$ avec α ompris entre 0,95 et 0,998. La différence correspond au courant base : $I_B = I_E - I_C$ et on définit n gain en courant $\beta = I_C/I_B = \alpha/(1-\alpha)$ [souvent compris entre 20 et 500]

fin que les recombinaisons soient limitées, la base est mince (quelque µm) et peu dopée 0^{22} m^{-3}). En revanche, l'émetteur est fortement dopé N (10^{24} m^{-3}) afin de diminuer importance des trous dans le courant EB. Le collecteur est faiblement dopé N (10^{21} m^{-3} près la jonction).

ien que le transistor soit en apparence symétrique (NPN), on ne peut pas permuter émetteur collecteur dont les dopages sont très différents (si on le fait, on trouve que le gain en ourant est très faible).

e la même manière, on peut constituer un transistor PNP dans lequel le courant principal est n courant de trous. En pratique, le NPN est préféré pour des raisons techniques (mobilité plus nportante pour les électrons que pour les trous et dopages plus faciles à réaliser) et c'est donc elui-ci qui sera étudié maintenant.

2 - Caractéristique statique du transistor NPN

ien qu'il ne soit pas indispensable de connaître l'ensemble des caractéristiques du transistor our savoir l'utiliser, il est intéressant de les tracer en cours de préparation pour en omprendre le comportement.

.2.1 - Montage de principe

n trace les caractéristiques (fig.12) :

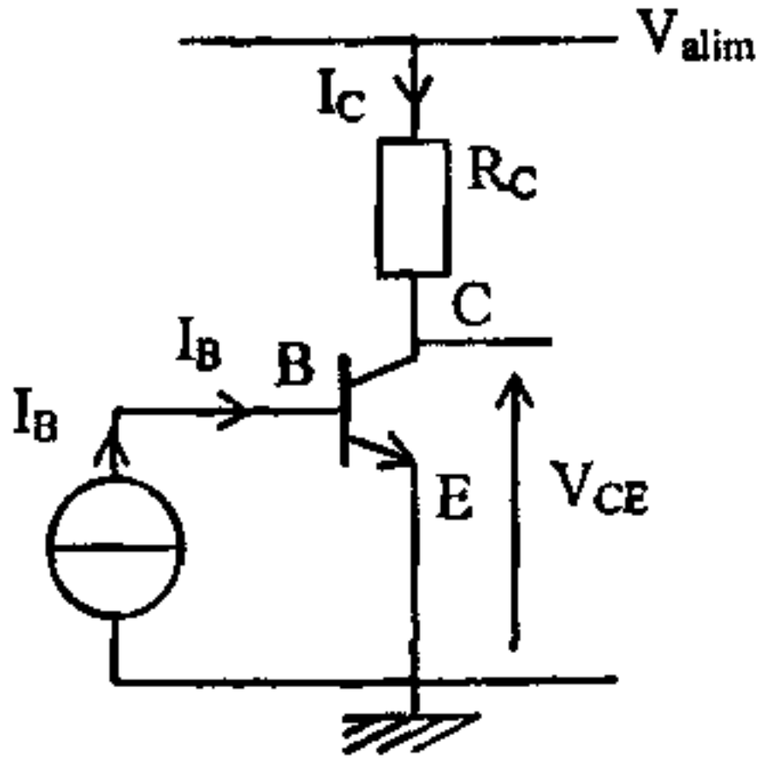
$I_C = f(V_{CE})$ pour différents I_B (caractéristique de sortie 1er quadrant)

$I_C = f(I_B)$ à V_{CE} constant (caractéristique de transfert en courant 2ème quadrant)

e transistor se comporte comme un dipôle (entre collecteur et émetteur) commandé par la aleur du courant I_B imposé à l'entrée[1].

est, de plus, important de connaître la caractéristique d'entrée $I_B = f(V_{BE})$ qui permet de éterminer comment on doit réaliser un courant I_B donné (3ème quadrant).

De la même façon, le thermistance est un dipôle commandé par la température et la photorésistance un dipôle ommandé par un éclairement (voir chap V Capteurs)



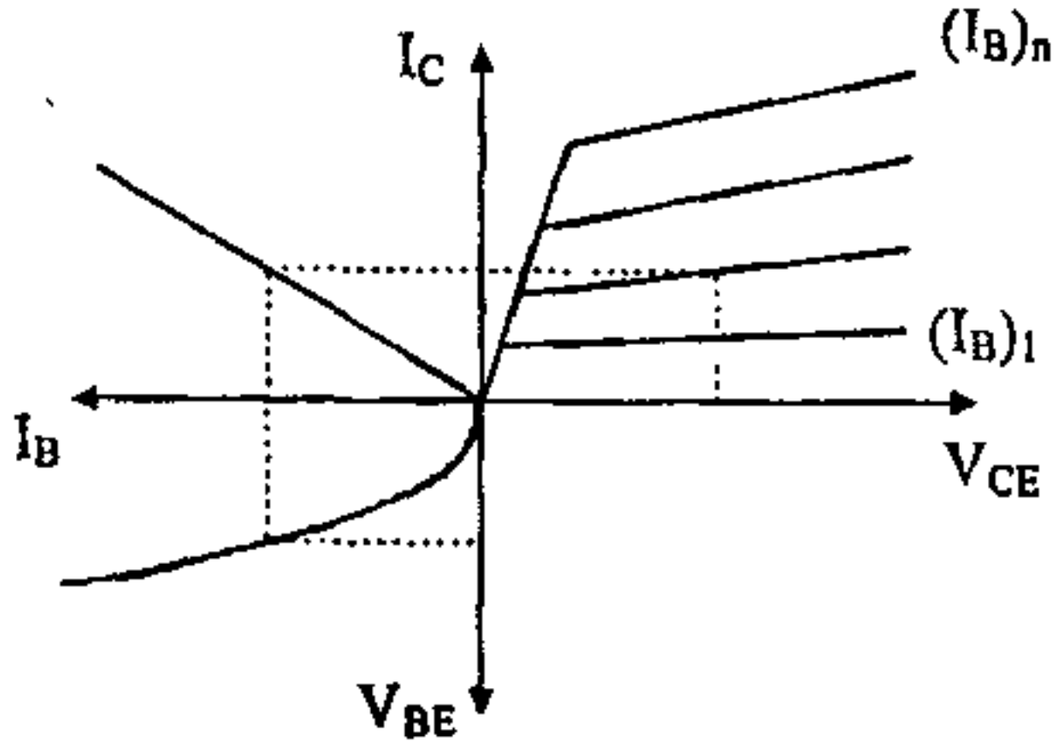


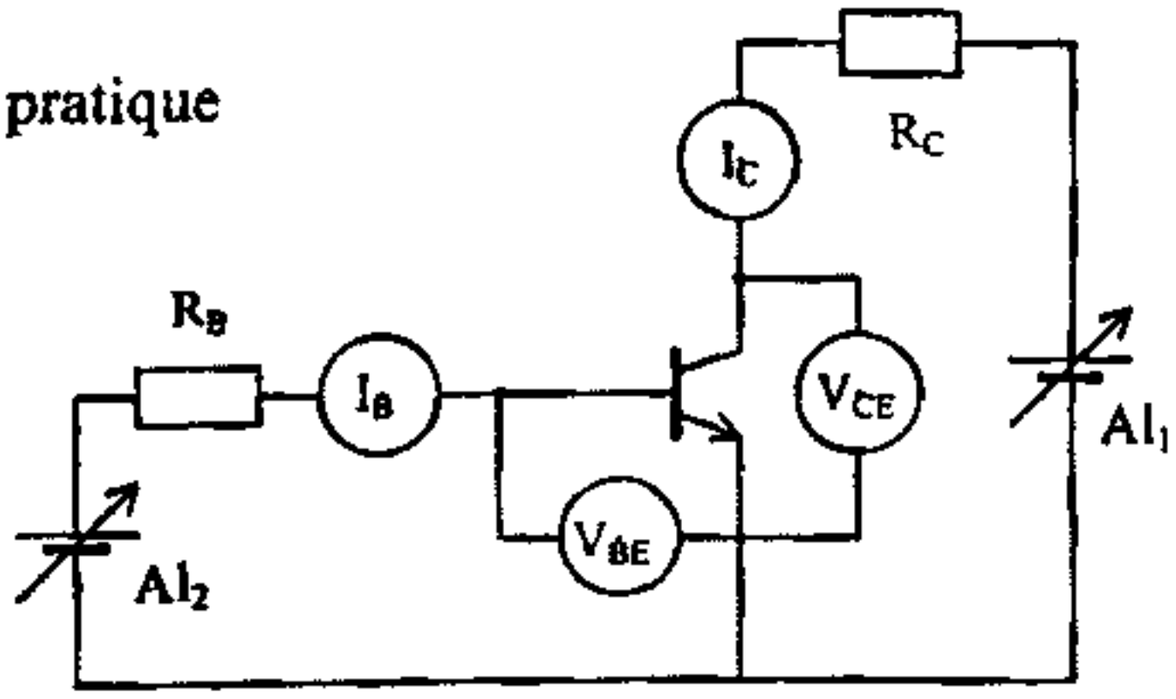
fig.12 - Montage de principe

3.2.2 - Montage pratique

Une des « difficultés » du transistor provient de ce que la variable de commande I_B est également une variable électrique. Pour tracer les caractéristiques, il est plus simple d'utiliser 2 alimentations distinctes Al_1 et Al_2 afin de bien séparer la partie principale d'alimentation du dipôle de la partie commande.

Différentes méthodes peuvent être naturellement utilisées avec oscillo, table traçante ou ordinateur. Il nous paraît finalement plus rapide (et plus simple) de faire des mesures avec ampèremètres et voltmètres puis de reporter ces mesures sur 3 quadrants d'un même graphe. Etant donné les formes simples de ces courbes, quelques points correctement choisis permettent d'avoir l'allure générale et d'extraire les paramètres intéressants.

fig.13 - Montage pratique



La grande résistance en série avec le générateur de tension Al_1 sert à le « transformer » en générateur de courant : $I_B \approx V_{Al_1} / R_B$. Plus cette résistance est grande, plus le tracé sera facilité car le courant ne dépendra pratiquement plus du transistor et de son point de fonctionnement.

Valeurs des éléments et des paramètres :

- En pratique, prendre R_B de l'ordre de quelques dizaines de kΩ (entre 20 et 100 kΩ).
- I_B varie de 0 à quelques centaines de µA
- $I_C = \beta I_B$ varie de 0 à quelques dizaines de mA
- La tension V_{BE}, mesurée avec un voltmètre numérique, est voisine de 0,6 V (dès que I_B est différent de 0).
- La résistance R_C est, dans ce montage, une résistance de protection qui limite le courant I_C pouvant passer dans le transistor (P_{max} de quelques centaines de mW). Compte tenu des courants attendus et des tensions disponibles sur les alimentations, prendre R_C entre 200 et 1000 Ω.

lontrer qu'on rend le transistor de plus en plus passant en augmentant I_B. Le tableau ci-:ssous donne l'ordre de grandeur des valeurs de I_B et V_{CE} et permet aussi de voir la marche à ıivre :

on fixe I_B à une première valeur (noter la tension de V_{BE} correspondante) et l'on fait varier V_{CE} (avec Al_1) tout en relevant la valeur de I_C. Il est préférable de ne pas partir de $V_{CE} = 0$ et de se limiter à la partie presque horizontale (effet Early ; voir en 3.2.5) de la caractéristique de sortie. On peut être amené à retoucher légèrement Al_2 pour garder I_B constant.

on prend une autre valeur de I_B (avec Al_2) et on recommence :

$_B$ µA	20	20	20	50	50	50	80	80	80
$/_{CE}$ V	2	5	8	2	5	8	2	5	8
: mA									

'assurer que pour les points les plus élevés, la puissance $P = V_{CE}\ I_C$ reste bien inférieure à la ıissance maximale P_{max}. La courbe définie par $V_{CE}\ I_C = P_{max}$ est l'hyperbole de dissipation aximale.

n déduire le gain en courant du transistor $\beta = \Delta I_C/\Delta I_B$ à V_{CE} constant (par exemple 5 V).

ette méthode de mesure permet de tracer les (vraies) caractéristiques (statiques) du transistor :ul. Pour exemple, une autre façon de procéder pour tracer la caractéristique de transfert en ›urant est de fixer Al_1 et de faire varier I_B (avec Al_2) en relevant la valeur de I_C. Mais au ›urs de ce tracé, la valeur de V_{CE} varie (le long de la droite de charge - voir plus loin) et on obtient plus la caractéristique à V_{CE} constant (cette caractéristique appelée quelquefois ynamique dépend de la valeur de R_C). En revanche, cette façon de procéder met en évidence ıe « saturation » (I_C n'augmente plus au-delà de V_{Al_1} / R_C) qui n'est pas celle du transistor ais celle du montage dans lequel il est inclus.

2.3 - Tracés automatiques

est naturellement possible de tracer certaines de ces caractéristiques de manière ıtomatique.

n'est, en revanche, pas toujours possible de garantir que l'on garde bien un paramètre ›nstant lorsqu'on fait évoluer deux autres grandeurs. Par exemple, pour le 2ème quadrant, il ut garder V_{CE} constant alors qu'on fait varier I_B et donc I_C : il ne faut pas mettre de sistance R_C qui sert de protection. Cela est possible mais il faut être sûr de ne pas dépasser ıe valeur maximale de I_C (le transistor n'y survivrait pas). Pour mesurer I_C il faut incorporer ı convertisseur courant → tension [8] (ou utiliser une sonde de courant).

xemple de tracé $I_C = f(V_{CE})$ à I_B constant :

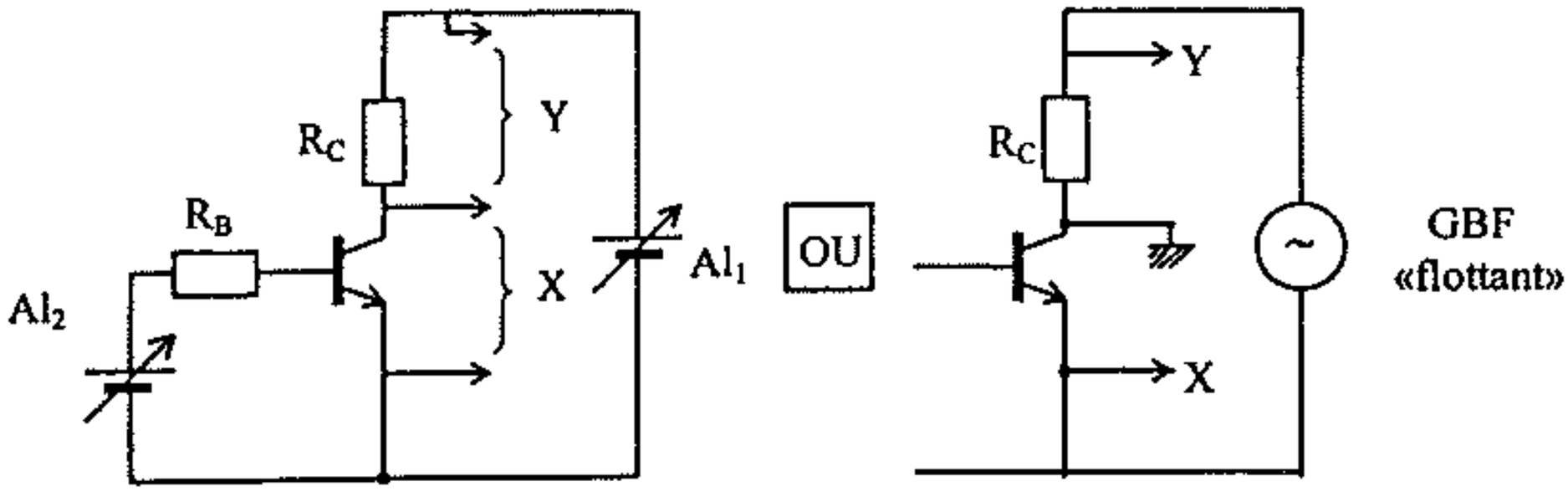


fig.14 - Tracé automatique

- Prendre une valeur élevée pour R_B (100 ou 200 kΩ)

Avec une table traçante (à entrées différentielles), il suffit de mettre la tension aux bornes de R_C en Y et V_{CE} en X et de faire varier la tension de Al_1 à la montée puis à la descente. Pour les valeurs élevées de courant I_C, le tracé retour sera distinct du tracé aller par effet de l'élévation de température. Avec un oscillo, remplacer l'alimentation Al_1 par un générateur (isolé de préférence) comportant une tension de décalage afin de faire varier sa tension de sortie entre 0 et 10 V. Prendre un signal sinusoïdal (ou triangle) de fréquence assez faible (100 Hz). Si le générateur n'est pas isolé, il faut utiliser un oscillo à entrées différentielles (cf. Chap.I §1.3).

3.2.4 - Point de fonctionnement d'un transistor

Le point de fonctionnement du transistor (c-à-d le couple [I_C, V_{CE}]) est défini par le point d'intersection de sa caractéristique et de celle du générateur qui l'alimente (fig.15). Cette dernière s'appelle droite de charge .

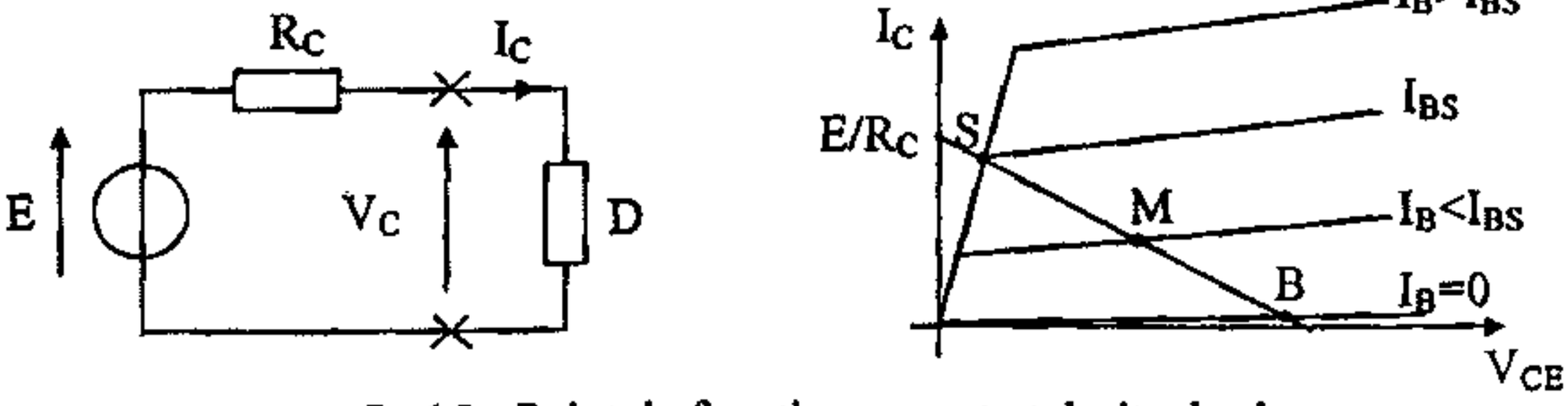


fig.15 - Point de fonctionnement et droite de charge

On distingue 3 types de fonctionnement :

- $I_B = 0$: le transistor est bloqué ; $I_C = 0$; point B
- $I_B \geq I_{BS}$: le transistor est saturé ; $I_C \approx E/R_C$; point S
- $0 < I_B < I_{BS}$: transistor amplificateur ; point M

Le fonctionnement en commutation consiste à faire passer le point de fonctionnement de B en S (et inversement) en faisant varier I_B de 0 à $I_B > I_{BS}$. Pour cela, on agit sur V_{BE} (voir caractéristique d'entrée du $3^{ème}$ quadrant qui est celle d'une diode). En pratique, lorsque la tension $V_{BE} < 0{,}6$ V , le courant I_B est ≈ 0 et le transistor est bloqué.

Remarque : ce n'est pas le transistor qui est saturé au point S. C'est le montage qui l'est par la tension d'alimentation E et la résistance R_C. Le courant ne peut dépasser E/R_C et le transistor se comporte (presque) comme un court-circuit.

3.2.5 - Paramètres hybrides du transistor

Une fois que l'on a défini un point de fonctionnement, on peut déterminer le comportement du transistor pour des variations des grandeurs électriques autour de ce point .

On définit le schéma équivalent du transistor en régime variable comme celui d'un quadripôle dont les relations sont exprimées le plus souvent au moyen des paramètres hybrides :

$$v_{BE} = h_{11}\, i_B + h_{12}\, v_{CE} \qquad \text{(IV - 14)}$$

$$i_C = h_{21}\, i_B + h_{22}\, v_{CE} \qquad \text{(IV - 15)}$$

h_{11}

Sur la caractéristique d'entrée $I_B = f(V_{BE})$, h_{11} est la pente de la tangente au point de fonctionnement. Comme il s'agit de la caractéristique la moins linéaire, sa valeur dépend beaucoup du point considéré. C'est la valeur de la résistance dynamique dV/dI de la diode BE. Elle prend donc la valeur numérique $h_{11}(\Omega) = 26\eta/I_B(mA)$ (formule IV-8) où η est le coefficient compris entre 1 et 2 déjà mentionné.

our un transistor 2N2219, nous avons trouvé η= 1,34 (fig.5) ce qui donne h_{11} (Ω) ≈ $5/I_B$(mA).

$_{21} = \beta$

:'est le « gain » en courant du transistor. Il dépend du type de ce dernier ; en général, plus le ansistor est petit (faible puissance), plus son « β » est grand. On trouve typiquement 400 our un BC239, 160-200 pour un 2N2219 et 50 pour un 2N3055 (transistor de puissance). Il aut savoir que pour un même type de transistor, il peut y avoir une grande dispersion du oefficient β (un facteur 2 n'est pas rare). De plus, ce coefficient dépend de la température et our un transistor Silicium, sa variation relative $\Delta\beta/\beta$ est de l'ordre de 1%/°C.

$_{22}$

:'est la pente de la caractéristique de sortie. Il correspond au fait que la fraction α d'électrons ıjectés par l'émetteur qui traversent la base et se retrouvent dans le collecteur augmente ɔrsque la tension V_{CE} (et donc V_{CB}) augmente. C'est l'effet Early : le taux de recombinaison iminue lorsque la tension V_{CB} augmente par suite de l'élargissement de la zone de transition e la jonction BC, élargissement qui se fait au détriment de l'épaisseur de la base, là où 'effectuent les recombinaisons. Le coefficient h_{22} augmente avec I_B et le réseau des aractéristiques $I_C = f(V_{CE})$ forme (si l'on travaille à température constante) des droites qui ont convergentes en un point de l'axe horizontal d'abscisse négative (fig.16 . Ce point de onvergence correspond à la tension d'Early V_{Ea} - une centaine de V).

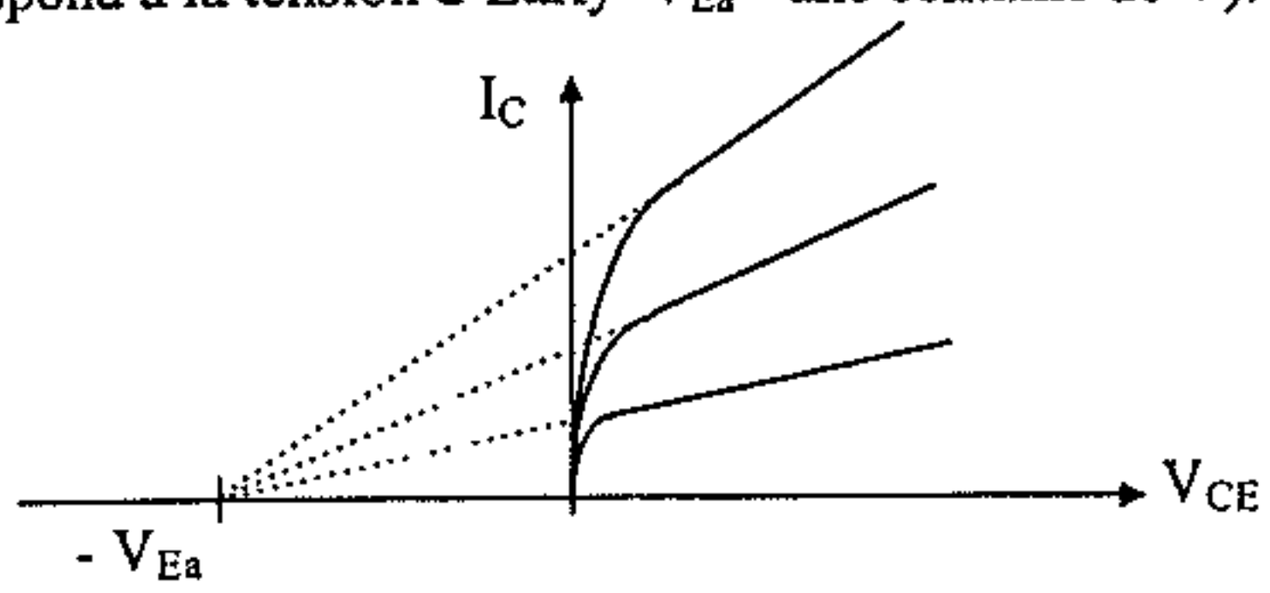


fig.16 - Effet Early

.e coefficient h_{22} vaut alors $\beta\ i_B/V_{Ea}$. Numériquement, h_{22} est de l 'ordre de 10^{-3} -10^{-4} S.

ı12

Ce coefficient de réaction de la sortie sur l'entrée est généralement négligeable (c'est la raison)our laquelle on ne trace généralement pas la 4ème caractéristique $V_{CE} = f(V_{BE})$.

.e schéma équivalent à ces relations est représenté en fig.17:

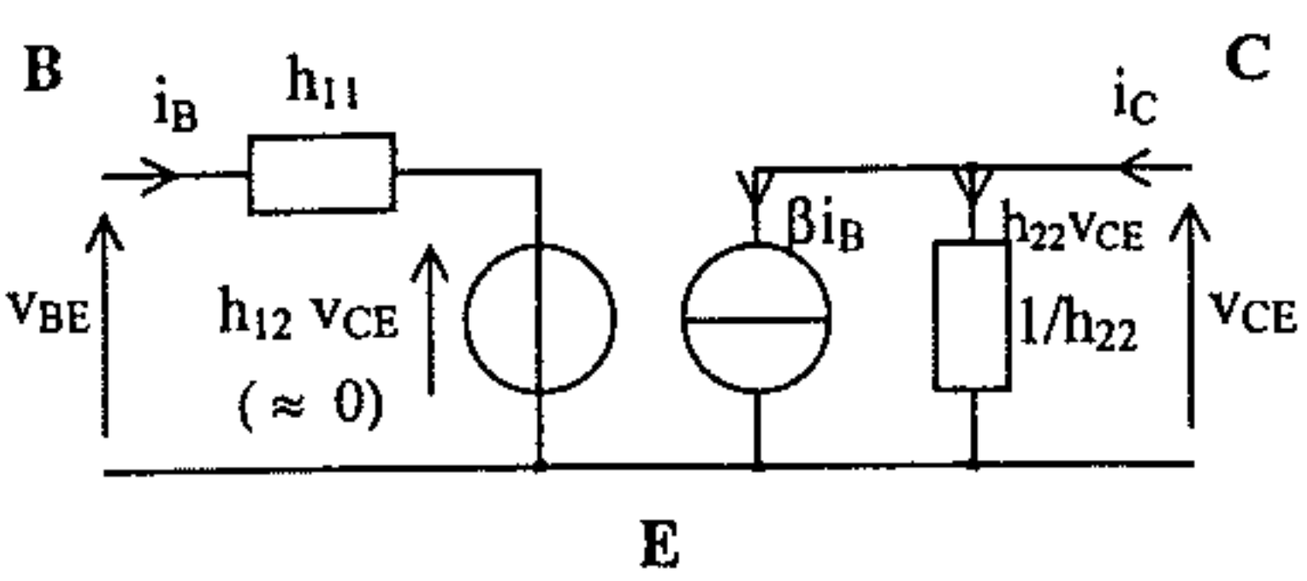


fig.17 - Schéma équivalent du transistor autour d'un point de fonctionnement

l faut insister sur le fait que ce schéma équivalent ne s'applique qu'aux variations utour d'un point de fonctionnement (point de repos) qui ne soit ni bloqué ni saturé.

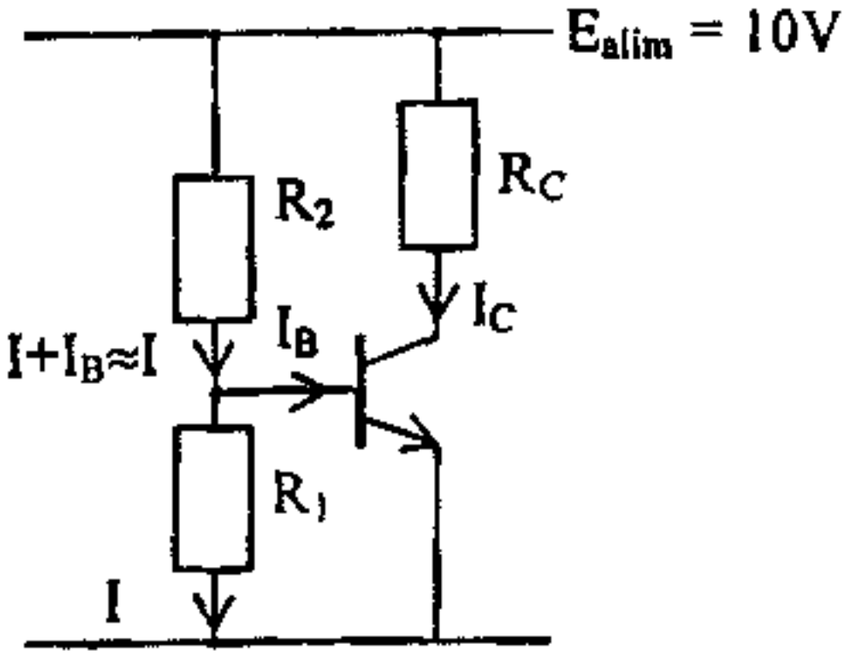
e schéma et les paramètres hybrides serviront donc essentiellement pour déterminer des ropriétés de montages amplificateurs. La première chose à faire lorsqu'on utilise un ransistor est de déterminer son point de fonctionnement pour savoir si le transistor est bloqué, aturé ou entre les deux.

our cela, le plus simple (et donc le mieux...) est, par une application élémentaire de la loi 'Ohm, de déterminer les courants dans les différentes branches et les potentiels des ifférents points du circuit. Une illustration de la méthode est détaillée ci-dessous. D'autres xemples seront présentés dans le Chap.VI Amplification.

.2.6 - Exemple d'utilisation en commutation (dipôle commandé)

n utilise une seule alimentation (générateur de tension de f.e.m E). La base est polarisée par n montage potentiométrique.
our faciliter les raisonnements, disposer le schéma de telle sorte que les potentiels soient ans le sens de l'échelle verticale (fig.18).

fig.18



a seule chose à retenir est qu'un transistor est bloqué si la tension V_{BE} est inférieure à 0,6 V. devient passant lorsqu'on atteint cette valeur et la saturation (du montage) est obtenue si le ourant base dépasse la valeur I_{BS} pour laquelle le courant principal $I_C = \beta I_B$ est le courant aximum qui peut traverser le transistor (soit E_{alim}/R_C).
ans un premier temps, on néglige I_B devant le courant du potentiomètre. On a alors :

$$V_{BE} = E_{alim}\, R_1/ (R_1+R_2)$$

i R_1 est une résistance variable, V_{BE} est réglable et le transistor peut commuter. Exemple:
$_2 = 10\ k\Omega$
$_1 = 0 \Rightarrow V_{BE} = 0$ et $I_B = 0$: transistor bloqué
$_1 > 800\ \Omega \Rightarrow$ transistor saturé. V_{BE} ne peut pas dépasser 0,7 V car I_B augmente beaucoup voir $I_B = f(V_{BE})$ - 3ème quadrant) et n'est plus négligeable devant I .
la limite R_1 infini, $I_B = (E_{alim} - 0,7)/R_2$ et le transistor est saturé si $\beta I_B \geq E_{alim}/R_C$

our connaître l'état de fonctionnement du transistor, le plus simple est de mesurer la tension $_{CE}$ (voltmètre continu ou oscillo) :
$V_{CE} = E_{alim}$: pas de courant dans R_C : transistor bloqué
$V_{CE} = 0,2$ - 0,3 V : transistor saturé
V_{CE} compris entre ces deux valeurs extrêmes : transistor passant sans être saturé. Il est susceptible de pouvoir amplifier un signal variable dans des conditions qui seront précisées au chapitre VI. C'est ce qui apparaît sur la droite de charge (fig.15).

:hoix des éléments

faut connaître la puissance maximale du transistor (directement liée à la taille et à la résence éventuelle d'un radiateur). Prenons 200 mW (faible puissance) par exemple.
orsque V_{CE} = 5V , I_C doit rester inférieur à 40 mA. Si la tension d'alimentation vaut 10 V, $_CI_C$ = 5 V ⇒ R_C> 125 Ω. Prenons par exemple R_C = 1000 Ω.
orsque le transistor est saturé, $I_C \approx E_{alim}/R_C$ = 10 mA. Le courant base I_{BS} qui produit ce ourant vaut I_C/β soit 50 µA (pour un β de 200). Pour être sûr d'avoir la saturation, prenons $_B$ = 100 µA
)n prend, en général, un courant principal I du potentiomètre égal à 10 fois le courant base :ela permet de négliger ce dernier pour faire l'application numérique) soit 1 mA. Cela se roduit avec R_1+R_2 = 10 kΩ. C'est, à peu près, ce qui a été pris mais on voit, au cours du aisonnement, que l'on peut prendre des valeurs notablement différentes sans affecter le ésultat.
:n bloqué ou en saturé, le transistor ne consomme que peu de puissance : dans un cas, le ourant est nul, dans l'autre, la tension V_{CE} est très faible. Le calcul a été conduit dans le cas : plus défavorable (situation de l'ampli classe A avec $V_{CE} = E_{alim}/2$) où I_C et V_{CE} existent imultanément.

)ans les montages amplificateurs, la détermination d'un point de repos demande plus de soins ais le raisonnement reste le même, basé sur

$$V = RI \text{ et } P = VI$$

$$V_{BE} = 0{,}6 \text{ V (et, éventuellement, } I_C = \beta I_B)$$

'our réaliser un montage qui fonctionne, la connaissance des caractéristiques du transistor se amène à peu de choses : sa puissance maximale (qui dépend directement de sa taille) et, ventuellement, son gain en courant.

.3 - Transistor en commutation

)n s'intéresse ici à l'aspect temporel de la commutation.
:éaliser le montage de la fig.19. La tension du générateur (signal carré avec décalage) passe e E_1(positif) à E_2(négatif). Le courant direct $(E_1–0{,}6)/R_B$ est suffisant pour rendre le ransistor saturé. On observe à l'oscillo (fig20) les tensions v_1 (de commande) et v_{CE} (comme, u signe près, v_{CE} est une image du courant collecteur, il est commode d'inverser la voie Y_2). i l'on ne dispose pas d'un générateur d'impulsions pouvant fournir des impulsions assez courtes » on pourra utiliser un générateur normal et observer séparément les deux ransitions : B→P et P→B.

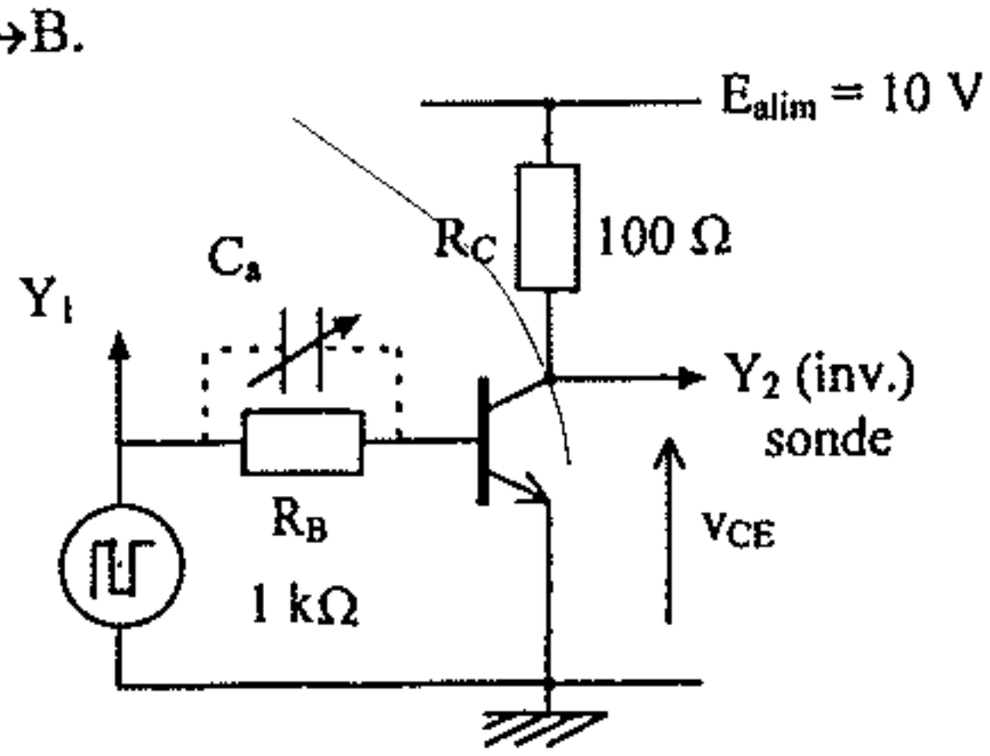


fig.19 - Etude de la commutation

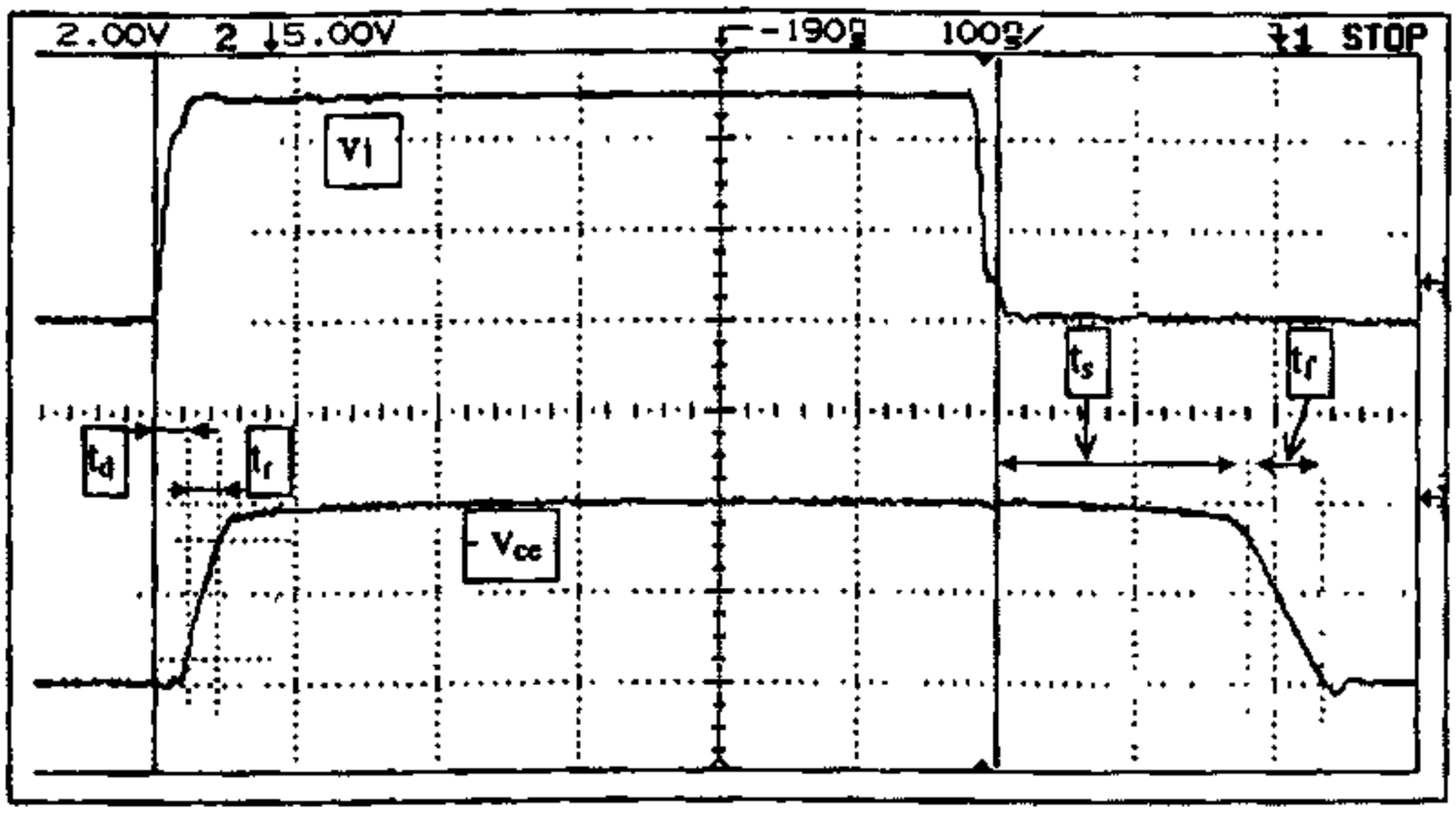


fig.20 - Oscillogramme correspondant

On peut définir plusieurs temps caractéristiques (pour t_d et t_s il existe des définitions un peu différentes, on a choisi la plus simple) :

Passage : bloqué - saturé :

t_d : temps de retard nécessaire pour que le courant collecteur atteigne 10 % de sa valeur finale.

t_r : temps de montée nécessaire pour que le courant passe de 10% à 90% de sa valeur finale

$t_{on} = t_d + t_r$ temps de saturation (donné par les constructeurs dans des conditions de mesure déterminées).Ce temps diminue lorsque E_1 augmente (c-à-d lorsque le rapport I_{C1}/I_{B1} diminue entraînant la « sursaturation » du transistor).

Passage : saturé - bloqué :

t_s : temps de (dé)stockage nécessaire pour que le courant collecteur atteigne 90% de sa valeur finale. Ce temps est lié à l'évacuation des charges stockées dans la base (même origine que pour la diode). C'est, habituellement, ce temps qui limite le plus la vitesse de commutation du transistor. Il croît fortement avec la valeur du courant base I_{B1} (et donc avec l'augmentation de E_1), c'est à dire avec l'importance de la sursaturation du transistor (rapport entre le courant base et celui juste nécessaire à la saturation). De même, en augmentant la tension inverse $|E_2|$ de blocage (surblocage), on réduit ce temps en évacuant plus rapidement les charges par l'intermédiaire d'un courant base négatif temporaire.

t_f : temps de descente nécessaire pour que le courant passe de 90 % à 10 % de sa valeur finale.

t_{off} : temps de blocage = $t_s + t_f$ (donné par les constructeurs).

Pour un 2N 2219 on a mesuré dans les conditions {-1,4 V} les valeurs suivantes :

$$t_d \approx 23 \text{ ns} ; t_r \approx 29 \text{ ns} ; t_S \approx 184 \text{ ns} , t_f \approx 54 \text{ ns}$$

Remarques :

1- Ces temps sont faciles à mesurer à l'oscilloscope numérique : t_r et t_f de manière automatique, t_d et t_s au moyen des curseurs. (On n'a pas tenu compte des des temps de montée de l'oscilloscope et de la sonde).

2- Ces temps, t_s notamment, peuvent être très supérieurs pour d'anciens transistors (de même référence !).

Amélioration de la commutation

■ Capacité d'accélération :

On place un condensateur de capacité C_a aux bornes de R_B (en pointillés sur fig.19). Très qualitativement il va y avoir « dérivation » du signal d'entrée ce qui ajoute des « impulsions » à la tension v_{BE}, impulsions qui accélèrent le stockage et le déstockage des charges (fig.21). Le temps caractéristique étant t_{off} on conçoit que C_a soit à choisir de l'ordre de t_{off}/R_B.

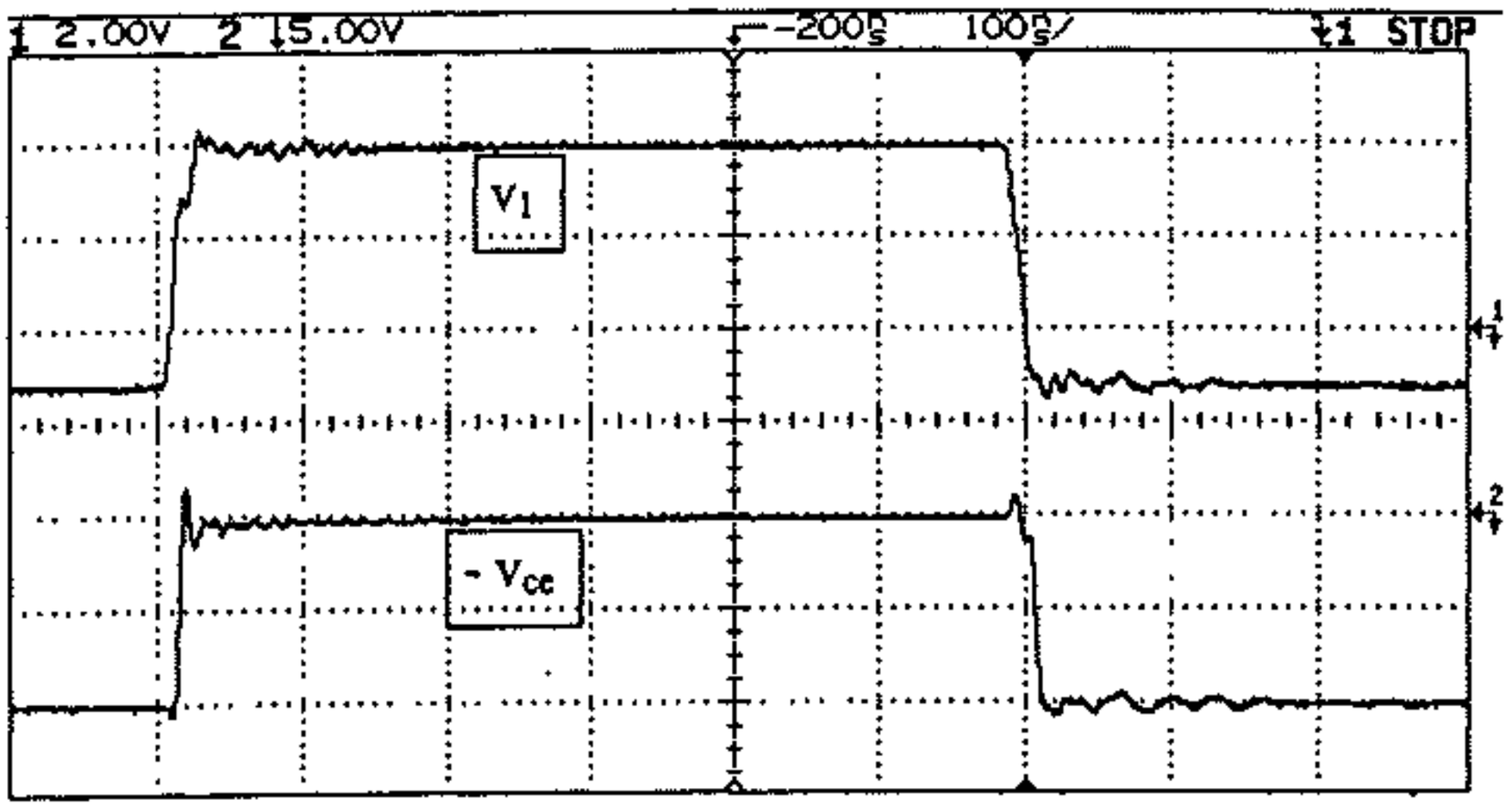


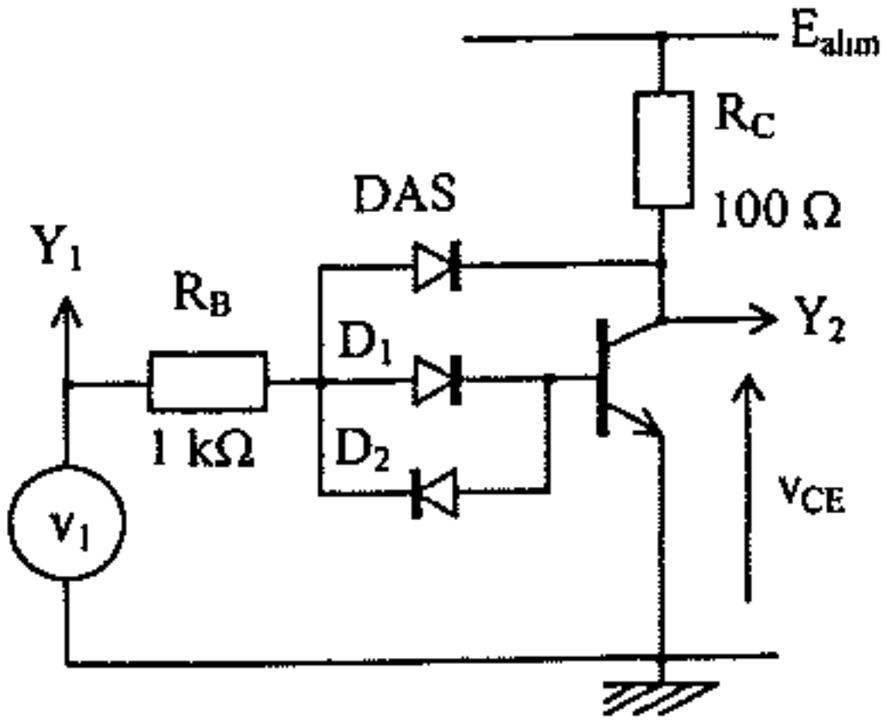
fig.21 - Influence d'une capacité d'accélération

La fig.21 montre l'amélioration des temps de commutation ! Pour arriver à ce résultat on a ajusté la capacité C_a (≈ 120 pF) en utilisant l'association parallèle d'un condensateur fixe et d'un condensateur ajustable. Le câblage doit être soigné pour éviter l'influence des inductances parasites à l'origine d'oscillations.

■ Diode d'antisaturation :

Le montage est donné fig.22a : l'ensemble des 2 diodes D_1 et DAS entraîne que la tension V_{CE} se fixe à 0,7 V (≈ V_{BE}) lorsque le transistor est saturé (fig.22.b). La tension V_{BC} est voisine de 0 et la jonction BC n'est pas passante (contrairement au cas habituel du transistor saturé) ce qui diminue l'importance des charges stockées. La diode D_3 permet la circulation du courant base négatif lors de la phase de blocage (diodes « rapides » : 1N4148).

a-



b-

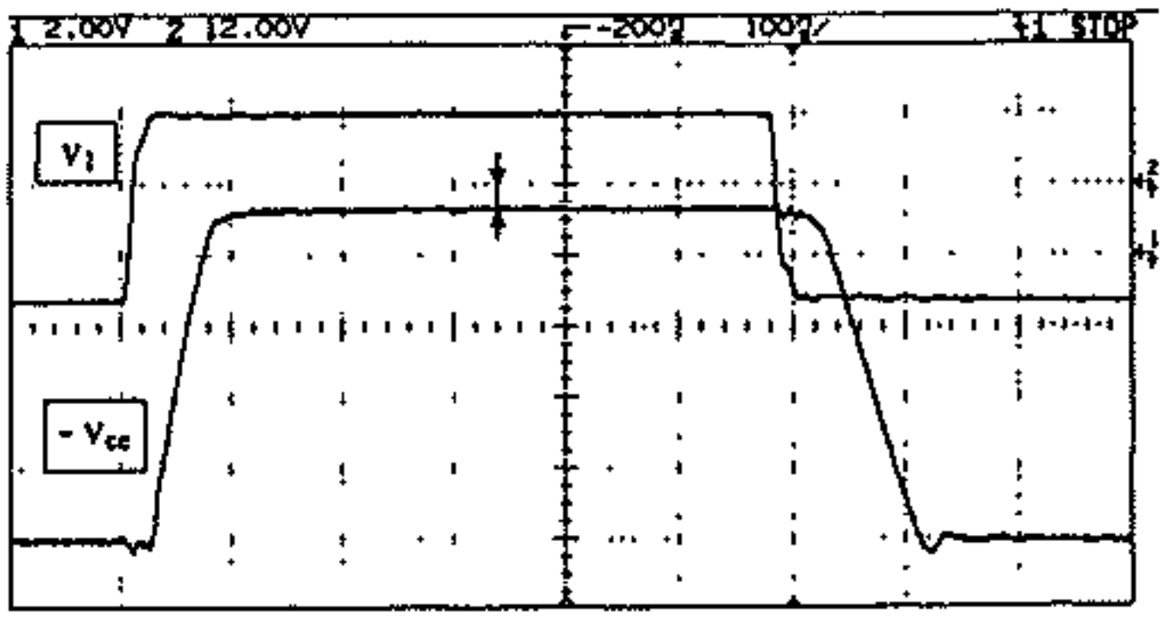


fig.22 - Influence d'une diode d'anti-saturation

La comparaison des oscillogrammes des fig.22b et 20 montre clairement la diminution du temps de stockage t_s.

- Le transistor à effet de champ

Le principe consiste à modifier la conductivité entre deux électrodes (source et drain) d'un barreau semi-conducteur (canal) dopé, au moyen d'une tension appliquée sur une troisième électrode (porte ou grille ou « gate »).
On distingue deux types de transistor à effet de champ (TEC ou FET - field effect transistor) :

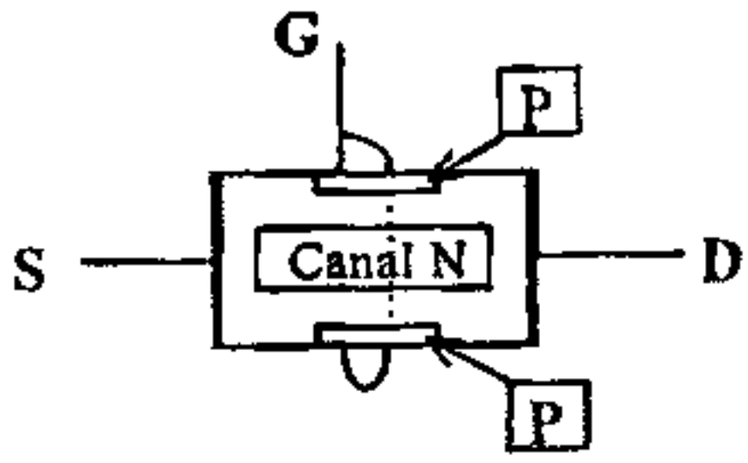
- le FET à jonction ou J-FET
- le FET à grille isolée ou MOSFET (metal-oxyde-semiconducteur)

Ce dernier sera étudié plus loin au Chapitre X Logique (car il est à la base des circuits CMOS). On l'utilisera également en électronique de puissance.

.1 - Principe du J-FET

La fig.23a présente schématiquement la constitution d'un J-FET à canal N. Le barreau semiconducteur dopé N est situé entre les électrodes Source et Drain. Deux zones P (reliées entre elles) constituent la Grille de commande .

- a



b-

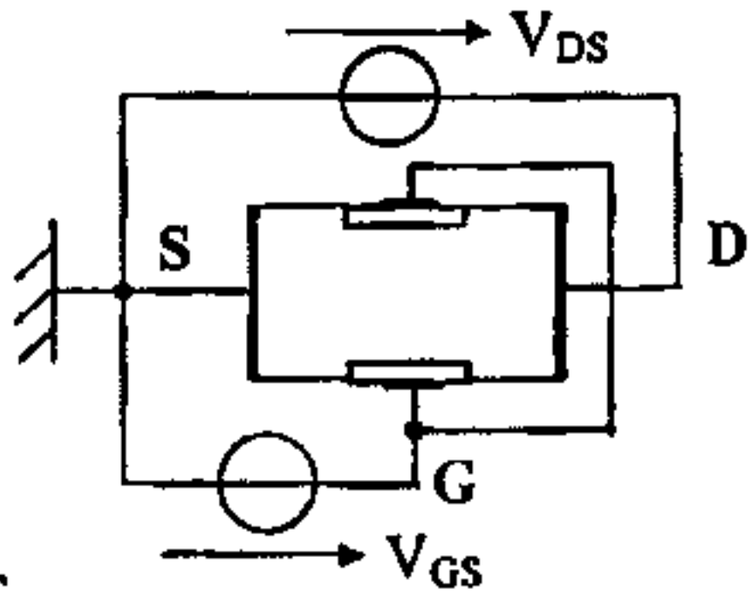


fig.23 - Principe du J-FET

On applique les tensions indiquées sur la fig.23b.
Si les deux tensions V_{DS} et V_{GS} sont nulles, la zone de déplétion (dans laquelle il n'y a pas de porteurs) de la jonction PN est peu étendue et délimite une zone conductrice appelée canal.
Si la tension drain-source est faible (une fraction de V) et la tension grille-source toujours nulle, le barreau se comporte comme une résistance qui dépend de la longueur du canal, de sa section et de son dopage.
En rendant négative la tension V_{GS}, la jonction PN est polarisée en inverse : la zone de déplétion s'étend et diminue la section conductrice du canal : la résistance entre drain et source augmente. On est dans la zone ohmique du FET qui se comporte comme une résistance variable selon la tension V_{GS}. Pour une valeur V_{GS} suffisamment négative, le canal est entièrement déserté de porteurs : le courant s'annule.
Revenons à $V_{GS} = 0$ et augmentons la tension V_{DS}. La polarisation de la jonction PN est continûment variable le long du canal : la zone de déplétion s'étend en allant de S vers D et, corrélativement la section conductrice diminue (fig.24). On quitte la zone ohmique ($I_D = R_{VGS}$ V_{DS}) et à partir d'une valeur $V_{DS} = V_P$ (tension de pincement), le courant I_D reste constant (zone saturée).

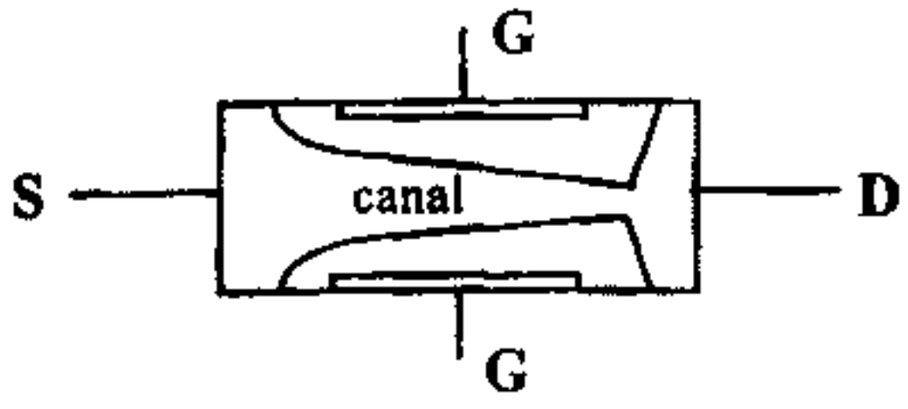


fig.24 - Pincement du canal

Les caractéristiques du JFET (2N 3819) sont données sur la fig.25

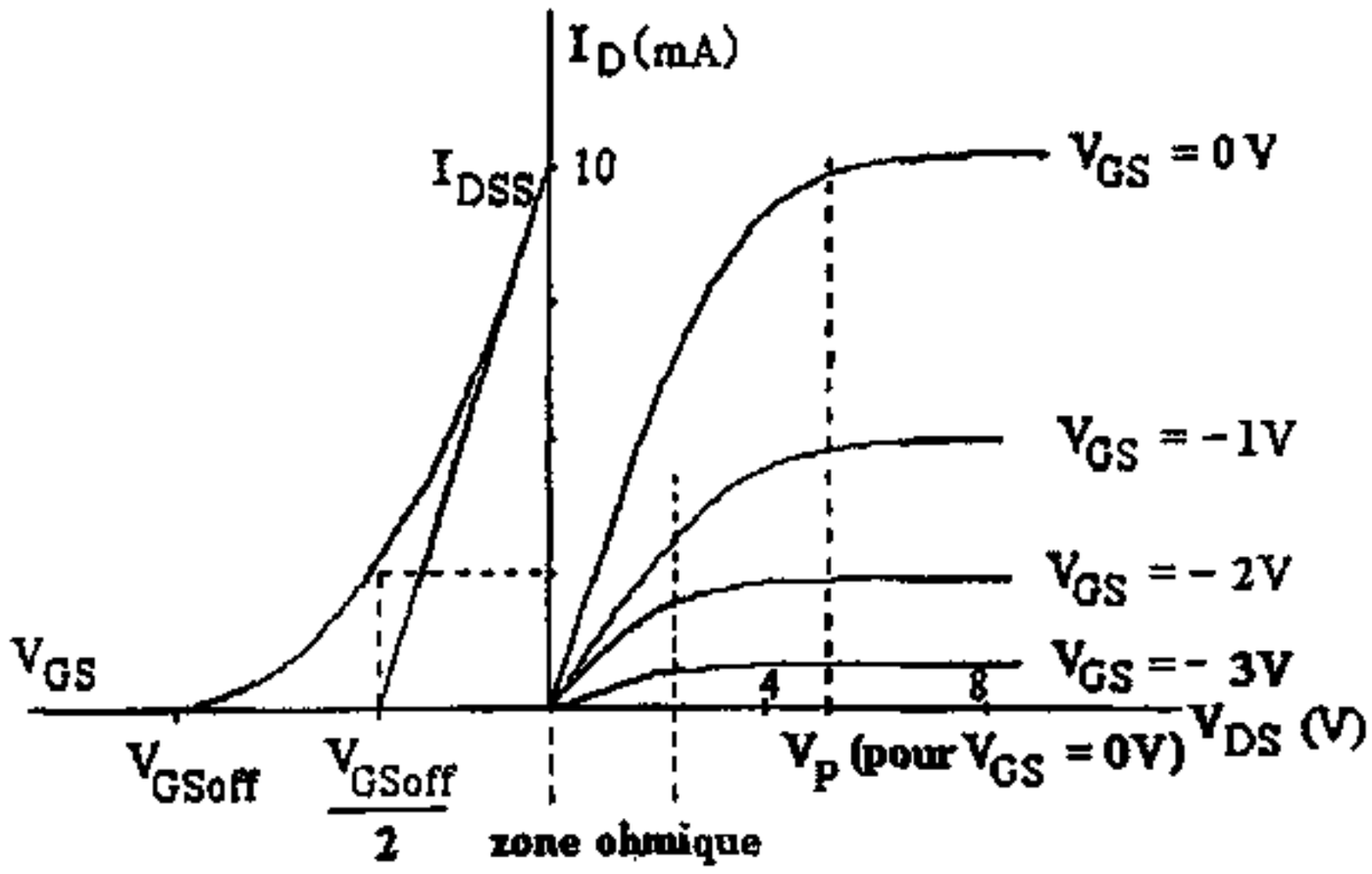


fig.25 - Caractéristiques du JFET

La caractéristique de sortie $I_D = f(V_{DS})$ ressemble à celle du transistor bipolaire mais le paramètre de commande est maintenant la tension V_{GS}. Le courant de grille I_G est celui d'une diode polarisée en inverse donc généralement négligeable (de l'ordre du nA ou moins).

4.2 - Tracé des caractéristiques

Le montage de la fig.26 est réalisé avec deux alimentations distinctes dont l'une (V_{GS}) est négative. On peut, comme pour le transistor bipolaire (cf fig.13) , utiliser des appareils de mesure mais il est ici facile d'obtenir les caractéristiques sur une table traçante ou un oscilloscope (le courant I_D est visualisé par la tension aux bornes de R).

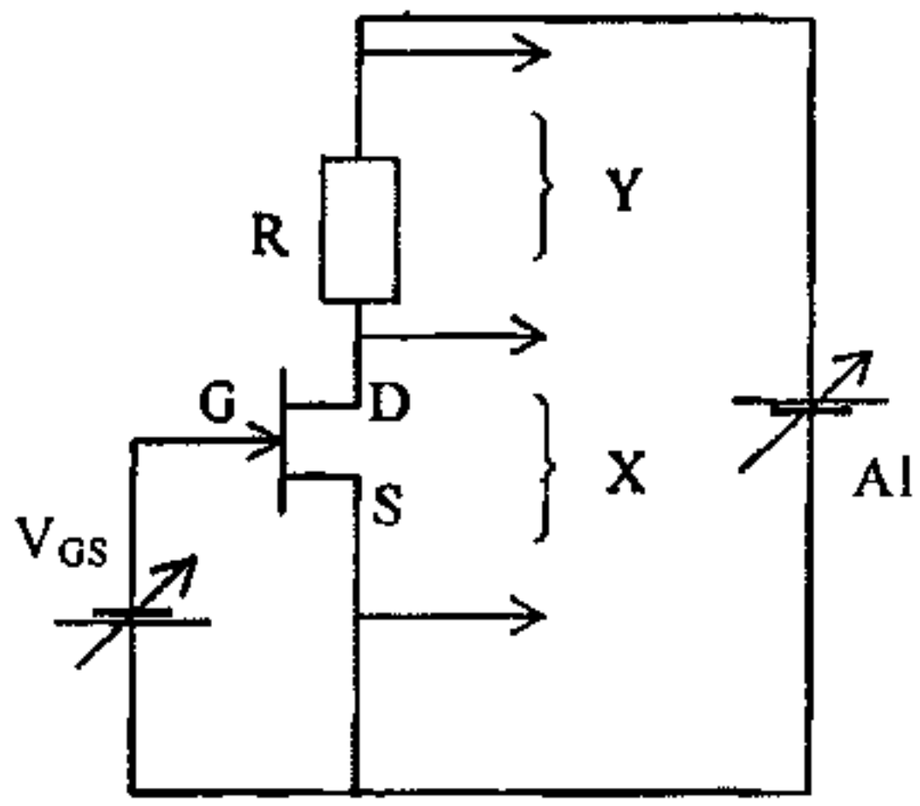


fig.26 - Tracé des caractéristiques

La caractéristique $I_D = f(V_{GS})$ est très souvent approximée par une parabole de la forme

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right)^2 \qquad \text{(IV - 16)}$$

Mettre en évidence la zone ohmique (pour $V_{DS} < 1$ V) et déterminer, pour la zone saturée, les paramètres dynamiques (se rapportant à des variations autour d'un point de fonctionnement) du JFET qui se ramènent à : $i_D = g v_{GS} + \frac{v_{DS}}{\rho}$ (IV - 17)

e paramètre g (pente ou transconductance) est la pente de la caractéristique du 2ème quadrant. vec l'approximation parabolique, on obtient

$$g = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GSoff}}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right) = g_0\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSoff}}\right) \qquad \text{(IV - 18)}$$

n trouve typiquement g entre 1 et 10 mA/V

est la résistance dynamique de sortie (inverse de la pente dans le 1er quadrant) de l'ordre de 0 kΩ à 1 MΩ (caractéristique presque horizontale).

3 - Utilisation en amplificateur (source commune)

ette application permet d'illustrer la méthode de polarisation automatique du JFET par sistance de source (fig.27).

omme pour le transistor bipolaire, on n'utilise qu'une seule alimentation positive. Afin de éer une tension V_{GS} négative, on porte le potentiel de la source à une valeur positive au oyen d'une résistance de source R_S ($V_S = R_S I_D$), la grille restant à un potentiel voisin de 0.

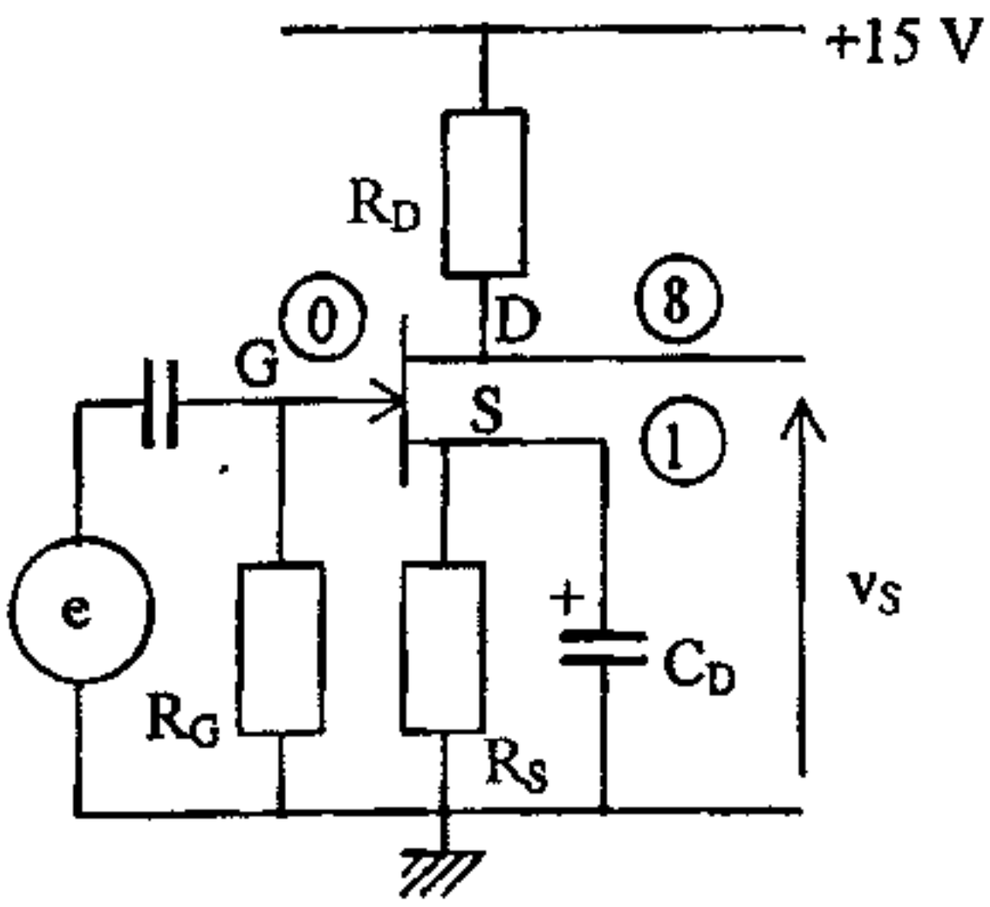


fig.27 - Amplificateur source commune

résistance R_G (1 MΩ) fixe le potentiel de la grille à 0 (le courant I_G est pratiquement nul) us une impédance d'entrée égale à R_G.

fin d'être en source commune (c-à-d que le potentiel de la source doit rester constant), il faut acer en parallèle sur R_S (découpler) un condensateur C_D. En effet, le circuit principal est versé par un courant qui est la somme d'un courant continu I_D (qui fixe le point de repos) et un courant variable i_D (celui du signal) de pulsation ω. Le courant I_D traverse R_D et i_D ulement C_D si $1/C_D\omega \ll R_S$

hoix des éléments

enons $V_{GS} = -1$ V. Pour cette valeur, le courant I_D vaut 10 mA (par exemple - cela dépend transistor). La résistance R_S doit être égale à 100 Ω. Si l'on veut que le point de nctionnement soit au milieu de la droite de charge (mais ceci n'est pas une obligation), on a $_{DS0}$= (15-1)/2 = 7 V soit V_{D0} = 8 V. La résistance R_D vaut alors (15-8)/0,01 = 700 Ω. La leur de C_D dépend de la fréquence la plus basse que l'on veut amplifier (pour 100 Hz, il faut $_D \gg 10$ μF).

5 - L' amplificateur opérationnel

Les chapitres précédents ont montré que l'association de composants actifs (transistors) et de composants passifs (résistances, condensateurs) permet de réaliser des fonctions électroniques linéaires comme l'amplification.
Grâce au procédé technique de «l'intégration » on peut élaborer sur un même morceau de silicium (la «puce») tous les composants : transistors, résistances, condensateurs (peu nombreux et de très faibles capacités !) et leurs interconnexions. On a ainsi pu concevoir des «circuits intégrés» qui effectuent les mêmes fonctions que les circuits à «composants discrets» avec des performances améliorées.
La réalisation de diverses fonctions devient alors facilitée par l'utilisation de circuits intégrés linéaires actifs autour desquels on dispose des composants passifs.
L'amplificateur opérationnel (Ampli Op ou AO) est l'exemple type de ces circuits intégrés linéaires.
Le nom «amplificateur opérationnel» vient de l'utilisation première de ces circuits pour réaliser des « opérations mathématiques » et résoudre des équations (différentielles en particulier) de manière « analogique » (actuellement ces méthodes analogiques ont été remplacées par des méthodes numériques informatisées).

5.1 - Généralités

L'ampli Op est un amplificateur différentiel (il amplifie essentiellement la différence, ε, des tensions présentes à ses deux entrées), à courant « continu » (il peut amplifier des tensions constantes) et de très grande amplification différentielle μ.
La représentation symbolique de l'AO est donnée fig.28 avec les bornes d'entrée :
+ (non inverseuse), - (inverseuse) et S (sortie)

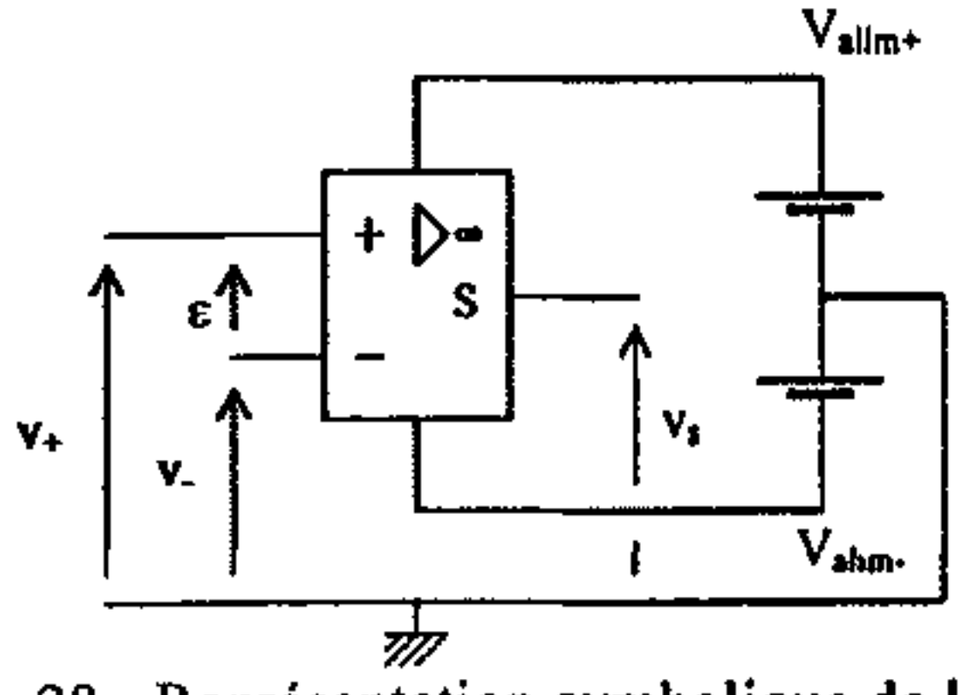


fig.28 - Représentation symbolique de l'AO

La fig.29 donne l'allure de la caractéristique de transfert reliant v_s à $\varepsilon = v_+ - v_-$ (cette caractéristique «statique» n'est valide qu'en continu ou à « basse fréquence »).

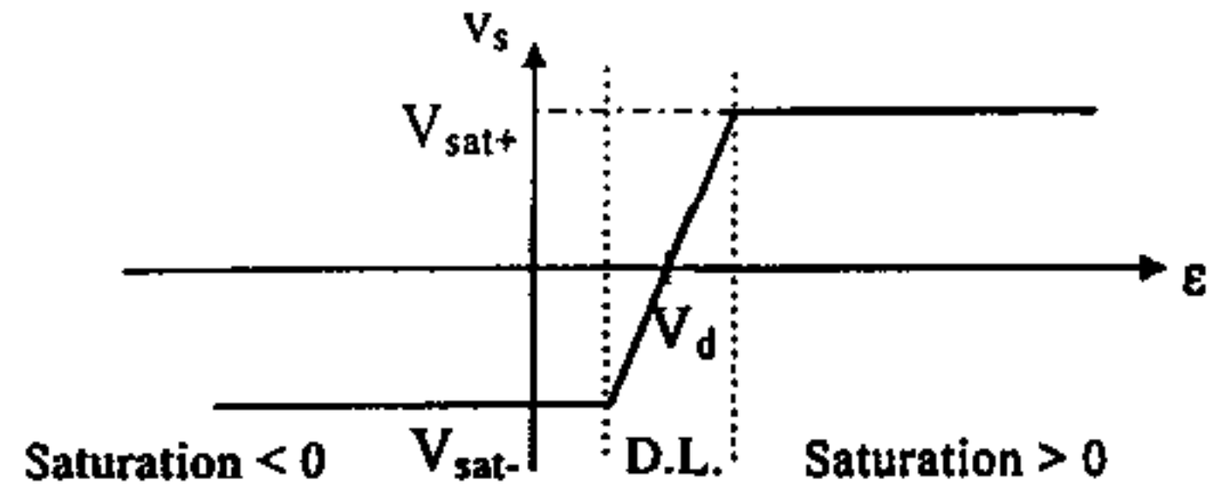


fig.29 - Caractéristique de transfert statique de l'AO

On distingue sur cette caractéristique les 3 domaines suivants :

- le domaine linéaire (D.L.) où : $v_s = \mu(\varepsilon - V_d)$
  - μ est l'amplification différentielle de l'AO
  - V_d est la tension de décalage d'entrée (ou d' «offset »)
- le domaine de saturation positive où : $v_s = V_{sat+}$
- le domaine de saturation négative où : $v_s = V_{sat-}$

Pour son fonctionnement l'Ampli Op a besoin d'une alimentation extérieure. Le plus souvent l'alimentation est symétrique, le point milieu des alimentations V_{alim+} et V_{alim-} constituant la masse électrique du montage. Cette disposition classique est donnée sur la fig.28 (rappelons que l'oubli, assez fréquent, de la liaison entre le zéro de l'alimentation et la masse électrique conduit, en général, au non fonctionnement du montage).
On choisit habituellement : $V_{alim+} = - V_{alim-} = 15$ V (valeur standard, mais d'autres valeurs peuvent être utilisées).

5.2. – Le modèle de l'AO idéal

L'analyse des montages à AO est simplifiée par l'utilisation du modèle de l'Ampli Op idéal qui présente les propriétés suivantes :

- l'amplification différentielle (en boucle ouverte) est infinie
- les courants aux entrées sont nuls ($i_+ = i_- = 0$)
- la tension de décalage est nulle ($V_d = 0$)
- l'impédance de sortie est nulle
- Propriétés dynamiques « parfaites » (bande passante et vitesse de balayage infinies)

La fig.30 donne l'allure de la caractéristique de transfert du modèle de l'ampli Op idéal :

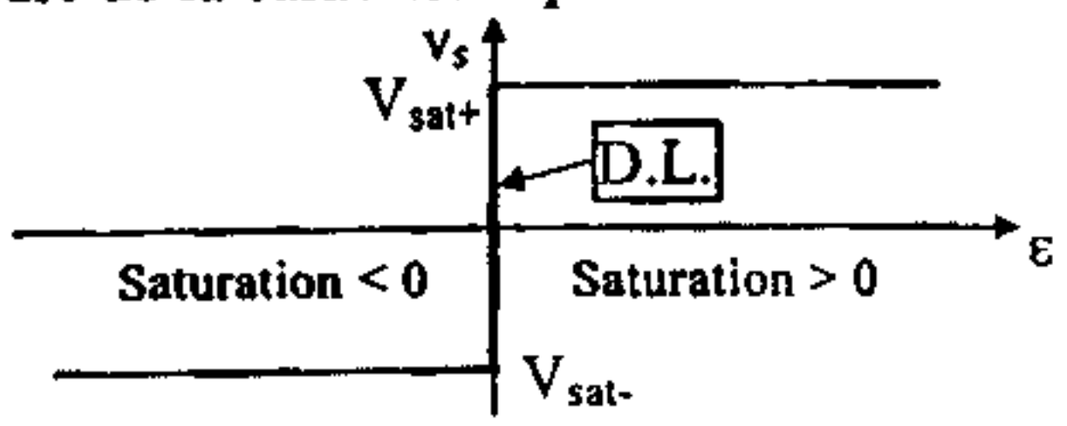


fig.30 - Caractéristique de transfert de l' AO idéal

On notera que la largeur du domaine linéaire est réduite à zéro si bien qu'une tension différentielle très faible conduit l' AO à la saturation (>0 ou <0).
Pour obtenir un fonctionnement linéaire **stable** il faut que l'AO soit inclus dans un système bouclé (il en constitue la « chaîne directe »). Des « chaînes de retour » (constituées le plus souvent «d'impédances») relient la sortie de l'AO à ses entrées. Le montage est tel qu'il permet de maintenir («d'asservir») la tension d'entrée ε à zéro.
De manière imagée on peut dire que l'AO s'efforce de fournir à sa sortie la tension et le courant nécessaires pour maintenir nulle la tension différentielle d'entrée [9].
Si on utilise une seule chaîne de retour et si elle est purement résistive il faut qu'elle établisse un retour sur l'entrée – (réaction négative ou contre réaction) pour que le fonctionnement soit stable dans le domaine linéaire.
Si, au contraire, le retour s'effectue sur l'entrée + (réaction positive) le fonctionnement est instable dans le domaine linéaire et l'AO est nécessairement à saturation.

5.3 Modélisation de l'Ampli Op réel

La fig.31 présente une modélisation (il en existe d'autres) qui fait apparaître la plupart des imperfections de l'Ampli Op en régime linéaire.

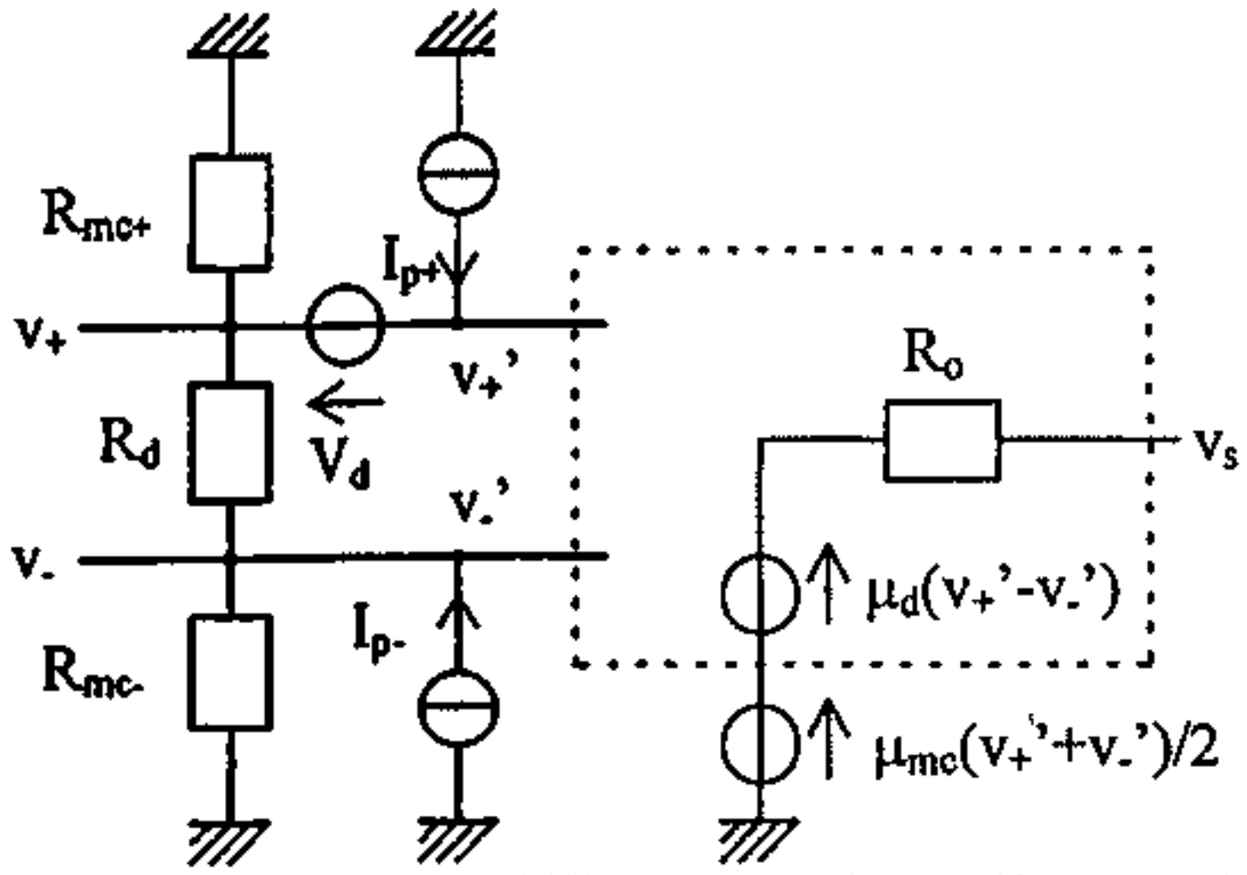


fig.31 - Une modélisation de l'ampli Op réel

Dans la description qui suit on a indiqué, entre parenthèses et en italique, les valeurs des paramètres associés au modèle idéal :

- Les résistances R_d , R_{mc+} et R_{mc-} correspondent aux résistances différentielle (entre les deux entrées) et de mode commun (entre chacune des entrées et la masse) (R_d et R_{mc} *infinies*). En toute rigueur, ce sont d'ailleurs des impédances (capacitives).
- Les générateurs de courant I_{p+} ' et I_{p-} correspondent aux courants de polarisation ; leurs sens dépendent du type de transistors utilisés à l'entrée de l'AO (*nuls*).
- Le générateur de tension V_d correspond à la tension de décalage d'entrée (*nulle*).
- La résistance R_o est la résistance de sortie (*nulle*).
- Les amplifications μ_d et μ_{mc} dites amplification différentielle et de mode commun (respectivement *infinie* et *nulle*) sont définies par la relation générale :

$$v_s = \mu_d(v_+'-v_-') + \mu_{mc}(v_+'+v_-')/2 \approx \mu_d(v_+-v_- - V_d) + \mu_{mc}(v_++v_-)/2 \qquad \text{(IV - 19)}$$

Le rapport de ces deux amplifications est le taux de réjection du mode commun. Il est, le plus souvent, exprimé en dB :

$$\mathrm{TRMC} = 20\log\left(\frac{\mu_d}{\mu_{mc}}\right) \qquad \textbf{(IV - 20)}$$

Ce taux de réjection est en général très élevé, de l'ordre de 100 dB, si bien qu'il est en général possible de négliger le terme de mode commun (cf § 5.1) ; nous l'estimerons néanmoins au § 5.3.4.

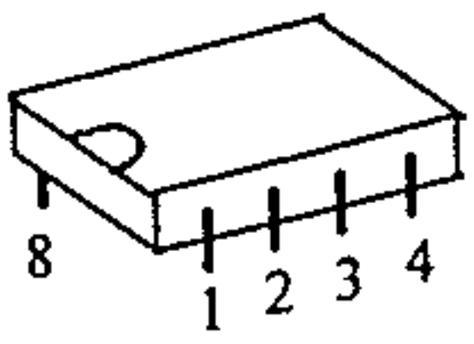
La relation (IV-19) n'est à priori valide qu'en continu ou à très basse fréquence. En régime permanent sinusoïdal, on ne s'intéresse qu'aux termes variables et on doit considérer les amplifications μ_d et μ_{mc} comme des fonctions complexes de $j\omega$. Il résulte de ces variations une diminution du TRMC avec l'augmentation de la fréquence.

Signalons enfin que la relation (IV-19) n'est qu'une modélisation linéaire de l'AO, le TRMC dépend en réalité de la tension de mode commun !

Les Ampli Op réels sont suffisamment proches du modèle idéal pour qu'il ne soit pas nécessaire de tenir compte simultanément de toutes les imperfections.

Au contraire dans l'analyse d'un montage à AO, on ne retiendra le plus souvent qu'une ou deux imperfections pour estimer les écarts avec le modèle de l'AO idéal.
Avant d'étudier les fonctions de base réalisées à partir d'Ampli Op, nous allons déterminer certaines caractéristiques sur l'un des modèles les plus répandus : le « TL081 », dont les transistors d'entrée sont des JFET. Dans certains cas nous donnerons aussi ces caractéristiques pour un AO plus ancien : le «741 », dont les transistors d'entrée sont des transistors bipolaires.
Ces AO sont le plus souvent disponibles dans des boîtiers à 8 broches (fig.32a) et on a indiqué le brochage (fig.32b) correspondant, en se limitant aux entrées + et -, à la sortie S et aux alimentations .

a-



b-

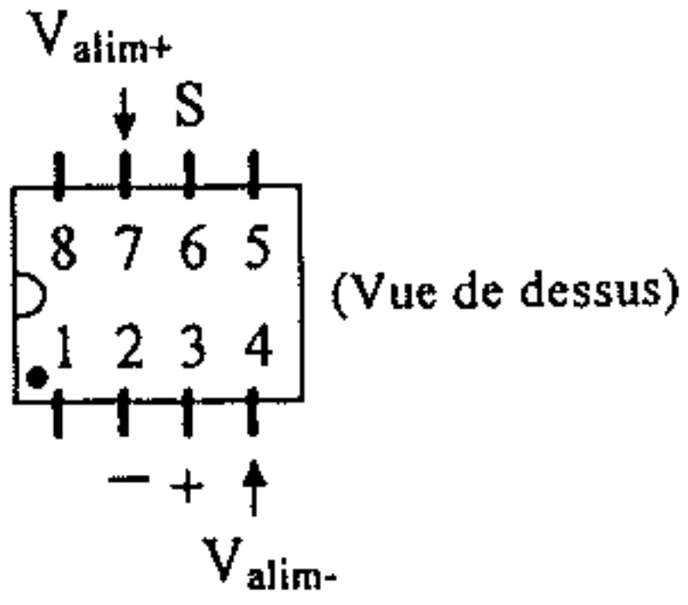


fig.32 - Amplificateur opérationnel

5.4. Caractéristiques de l'A0 «TL081»

5.4.1- Diagramme de Bode d'amplitude

En ne tenant pas compte du décalage constant de sortie dû à V_d et en négligeant le terme de mode commun, la mesure de l'amplification différentielle μ_d revient à mesurer le rapport : $v_s/(v_+ - v_-)$. Or cette amplification est très élevée (quelques 10^5 en très basse fréquence) et il est difficile sinon impossible de faire une mesure directe (si l'on travaille en boucle ouverte, la sortie est presque à coup sûr en saturation !).
On utilise alors le montage de la fig.33 qui permet de mesurer non pas $(v_+ - v_-)$ mais $k(v_+ - v_-)$ où $k = (R_3 + R_4)/R_3$ est choisi très supérieur à 1 ; montage qui, par la contre réaction de la sortie sur l'entrée inverseuse, fonctionne de manière stable.

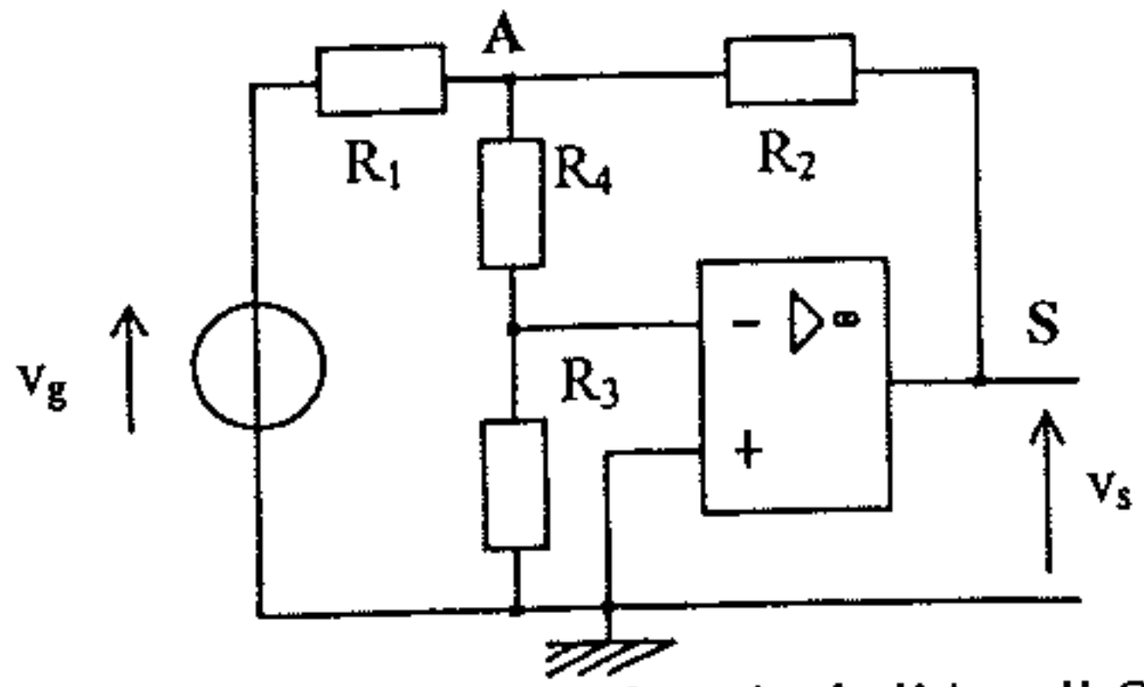


fig.33 - Mesure du gain de l'Ampli Op

on a : $$v_- = \frac{R_3}{R_3 + R_4} v_A \,,\; v_s = -\mu_d v_- \,,$$

d'où : $$\mu_d = \frac{v_s}{(v_+ - v_-)} = -\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)\frac{v_s}{v_A} = -k\frac{v_s}{v_A} \qquad \text{(IV - 21)}$$

Valeurs des éléments :
$R_1 = R_2 = 10\ k\Omega$
$R_3 = 1\ k\Omega$, $R_4 = 100\ k\Omega$; d'où $k = 101$

Faire varier la fréquence(de manière logarithmique - par exemple : 100, 300, 1000, 3000 Hz, etc.) et mesurer à l'oscilloscope ou avec un voltmètre électronique numérique de bande passante suffisante les tensions v_s et v_A.
En pratique et à défaut d'un millivoltmètre à large bande, il est commode d'utiliser le voltmètre aux « basses fréquences » (< 100 kHz par exemple) et l'oscilloscope aux fréquences plus élevées (> 100 kHz). Pour la mesure de v_A il sera bon d'utiliser une sonde de mesure (cf. Chap.II).
Remarque : Quelle que soit la méthode utilisée on veillera à « éliminer » le terme de décalage constant de sortie ! (par exemple si on utilise les fonctions de mesure automatiques d'un oscilloscope numérique et la mesure de la tension efficace il faut impérativement se placer en couplage AC).
Lorsqu'on diminue la fréquence(au-dessous de 100 Hz), le signal en A devient très faible – et bruité – et rapidement non mesurable. Faire alors une mesure « différentielle » en continu : prendre v_g = 10 V puis –10 V et mesurer au voltmètre continu les variations correspondantes de u_A et de u_s . Cela donne la valeur de l'amplification différentielle en continu soit $\mu_o = k\ \Delta v_s/\Delta v_A$ (la mesure en « différentielle » est indispensable pour s'affranchir de la tension de décalage).

Le diagramme de Bode d'amplitude s'obtient en portant en abscisse la fréquence sur une échelle logarithmique et en ordonnée le gain : $G(dB) = 20 \log(\mu_d)$.
Dans le domaine d'étude cette courbe (fig.34) est pratiquement assimilable à une droite horizontale aux fréquences « basses » et à une droite inclinée de pente 6 dB/octave soit 20 dB/décade (μ_d est divisé par 10 quand f est multipliée par 10).

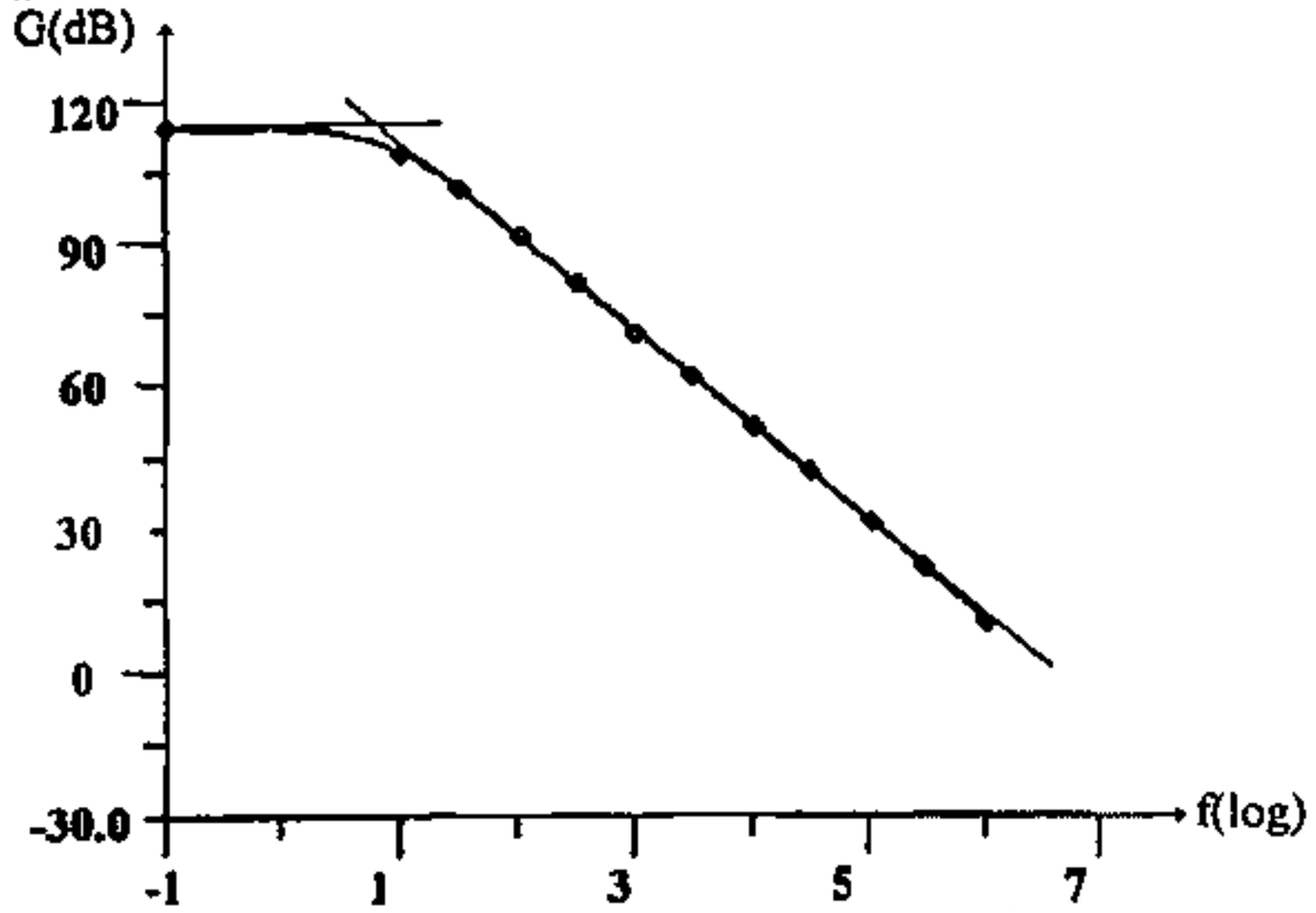


fig.34 - Diagramme de Bode d'amplitude de l'Ampli Op TL081

Dans le domaine étudié (0 - 1 MHz) l'Ampli Op se comporte comme un filtre passe-bas du premier ordre dont l'amplification différentielle en régime permanent sinusoïdal peut s'écrire :

$$\mu_d(j\omega) = \frac{\mu_o}{1 + j\frac{\omega}{\omega_o}} \qquad \text{(IV - 22)}$$

La fréquence $f_o = \omega_o/2\pi$ qui correspond à l'intersection des deux asymptotes de la courbe de Bode est la « fréquence de coupure » de l'AO (à cette fréquence le gain a diminué de 3 dB par rapport au continu). On trouve typiquement : μ_o = quelques 10^5 (soit 100 dB) ; f_o une dizaine de Hz et un produit « gain x bande passante » : $\mu_o.f_o \approx 4.10^6$ (Hz).

Aux fréquences supérieures à f_0, le comportement fréquentiel de l'AO est assimilable à celui d'un intégrateur.

5.4.2 - Tension de décalage

Réaliser un montage suiveur (fig35a). En appliquant le modèle de l'AO idéal, on a : $v_s = v_- = v_+$. Si l'entrée (+) est à la masse ($v_+ = 0$), la tension de sortie doit être nulle. En fait, il apparaît une tension différente de 0 (de l'ordre de qq mV) dite tension de décalage de sortie (« offset » en sortie). Dans le cas de ce montage suiveur c'est aussi la tension de décalage V_d (utiliser le modèle de la fig.35b)

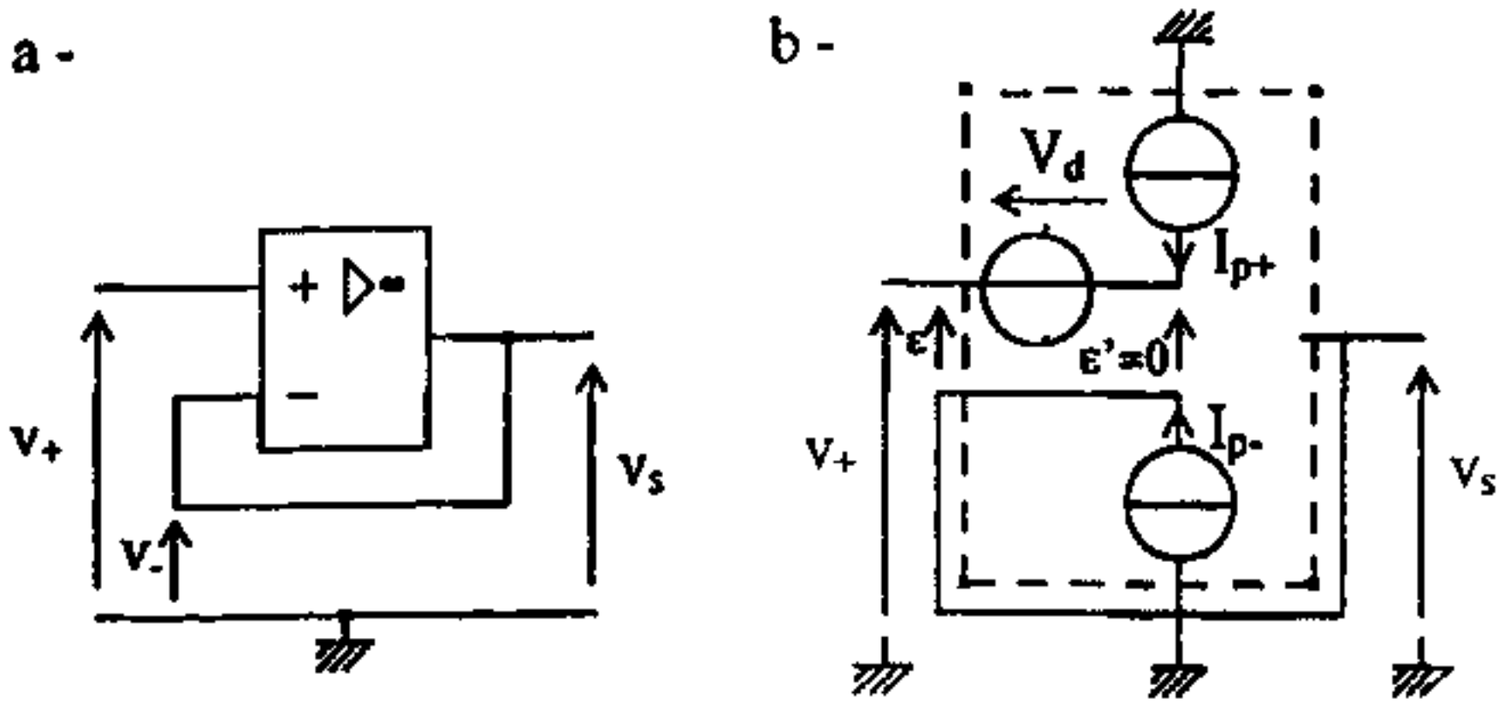


fig.35 - Tension de décalage de l'AO

Précisons que cette tension de décalage, positive ou négative, provient essentiellement d'une légère dissymétrie des transistors d'entrée de l'AO. Elle dépend par ailleurs de la température et des tensions d'alimentation.

Dans certains AO, ce défaut peut être compensé grâce à un potentiomètre P relié à des bornes spécialement prévues par le constructeur (fig.36) et dont le curseur est relié à une alimentation.

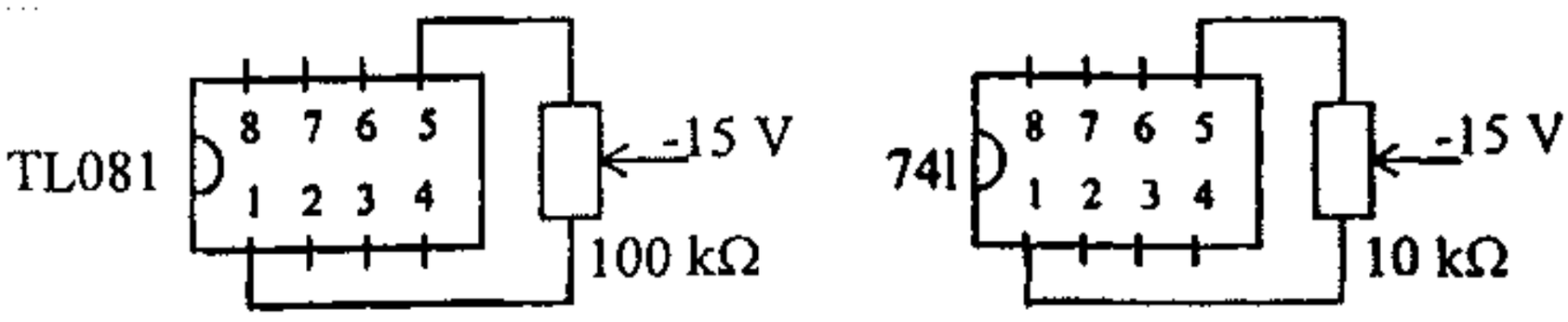


fig.36 - Pratique de la compensation de la tension de décalage

Cette compensation n'est vraiment nécessaire que lorsque les tensions sur lesquelles on travaille ne sont pas très supérieures à cette tension de décalage (par exemple dans un montage amplificateur (inverseur ou non-inverseur) lorsque le gain est grand).
Si l'on travaille en boucle ouverte, cette tension est responsable de la saturation de la sortie. Lorsqu'on effectue la compensation dans ces conditions , on constate la grande difficulté du réglage. De plus, ce réglage risque d'évoluer dans le temps car V_d dépend de la température et des tensions d'alimentation (il suffit de « souffler » sur l'AO pour modifier légèrement sa température et faire dériver la sortie).

5.4.3 – Courants de polarisation

Ces courants I_{p+} et I_{p-} sont très faibles mais leur ordre de grandeur peut cependant être déterminé par les expériences des fig.37-a et 37-b.

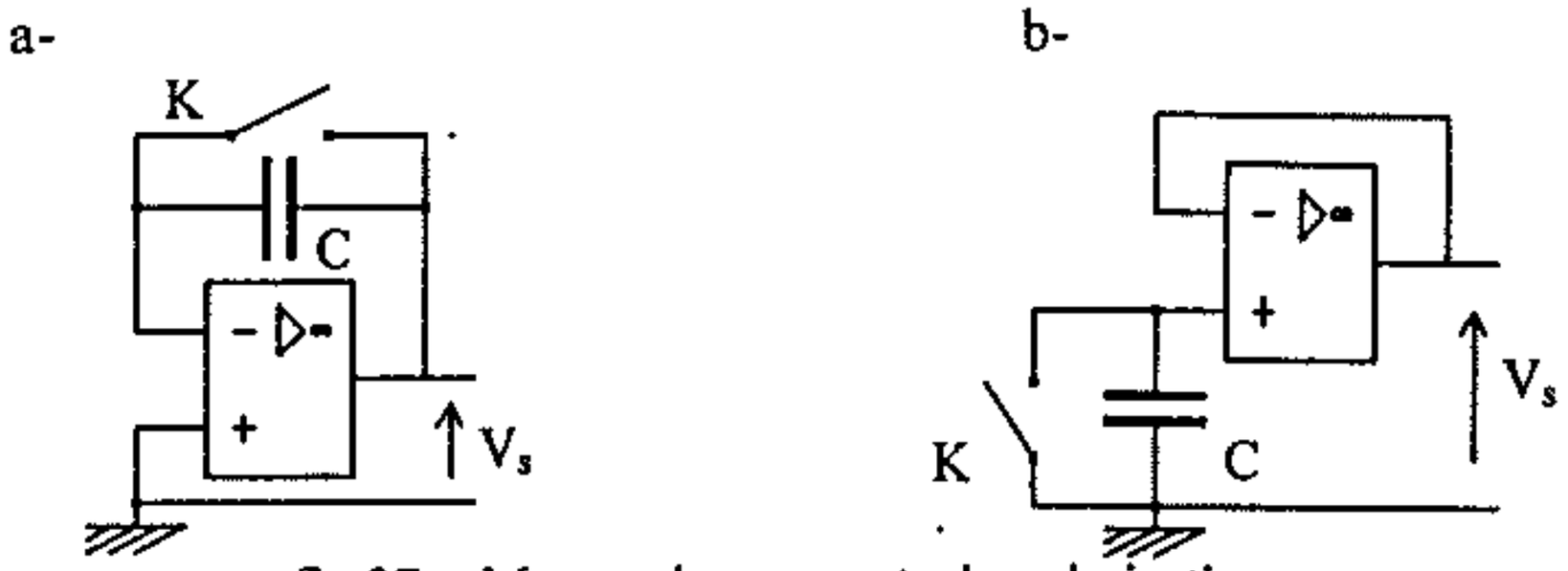


fig.37 - Mesure des courants de polarisation

En ne conservant que les imperfections de tension de décalage et de courants de polarisation on montre facilement que :

$$\text{cas a : } \frac{dv_s}{dt} = -\frac{I_{p-}}{C} \quad ; \quad \text{cas b : } \frac{dv_s}{dt} = \frac{I_{p+}}{C} \qquad \text{(IV - 23)}$$

On détermine (après avoir déchargé le condensateur) la dérive de la tension de sortie en prenant un condensateur de capacité C = 10 nF (on trouve typiquement une valeur de 10 mV en 10 s).

Précisément on a obtenu : I_{p+} = 13 pA et I_{p-} = 11 pA . Pour comparer aux données du constructeur, on peut calculer le courant de « décalage » : $I_d = \left|I_{p+} - I_{p-}\right| = 2\,\text{pA}$ et le courant de polarisation « moyen » : $I_p = (I_{p+} + I_{p-})/2$ = 12 pA.

Avec un AO 741 ou certains AO rapides actuels (comme le LM 6361) ces valeurs sont nettement supérieures (on trouve I_p de l'ordre de la centaine de nA - prendre alors un condensateur de 1 μF).

En circulant dans les résistances du montage (par exemple amplificateur inverseur -§ 6.1.3), ces courants de polarisation génèrent une tension de décalage de sortie. Comme ces courants sont comparables sur les deux entrées, on peut, partiellement compenser ce décalage en modifiant le montage de base de telle manière que les résistances équivalentes entre les entrées + et – et la masse soient égales. Pour cela il suffit d ajouter une résistance $R_+ = R_1//R_2 = R_1R_2/(R_1+R_2)$ entre l'entrée non inverseuse et la masse).

5.4.4 - Taux de réjection du mode commun

Ce sont surtout les montages dont la borne non inverseuse n'est pas à la masse qui sont sensibles à l'amplification de mode commun car les deux entrées peuvent alors être à des potentiels qui ne sont pas proches de zéro (cas du montage « amplificateur non inverseur » par exemple).

Faire le montage de la fig.38 avec : $R_1 = R_3 = 1\ \text{k}\Omega$, $R_2 = R_4 = 100\ \text{k}\Omega$.

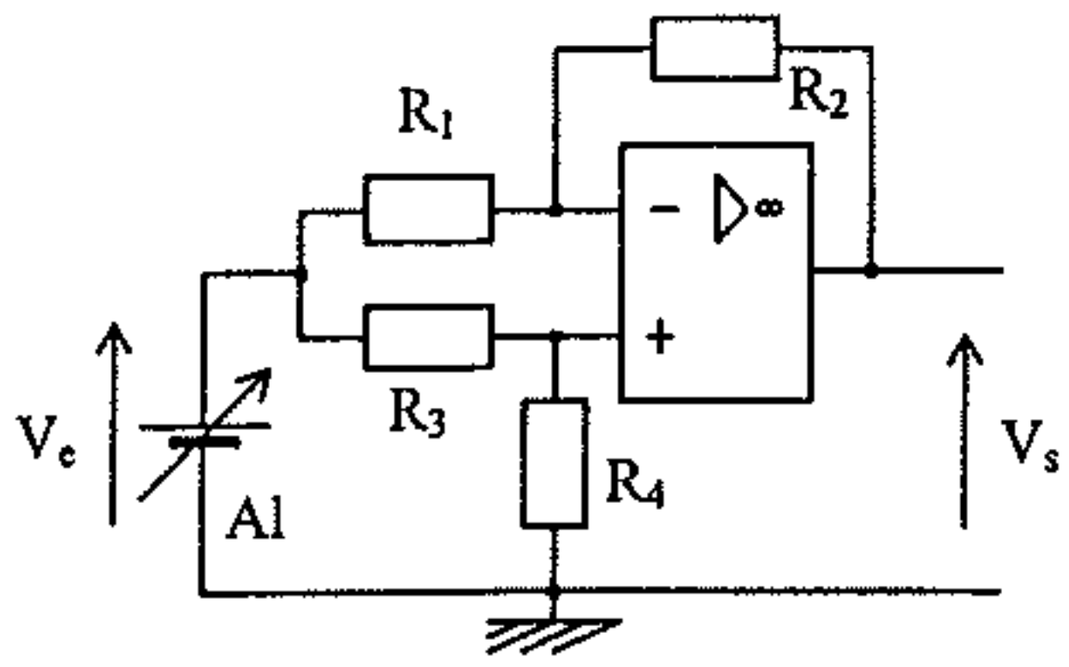


fig.38 - Mesure du taux de réjection du mode commun

$$V_+ = V_e \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{et} \quad \frac{V_e - V_-}{R_1} = \frac{V_- - V_s}{R_2} \Rightarrow V_- = V_s + \frac{R_2}{R_1 + R_2}(V_e - V_s)$$

Or : $V_s = \mu_d(V_+ - V_- - V_d) + \mu_{mc}\frac{V_+ + V_-}{2}$; en posant : $\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$; $\beta = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$

on trouve :

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta V_e} = \frac{1}{1-\alpha}\left(\beta - \alpha + \frac{\mu_{mc}}{\mu_d}\right) \qquad \text{(IV - 24)}$$

Mesurer la tension de sortie V_s pour différentes valeurs de V_e afin de déterminer la variation relative : $\Delta V_s/\Delta V_e$ (cela permet de s'affranchir de la tension de décalage).

La détermination du rapport μ_{mc}/μ_d est très sensible aux valeurs des résistances. Le mieux est de s'arranger pour que $(\beta - \alpha)$ soit négligeable devant μ_{mc}/μ_d. Pour cela on mesurera avec précision (ohmmètre numérique 20000 points) les résistances R_{1-4} prises dans une série à 1% ou à 0,1 %. Pour parfaire la condition $\alpha = \beta$, on disposera ces 4 résistances dans une structure en pont et on ajoutera à la résistance R_2 ($R_2 < R_4$) une petite résistance ajustable r (potentiomètre multitours 100 Ω par exemple). En agissant sur r on peut équilibrer le pont. On utilisera alors ces résistances (R_1, R_2+r, R_3 et R_4) pour réaliser le montage fig.38. On a ainsi estimé le TRMC à 90 dB.

5.4.5 - Résistance de sortie

Il ne faut pas confondre cette résistance de sortie R_o (propre à l'AO) avec celle d'un montage utilisant l' AO (par exemple un montage ampli non inverseur). Dans un montage contre-réactionné en tension avec un taux de contre réaction β, on peut montrer que la résistance de sortie du montage est approximativement égale à : $R_o/(1+\beta\mu)$ (en négligeant le courant prélevé par la chaîne de retour). Comme en général : $\beta\mu >> 1$, cette résistance est « imperceptible ».

Pour estimer R_o on utilise à nouveau le montage de la fig.33 et on se place à une fréquence de l'ordre de 1000 Hz.

On mesure successivement les tensions en A et S, en l'absence puis en présence d'une résistance de charge R_c (de l'ordre de 300 Ω par exemple). Soit : $u_{A,o}$; $u_{S,o}$; $u_{A,c}$ et $u_{S,c}$ les valeurs obtenues. On choisira le niveau du signal d'entrée suffisamment faible pour que les tensions restent bien sinusoïdales.

En ne tenant compte que des imperfections d'amplification finie et de résistance de sortie de l'A.O. il est facile de montrer que l'on a sensiblement :

$$R_o = R_c\left(\frac{u_{A,c} / u_{S,o}}{u_{A,o} / u_{S,o}} - 1\right) \qquad \text{(IV - 25)}$$

On a ainsi obtenu pour un TL081 : R_o = 240 Ω. Comme cette résistance n'est pas donnée par le constructeur, on a testé le montage avec d'autres AO (OP 07 en particulier) et le résultat s'est avéré correct. On notera que cette « résistance » dépend de la fréquence.

5.4.6 - Résistances d'entrée et électrostatique

Dans le cas d'un A.O. comme le TL081 il n'est pas possible de mesurer les résistances d'entrée qui sont de l'ordre de 10^{12} Ω. Il est facile de voir que ces valeurs sont si élevées qu'elles rendent les impédances d'entrée capacitives dès que la fréquence est supérieure à quelques Hz !

On peut illustrer la grande valeur de ces impédances d'entrée par une expérience d'électrostatique.

Réaliser le montage de la figure 39-a et visualiser la tension de sortie à l'oscilloscope et régler au mieux la compensation de l'offset de l'AO en boucle ouverte.

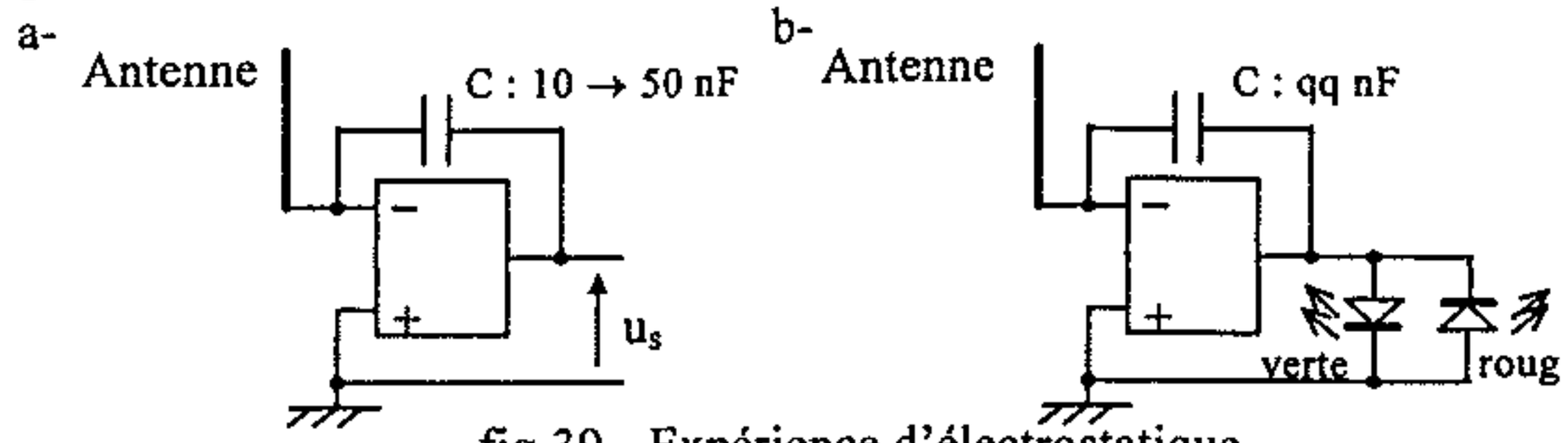


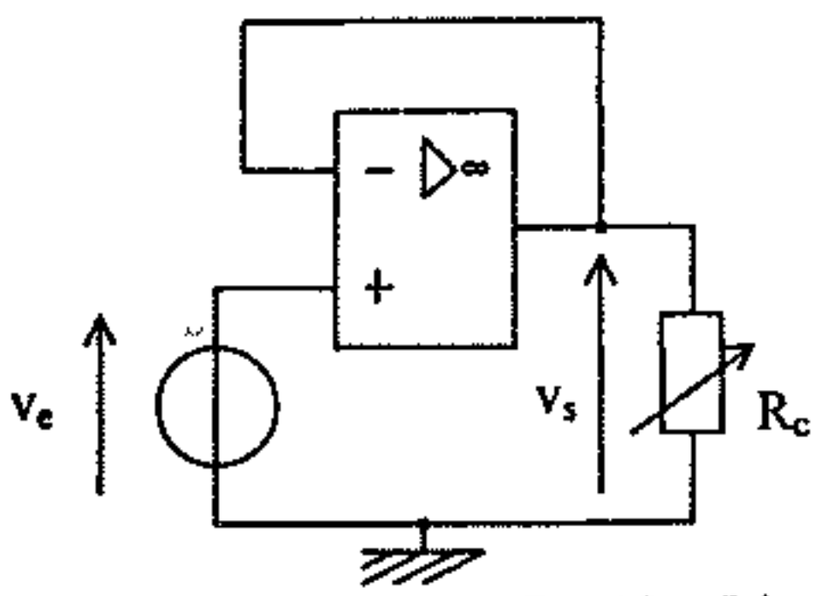
fig.39 - Expérience d'électrostatique

L'entrée inverseuse est reliée à un fil vertical d'une vingtaine de centimètre qui va détecter le champ électrique.
Approcher de cette « antenne » un bâton d'ébonite frotté avec une peau de chat : la tension u_s augmente nettement et revient à sa valeur initiale lorsqu'on éloigne le bâton. Approcher la peau de chat : le potentiel diminue. On peut faire de même avec un bâton de verre frotté avec un tissu de laine (ou peut essayer d'autres objets et construire ainsi une série triboélectrique). En plaçant en sortie deux DEL ou une DEL bicolore (fig.39-b), on visualise simplement les « deux types d'électricité ».

5.4.7 Limitation en courant de sortie

Faire le montage « suiveur » (cf § 6.1.8) représenté fig.40a et mettre une résistance de charge R_c . Choisir une tension d'entrée v_e sinusoïdale B.F. (100Hz par exemple) et d'amplitude A pas trop élevée (ex : 5 V). Diminuer R_c jusqu'à observer l'écrêtage de la tension de sortie (fig.40b) due à la limitation de courant (c'est une protection interne à l'A.O. qui évite la destruction du composant par effet thermique en cas de court-circuit en sortie par exemple).

a - Montage



b- Ecrêtage de sortie

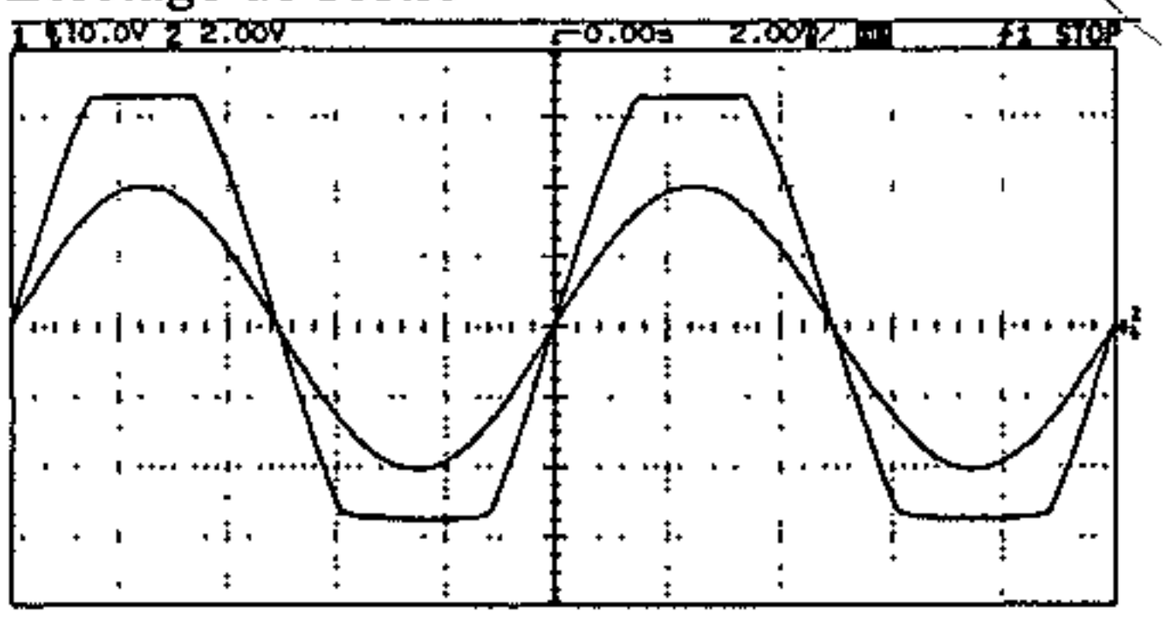


fig.40 - Limitation en courant de sortie

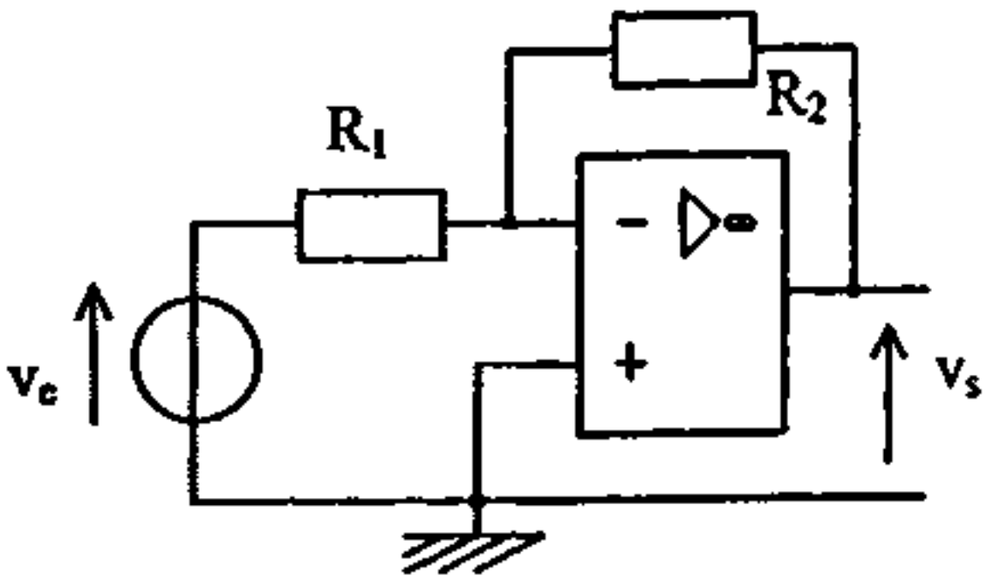
Diminuer ensuite la tension du générateur pour faire cesser l'écrêtage, on constatera qu'en général, le phénomène n'est pas symétrique. En prenant $R_c = 100\ \Omega$ l'écrêtage > 0 cesse pour $A_+ = 3{,}4V$; l'écrêtage < 0 pour $A_- = 2{,}8$ V, d'où $I_{sat+} \approx 34$ mA , $I_{sat-} \approx 28$ mA. Il est raisonnable de garder un courant de sortie notablement inférieur (50 %) à ce courant de protection afin d'éviter des anomalies de fonctionnement.

5.4.8 - Tension de saturation

L'A.O. est supposé alimenté par des tensions opposées : $V_{alim+} = -V_{alim-} = V_{alim}$ (= 15V), sa tension de sortie v_s ne peut pas sortir de l'intervalle : $[-V_{alim} ; V_{alim}]$.

Plus précisément v_s est limitée par des tensions limites (dites de saturation) V_{sat+} et V_{sat-} qui dépendent de V_{alim} et qui lui sont un peu inférieures (en module).
Pour mettre en évidence ces tensions, faire le montage amplificateur inverseur (cf § 6.1.3) avec une amplification A = 10 (fig.45 : R_1 = 1kΩ, R_2 = 10 kΩ) . En augmentant l'amplitude du signal d'entrée on fait apparaître la saturation en tension (fig.41b) .

a - Montage



b- Saturation de tension

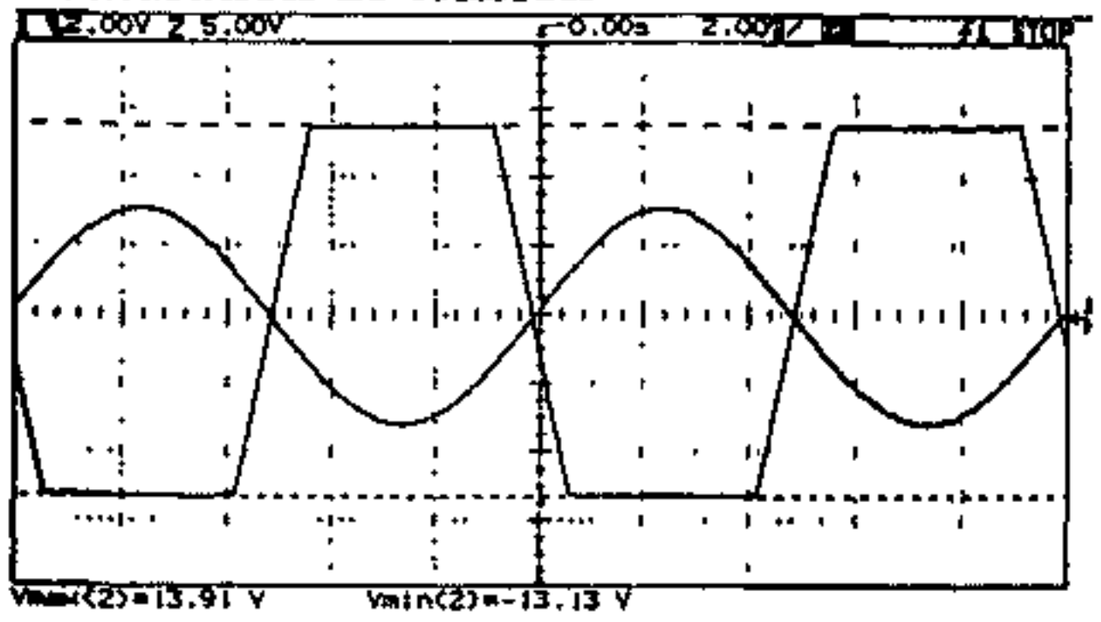


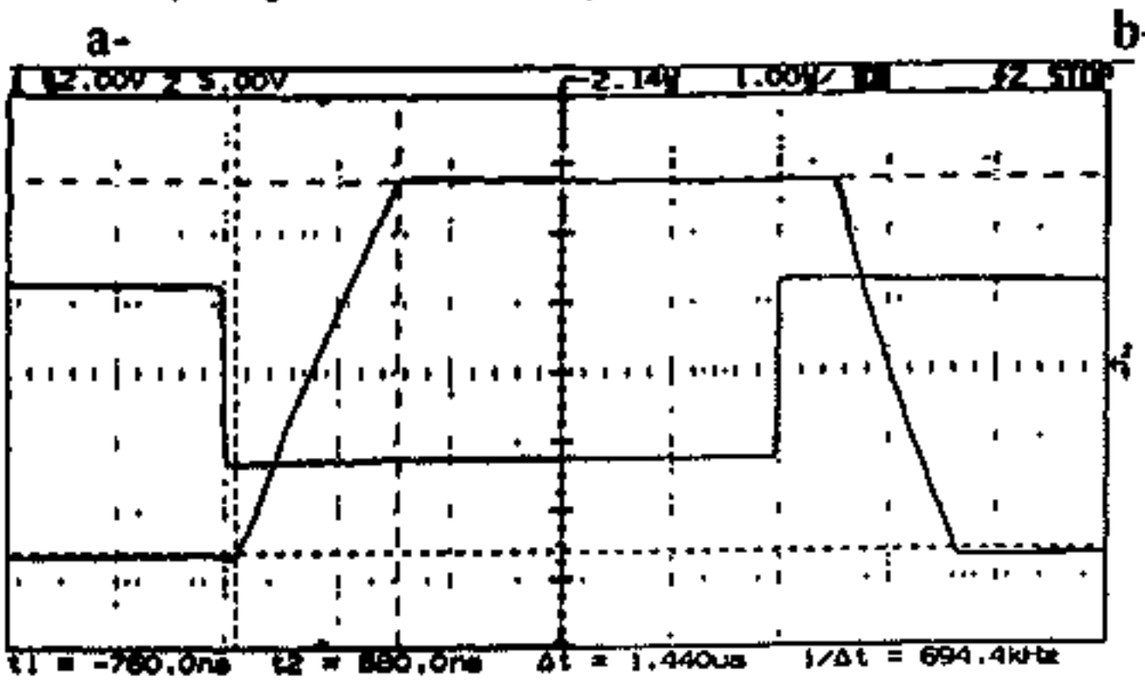
fig.41 - Limitation de la tension de sortie

Remarque : ne pas utiliser le montage suiveur car la tension d'entrée va dépasser la valeur maximale admissible par l'AO.

5.4.9 - Vitesse maximale du signal de sortie (vitesse de balayage ou slew-rate)

Pour mettre en évidence ce phénomène on peut utiliser, à nouveau, le montage amplificateur inverseur précédent (fig.41a). Mettre à l'entrée un signal carré de forte amplitude (« régime de grands signaux ») et augmenter la fréquence. Le signal de sortie à une forme trapézoîdale (fig.42a).
Déterminer alors les pentes extrémales (>0 et < 0) de variation du signal de sortie :SR_+ et $-SR_-$ (en V/µs) (ces pentes sont du même ordre).On obtient ≈ 20 V/µs pour un TL081 (≈ 0,5 V/µs pour un 741).

a-



b-

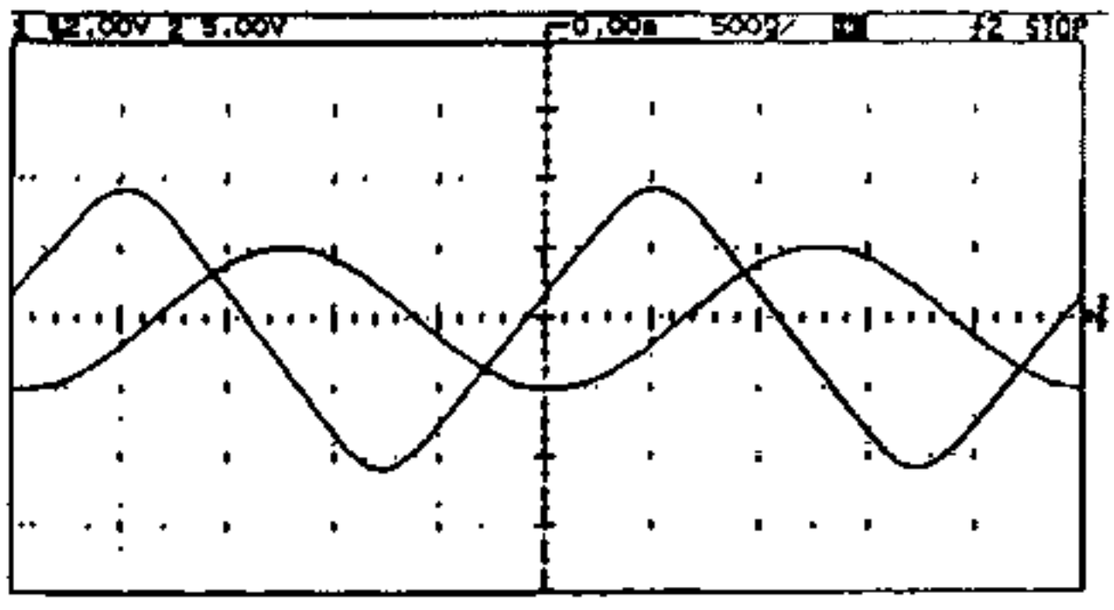


fig.42 - Limitation de la vitesse de variation du signal de sortie

Cette limitation de la vitesse d'évolution de la tension de sortie traduit la charge, à courant constant, d'un capacité interne au circuit [10].
Appliquer alors un signal sinusoïdal d'entrée : $v_e = A \sin(\omega t)$: il est triangularisé lorsque sa dérivée maximale (égale à ωA) dépasse la vitesse maximale SR (fig.42b). Cette limitation dépend donc de l'amplitude (c'est un effet distinct de la bande passante vu en 5.4.1), elle limite le domaine de fréquence utilisable en régime de « grands signaux ».

6 - Electronique analogique et A.O.

L'amplificateur opérationnel permet de réaliser très facilement les fonctions classiques de l'électronique analogique. Il sera donc très largement utilisé dans toute la suite.

6.1 - Utilisation de l'AO en régime linéaire

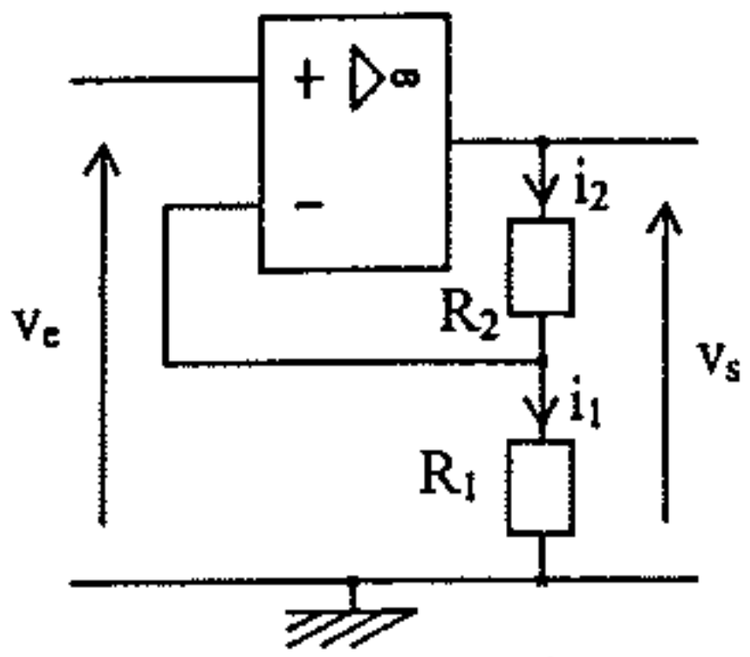
En première approximation l'analyse des montages est basée sur le modèle de l'A.O. **idéal** (l'influence de certaines imperfections sera aussi envisagée). On considère donc que sont réalisées les conditions suivantes :

[a] : la tension différentielle est nulle : $\varepsilon = (v_+ - v_-) = 0$ (IV - 26)

[b] : les courants aux entrées sont nuls (IV - 27)

6.1.1- Ampli non inverseur (fig.43)

fig.43



Les conditions précédentes conduisent pour le montage de la fig.43 aux relations :

$$[a] : v_+ = v_e \rightarrow v_- = v_e \quad ; \quad [b] : i_1 = i_2 \rightarrow v_- = v_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_e = A_{th} v_e \qquad \text{(IV- 28)}$$

Les amplitudes (ou valeur efficace) V_s et V_e des tensions seront mesurées à l'oscillo ou avec des voltmètres (penser à leur bande passante), la tension d'entrée pouvant être alternative (BF) ou continue.

Prendre des valeurs de R_1 et R_2 telles que le rapport $(R_1+R_2)/R_1$ prenne une valeur simple qui puisse être un rapport de calibres de l'oscillo (2, 5 ,10 et les multiples) : les tensions d'entrée et de sortie peuvent alors se superposer (tant que l'amplification a sa valeur théorique $A_{th} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$).

Mesurer l'amplification : V_s/V_e à différentes fréquences et ceci pour 2 ou 3 rapports de l'amplification théorique A_{th} afin de déterminer la réponse fréquentielle de cet ampli non-inverseur et, en particulier, déterminer la fréquence de coupure f_c qui donne une chute de gain $G_{dB} = 20 \log(V_s/V_e)$ de 3 dB (amplification divisée par $\sqrt{2}$). Pour cette fréquence, mesurer le déphasage (on doit trouver 45°).

Tracer cette réponse sur le même graphe que celui donnant le gain en boucle ouverte de l'A.O. (fig.34 en 5.4.1) .

On voit alors que la bande passante $[0 ; f_c]$ est d'autant plus grande que le rapport $(R_1+R_2)/R_1$ est petit et l'on vérifie $A_{th} \times f_c$ = constante. Cette constante est égale à :

$$A_{th} \times f_c = \mu_0 f_0 \cong 4 \times 10^6 \qquad \text{(IV - 29)}$$

Ceci est une propriété générale des systèmes bouclés cf § 6.1.2

6.1.2 - L'ampli non-inverseur comme système bouclé

Considérons le système formé d'une chaîne directe d'amplification A et d'une chaîne de retour de transmittance B qui réinjecte à l'entrée, au moyen d'un soustracteur (ou d'un additionneur) une partie de la grandeur de sortie (fig.44). A et B peuvent être des grandeurs complexes et dépendre de la fréquence.

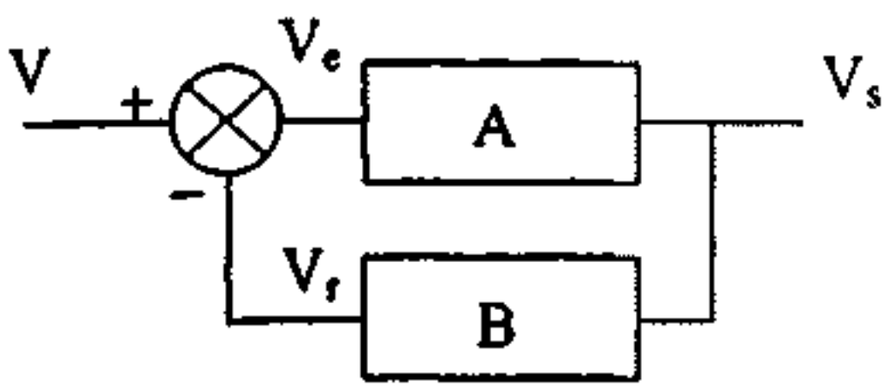


fig.44 - Schéma « bloc » d'un sytème bouclé

Considérons une chaîne de réaction tension-tension dans laquelle :
- la grandeur réinjectée est proportionnelle à la tension de sortie
- la grandeur appliquée à l'entrée est une tension

On peut alors écrire : $V_s = A\,V_e$ et $V_r = B\,V_s$

$V_e = V_i - V_r$

d'où : $V_s = AV_i - AB\,V_s$

$$V_s = \frac{A}{1+AB} V_i \qquad \text{(IV- 30)}$$

Revenons alors au montage non-inverseur :

La tension v_i est appliquée sur l'entrée non-inverseuse. La tension de sortie est réinjectée, au moyen du diviseur de tension formé par les résistances R_1 et R_2, sur l'entrée inverseuse et l'AO réalise la fonction $\mu(v_+ - v_-)$.

Lorsque l'amplification μ (ou $|\mu|$) est très grande (tel que $\mu B \gg 1$), on trouve $v_s = v_i/B$

soit, dans ce cas : $$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_e \qquad \text{(IV- 31)}$$

La contre-réaction a rendu l'amplification du montage indépendante de celle de l'AO et égale à l'inverse de la transmittance de retour.

Ce résultat se généralise remarquablement aux systèmes dans lesquels la chaîne de retour réalise une opération B non linéaire, mais inversible, sur v_s : $v_r = B(v_s)$. Comme $v_e \approx v_r$ (« $\mu = \infty$ ») on a : $v_s = B^{-1}(v_e)$! cette remarque sera illustrée plusieurs fois dans la suite.

Tenons compte maintenant du fait que l'amplification μ de l'A.O. dépend de la fréquence : on a vu (§ 5.4.1) que :

$$\mu(f) = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{f}{f_0}} \quad \text{or} \quad B = \frac{R_1}{R_1 + R_2},$$

la nouvelle fonction de transfert $T = \frac{A}{1+AB}$ devient alors :

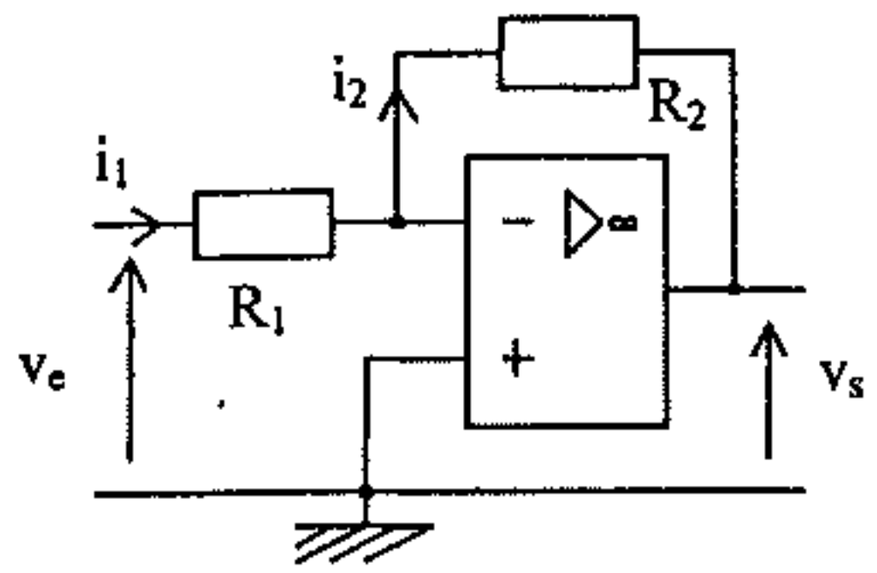
$$T = \frac{\mu_0}{(1 + j\frac{f}{f_0})(1 + \frac{\mu_0 B}{1 + j(f/f_0)})} = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 B + jf/f_0} = \frac{\mu_0}{1+\mu_0 B} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0(1+\mu_0 B)}} = A \cdot \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0'}}$$

d'où : $$T = A' \frac{1}{1 + j\frac{f}{f'_0}} \qquad \text{(IV - 32)}$$

avec $A' = \mu_o/(1+\mu_o B)$ et $f'_o = f_o\,(1+\mu_o B)$ qui vérifient $A'f'_o = \mu_o f_o$: la contre-réaction a diminué le gain mais a augmenté la bande passante.
Habituellement : $\mu_o B >> 1$, on a donc $A' \approx 1/B = A_{th}$ et $f'_o \approx f_o \mu_o B = f_c$ (on retrouve ainsi les résultats du § 6.1.1).
Si l'on considère que l'ampli de gain A possède une résistance de sortie R_s (en écrivant $V_s = AV_e - R_s I_s$), on trouve, de même, qu'en circuit bouclé, la nouvelle résistance de sortie est $R'_s = R_s/(1+AB)$ (en négligeant le courant prélevé par la chaîne de retour).
Comme on a généralement $AB \gg 1$, la résistance de sortie du montage contre-réactionné est donc très fortement réduite et devient pratiquement négligeable : la sortie du montage se comporte comme un générateur de tension parfait. C'est notamment le cas du montage amplificateur non inverseur.

6.1.3 - Ampli inverseur (fig.45) :

fig.45



Les conditions [a] et [b] permettent d'écrire pour le montage fig.45 :

$$a : v_+ = 0 \Rightarrow \quad v_- = 0$$

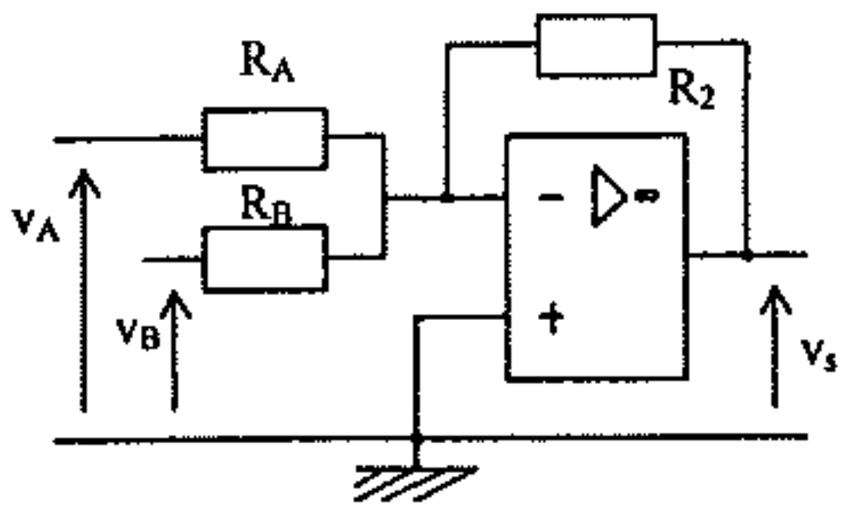
$$b : i_1 = i_2 \Rightarrow \quad \frac{v_e}{R_1} = -\frac{v_s}{R_2}$$

D'où : $$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_e = A_{th} v_e \qquad \text{(IV- 33)}$$

Comme dans le cas précédent, l' amplification est indépendante de l'AO (un calcul complet tenant compte de son amplification finie μ donne : $\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{\mu R_1}}$).

6.1.4 - Additionneur (fig.46) :

fig.46



C'est une généralisation du montage inverseur :

$$v_s = -R_2\left(\frac{v_A}{R_A} + \frac{v_B}{R_B}\right) \qquad \text{(IV- 34)}$$

On peut prendre pour V_A et V_B des tensions continues ou sinusoïdales, par exemple :
- avec une tension continue et une variable, on « fabrique » une tension avec décalage.
- avec deux tensions sinusoïdales de fréquences voisines, on a des battements.

L'intérêt de ce montage vient de ce que l'entrée inverseuse étant une « pseudo-masse», chaque générateur est indépendant et n'est traversé que par le courant qu'il fournit.

6.1.5 - Soustracteur (fig.47) :

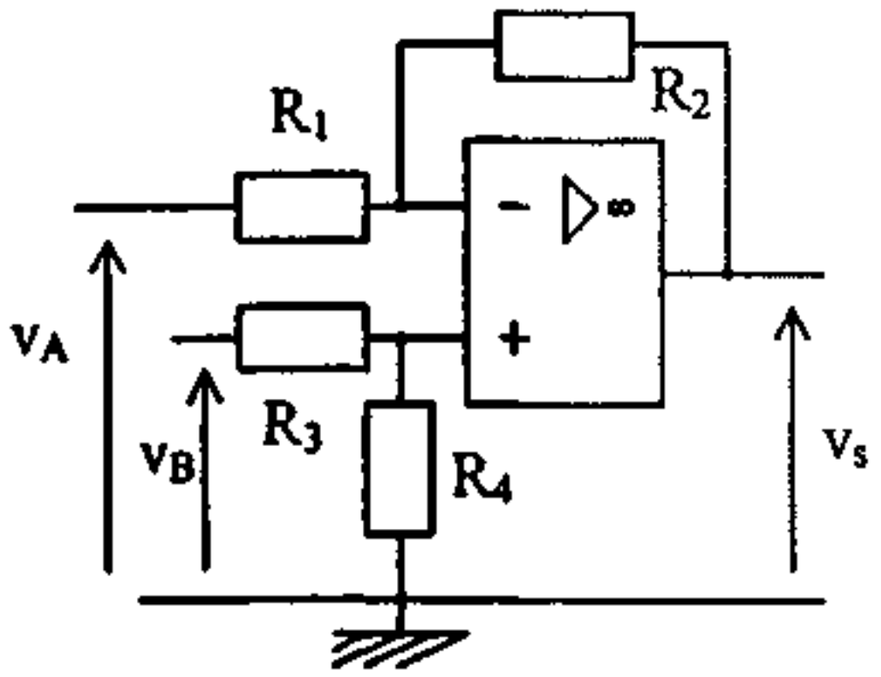


fig.47

Si la condition suivante est réalisée : $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ (IV - 35)

on a : $v_s = \frac{R_2}{R_1}(v_B - v_A)$ (IV - 36)

Ce montage peut être à la base d'une sonde différentielle permettant de visualiser à l'oscillo la tension aux bornes d'un dipôle dont aucune des bornes n'est reliée à la masse. Pour que la réjection du mode commun [c-à-d de $(v_A+v_B)/2$] soit élevée, il faut que la condition (IV-35) soit réalisée avec précision. En pratique il sera plus commode d'utiliser un circuit spécialisé tel que AD 830.

6.1.6 - Intégrateur (fig.48) :

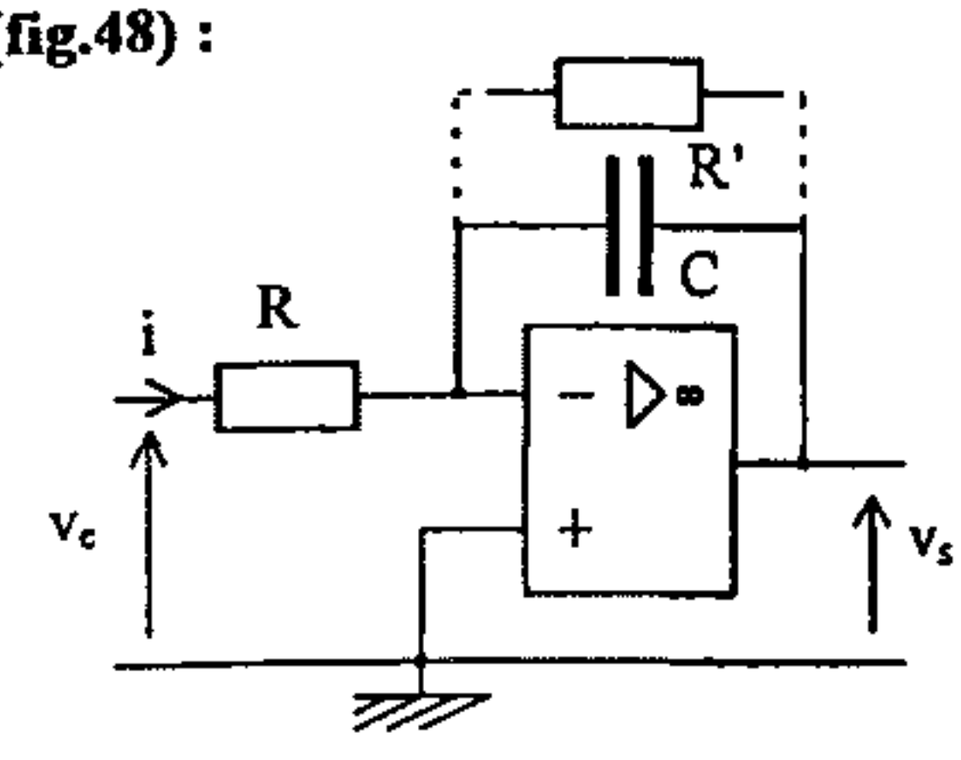


fig.48

On a $v_e = Ri$ et (si l'on ne tient pas compte de R') : $i = -C\frac{dv_s}{dt}$

d'où : $v_s(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_e(t)dt + v_s(0)$ (IV - 37)

Rôle de R' :
En l'absence de cette résistance, il n'y a pas de contre-réaction de la sortie sur l'entrée pour les tensions continues. Si la tension d'entrée n'a pas une valeur moyenne strictement nulle, le condensateur se charge progressivement et de manière irréversible jusqu'à la saturation. Le même phénomène se produit à cause des imperfections de l'A.O. (tension de décalage, courants de polarisation).

Un réglage précis de la «compensation d'offset » améliorera le fonctionnement et ralentira la dérive de la tension de sortie (mais ne l'annulera pas). La solution la plus simple est de placer en parallèle sur C une résistance de grande valeur R'»R ; les imperfections de l'A.O. n'entraînent plus qu'un décalage **constant** de sortie (c'est ce décalage qui limite la valeur maximale de R').
On peut présenter son rôle en examinant la fonction de transfert de l'intégrateur exact :

$$v_e = a \sin \omega t \Rightarrow v_s = a / RC\omega \cos\omega t \qquad \text{(IV - 38)}$$

A fréquence nulle, la transmittance $1/RC\omega$ devient infinie (elle prend en fait la valeur μ_o de quelques 10^5) et la sortie est saturée. Placer R' revient, en continu , à considérer le montage comme de type «ampli inverseur» dont l'amplification est -R'/R : les décalages sont amplifiés mais avec un coefficient bien moins important et la sortie n'est plus saturée. Le montage reste intégrateur pour les fréquences telles que $1/C\omega$ « R', on a donc avantage à choisir R' aussi élevée que le permet le décalage de sortie toléré.

Appliquer cette intégration à différents types de signaux en prenant des valeurs telles que $RC\omega$ ne soit pas trop différent de 1 (entre 0,1 et 10) afin que les amplitudes de v_e et v_s soient comparables.

- Pour un signal sinusoïdal , la sortie l'est également, en avance de $\pi/2$
- Pour un signal carré, $V_e = \pm a \Rightarrow V_s = \mp 1/RC\ (at + b)$: la tension de sortie est triangulaire et l'on peut vérifier la valeur de la pente.
- Pour un signal d'entrée triangulaire, la tension de sortie est formée d'une succession de branches de parabole (ce qui ressemble beaucoup à une sinusoïde).

La décomposition d'un signal carré en série de Fourier fait apparaître le fondamental de pulsation ω (d'amplitude 1) et les harmoniques impairs 3, 5... 2n+1..., d'amplitudes 1/3, 1/5...1/(2n+1).
Le signal triangulaire, intégrale du précédent, comporte les mêmes composantes spectrales mais avec les amplitudes relatives 1, 1/9, 1/25...$1/(2n+1)^2$ ... (fonction de transfert de l'intégrateur en $1/\omega$).
L'intégrale du signal triangulaire comprend les mêmes composantes avec les amplitudes 1, 1/27, 1/125...$1/(2n+1)^3$: il est donc très proche du signal sinusoïdal de pulsation ω puisqu'il n'en diffère que par des harmoniques de très faibles amplitudes.
Le montage intégrateur, ayant un gain inversement proportionnel à la fréquence, agit sur le signal d'entrée en réduisant l'importance des hautes fréquences : c'est le cas des irrégularités du signal, en particulier du bruit : la fonction intégration a un effet de lissage.

6.1.7 - Dérivateur (fig.49) :

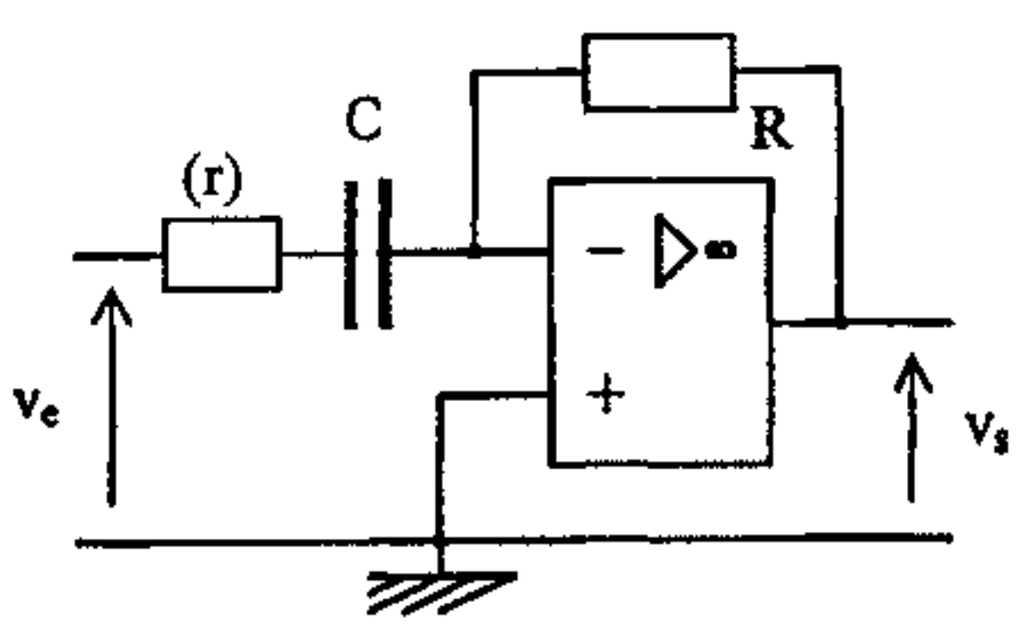


fig.49

Si l'on ne tient pas compte de la résistance (r) l'application des conditions [a] et [b] de l'AO idéal conduit à :

$$v_s = -RC\frac{dv_e}{dt} \qquad \text{(IV - 39)}$$

Pour un signal sinusoïdal $V_e = a \sin\omega t \Rightarrow V_s = -aRC\omega \cos\omega t$ (en retard de $\pi/2$)

Cette fois, le montage est très sensible aux hautes fréquences (transmittance proportionnelle à la fréquence) : l'opération dérivation accentue les défauts ; elle va dégrader le rapport signal/bruit.
La dérivation d'un signal triangulaire doit donner un signal carré. En pratique, on observe, superposées à ce signal, des oscillations amorties de haute fréquence. On trouvera une analyse détaillée de ce phénomène dans la référence [12, p 110].

Pour résumer, on peut dire que l'association d'un filtre de type passe-haut (dérivateur) et d'un filtre passe-bas (réponse de l'AO en boucle ouverte) donne un filtre passe-bande. Selon le coefficient de qualité de ce filtre, on peut observer, en régime transitoire, des oscillations plus ou moins amorties.
Les oscillations disparaissent pour l'amortissement critique (et au-delà). Dans notre cas, il faut, pour supprimer ces oscillations, placer une résistance (r) en série avec le générateur (la résistance interne du générateur est d'ailleurs quelquefois suffisante) ; sa valeur critique est : $r = \sqrt{\frac{R}{\mu_o \omega_o C}}$.

La dérivation d'un signal carré est une opération mathématiquement délicate (possible uniquement au sens des distributions); elle est également difficile pour l'AO : il devrait fournir des impulsions infiniment hautes et étroites. Les limitations de l'AO (tension de saturation, slew-rate, régime transitoire) font que le résultat est assez éloigné de la théorie. En pratique on évite autant que possible l'emploi de dérivateurs ! Pour masquer ces défauts, se mettre en très basse fréquence avec un niveau d'entrée faible.

6.1.8 - Montage suiveur (fig.50) :

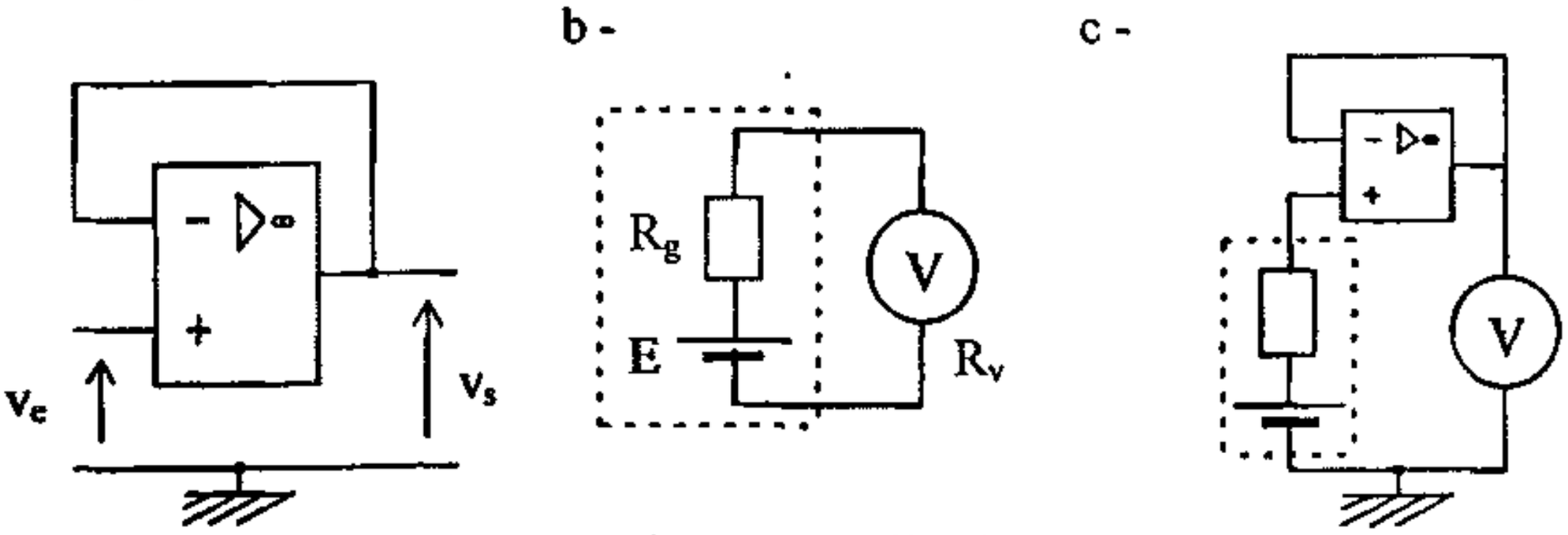


fig.50 - Montage suiveur et application

Pour le montage de la fig.50a la condition [a] conduit immédiatement à :

$$v_s = v_e \qquad \text{(IV - 40)}$$

L'intérêt de ce montage réside dans son impédance d'entrée qui est très élevée tandis que son impédance de sortie est pratiquement nulle (il faut cependant respecter la limitation en courant de l'AO).
Il est instructif de réaliser le montage en inversant les deux entrées. Les conditions de linéarité de l'AO semblent conduire au même résultat $v_s = v_e$. En fait, l'AO est saturé car

la réaction de la sortie sur l'entrée est positive au lieu d'être une contre-réaction. Tout écart ε entre v_+ et v_- va s'amplifier : il s'agit d'une position d'équilibre instable.

Application du montage suiveur : transformer un voltmètre à aiguille de résistance interne «faible» en voltmètre presque parfait. Exemple (en simulant un générateur de résistance interne élevée, prendre par exemple : $R_g = 1M\Omega$ - fig.50bc).

En b, le voltmètre mesure $E\frac{R_v}{R+R_v}$

En c, le voltmètre mesure E (car la tension appliquée en V_e est E−RI avec I≈0)

Ce montage suiveur convient bien pour constituer un « électromètre » (tension aux bornes de condensateurs...). On utilisera évidemment un A.O. à très faibles courants de polarisation (TL 081 ou mieux AD 549).
Par contre, si l'on veut transformer un générateur BF en générateur de tension « parfait » (avec une résistance interne ≈ nulle), il ne faut pas oublier la limitation en courant de l'AO. Avec un modèle TL081, cette limitation de l'ordre de 20 mA est très restrictive (puissance maximale 0,3 W). On préférera un suiveur « de puissance » tel que : EL 2008 [12] ou plus généralement un A.O. de puissance tq : L 165, LM 12 ... (cf Chap.XIII).

6.2. - Utilisation de l'AO en régime de commutation

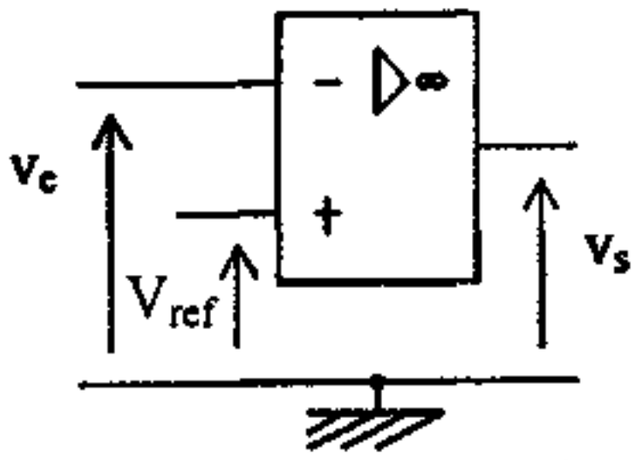
6.2.1 - Comparateur simple (fig.51)

Dans ce montage l'Ampli Op étant en boucle ouverte, on a :

$$v_s = +V_{sat} \text{ si } v_e(t) < V_{ref} \qquad \text{(IV - 41)}$$

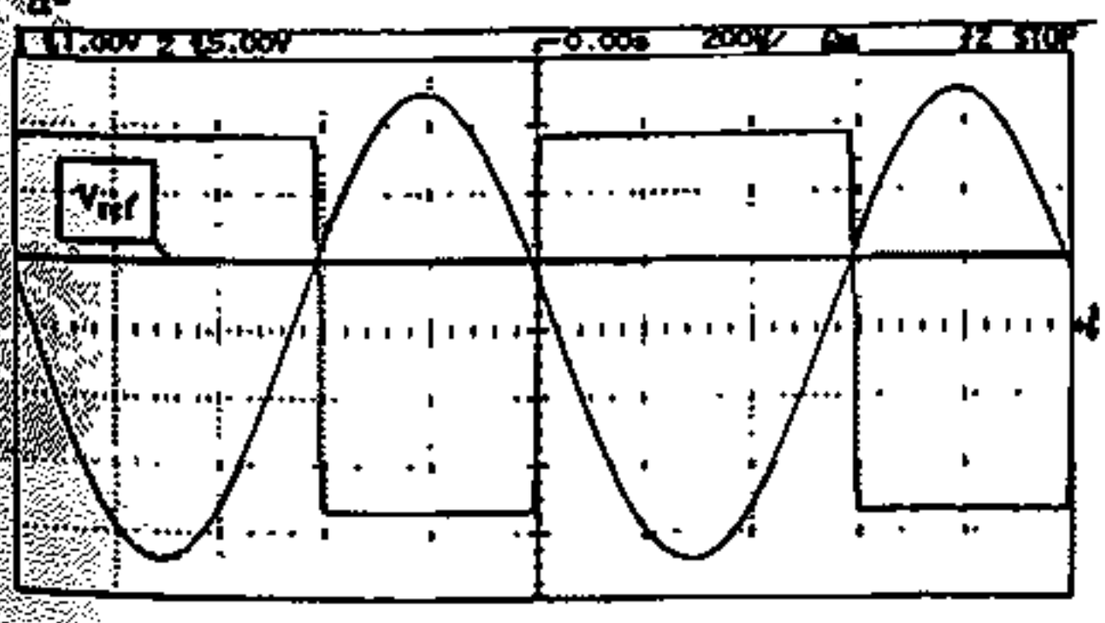
$$v_s = -V_{sat} \text{ si } v_e(t) > V_{ref} \qquad \text{(IV - 42)}$$

fig.51



Pour la tension de référence, prendre une tension continue (ex : 1V). On constate que le basculement se produit pour la même valeur de $v_e(t)$ - fig.52a.
Dans ce montage, l'A.O. est toujours en saturation (sauf aux instants de basculement). On peut tout à fait permuter les entrées de l'A.O. : on observe seulement une inversion des niveaux et du sens de basculement.

a-



b-

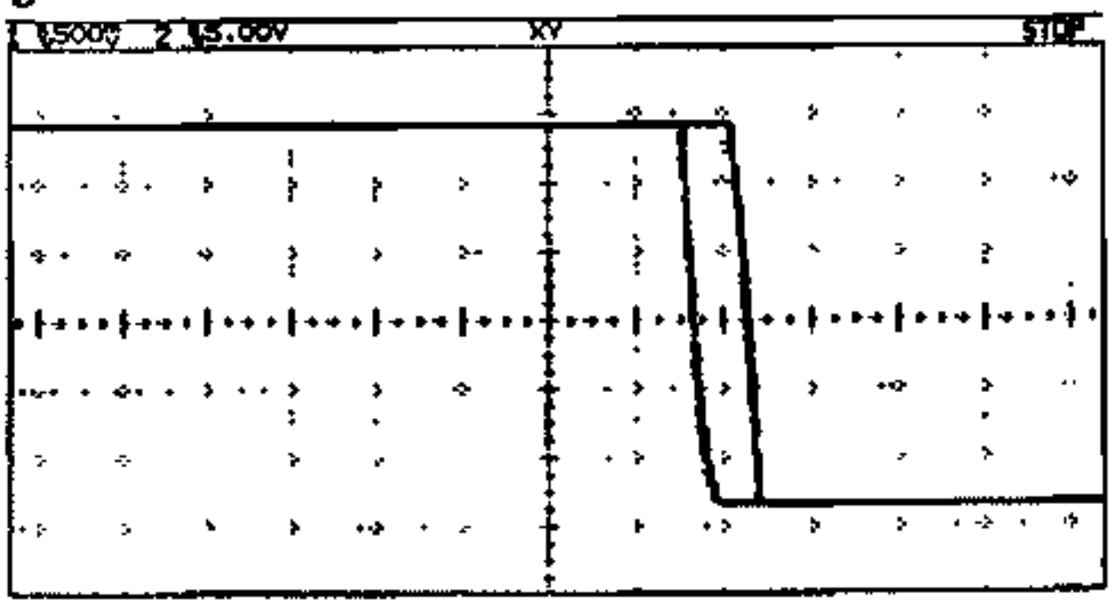


fig.52 - Oscillogrammes correspondants

On observe très vite des limitations à cette fonction de comparaison due aux propriétés dynamiques de l'A.O. :

- la vitesse de balayage, ce qui introduit une triangularisation des « flancs » du signal de sortie
- les retards d'établissement des régimes de saturation ce qui introduit un décalage entre les instants de commutation à la montée et à la descente du signal variable. Cela se manifeste par un effet d'hystérésis facile à observer en mode X -Y (fig.52b).

Pour éviter ces limitations, on peut être amené à utiliser pour réaliser cette fonction un **véritable « comparateur » à la place d'un A.O.** classique. Ce composant, optimisé pour **cette fonction, permet par ailleurs de changer** les valeurs des états de sortie (ex : LM 311, LM 319, LM 339 ...).
Un autre défaut du comparateur simple est sa grande sensibilité au bruit : si la tension **d'entrée évolue lentement mais est entachée** de fluctuations, la sortie commutera à **chaque passage par le tension de comparaison.**

On verra une application du montage comparateur simple dans la conversion tension-temps d'un multimètre (Chap.XI §1).

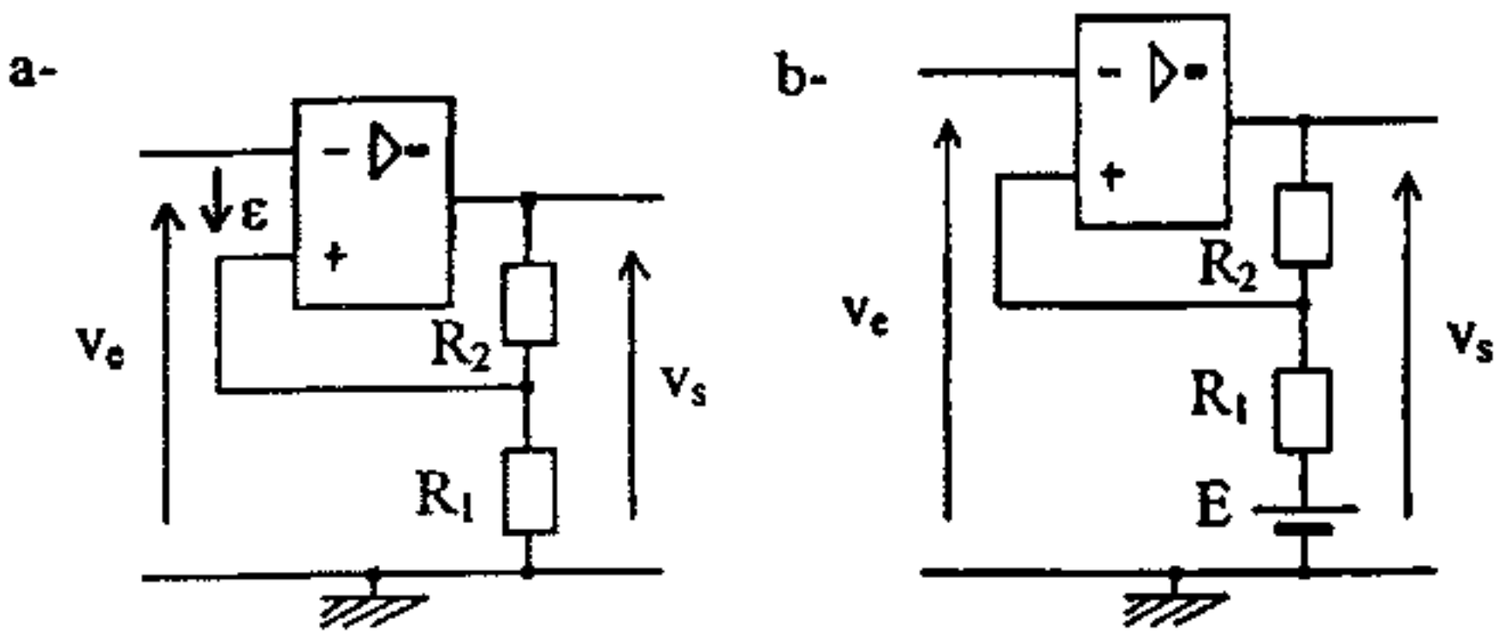
6.2.2 - Comparateurs à hystérésis

Cette fois, le seuil de basculement n'est pas unique mais dépend de l'état de la sortie. Ces comparateurs se déduisent des montages amplificateurs non inverseur et amplificateur inverseur (§ 6.1.1 et 6.1.3) par simple permutation des bornes d'entrée + et - de l'A.O. On remplace ainsi une contre-réaction par une réaction positive qui rend le fonctionnement de l'A.O. instable dans le domaine linéaire. L'A.O. est donc toujours à saturation (sauf aux instants de basculement).

■ Comparateur inverseur (fig.53)

Le basculement de ce comparateur a lieu pour $\varepsilon = 0$ donc lorsque $v_e = \beta v_s$, où $\beta = R_1/(R_1+R_2)$ (pont diviseur). Il y a donc deux seuils selon l'état de sortie : $+V_o = \beta V_{sat}$ et $-V_o = -\beta V_{sat}$.

fig.53



La tension de sortie étant, par exemple, $+V_{sat}$, le seuil est $+V_o$. Lorsque la tension v_e appliquée à l'entrée inverseuse dépasse cette valeur, l'AO passe en saturation négative. La tension seuil change alors de signe et devient $-V_o$. La prochaine commutation se produit maintenant lorsque v_e devient inférieur à cette valeur. On observe donc l'oscillogramme de la fig.54a et le passage en XY donne le cycle d'hystérésis du comparateur de la fig54.b.
A noter que si la tension v_e reste inférieure (en valeur absolue) à V_o, l'AO ne commute pas et reste en saturation positive ou négative.

Un des intérêts du comparateur à hystérésis est dans sa plus grande immunité au bruit : une fois qu'il a commuté, la tension seuil change franchement et empêche une commutation due à des parasites.

a - b-

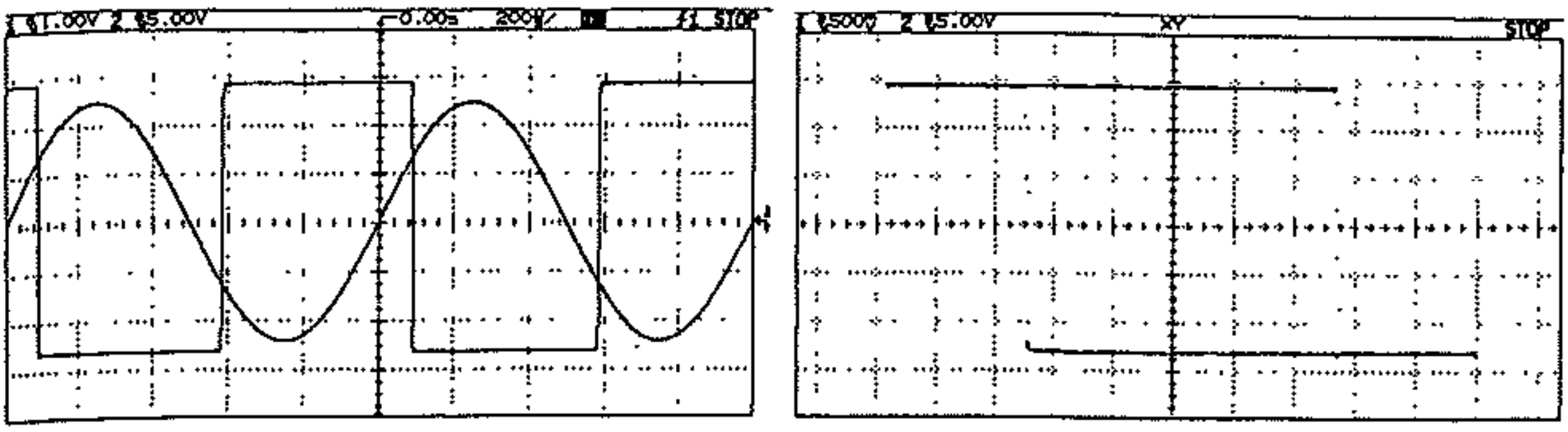


fig.54 - Oscillogrammes correspondants (R_1 = 10 kΩ, R_2 = 100kΩ)

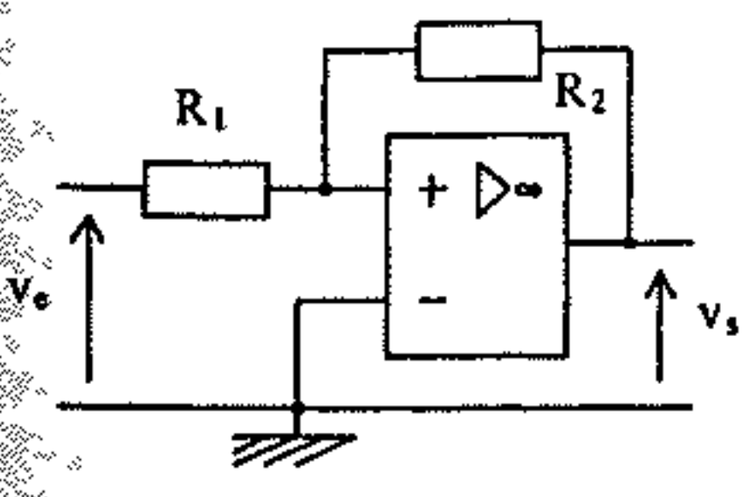
Lorsqu'on veut décentrer le cycle d'hystérésis par rapport à 0, on peut faire un montage voisin (fig.53-b). Les tensions seuils sont alors :

$$V_o = E\frac{R_2}{R_1+R_2} + V_{sat}\frac{R_1}{R_1+R_2} \quad \text{et } V_o' = E\frac{R_2}{R_1+R_2} - V_{sat}\frac{R_1}{R_1+R_2} \qquad \text{(IV - 43)}$$

■ Comparateur non inverseur (fig.55)

Le basculement de ce comparateur a lieu pour $v_e = -\gamma v_s$ où $\gamma = R_2/R_1$, les deux seuils sont donc : $-V_o = -\gamma V_{sat}$ (pour le basculement $+V_{sat} \rightarrow -V_{sat}$) et $+V_o = \gamma V_{sat}$ (pour le basculement $-V_{sat} \rightarrow +V_{sat}$). Le cycle d'hystérésis est donc « inversé » par rapport au précédent (fig b).

a- b-



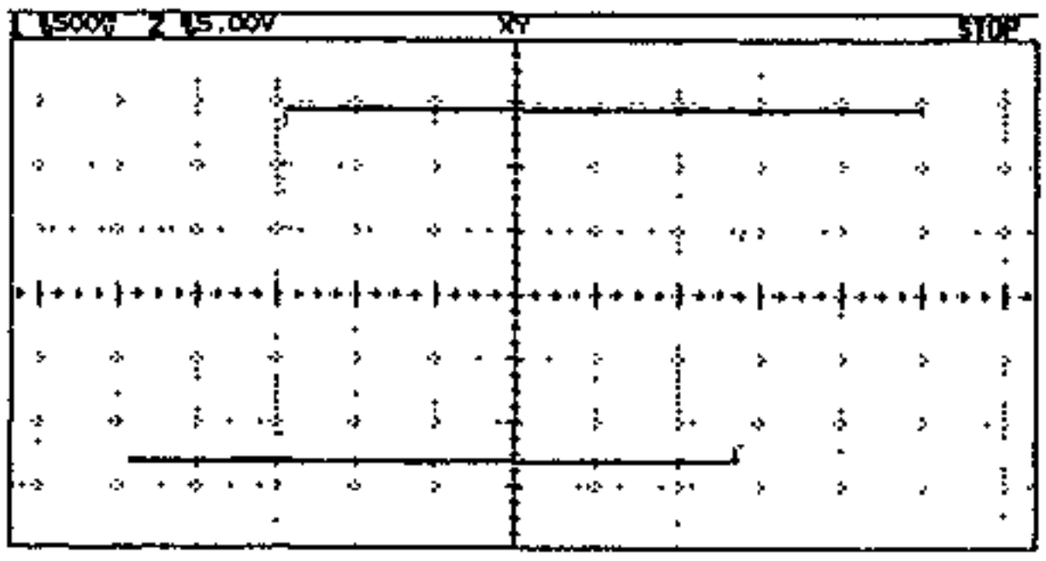


fig.55 - Comparateur non inverseur (R_1 = 10 kΩ, R_2 = 100kΩ)

Remarque : Si l'amplitude de la tension d'entrée est inférieure à V_{sat} (cas habituel) ce comparateur ne fonctionnera que si γ est inférieur à 1.

On verra des applications des comparateurs à hystérésis dans la réalisation d'oscillateurs à relaxation (Chap.VIII § 3).

6.2.3 - Comparateur à fenêtre

Dans certaines applications, il peut être intéressant d'avoir un signal de sortie qui prend la valeur $+V_{sh}$ lorsque la tension d'entrée v_e est comprise entre deux valeurs V_{min} et V_{max} et la valeur V_{sb} lorsque v_e est extérieure à l'intervalle $[V_{min}, V_{max}]$. V_{sb} et V_{sh} sont deux niveaux différents (niveaux logiques par exemple). Donnons deux exemples de réalisation : le premier utilise un AO (fig.56a), le second la moitié d'un « comparateur » de type LM339 (fig.56b). Le LM 339 est un « quadruple » comparateur ; pour chacun des 4 comparateurs la sortie est du type « collecteur ouvert » (cf. Chap.X Annexe 1).

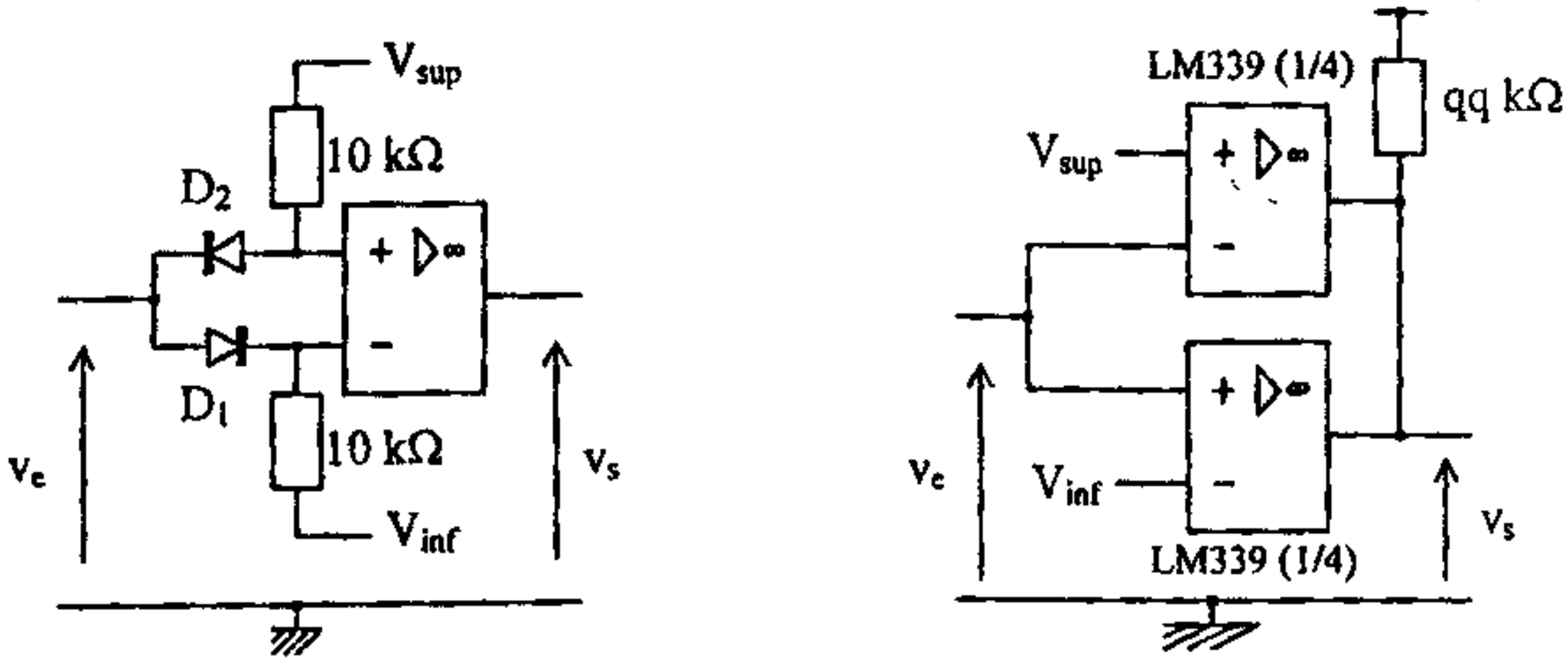


fig.56 - Exemple de comparateur à fenêtre

- Dans le premier cas , les tensions de commutation sont $V_{min} = V_{inf} - 0,6$ et $V_{max} = V_{sup} + 0,6$. Si la tension d'entrée v_e est inférieure à V_{min}, la diode D_1 est bloquée et $v_- = V_{inf}$ tandis que D_2 est passante ce qui conduit à $v_+ = v_e + 0,6$. La sortie est saturée négativement puisque $v_- > v_+$. La situation est analogue si $v_e > V_{max}$: D_1 passante, D_2 bloquée, $v_- = v_e - 0,6$; $v_+ = V_{sup}$ et $v_- > v_+$. Entre ces deux limites on a $v_+ > v_-$ et l'AO est saturé positivement.

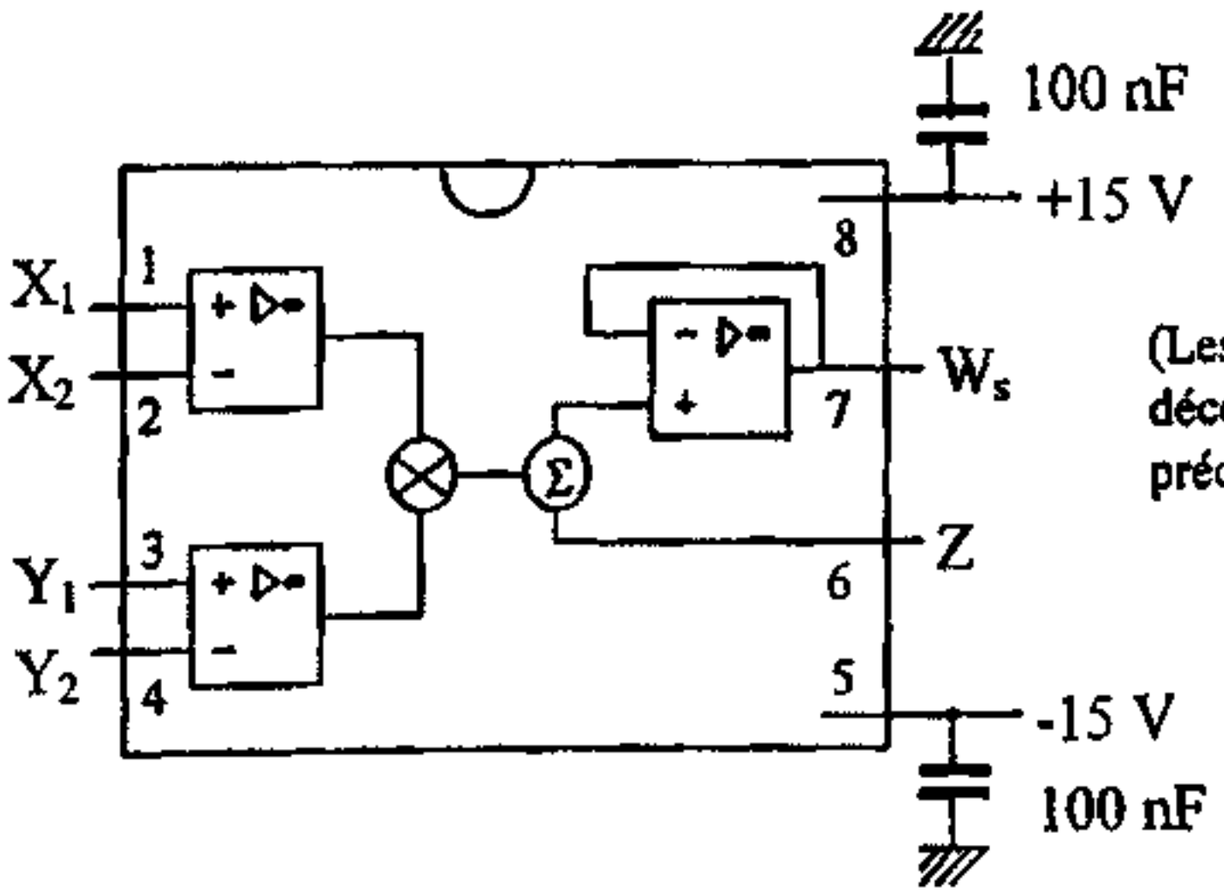
- Dans le second cas les tensions de commutation sont V_{inf} et V_{sup}. Si v_e est compris entre ces valeurs, les 2 transistors de sortie de chacun des comparateurs sont bloqués et la sortie est à l'état haut . Si v_e est inférieure à V_{inf} (on supérieure à V_{sup}) un seul des transistors est passant, cela porte le collecteur de l'autre à une tension presque nulle et la sortie est à l'état bas. Un tel comparateur à fenêtre sera utilisé dans le Chap.XI

7 - Multiplieur analogique

Nous nous limiterons à décrire le multiplieur AD 633 à la fois très pratique et peu coûteux.
Ce composant possède 3 entrées dont 2 différentielles et réalise l'opération :

$$W_s = K(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) + Z \qquad \text{(IV - 44)}$$

Cela correspond au schéma fonctionnel de la fig.57 :



(Les condensateurs de découplage de 100 nF sont préconisés par le constructeur)

fig.57 - Un multiplieur analogique

Le coefficient K est le facteur d'échelle défini par le constructeur (c'est l'inverse d'une tension : ce qui permet au premier terme de (IV-44) d'être homogène ; numériquement K = 0,1 V^{-1}).

Dans la plupart des applications, l'entrée Z est à la masse et le composant effectue donc le produit des tensions différentielles appliquées en X et en Y.
Il doit être, comme l'AO, alimenté par deux tensions symétriques ± 15 V (en fait de ± 8 à ± 18V) : c'est un multiplieur « 4 quadrants » qui accepte des tensions différentielles d'entrées positives ou négatives (de valeur absolue inférieure à 10 V) et dont la sortie est comprise entre -10 et +10 V.
La non-linéarité de la sortie vis à vis de chaque entrée reste inférieure à 0,4% pleine échelle et l'erreur totale ne dépasse pas 1 %.

D'autres défauts (écarts à la définition de départ) apparaissent lorsqu'une des tensions d'entrée est nulle. La sortie n'est pas strictement nulle : elle comprend :

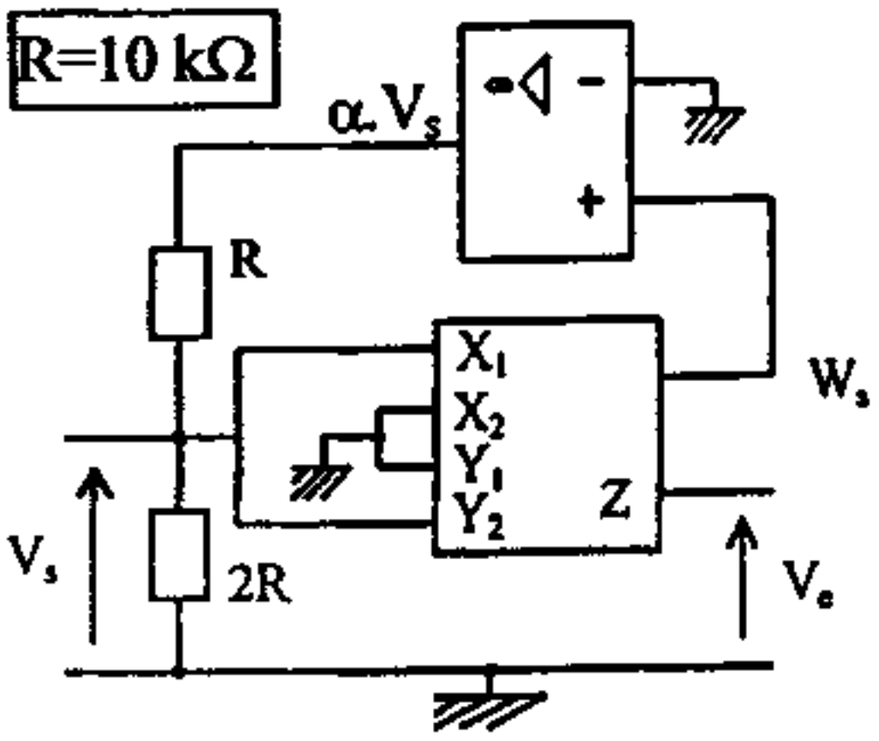
- un décalage de la valeur moyenne (inférieure à 5 mV)
- une composante proportionnelle à la tension sur l'autre entrée avec un coefficient très faible (de l'ordre de 10^{-3})
- une tension de bruit de 1 ou 2 mV entre 10 Hz et 5 MHz

La bande passante est excellente (de l'ordre du MHz) et les entrées sont sous haute impédance (10 MΩ). La vitesse de balayage (slew-rate) est de 20 V/µs et ne limite pratiquement pas l'utilisation (500 kHz) en pleine échelle [-10V ; +10V]).

L'utilisation du multiplieur AD 633 a été illustrée lors des mesures d'impédances, elle le sera également lors des chapitres sur les oscillateurs (VIII) et la modulation (IX).

Si les tensions différentielles X et Y sont égales le multiplieur réalise évidemment l'« élévation au carré ». On peut aussi réaliser l'opération inverse, c'est-à-dire l' «extraction de racine carrée ». Pour cela l'opérateur « élévation au carré » est utilisé au sein d'un système bouclé (fig.58) où il est associé à un A.O. (cf § 6.1.2).

a- Montage



b- Caractéristique $V_s = f(V_e)$

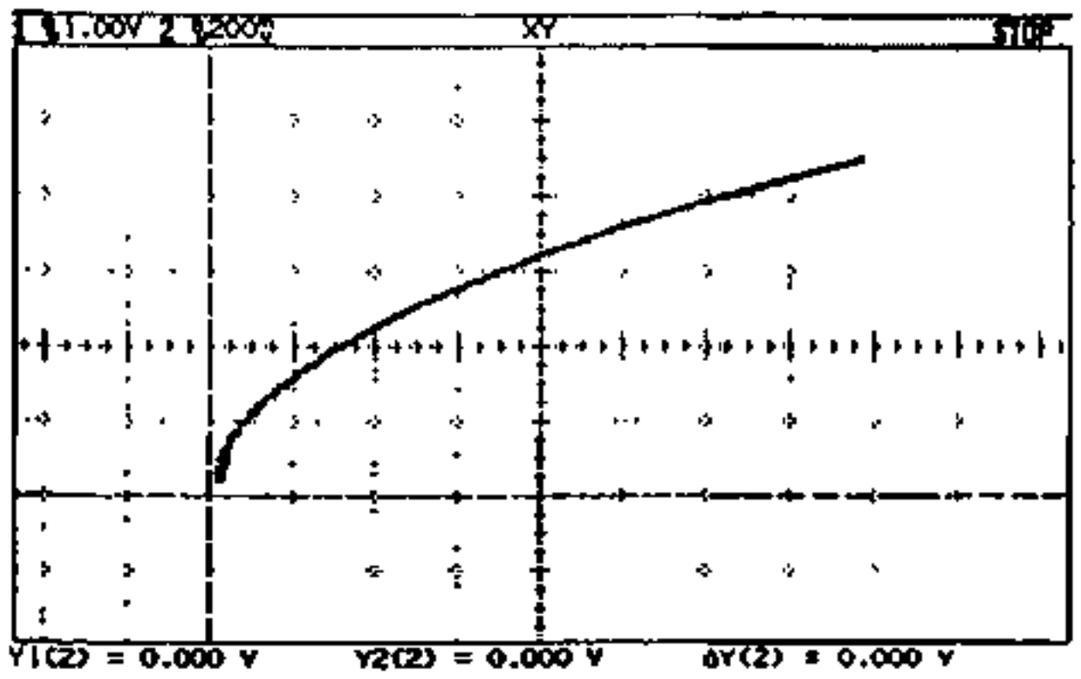


fig.58 - Opérateur « racine carrée »

La tension d'entrée V_e est appliquée en Z, et, la sortie du multiplieur est appliquée à l'entrée + de l'AO (son entrée - étant à la masse). La sortie αV_s de l'AO , atténuée d'un facteur $\alpha = 3/2$ (afin de ne pas dépasser 10 V à l'entrée du multiplieur) , est connectée aux deux entrées X_1 et Y_2 (X_2 et Y_1 à la masse) .
D'après (IV-44) on a : $W_s = - KV_s^2 + V_e$. Si l'A.O. fonctionne linéairement : $W_s = 0$ et donc :

$$V_e = KV_s^2 \text{ d' où } V_s = \sqrt{V_e / K} \text{ pour } V_e > 0 \qquad \text{(IV - 45)}$$

Pour $V_e < 0$: $W_s = -KV_s^2 + V_e < 0$ et l'A.O. est nécessairement saturé négativement et il le reste tant que W_s ne redevient pas positif.
Par ailleurs il faut que $\alpha V_s < V_{sat} \Rightarrow W_s < K V_{sat}^2/\alpha^2$; au delà l'A.O. est saturé positivement.

C'est seulement pour $0 < V_e < K\left(\frac{V_{sat}}{\alpha}\right)^2$ que l'opération $\sqrt{\ }$ fonctionne

Pour $V_e<0$, il faut permuter X_1 et X_2 pour avoir $\sqrt{-V_e}$.
Enfin une étude de stabilité montre que l'on obtient bien la branche positive (IV-45) ; pour obtenir l'autre branche $V_s = - \sqrt{V_e / K}$ il suffit de permuter les bornes + et - de l'A.O. !

En prenant pour V_e un signal lentement variable (tj > 0) et en utilisant le mode X - Y de l'oscillo on peut tracer la courbe représentative de la fonction (IV-45) , voir fig.58b

Il existe d'autres modèles de multiplieur. En particulier, le AD534 est plus performant (linéarité) mais aussi plus cher (300 Frs 1998 contre 50 Frs pour le AD633). Voir la référence [11 p.309] pour l'utilisation de ce multiplieur.

REFERENCES

[1] M.Brousseau ; Physique du solide ; Masson
[2] H.Mathieu ; Physique des semiconducteurs ; Masson
[3] S.M.Sze ; Physics of Semiconductor Devices ; John Wiley
[4] J.Millman, A.Grabel ; Microélectronique ; McGrawHill
[5] R.A.Pease ; Un coup ça marche, un coup ça marche pas ! ; Publitronic/Elektor
[6] G.Lavertu ; LED 154 p.13,14 ; Editions Périodes
[7] F.Manneville, J.Esquieu Electronique (Théorie du signal et des composants) ; Dunod
[8] J.M. Donnini, R.Payan et P.Renucci ; BUP 764, p.834 (1994)
[9] P.Horowitz, W.Hill The Art of Electronics ; Cambridge
[10] M.Girard ; Amplificateurs opérationnels(1 et 2) ; McGraw-Hill
[11] D.Aubert ; Dictionnaire de Physique ; tome 3 Electronique ; Pierron (1992)
[12] J.Ph.Muller ; BUP 811 p.315 (1999)
13 - G.Goureaux ; Physique des composants et dispositifs élect. ; Masson (1994)
14 - M.Girard ; Composants actifs discrets 1 et 2 ; Ediscience Int. (1990)
15 - M.Girard ; Amplification de puissance ; Ediscience Int. (1988)
16 - A.P.Malvino ; Principes d'électronique ; Mc Graw-Hill
17 - F.Dattée, S. Della Mestra ; Ampli Op ; Vuibert (1984)

Bibliothèque Diderot de LYON

CHAPITRE V

CAPTEURS

1 - Généralités

Une tâche essentielle du physicien et de l'ingénieur est la mesure des grandeurs physiques. Notons que celles-ci sont, à l'échelle macroscopique, des grandeurs analogiques.
Les capteurs sont des dispositifs permettant de réaliser la mesure des différentes grandeurs physiques en les transformant en grandeurs électriques bien plus commodes à exploiter.
Ces grandeurs électriques (tension, intensité ...) sont soit analogiques (ex : thermocouple) soit numériques (ex : codeur angulaire). Dans le premier cas elles peuvent être converties au moyen d'un convertisseur analogique-numérique afin d'être utilisées par un ordinateur (c'est d'ailleurs le principe des systèmes d'acquisition de données informatisées cf. Chap.III).
Différentes classifications des capteurs peuvent être envisagées [1]. Nous nous contenterons de distinguer les capteurs « actifs » qui ne nécessitent pas de source extérieure d'énergie des capteurs « passifs » qui, au contraire, nécessitent un apport d'énergie et donc un circuit de « conditionnement ».
Comme il n'est pas question de faire une présentation exhaustive des différents capteurs [1,2,3] nous choisissons quelques exemples dans les domaines de la mécanique et de la thermodynamique.

2 - Sensibilité et précision

2.1 - Sensibilité

Notons x la grandeur à mesurer et s le signal à la sortie du capteur (ou de l'ensemble capteur-circuit de conditionnement), les grandeurs s et x sont liées par une relation caractéristique de la forme :

$$s = f(x) \qquad (V - 1)$$

Très souvent on s'efforce de se placer dans des conditions où la relation entre x et s est linéaire, au moins en ce qui concerne les variations Δx et Δs des grandeurs. On définit alors la sensibilité S du capteur :

$$S = \Delta s/\Delta x \qquad (V - 2)$$

On notera que la relation (V-1) ne fait pas intervenir explicitement la dépendance temporelle de x et s. Elle ne concerne donc que des systèmes qui, dans les conditions choisies, établissent une relation « instantanée » entre x(t) et s(t) . Ceci n'est donc valide que pour des variations de x suffisamment lentes (vis-à-vis du temps de réponse du capteur).

2.2 - Précision

Toute mesure d'une grandeur x est entachée d'erreurs systématiques et accidentelles. Il faut s'efforcer d'éliminer les erreurs systématiques qui peuvent, éventuellement, être compensées.
Les erreurs accidentelles doivent être étudiées d'un point de vue statistique de manière à estimer un domaine d'incertitude dans lequel la mesure de la grandeur se trouve avec une probabilité donnée.
Dans le cas des capteurs industriels, on se contente souvent de donner une valeur de l'incertitude Δx telle que l'erreur de mesure ne la dépasse « jamais » (cette incertitude inclut souvent une composante accidentelle et une composante systématique).

Cette façon de procéder, qui simplifie l'étude, a l'inconvénient de souvent surestimer l'erreur. La précision p du capteur est alors simplement définie par l'incertitude relative et elle est généralement exprimée en pourcentage :

$$p = \frac{\Delta x}{x} \text{ (en \%)} \qquad \text{(V - 3)}$$

3 - Exemples de capteurs mécaniques

Dans ce paragraphe nous ne considérerons que des capteurs de mesure de force ou de pression. Des capteurs de position et de vitesse seront décrits dans le chap. (Asservissements).

3.1 - Capteur piézoélectrique (capteur actif)

Un tel capteur met en jeu l'effet piézoélectrique "direct", effet spécifique de certains milieux matériels anisotropes (quartz, céramiques piézoélectriques ...). Pour un disque piézolectrique (fig.1) il apparaît des charges +q et -q sur les faces métallisées du disque lorsque celui-ci est soumis à une force de compression F.

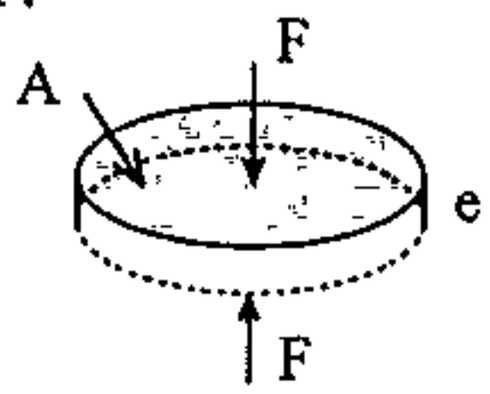


fig.1 - Disque piézoélectrique

Précisément on a :

$$q = Fd \qquad \text{(V - 4)}$$

le coefficient de proportionnalité d dépend du matériau choisi.

Le disque précédent (aire A et épaisseur e) présente une capacité C_d qui est (en négligeant les effets de bord) : $C_d = \varepsilon_o \varepsilon_r A/e$ et une résistance d'isolement R_d . Un schéma équivalent simplifié est donné sur la figure 2 ; la génération de charge est représentée par le générateur de courant i = dq/dt.

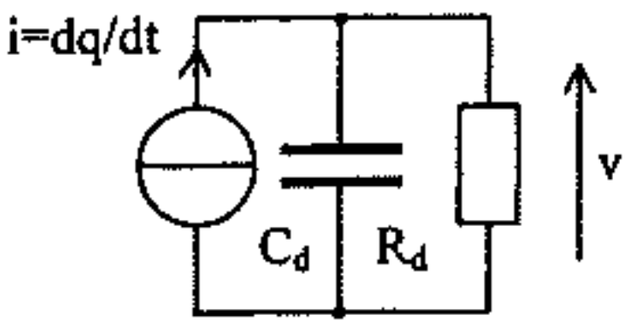


fig.2 - Schéma équivalent du capteur

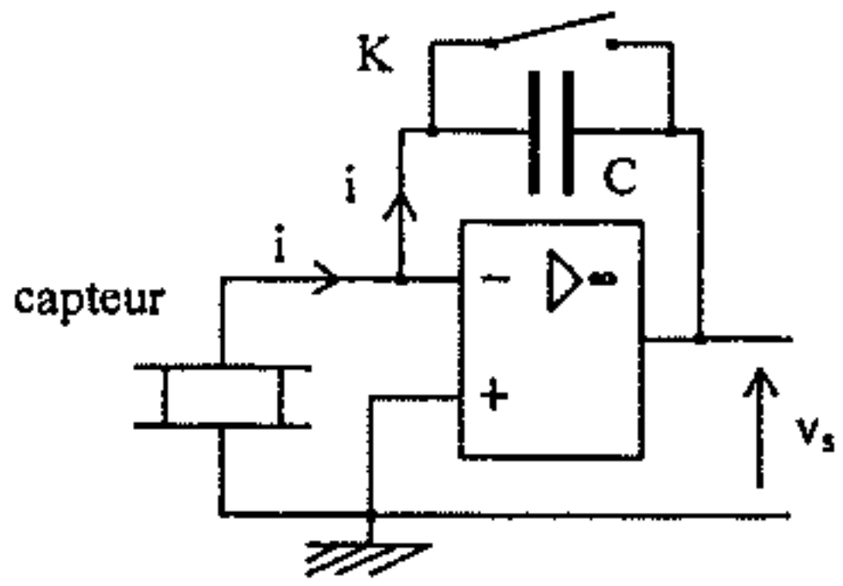


fig.3 - Ampli. de charge

Si pendant la durée de la mesure on peut négliger l'influence de R_d, l'application de la force F entraîne l'apparition d'une tension : $V = Fd/C_d$. Bien entendu cette tension ne peut être mesurée directement que grâce à un électromètre à très haute impédance d'entrée!

On peut mesurer directement la charge délivrée q grâce à un "amplificateur de charge" réalisé au moyen d'un AO (fig. 3).

En supposant l'A.O. idéal et le condensateur initialement déchargé (grâce à K) il est facile de vérifier que l'application de la force F conduit à la tension de sortie (en valeur absolue) :

$$V_s = Fd/C \qquad \text{(V - 5)}$$

Le montage de l'A.O. est inhabituel vu qu'il n'y a pas de résistance de contreréaction !

Le courant de polarisation I_p. (cf. Chap.IV § 5) a tendance à faire dériver la tension de sortie par un terme supplémentaire en : - I_p.t/C. Il faut donc choisir un A.O. dont les courants de polarisation sont très faibles : le TL081 est utilisable mais de meilleurs résultats sont obtenus avec le CA 3140 ou le AD 549 (malheureusement assez coûteux).
D'un point de vue pratique on a utilisé comme disque piézoélectrique un disque initialement prévu comme transducteur électroacoustique[3]. De tels disques sont très courants et exceptionnellement sensibles.
Le disque est fixé sur un support rigide (on élimine l'éventuel anneau extérieur en plastique), les fils souples reliés aux deux armatures sont connectés directement au circuit électrique. Une rondelle isolante est disposée sur l'armature supérieure pour éviter d'y déposer des charges électriques lorsqu'on place les masses destinées à exercer la force F..

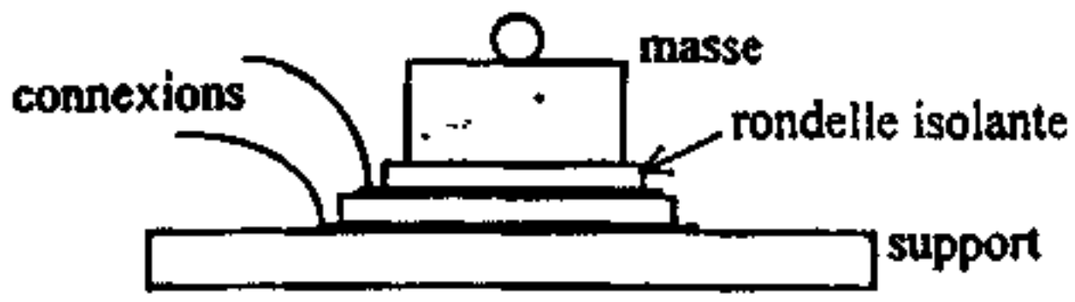


fig.4 - Capteur piézoélectrique (aspect pratique)

Le condensateur C doit être de très bonne qualité (film plastique) et de capacité élevée (1 µF convient bien).
Avant chaque mesure, on procède à une remise "à zéro" (il peut subsister un petit décalage dû à la tension d'offset de l'A.O. mais il n'est pas bien gênant). On obtient ainsi les résultats expérimentaux de la fig.5 où l'on a porté V_s (en mV) en fonction de m (en g).

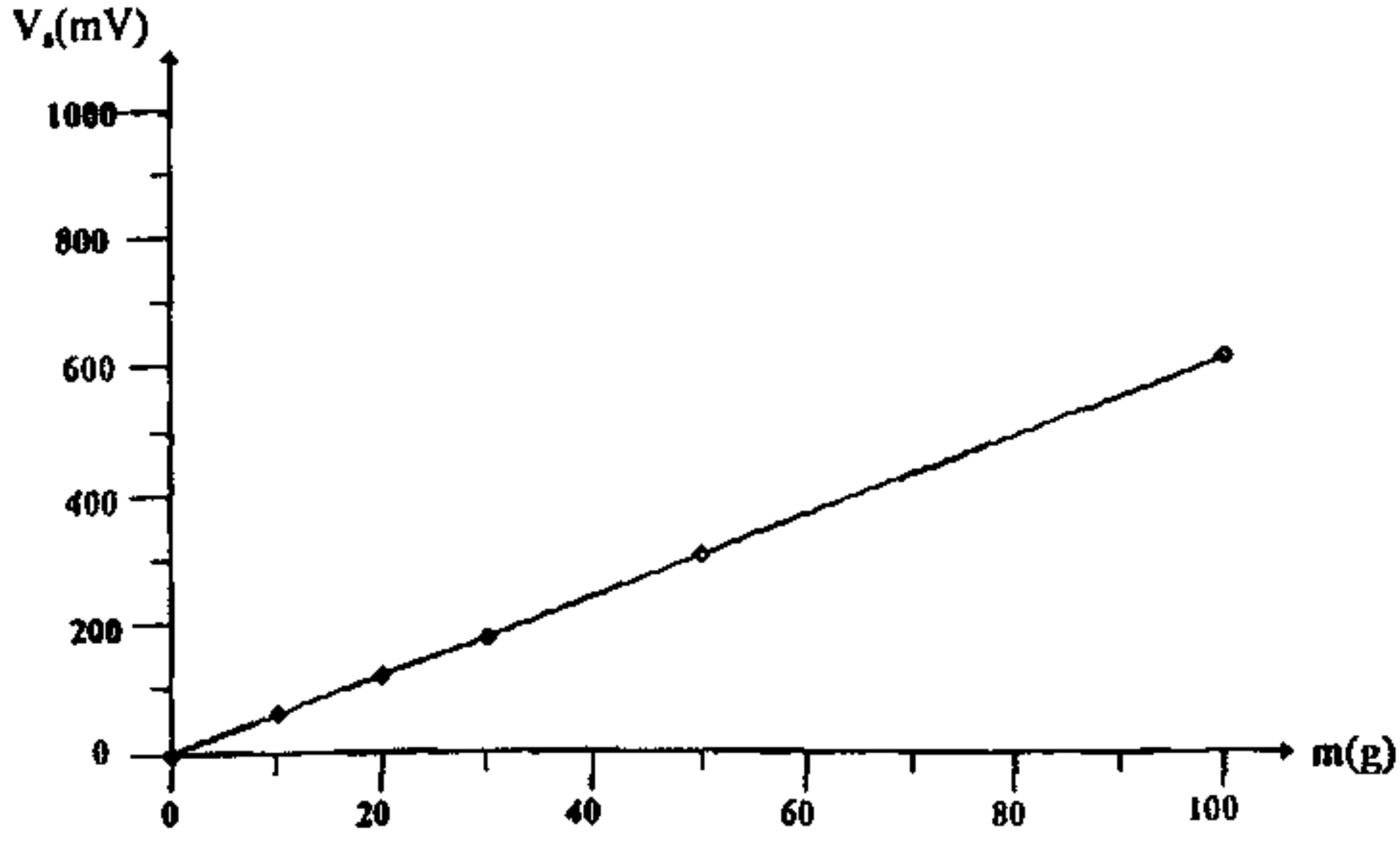


fig.5 - Caractéristique d'un capteur piézoélectrique

(Par régression linéaire on déduit le coefficient d = $6{,}3.10^{-7}$ $C.N^{-1}$)
D'un point de vue pratique, un tel capteur de force n'est pas très commode pour une mesure « statique » de force ou de pression. Par contre de tels capteurs piézoélectriques sont utilisés pour des mesures « dynamiques », ils entrent en particulier dans la constitution de certains accéléromètres [2,3].

---

[3] Ex : Murata 172-7403 (Radiospares)

3.2 - Jauge de contrainte (capteur passif)

3.2.1 - Présentation de la jauge

Une jauge de contrainte est un capteur résistif constitué d'un conducteur métallique filiforme qui permet de mesurer la déformation du matériau sur lequel il est collé (fig.6). Connaissant les propriétés élastiques du matériau, on peut en déduire des informations sur les contraintes existant dans le matériau et qui sont la cause des déformations.

fig.6 - Jauge de contrainte (Vishay micromesures) :

Le principe d'une jauge de contrainte est le suivant : un conducteur cylindrique, de longueur ℓ de rayon r, de section $S = \pi r^2$ et de résistivité ρ possède une résistance $R = \rho\frac{\ell}{S}$. Si ce conducteur subit une déformation ε dans le sens de sa longueur, sa résistance subit une variation dR telle que :

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\ell}{\ell} - 2\frac{dr}{r} \qquad (V - 6)$$

En tenant compte des propriétés d'élasticité du matériau constitutif de la jauge, dont le coefficient de Poisson est noté ν (0,3-0,4) on a :

$$\frac{d\ell}{\ell} = \varepsilon \text{ et } \frac{dr}{r} = -\nu\,\varepsilon \qquad (V - 7)$$

La variation relative de la résistivité est due aux phénomènes de piézorésistance [2] ; pour un conducteur métallique elle est proportionnelle à la variation relative de volume du conducteur :

$$\frac{d\rho}{\rho} = C_i\frac{dV}{V} \quad (C_i \approx 1) \qquad (V - 8)$$

d'où :
$$\frac{dR}{R} = K\frac{d\ell}{\ell} = K\,\varepsilon \text{ , avec : } K = (1+C_i) + 2(1-C_i)\nu \qquad (V - 9)$$

Il y a donc proportionnalité entre la variation relative de la résistance et la déformation subie par la jauge, le facteur de proportionnalité K est appelé facteur de jauge ; pour une jauge métallique $K \approx 2$, sa valeur exacte est fournie par le constructeur.

3.2.2 - Utilisation de la jauge [4]

Pour des raisons de facilité de réalisation, la pièce dont on étudie la déformation est une barre d'épaisseur e, de largeur ℓ, de longueur L qui est encastrée à une extrémité et qui subit une flexion sous l'action d'une force F orthogonale à la barre (fig.7). Sur la face 1 de la barre il y a allongement relatif et sur la face 2 il y a raccourcissement relatif.

A la distance X du point d'application P de la force F, on montre [5], que les déformations des deux faces sont opposées ($\varepsilon_1 = \varepsilon$; $\varepsilon_2 = -\varepsilon$) et que l'on a :

$$\varepsilon = \frac{6XF}{E\ell e^2} \qquad (V - 10)$$

Le coefficient E est le module d'Young de la barre que l'on peut ainsi déterminer.

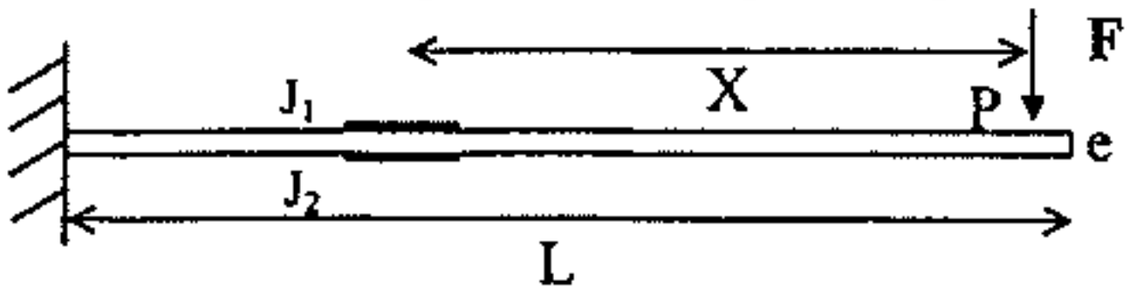


fig.7 - Flexion d'une barre

De manière à mesurer les déformations, deux jauges de contrainte J_1 et J_2 ont été collées sur chaque face de la barre, à la distance X du point P. Pour simplifier les raisonnements elles sont supposées identiques, de même résistance "à vide" Ro et de même facteur de jauge K (ceci est correct car, pour les jauges utilisées, $R_o = 350{,}0\ \Omega$+/-0,3%, K = 2,140 +/- 0,5%).
La sensibilité d'un tel capteur de force : $S = \Delta R/F$ est très faible. Pour une barre en aluminium (e = 2mm, ℓ = 2 cm, L = 30 cm, X = 15 cm) et une jauge métallique : $S \approx 10^{-1}\ \Omega/\ N$! Il n'est donc pas envisageable de mesurer ΔR au moyen d'un ohmmètre même numérique.
Comme c'est la variation ΔR de la résistance qui est la grandeur intéressante, on utilise classiquement des structures en « pont » (pont de Wheastone). L'utilisation de deux jauges permet de doubler la sensibilité et de compenser l'effet de la température. La diagonale [AB] du pont est reliée à un générateur idéal de tension de fem V_a.
Ce montage dit en " demi-pont " est représenté sur la figure 8, il est formé de deux résistances fixes P et Q et des deux jauges; celles-ci supposées identiques présentent, en charge, les résistances :

$$R_{j1} = R_o(1 + K\varepsilon)\ ,\ R_{j2} = R_o(1 - K\varepsilon) \qquad (V - 11)$$

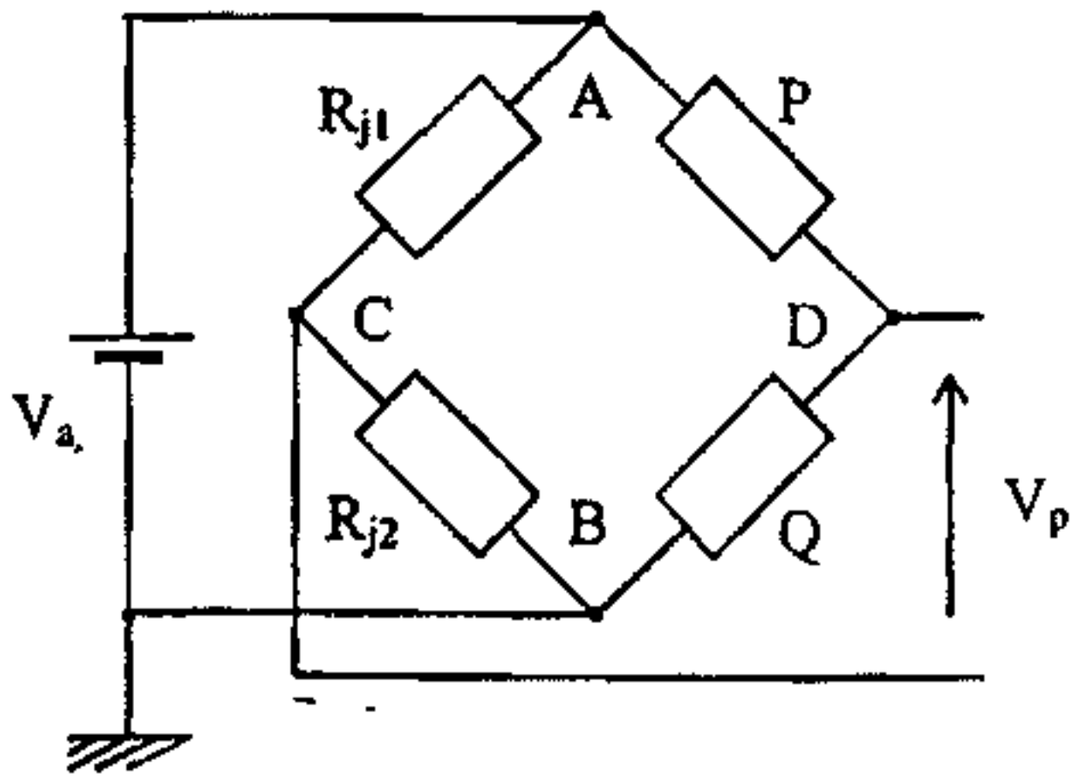


fig.8 - Pont de Wheastone

La tension de sortie du pont est (en circuit ouvert) :

$$V_p = V_a\left(\frac{Q}{P+Q} - \frac{R_{j2}}{R_{j1}+R_{j2}}\right) = V_a\left(\frac{Q}{P+Q} - \frac{R_o(1-K\varepsilon)}{2R_o}\right) \qquad (V - 12)$$

Le pont étant supposé équilibré à vide : $V_p = 0$ pour $\varepsilon = 0$, il est facile de montrer qu'en charge la tension de déséquilibre du pont est :

$$V_p = \frac{KV_a}{2}\varepsilon \qquad (V - 13)$$

La tension de sortie du pont est ainsi **proportionnelle** à la déformation à mesurer et à la tension d'alimentation V_a du pont. Cette tension ne peut pas être choisie arbitrairement car la puissance dissipée par les jauges est limitée !
Pour la jauge considérée ($R_o = 350\ \Omega$) la puissance dissipée maximale est fixée à 5 mW/mm^2. Sachant que la grille de la jauge occupe une surface de 3 mmx7 mm, on peut vérifier que la condition est bien satisfaite pour une tension d'alimentation $V_a = 10$ V.
Vue la faiblesse des tensions de déséquilibre, les mesures sont facilitées par l'introduction d'un amplificateur de tension entre le pont et le voltmètre numérique.
En raison de la structure du pont cet amplificateur doit être un amplificateur différentiel dont la tension de sortie V_s est fonction de la différence V_p des tensions V_+ et V_- à ses deux entrées.
Enfin il est commode de prévoir un décalage de sortie réglable ce qui permettra d'équilibrer le système à vide (bien que l'on s'écarte du procédé précédent d'équilibrage il est facile de vérifier que la loi de proportionnalité entre V_p et ε reste valide, cf (V-12)).

La structure de l'amplificateur proposé (fig.9) est celle d'un « amplificateur d' instrumentation » » construit autour de 4 AO :

- AO_4 est un suiveur alimenté par un montage potentiométrique, qui va permettre d'introduire le « décalage » V_d de la tension de sortie.
- AO_3 (et les 4 résistances « R_3 ») dérive du soustracteur habituel (Chap.IV § 6) et réalise l'opération : $V_s = V_+' - V_-' + V_d$
- AO_1 et AO_2 constituent un étage d'entrée à amplification variable : $V_+'-V_-' = A_v(V_+ -V_-)$ et à impédances d'entrée très élevées.

Finalement : $V_s = A_v(V_+ - V_-) + V_d$ où $A_v = 1 + \frac{2R_1}{R_2}$ (V - 14)

L' amplification différentielle A_v est réglable au moyen de R_2 , elle sera choisie de l'ordre de 100.

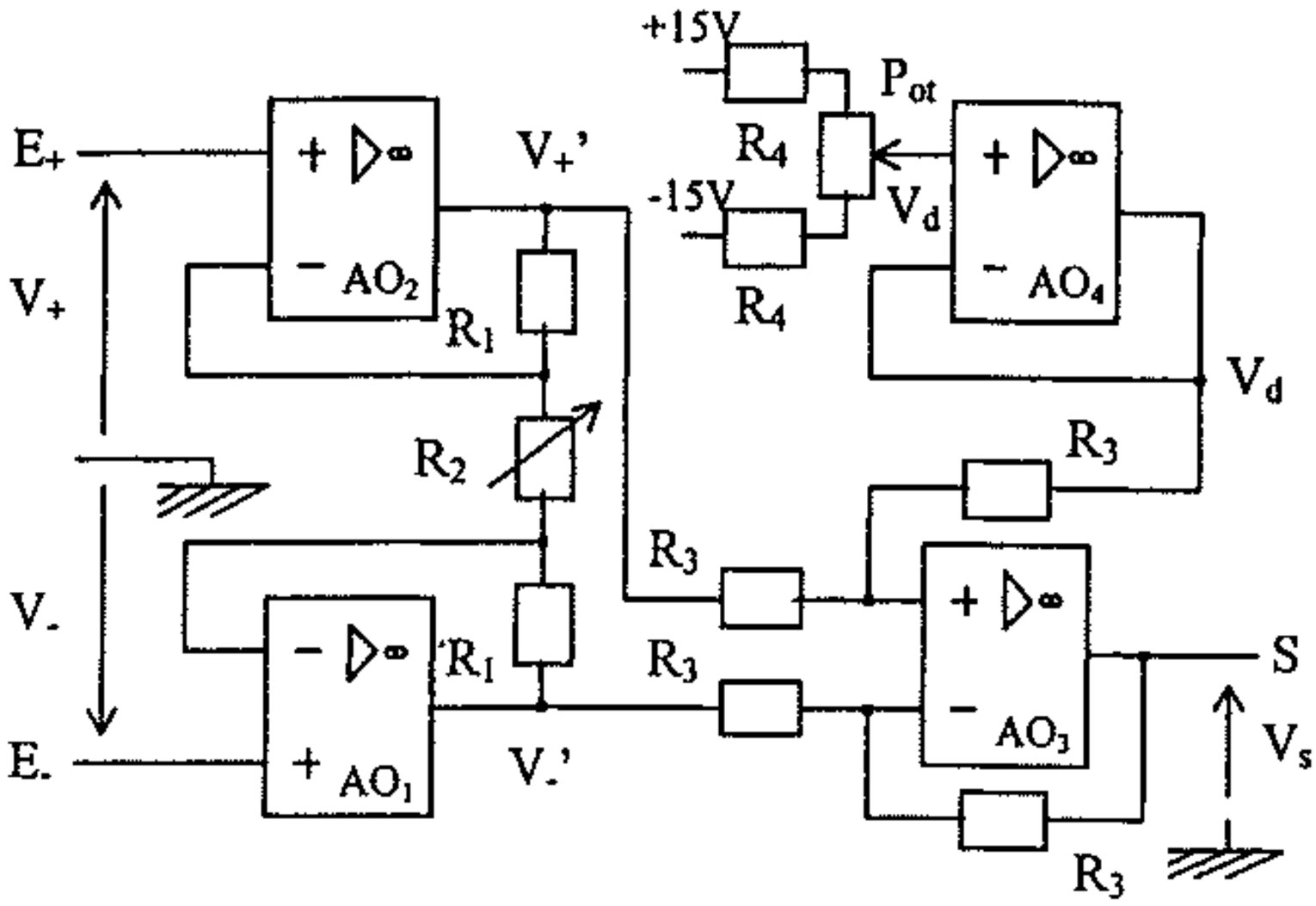


fig.9 - Amplificateur d'instrumentation

Valeurs des éléments :

jauges de contraintes : $R_o = 350\ \Omega$ [2]

$P = Q = 1\ k\Omega$ (ces résistances seront à 0,1 % ou triées à partir de la série plus courante à 1 %)

$R_1 = 10\ k\Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ (éventuellement ajustable) ;

$R_3 = 10\ k\Omega$, $P_{ot} = 1\ k\Omega$ (potentiomètre ajustable)

$R_4 = 10\ k\Omega$

Les A.O. peuvent être des TL 081 mais on obtient de meilleurs résultats en utilisant des « OP07 » ou leur version moderne « OP177 ».

Utilisation

- En l'absence de charge on règle à zéro la tension de sortie de l'amplificateur grâce au potentiomètre P de réglage du décalage (avec les valeurs choisies on peut décaler la sortie entre environ - 0,7 et +0,7 V)
- En présence de différentes charges (masses suspendues à la barre) on mesure la tension de sortie.

On a ainsi obtenu les résultats de la fig.10 où l'on a représenté V_s(mV) en fonction de m(g). On vérifie bien la linéarité à condition de ne pas utiliser de trop fortes charges de manière à rester dans le domaine d'élasticité de la barre.

[2] Ex : jauge CEA-13-240 UN-350 Vishay micromesures

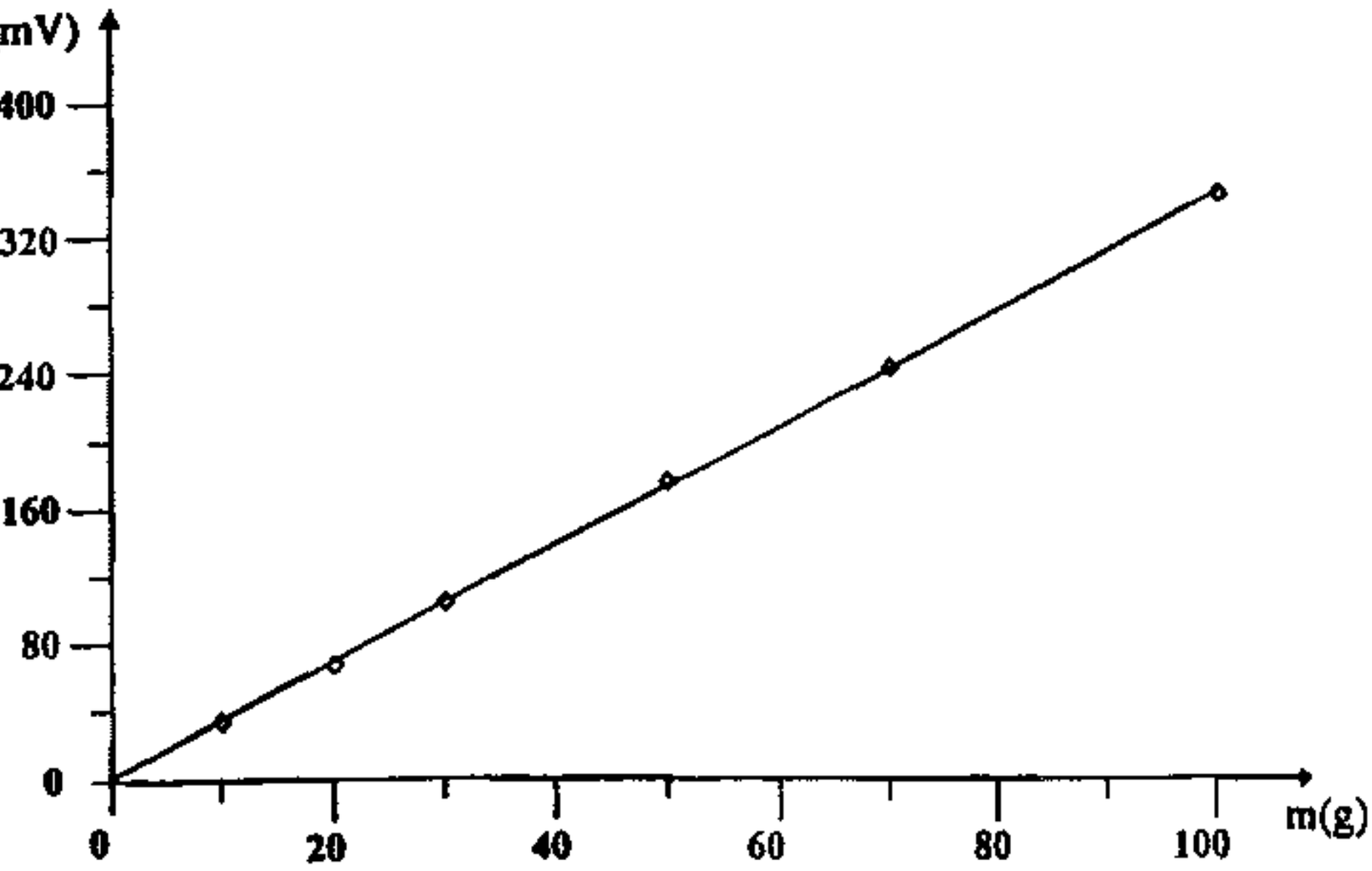


fig.10 - Utilisation pratique de jauges de contrainte

Par régression linéaire on déduit la pente de la droite : $p = 3{,}44\ mV.g^{-1} = 3{,}44\ V.kg^{-1}$ .D'après les équations : V-10, V-13, V-14 son expression théorique est :

$$p = \frac{3A_v K V_a g X}{E \ell e^2} \qquad (V - 15)$$

En utilisant les caractéristiques géométriques de la barre, le facteur de jauge K, la tension d'alimentation V_a = 10,0 V et la valeur de l'amplification A_v (mesurée à 198), on déduit la valeur du module d'Young de l'aluminium : soit $E = 6{,}8.10^{10}\ N.m^{-2}$ (valeur numérique apparemment correcte).

Un tel capteur est tout à fait utilisable pour des essais statiques (même si à long terme on constate une certaine dérive du zéro) il est aussi utilisable pour des essais dynamiques. En l'absence de charge extérieure, il suffit de faire vibrer la barre et d'enregistrer, à l'oscilloscope à mémoire, la tension de sortie $v_s(t)$. On obtient ainsi l'enregistrement de la fig.11a.

On constate sur la fig.11a que les oscillations sont un peu amorties et qu'elles ne sont pas purement sinusoïdales. Ceci est dû au fait qu'une telle barre, à une extrémité fixe et une extrémité libre, possède une infinité de modes de vibrations [6,7] dont les pulsations propres ont les valeurs approchées suivantes:

$$\omega_1 = 1{,}875^2\ \omega_0\ ;\ \omega_2 = 4{,}694^2\ \omega_0\ ;\ \omega_3 = 7{,}855^2\ \omega_0\ ;\ \text{... avec : } \omega_0 = \left(\frac{E\, e^2}{12\rho L^4}\right)^{1/2} \qquad (V - 16)$$

L est la longueur totale de la barre et ρ sa masse volumique ($\approx 2700\ kg.m^{-3}$)

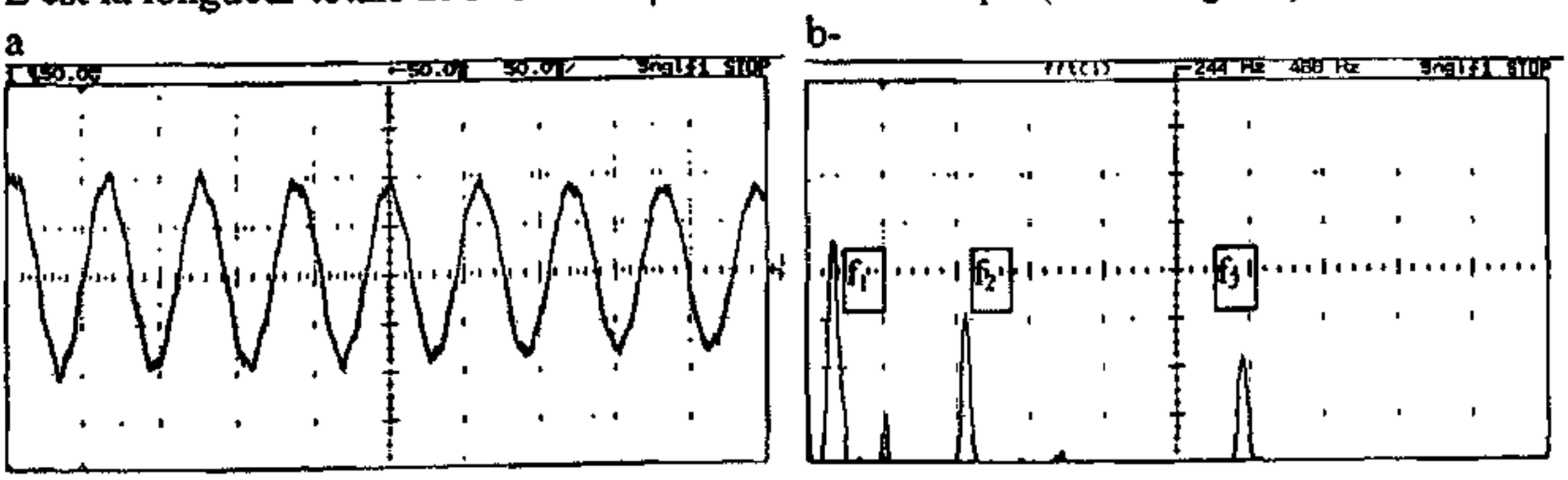


fig.11 - Oscillations de flexion d'une barre

Le spectre du signal $v_s(t)$ précédent étant peu complexe il peut facilement être obtenu, grâce au module de calcul de F.F.T., souvent inclus dans les oscilloscopes numériques actuels. Un exemple d'un tel spectre est donné fig.11b, on met en évidence les trois premiers modes (il existe aussi une raie « parasite » à 50 Hz !).
Les fréquences mesurées sont : $f_{1,m} = 16{,}6$ Hz, $f_{2,m} = 103$ Hz, $f_{3,m} = 287$ Hz
Les fréquences propres déterminées par analyse spectrale sont assez voisines des valeurs calculées, compte tenu de la résolution fréquentielle du dispositif d'analyse (que l'on peut éventuellement remplacer par un véritable analyseur de spectre !). On notera que leur rapport est obtenu avec une bien meilleure précision que leur valeur absolue.

3.3 - Capteur de pression (capteur passif)

Au § 3.2 nous avons vu que l'association d'une jauge de contrainte et d'un corps d'épreuve (barre en flexion) permet de constituer un capteur de force. Sur le même principe on peut constituer un capteur de pression en disposant des jauges de contrainte sur une membrane élastique qui se déforme sous l'action de la pression à mesurer.
On peut utiliser comme précédemment des jauges métalliques et une structure en " pont " mais la sensibilité est faible. On préfère donc utiliser des jauges semi-conductrices dans lesquelles les phénomènes de piézorésistance sont bien plus intenses. Des capteurs relativement peu coûteux sont réalisés à partir d'une membrane en silicium sur laquelle est élaborée une unique jauge grâce aux techniques de l'électronique intégrée (fig12a). C'est en particulier le cas des capteurs « Motorola » (série MPX...) [9].

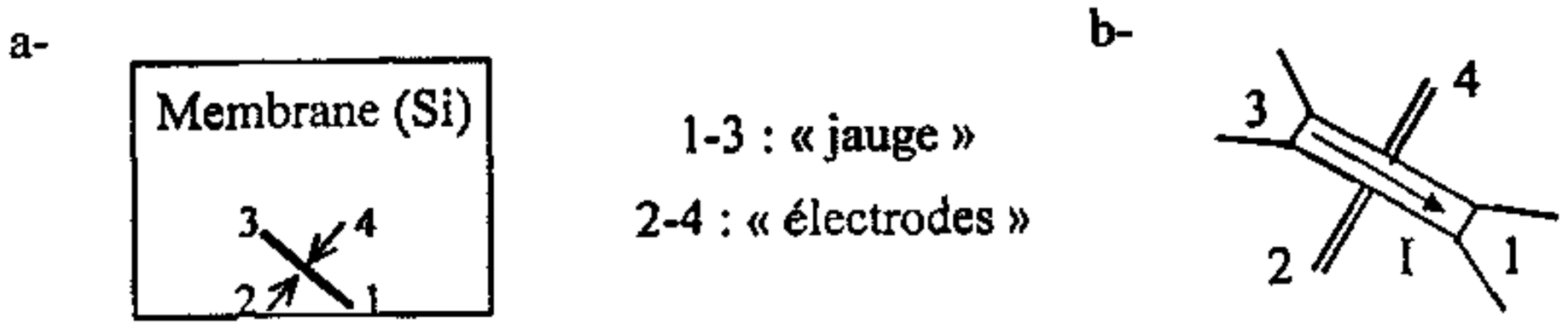


fig.12 - Capteur de pression au silicium

Dans un tel matériau anisotrope, il y a couplage entre les propriétés tensorielles de conductivité électrique et de déformation du matériau (phénomènes de piézorérsistance ou d' élastorésistance , voir [8]).
Il en résulte en particulier un phénomène analogue à l'effet Hall : lorsque la jauge est parcourue par un courant d'intensité I et lorsque la membrane est déformée, il apparaît une tension dans la direction perpendiculaire à la direction du courant (fig.12b). Cette tension est proportionnelle à la différence des pressions appliquées sur les deux faces de la membrane. Si l'une de ces pressions est « nulle » le capteur est qualifié d' « absolu » ; si les deux pressions sont non nulles le capteur est qualifié de « différentiel ».
Le capteur fournit une tension différentielle : $V_{24} = V_2 - V_4$ pratiquement proportionnelle à la différence des pressions et à la tension d'alimentation du capteur V_a (fig.13).

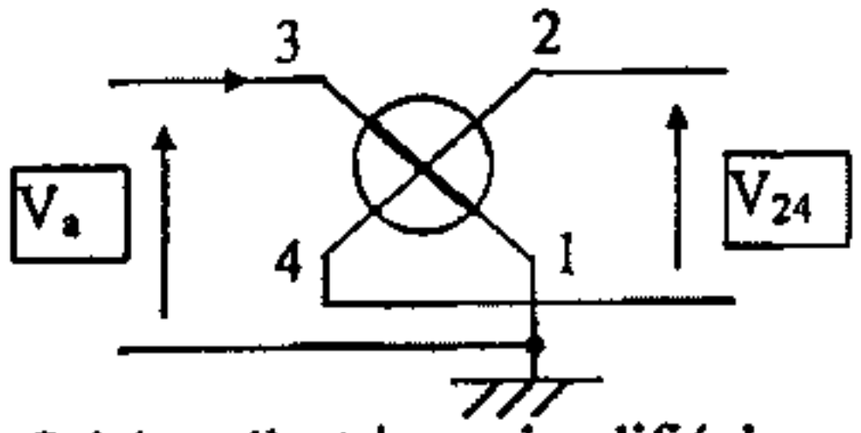


fig.13 - Schéma électrique simplifié du capteur

Des circuits électroniques spécifiques réalisant cette fonction sont disponibles chez différents fournisseurs en particulier "Analog Devices" (AD 594-595 ...). Certains de ces circuits prennent même en compte (partiellement) la non linéarite de $E_{A/B} = f(T_x)$.
Il est très facile de montrer le **principe** de fonctionnement du thermocouple. Pour cela il suffit d' utiliser un couple thermoélectrique commercial ou, ce qui est encore mieux, d'en réaliser un en constituant une jonction entre deux fils métalliques différents .
Pour avoir une bonne sensibilité on utilisera, si possible, du fer (A) et du constantan (B). Il suffira de torsader les deux fils sur quelques millimètres pour constituer la jonction (on peut aussi réaliser une soudure [2]).
Les deux extrémités libres des fils A et B sont alors reliées à un multimètre numérique (calibre 20 mV, éventuellement 200 mV) . En modifiant la température T_x de la jonction A/B on met en évidence la f.e.m. de Seebeck . Bien entendu on a créé au niveau des bornes du multimètre deux nouvelles jonctions : A/Cu et B/Cu mais on montre [2] que la d.d.p. mesurée est encore égale à $E_{A/B}(T_x, T_1)$ **si** les deux bornes sont à la même température T_1.

Avec un couple fer-constantan on a ainsi obtenu : E = 3,24 mV avec : T_x = 79,6°C et T_1 = $T_{ambiante}$ = 23,7 °C ,
On en déduit un ordre de grandeur du pouvoir thermoélectrique de ce couple : S = 58 $\mu V.K^{-1}$, en accord correct avec les données [2].

4.2 - Thermistance (capteur passif)

Les capteurs de température les plus simples sont les capteurs résistifs dont la résistance R est une fonction de la température T. On distingue :

- les résistances métalliques (Platine par exemple) pour lesquels R(T) est, sensiblement linéaire, le coefficient de température $\alpha_T = \frac{1}{R}\frac{dR}{dT}$ étant positif et "faible" : $\alpha_T \approx 4.10^{-3}\ K^{-1}$
- les thermistances réalisées au moyen d'oxydes semi-conducteurs pour lesquels R(T) est fortement non linéaire; le coefficient de température α_T étant négatif (C.T.N.) et "grand" : $\alpha_T \approx -5.10^{-2}\ K^{-1}$ au voisinage de la température ordinaire.

A titre d'exemple nous étudierons une thermistance[4] dont la résistance à la température de 25°C est voisine de 4,7 kΩ.

4.2.1 - Etude de la relation R(T)

D'un point de vue théorique on montre que la résistivité ρ d'un matériau semi-conducteur varie avec la température T selon une loi de la forme :

$$\rho = C T^n \exp\left(-\frac{\beta}{T}\right) \qquad (V - 19)$$

C et n sont des constantes caractéristiques du matériau (n étant au plus égal à quelques unités); β est proportionnel à la largeur de la bande interdite du semi-conducteur (ordre de grandeur : $\beta \approx 5000$ K).
La résistance R de la thermistance peut donc se mettre sous la forme (V-20), R_o étant la résistance à la température T_o :

$$R(T) = R_o\left(\frac{T_o}{T}\right)^{-n} \exp\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right) \qquad (V - 20)$$

Dans un domaine limité de température on peut négliger la variation du facteur pré-exponentiel et écrire plus simplement :

---

[4] Philips type « 640 » disponible chez Radiospares

$$R(T) = R_0 \exp B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \qquad (V - 21)$$

où B est sensiblement constant (pour une meilleure précision on peut considérer B comme fonction de T). De manière équivalente :

$$\ln(R) = C + \frac{B}{T} \qquad (V - 22)$$

Comme pour tout capteur thermique passif, il faut veiller à ce que l'intensité i du courant de mesure ne soit pas trop élevée de manière à ce que l' « auto-échauffement » de la thermistance soit négligeable et que l'on puisse assimiler sa température T_{cap} à la température à mesurer T_x . Pour simplifier nous ne considérerons que le transfert thermique entre la thermistance (à T_{cap}) et le milieu extérieur (à T_x), soit R_{th} la résistance thermique associée à ce transfert.
Parcourue par un courant d'intensité i la thermistance dissipe, par effet Joule, une puissance : $P_J = R(T_{cap}).i^2$ et à l'équilibre thermique on a :

$$R(T_{cap})i^2 = \frac{T_{cap} - T_x}{R_{th}} \qquad (V - 23)$$

d'où :

$$T_{cap} - T_x = R_{th} R(T_{cap})\, i^2 \qquad (V - 24)$$

Il apparaît donc une erreur systématique sur la mesure de T_x qui est proportionnelle au carré de l'intensité i.
Pour la thermistance étudiée, placée dans l'air, les données du constructeur permettent d'estimer la résistance thermique à environ 100 $K.W^{-1}$. Si on impose une erreur systématique maximale de 0,5 °C on doit avoir (au voisinage de 25 °C) :

$$i < \left(\frac{T_{cap} - T_x}{R_{th} R(T_{cap})}\right) \approx 1 \text{ mA} \qquad (V - 25)$$

Bien entendu la résistance thermique est inférieure si la thermistance est plongée dans un liquide et plus encore si celui-ci est agité mécaniquement (du fait de l'augmentation du coefficient de transfert conducto-convectif entre la thermistance et le liquide). L'intensité peut alors être plus élevée.
Pour déterminer R(T) on peut utiliser le montage donné fig.16 : la thermistance est plongée dans un bêcher rempli d'eau (ou d'huile) disposé sur un agitateur chauffant. La mesure de T est réalisée au moyen d'un thermomètre numérique dont la sonde sera placée au voisinage immédiat de la thermistance. Les fils de connexions seront protégés grâce à un tube en plastique (corps de stylo bille par exemple) au bout duquel est collée la thermistance. La mesure de R est effectuée grâce à un ohmmètre numérique (sur le calibre 20 kΩ l'intensité du courant de mesure est le plus souvent de 0,1 mA ; la condition (V-25) est donc satisfaite).

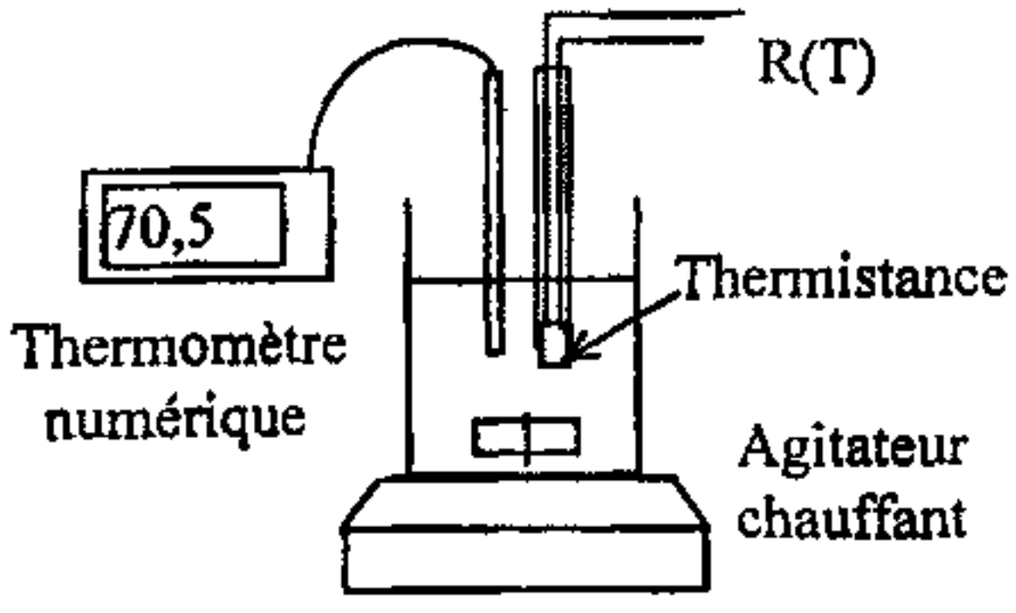


fig.16 - Etude d'une thermistance

A partir de ces mesures, on a tracé la courbe représentative de ln(R) en fonction de 1/T . On remarque que cette courbe est pratiquement une droite (fig.17). Précisément par régression linéaire on a obtenu (R étant exprimée en kΩ) :

$$\ln(R) = C + B/T \text{ avec : } C = -11{,}58 \quad \text{et} \quad B = 3918\ K \qquad (V - 26)$$

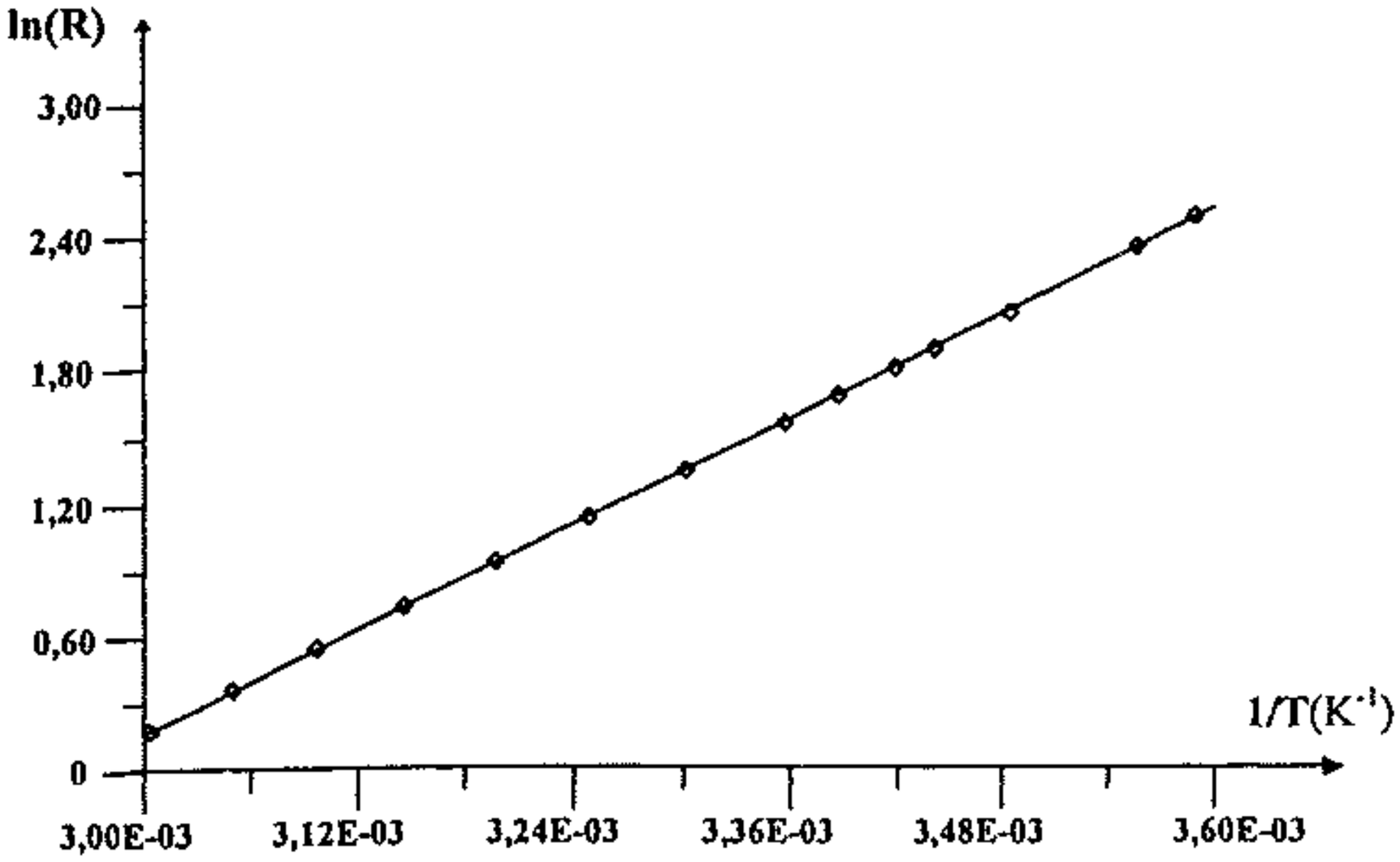


fig.17 - Etude d'une thermistance

Ces résultats sont en accord avec l'expression théorique simplifiée (V-22) et avec la valeur de B donnée par le constructeur : 3977 K à 0,5 % près dans l'intervalle 25°C-85°C. L'écart entre les deux valeurs provient essentiellement des erreurs de mesure sur la température (le thermomètre numérique utilisé étant caractérisé par une incertitude de l'ordre de 0,5 °C).
Les erreurs de mesure sur la résistance sont totalement négligeables (l'ohmmètre numérique ayant une précision de 0,2 % et la résistance des fils de connexion étant de l'ordre de 0,06 Ω).

4.2.2 - Utilisation de la thermistance comme thermomètre

La thermistance peut être utilisée comme thermomètre bien que la relation R(T) ne soit pas linéaire ; ce qui importe c'est qu'elle soit bijective. L'utilisation de la courbe d'étalonnage du capteur ou plus simplement d'une fonction analytique la représentant dans une plage donnée permet de passer de la grandeur mesurée R à la température cherchée T.
Dans le cas de la thermistance dont la fonction R (T) donnée en (V-21), représente bien la loi de variation (dans une plage pas trop étendue), il est possible avec une carte d'acquisition et d'un logiciel de traitement, de faire un calcul automatique de la température.

En utilisant Synchronie (ou sa version précédente Physcope) on acquiert sur la voie A0 la tension V aux bornes de la thermistance traversée par une intensité constante imposée par un générateur de courant (ex : 1 mA ; cf § 4.3).
A l'équilibre thermique à la température T, on acquiert par exemple 100 points pendant 1s (T_e = 10 ms), et on calcule la valeur moyenne vm. Pour cela il suffit d'écrire dans la « feuille de calcul » :

$$vm = moy(A0) \qquad (V - 27)$$

Pour étalonner le capteur, on reprend la même mesure à différentes températures et, en utilisant le « tableur » et la fonction « modélisation », on détermine les coefficients a et b (b = B) tels que :

$$vm = a \exp(b/T) \qquad (V - 28)$$

La courbe correspondante est tracée fig.18.
Pour réaliser le « thermomètre » il reste à faire l'inverse, c'est à dire de passer de R à T. Pour cela on écrit dans la feuille de calcul :

$$Tcels = \frac{b}{\ln(vm) - \ln(a)} + 273 \qquad (V - 29)$$

Enfin on programme l'affichage (menu Edition-commentaire) en suivant la procédure simple du

logiciel. A chaque nouvelle acquisition (ou en mode permanent), le calcul est lancé et la température s'affiche sur l'écran dans le format que l'on désire (exemple sur la figure).
Remarque : Cette méthode peut évidemment être utilisée avec d'autres capteurs « non linéaires »

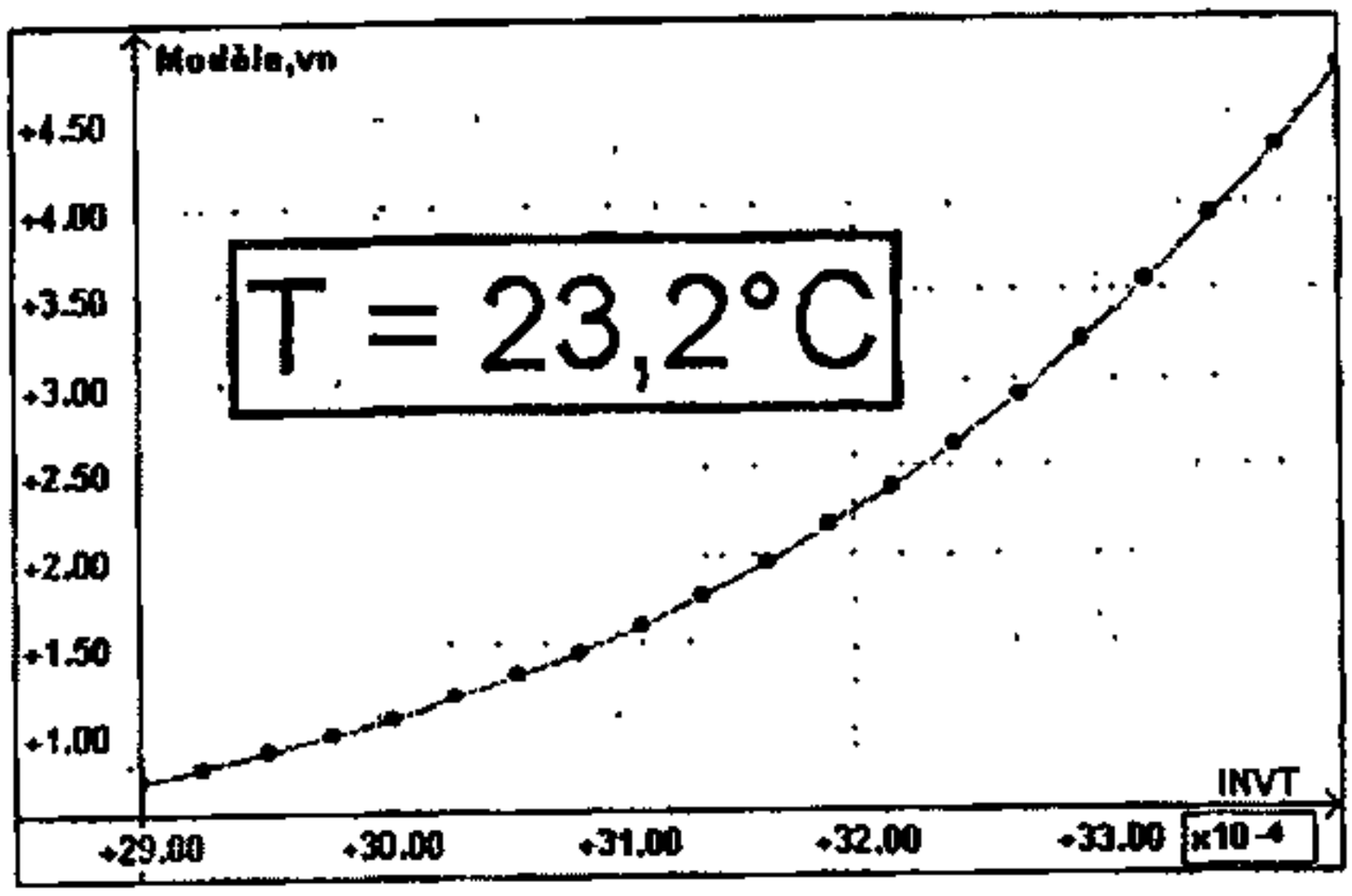


fig.18 - Réalisation d'un thermomètre à thermistance

4.3 - Jonction semi-conductrice (capteur passif)

Nous avons vu (Chap.IV §2.3) que la caractéristique directe d'une diode semi-conductrice (par exemple au silicium) varie avec la température. A courant direct d'intensité I fixée, la tension directe V varie avec la température T et la sensibilité thermique : S = dV/dT a pour ordre de grandeur : - 2 $mV.K^{-1}$.
On peut étudier l'influence de la température T et de l'intensité I sur la sensibilité S d'une diode (ou d'un transistor monté en diode , le collecteur étant relié à la base) grâce au modèle théorique suivant [10,11].
La caractéristique directe I(V) de la diode est de la forme ($I >> I_s$) :

$$I = I_s \exp\left(\frac{eV}{\eta kT}\right) \qquad (V - 30)$$

Le courant Is est lui-même fonction de la température T :

$$I_s = CT^m \exp\left(-\frac{E_G}{\eta k T}\right) \qquad (V - 31)$$

C est une constante, E_G la largeur de la bande interdite qui dépend du matériau (pour Si : E_G = 1,12 eV à 300 K) ; m et η des facteurs sans dimensions qui dépendent (essentiellement) du type de diode considéré.
Pour une diode de signal 1N 4148 on a : m = 1,5 et η = 1,95
En utilisant les relations (V-30) et (V-31) on établit l'expression suivante de la sensibilité S :

$$S = \frac{dV}{dT} = -\frac{m\eta k}{e}\left(1 + \frac{1}{m}\ln\left(\frac{CT^m}{I}\right)\right) \qquad (V - 32)$$

Cette expression montre que les influences de la température et de l'intensité sont faibles (termes logarithmiques) :

- en ce qui concerne la température, il n'est pas possible de mettre en évidence expérimentalement son influence (on notera par ailleurs que dans notre modèle nous avons négligé les variations de E_G et η avec T !).
- en ce qui concerne l'intensité I on notera que |S| décroît lorsque I augmente (on pourra vérifier que la sensibilité diminue de 0,4 $mV.K^{-1}$ lorsque l'intensité est multipliée par 10).

On a donc tout intérêt à utiliser une intensité pas trop élevée (ce choix est aussi favorable du point de vue de l'auto-échauffement du capteur); en pratique on pourra prendre I = 1 mA.
Le principe du montage (fig 19) est très simple : un générateur de courant permet d'alimenter la diode D à courant constant et de mesurer la tension V à ses bornes.
Comme l'influence de I sur la sensibilité S est faible, le générateur de courant peut être très simplifié. On a choisi un générateur de courant à transistor (fig.19a) mais on peut aussi utiliser un générateur à A.O. (fig.19b) :

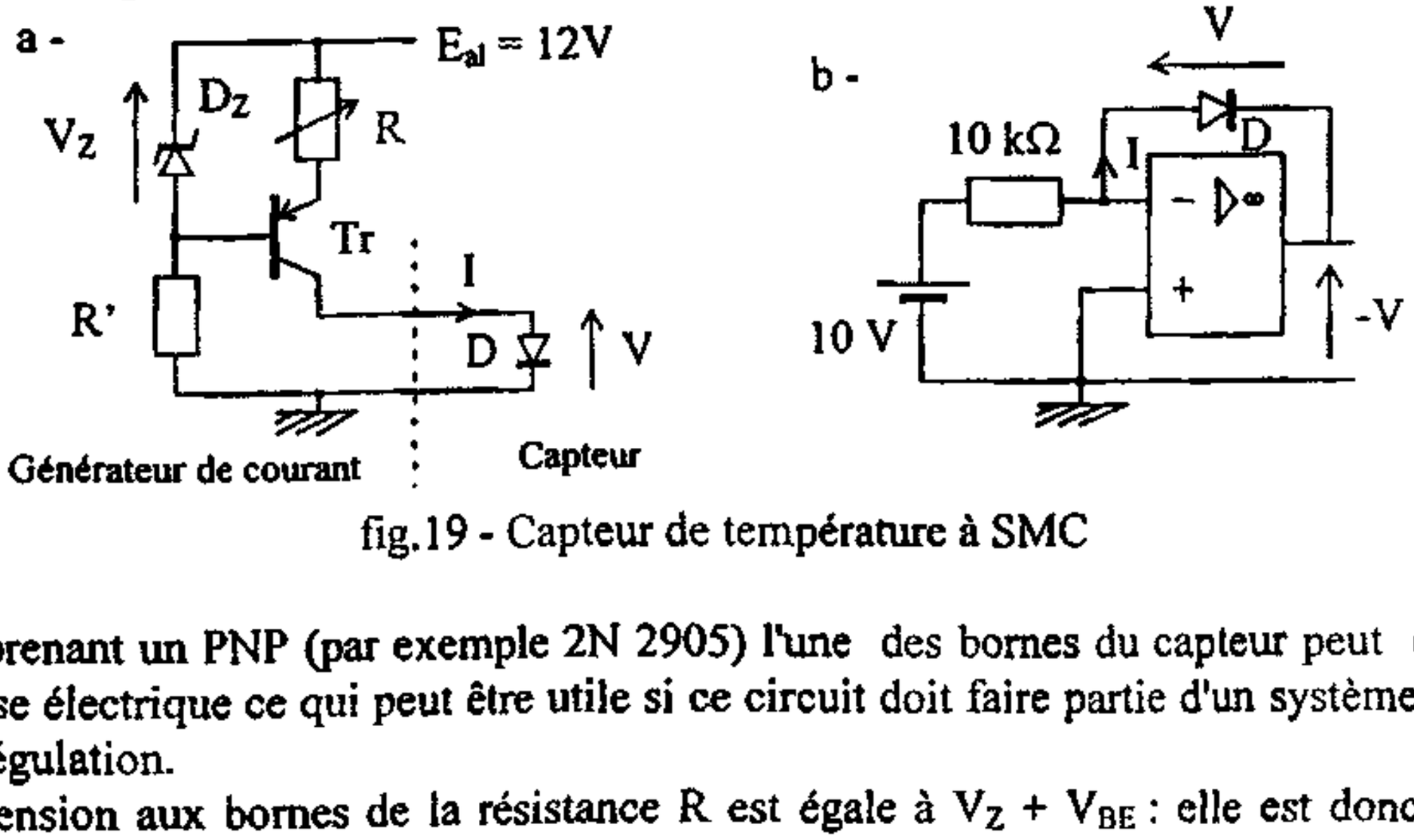


fig.19 - Capteur de température à SMC

En prenant un PNP (par exemple 2N 2905) l'une des bornes du capteur peut être reliée à la masse électrique ce qui peut être utile si ce circuit doit faire partie d'un système de mesure ou de régulation.
La tension aux bornes de la résistance R est égale à $V_Z + V_{BE}$: elle est donc pratiquement constante (le transistor n'étant pas bloqué : $V_{BE} \approx -0{,}6$ V). Le courant I est donc lui-même pratiquement constant, égal à $(V_Z + V_{BE})/R$ (en négligeant le courant base) .

Valeurs des éléments :

Tr = 2N 2905 ; D_Z = diode zener 6,2V ; R' = 1 kΩ ; R = 10 kΩ (valeur maximale)

Remarque : Dans les schémas des générateurs de courant, on notera souvent la présence d' une diode supplémentaire placée en série avec la diode zener. Elle a justement pour but de

compenser l'influence de la température sur V_{BE} . Par ailleurs on choisit une diode zener de tension V_z voisine de 6 V valeur pour laquelle le coefficient de température de la diode est le plus faible (il existe aussi des diodes de référence compensées en température).
Il suffit de diminuer la résistance variable R (boite de résistances ou potentiomètre multitours) à partir de sa valeur maximale pour obtenir une intensité I = 1 mA .

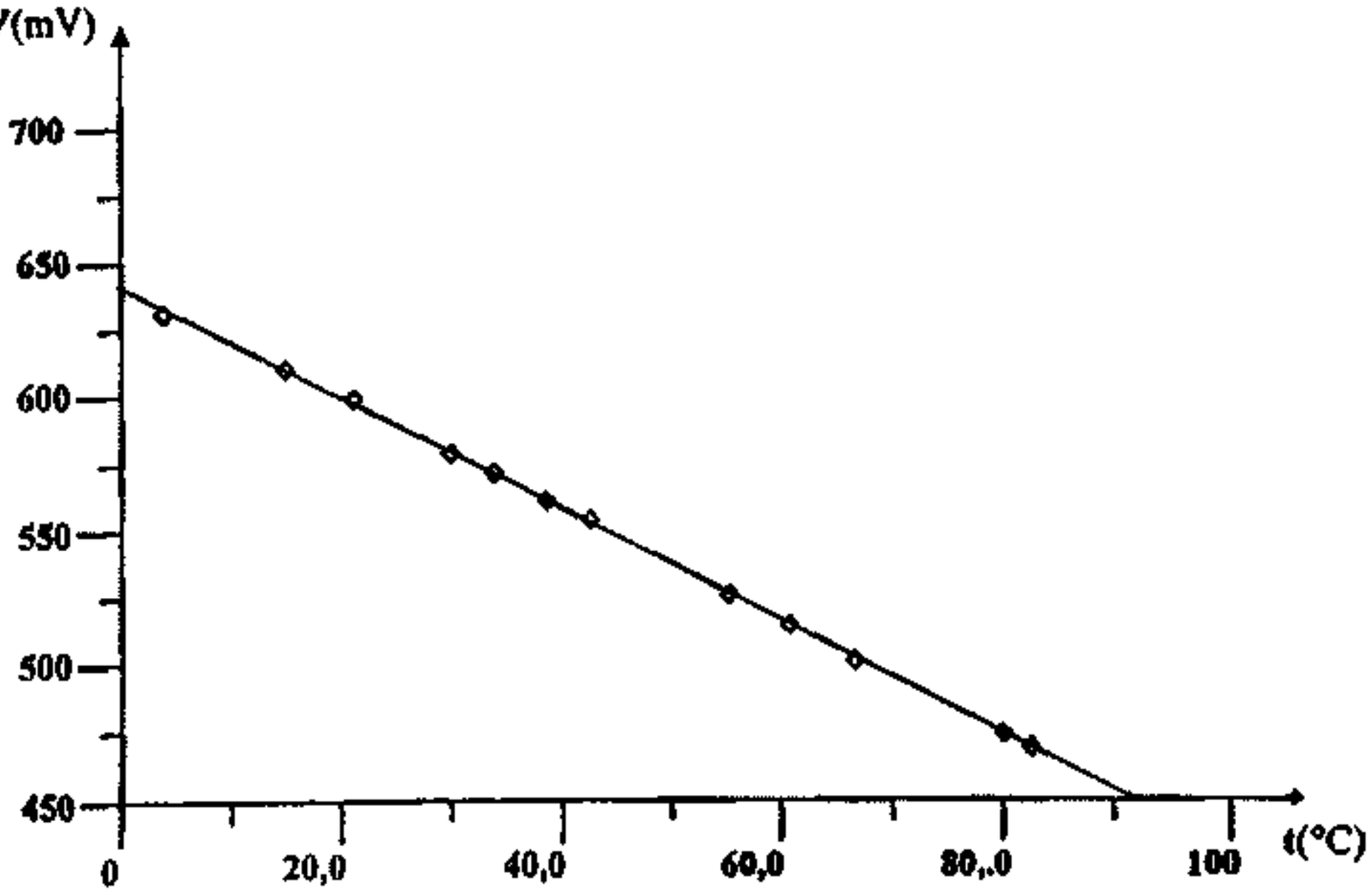


fig.20 - Etude d'une jonction semi-conductrice

Un montage analogue à celui décrit au 4.2.1 permet de relever V(T) ; on a ainsi obtenu la courbe de la figure 20. Par régression linéaire on obtient une droite de pente S = - 2,1 $mV.K^{-1}$.
Il existe de nombreux capteurs industriels fonctionnant sur ce principe, en particulier le LM 35 de National Semiconductor qui délivre une tension proportionnelle à la température avec une sensibilité de 10 mV/°C .

REFERENCES

Généralités
[1] M.J. Usher and D.A. Keating ; Sensors and Transducers ; Macmillan
[2] G.Asch (et col .) ; Les capteurs en instrumentation industrielle ; Dunod
[3] J.W.Dally ; W.F.Riley ; K.G. McDonnell ; Instrumentation for Engineering Measurements ; John Wiley

Capteurs mécaniques
[4] « Le petit journal de l'analyse expérimentale des contraintes » n°6 ;Vishay-Micromesures
[5] S.Laroze Mécanique des structures tome 2 Poutres ; Eyrolles-Masson
[6] L.Meirovitch ; Elements of vibration analysis ; Mc Graw-Hill
[7] S.Rao ; Mechanical Vibrations ; Addison-Wesley
[8] P.Kiréev ; La Physique des Semiconducteurs ; Mir
[9] Sensor Device Data ; Motorola

Capteurs thermiques
[10] R.Moreau ; BUP 687 ; p.1325 (1986)
[11] J.Millman ; C.H.Halkias Integrated Electronics ; Mc Graw-Hill
-12 Practical Temperature Measurements ; Application Note 290 Hewlett Packard (disponible sur le CD-ROM « Education Corner »)

CHAPITRE VI

AMPLIFICATION

La fonction amplification est une fonction fondamentale dans une chaîne électronique. Les signaux issus des capteurs sont généralement de faible amplitude en tension et disponibles sous puissance très limitée. Afin d'agir sur les organes de sortie de la chaîne, il est nécessaire d'amplifier en tension mais également en puissance. Dans ce dernier cas, cette opération ne pourra s'effectuer qu'au moyen d'un dispositif actif convertissant une puissance (généralement continue) fournie par une source annexe en une puissance image de la grandeur désirée.

1 - Caractéristiques générales d'un amplificateur

On définira un amplificateur comme un quadripôle unidirectionnel transformant les grandeurs d'entrée $[v_e, i_e]$ en grandeurs de sortie $[v_s, i_s]$ transmises à une charge.
Le système fonctionnant linéairement et le régime étant permanent sinusoïdal la fig.1 présente un schéma de principe du système. L'amplificateur est caractérisé par l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e$, l'impédance de sortie $\underline{Z}_s$ et l'amplification de tension $\underline{A}_0$ en sortie ouverte. La charge est assimilée à une impédance passive $\underline{Z}_u$.
Toutes les grandeurs soulignées sont à priori complexes et dépendent de la pulsation ω.

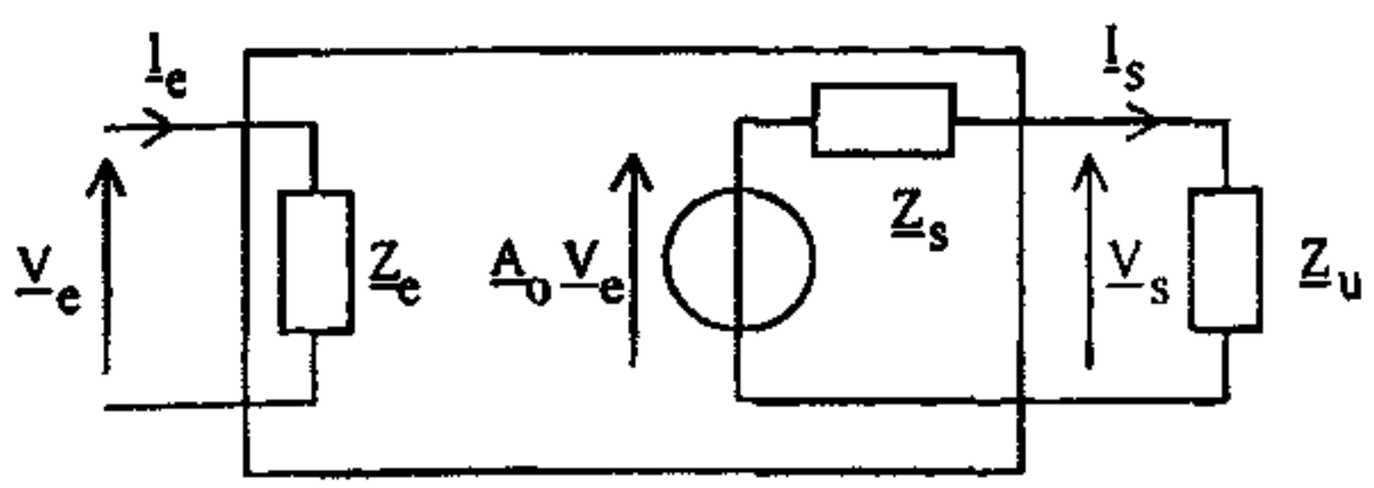


fig.1 - Quadripôle amplificateur

On a les relations : $\underline{V}_e = \underline{Z}_e \underline{I}_e$; $\underline{V}_s = \underline{A}_0\underline{V}_e - \underline{Z}_s \underline{I}_s$; $\underline{V}_s = \underline{Z}_u \underline{I}_s$

On définira alors :

$\underline{A}_v$: amplification en tension = $\underline{V}_s / \underline{V}_e$ (VI - 1)

$\underline{A}_i$: amplification en courant = $\underline{I}_s / \underline{I}_e$ (VI - 2)

$$A_p \text{ : amplification en puissance} = \frac{\mathrm{Re}(\underline{V}_s \underline{I}_s^*)}{\mathrm{Re}(\underline{V}_e \underline{I}_e^*)} \qquad \text{(VI - 3)}$$

Ces amplifications sont naturellement liées aux caractéristiques de l'amplificateur et à la charge, par exemple : $\underline{A}_v = \underline{A}_0(\underline{Z}_u/(\underline{Z}_s+\underline{Z}_u))$ (VI - 4)

Si les amplifications en tension et en courant sont réelles on a : $A_p = A_v.A_i$ (VI - 5)

D'une manière générale, les grandeurs à déterminer sur un amplificateur sont :

- les valeurs des amplifications $\underline{A}_v$, $\underline{A}_i$, et A_p (surtout pour les amplificateurs de puissance) et leurs dépendances avec la fréquence (sélectivité), en module et en argument s'ils sont complexes.
- les gains en tension : $G_v = 20 \log|\underline{A}_v|$, en courant : $G_i = 20 \log|\underline{A}_i|$
- le gain en puissance : $G_p = 10 \log A_p$

- les diagrammes de Bode (gain et phase)
- les impédances d'entrée et de sortie $\underline{Z}_e$, $\underline{Z}_s$

- le rendement énergétique η pour les amplificateurs de puissance. C'est le rapport de la puissance en sortie (disponible sur la charge) / puissance apportée aux différentes entrées (essentiellement retirée des alimentations). Cet aspect énergétique est illustré sur la fig.2 où apparaissent les puissances : d'entrée P_e, de sortie P_s, fournie par les alimentations P_{al} et dissipée P_d.

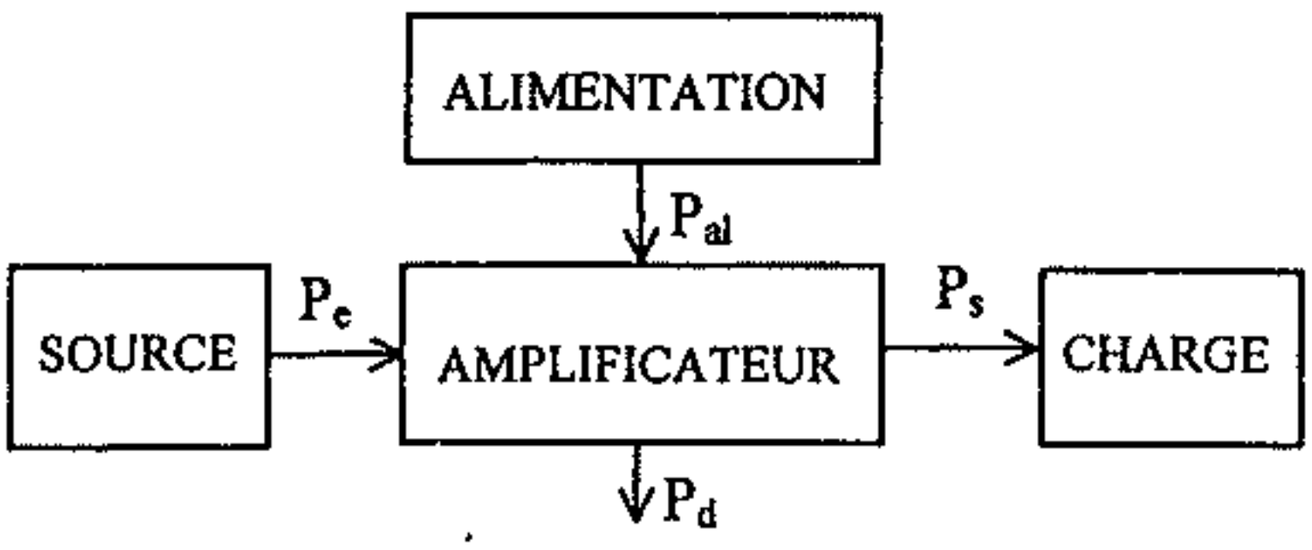


fig.2 - Amplification : aspect énergétique

$$\text{On a :} \qquad A_p = \frac{P_s}{P_e} \quad , \quad \eta = \frac{P_s}{P_e + P_{al}} \approx \frac{P_s}{P_{al}} \qquad \text{(VI - 6)}$$

Les mesures d'**amplification** sont immédiates : il suffit de mesurer l'amplitude (ou la valeur efficace) des grandeurs d'entrée et de sortie ainsi que leur déphasage. L'appareil de mesure étant essentiellement l'oscillo, on ramènera les mesures de courants à celles de tensions aux bornes de résistances connues.
On peut aussi utiliser un(des) millivoltmètre(s) (éventuellement un (des) décibelmètre(s) pour les mesures de gain) et un phasemètre.
Les mesures des **impédances** d'entrée et de sortie se font (généralement) par comparaison à une autre impédance.
En supposant, pour simplifier, ces impédances purement résistives (ce qui est souvent le cas en basse fréquence) on procède de la manière suivante :

Pour la **résistance de sortie** (fig.3) :

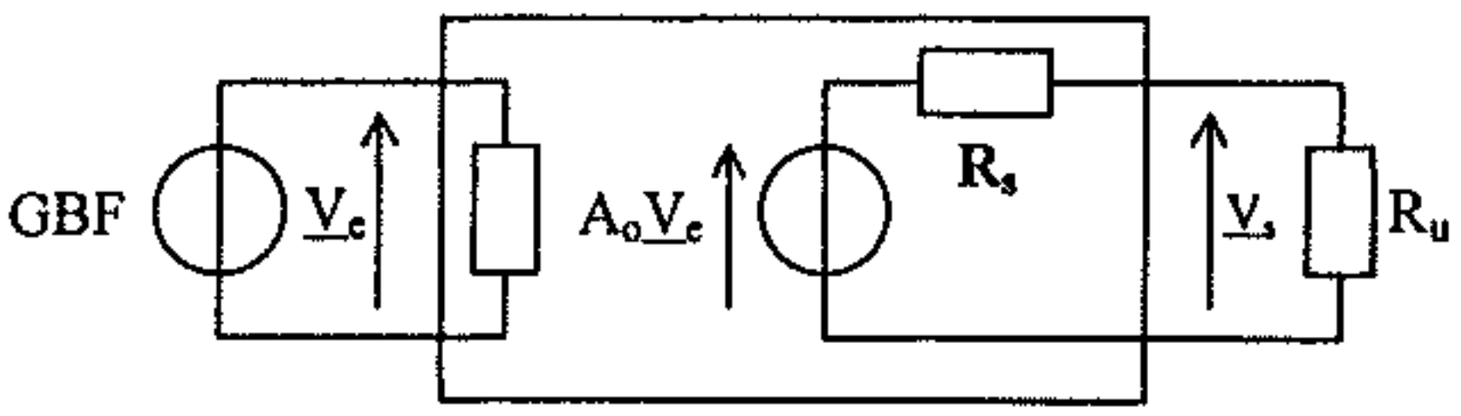


fig.3 - Mesure de la résistance de sortie R_s

1 - mesure à vide $R_u = \infty$: $V_{s1} = |\underline{A_0}|\, V_e$
2 - mesure avec la charge R_u : $V_{s2} = V_{s1}/(1+R_s/R_u)$

D'où : $$R_s = R_u \frac{V_{s1} - V_{s2}}{V_{s2}} \qquad \text{(VI - 7)}$$

Bien entendu cette méthode n'est précise que si V_{s1} et V_{s2} sont suffisamment différents ! On utilise souvent la méthode de la « tension moitié », c'est-à-dire que l'on ajuste R_u de manière à avoir : $V_{s2} = V_{s1}/2$. On a alors : $R_s = R_u$.

Pour la résistance d'entrée (fig.4) on place une résistance R en série avec le générateur source de résistance interne négligeable (précisément : $R_g << R_e$).

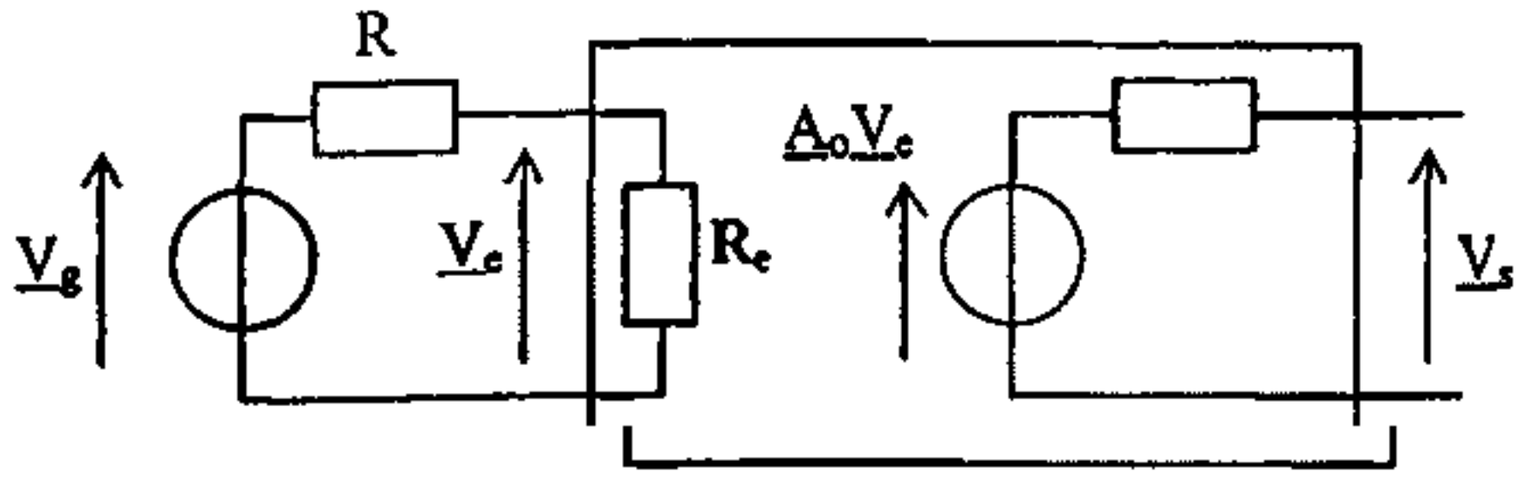


fig.4 - Mesure de la résistance d'entrée

On a :
1 - sans cette résistance $V_{s1} = |\underline{A_o}|\, V_g$ (car $v_e = v_g$ si $R_g << R_e$)
2 - avec cette résistance $V_{s2} = |\underline{A_o}| V_g/(1+R/R_e)$

D'où : $$R_e = R \frac{V_{s2}}{V_{s1} - V_{s2}} \qquad \text{(VI - 8)}$$

Ici encore il faut que V_{s1} et V_{s2} soient suffisamment différents. En adoptant la méthode de la tension moitié, on ajuste R de manière à avoir $V_{s2} = V_{s1}/2$; on a alors : $R_e = R$. (N.B. Si R_g n'est plus négligeable devant R_e il suffit de remplacer R_e par R_e+R_g dans VI-8).

Une variante de cette méthode est donnée fig.5 où l'on mesure les tensions V_g et V_e (dans cette méthode R_g ne joue aucun rôle) :

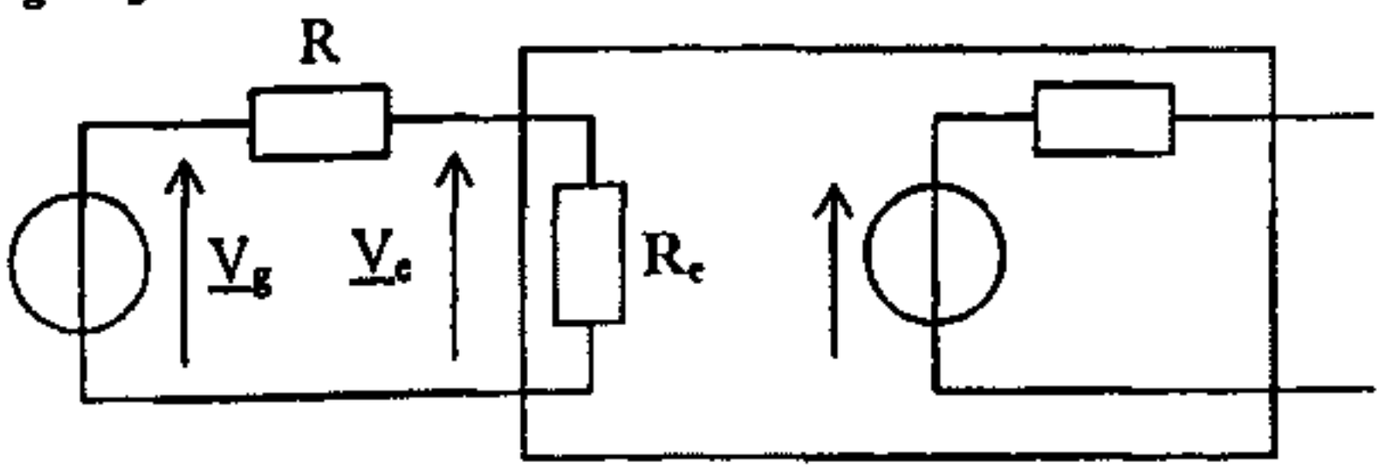


fig.5 - Mesure de la résistance d'entrée (variante)

On a : $R_e = R \frac{V_g}{V_g - V_e}$. A tension moitié : $V_e = V_g/2$ on a encore : $R_e = R$; à noter que l'impédance est bien résistive si v_e et v_g sont en phase.
Dans tout ce qui précède, l'amplificateur est supposé fonctionner **linéairement**. Ceci n'est valide que dans un certain domaine de tensions et de courants et à un certain niveau

d'approximation. On peut donc avoir à déterminer la linéarité de l'amplificateur et les distorsions qu'il peut occasionner sur les signaux (il est donc indispensable de visualiser le signal de sortie qui doit rester sinusoïdal).

2. Transistor émetteur commun

C'est un montage qui permet d'obtenir un gain en tension élevé ; il constituera donc souvent le premier étage d'une chaîne d'amplification. Par contre, possédant une résistance de sortie assez élevée, il ne pourra servir comme étage de puissance final.
Dans ce montage, l'expression « émetteur commun » signifie que l'émetteur est à un potentiel fixe (pas nécessairement au potentiel de référence).
La première condition à réaliser est de « polariser » le transistor pour se placer à un point de fonctionnement convenable.
Suivant ce point de fonctionnement en continu (point de repos avant que l'on n'applique le signal variable à amplifier), on parle de « **classes d'amplification** » :

Classe A : point de repos choisi sur la droite de charge de telle sorte qu'en régime variable, le point de fonctionnement instantané n'atteigne ni le blocage ni la saturation du transistor. Pour garder la plus grande dynamique d'amplification possible, on choisit généralement le point de repos au milieu de la droite de charge.
Classe B : point de repos choisi juste au point de blocage du transistor : on ne peut donc exploiter qu'une moitié du signal (>0 si NPN). Cela conduit à une très forte distorsion et cette classe est utilisée essentiellement dans le montage push-pull (un autre transistor exploite l'autre moitié du signal). On reviendra sur ce montage à propos de l'ampli de puissance.
Classe C : point de repos au-delà du blocage ; la distorsion est encore plus grande qu'en classe B ; c'est ce qui se passe avec le montage Push-pull (sans précautions).
On a utilisé également la classe AB (intermédiaire entre A et B). Il existe d'autres classes : la classe D, par exemple, travaille avec des transistors de puissance en commutation (amplification à découpage) mais n'est essentiellement utilisée que pour des commandes de moteurs.
En classe A, trois méthodes de polarisation sont présentées successivement : on verra que la troisième est pratiquement indépendante du transistor et qu'elle est stable (en particulier en température) : elle est donc préférable aux autres.

2.1 - Circuits de polarisation

2.1.1 - Emetteur à la masse et résistance de base

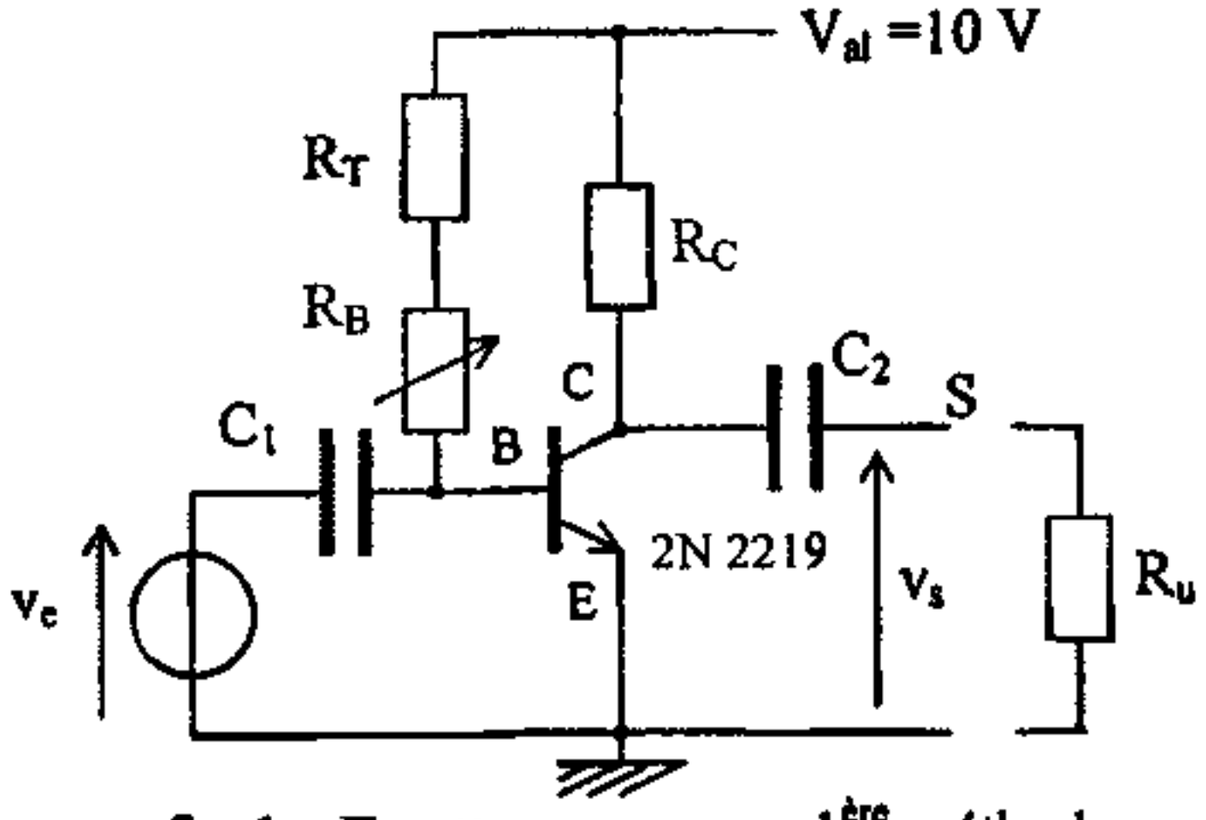


fig.6 - Emetteur commun 1ère méthode

Choix des éléments :

La résistance de collecteur R_C impose le courant de repos du transistor. Pour une alimentation de $V_{al} = 10$ V et un point de fonctionnement tel que $V_{CE} = V_{al}/2 = 5$ V (classe A), on a $R_C I_C = V_{al}/2 = 5V$. Si l'on prend $R_C = 1k\Omega$, $I_C = 5$ mA. Le courant I_B vaut I_C/β donc 50 µA (pour un transistor de $\beta = 100$). La tension V_{BE} doit être de ≈ 0,6 V. La résistance R_B doit prendre la valeur

$$R_B = \frac{V_{al} - V_{BE}}{I_B} \approx \frac{V_{al}}{I_C / \beta} \approx \frac{2\beta R_C I_C}{I_C} \approx 2\beta R_C \qquad \text{(VI - 9)}$$

Dans cet exemple, $R_B \approx 200$ kΩ
On prend, pour commencer, une résistance variable et on l'ajuste pour que la tension du collecteur soit voisine de 5 V. Par précaution on place une résistance « talon » R_T en série avec R_B (par exemple 10 kΩ) pour éviter que la résistance de base ne s'annule (fig.6).
Cette polarisation simple présente l'inconvénient d'être dépendante du transistor (à l'intérieur d'un même type, des dispersions sur la valeur de β jusqu'à un facteur 2 ne sont pas rares).

Le signal alternatif à amplifier est ensuite appliqué sur la base par l'intermédiaire d'un condensateur (qui ne modifie pas le point de fonctionnement en continu du transistor).
La valeur de la capacité doit être telle qu'elle constitue un court-circuit pour l'alternatif :

$$1/C_1\omega << h_{11} /\!/ R_B \text{ en pratique : } h_{11} \approx \text{qques } 100\Omega \text{ ; } C_1 \approx 10\ \mu\text{F à } 1000\ \text{Hz} \qquad \text{(VI - 10)}$$

Le signal de sortie est récupéré sur le collecteur : une éventuelle résistance de charge R_u est placée entre le collecteur et la masse, et, un condensateur C_2 bloque le courant continu et ne laisse passer que la composante alternative (C_2 également assez grand >10µF, dépendant de R_u).
Les condensateurs C_1 et C_2 ont des valeurs de capacité telles qu'ils sont généralement de type électrochimique : la polarisation de leurs électrodes fait qu'ils doivent être placés dans le sens correct (la borne notée – doit être du côté de la masse).

2.1.2 - Emetteur à la masse et pont de base

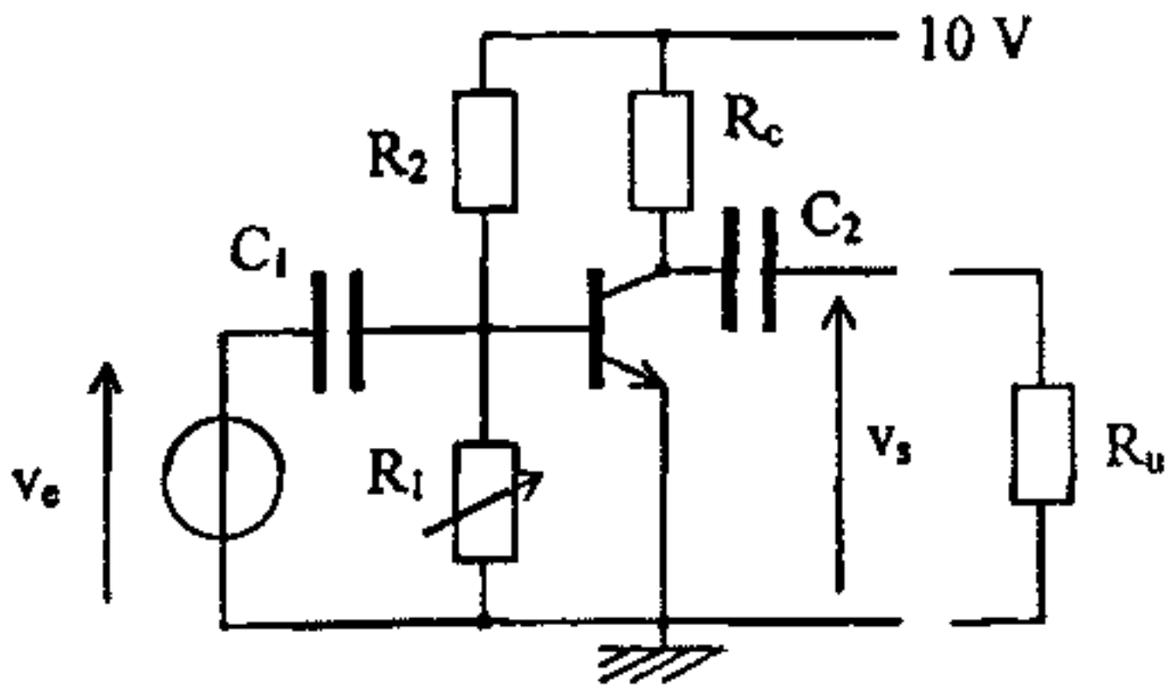


fig.7 - Emetteur commun 2ème méthode

Choix des éléments :

L'émetteur est au potentiel 0 ; la base doit donc se trouver à un potentiel voisin de 0,6 V.
Cette tension est obtenue au moyen du pont diviseur constitué par les 2 résistances R_1 et R_2.

La résistance R_1 est variable et on l'ajuste pour obtenir $V_{CE} = 5$ V (pour une alimentation de 10 V et une résistance R_2 de 10 kΩ, R_1 sera de l'ordre de 700 Ω).

Remarque : il est nettement préférable que ce soit R_1 qui soit variable. Dans le cas où l'on prend la résistance R_2 variable, il faut être certain qu'elle ne s'annule pas sinon le transistor est détruit (rien ne limite le courant I_B dans la jonction directe BE).
Le calcul du pont diviseur est fait sans tenir compte du courant base . En pratique, on prend un courant dans le diviseur R_1-R_2 au moins 10 fois plus grand que le courant base . Vérifions que c'est bien le cas : le courant principal du pont est de 1 mA (10 V/1mA ≈10kΩ) ; le courant base I_B est voisin de 50 µA.
Comme précédemment, on introduit le signal à amplifier sur la base par l'intermédiaire d'une capacité de liaison : si l'on ne met pas ce condensateur, cela revient à mettre en parallèle sur R_1 la résistance du générateur et cela modifie totalement le calcul du potentiomètre !

On constate que le réglage de R_1 pour obtenir un point de fonctionnement correct est assez critique ; une légère modification conduit au blocage ($V_C \approx 10$ V pour $R_1 < 600\Omega$) ou à la saturation ($V_C \approx 0$ V pour $R_1 > 800\Omega$). Plus grave encore : si le transistor évolue, en particulier en température, le point de fonctionnement se déplace. Ce phénomène est très net si l'on chauffe légèrement le transistor (avec un sèche-cheveux par exemple).

2.1.3 - Résistance d'émetteur découplée et pont de base

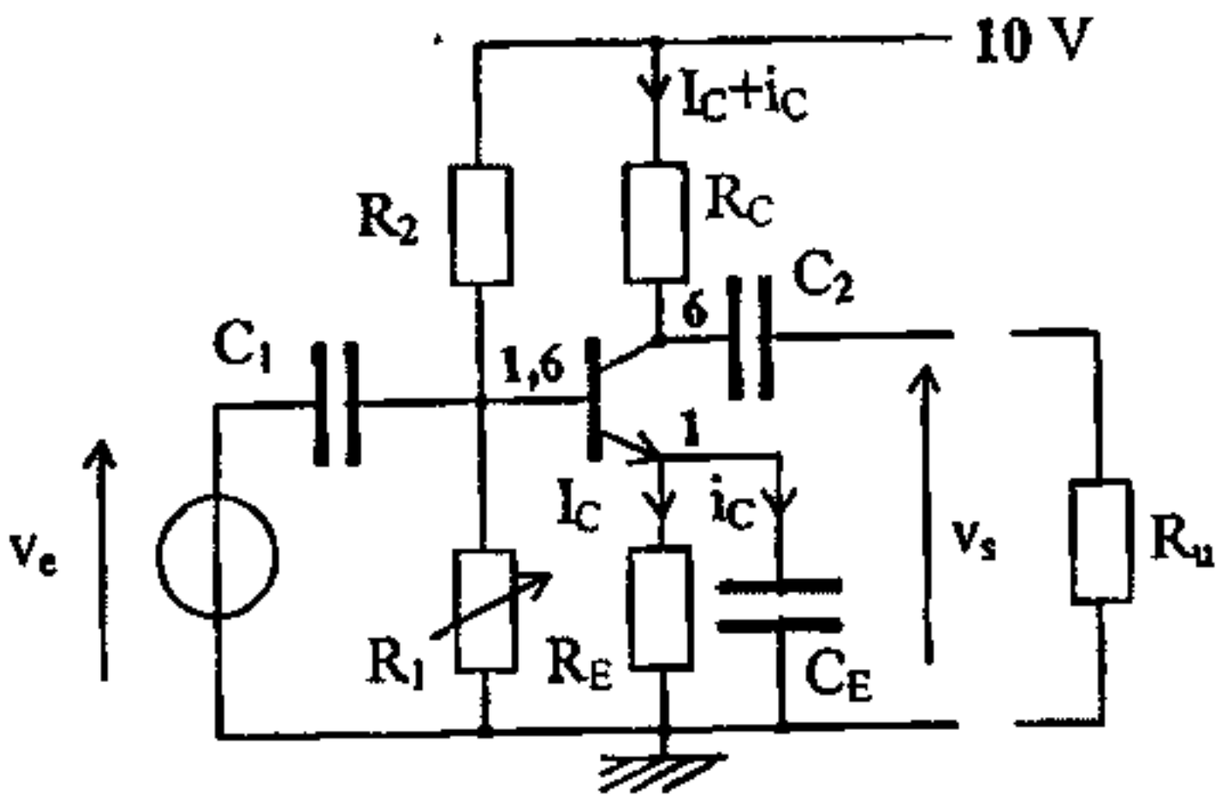


fig.8 - Emetteur commun 3ème méthode (préférable)

On place une résistance R_E sur l'émetteur. Les potentiels sont alors déplacés par rapport à la situation précédente : il faut reprendre le calcul du pont diviseur R_1-R_2.
Prenons par exemple $R_C+R_E = 1000\ \Omega$ de manière à garder le même courant collecteur I_C (5 mA). Il y a naturellement une infinité de façons de réaliser cette condition : 900+100 ; 800+200 etc...Le choix n'est absolument pas critique mais prenons, à titre d'exemple, ce dernier cas (il faut, de toute façon, prendre des valeurs qui correspondent aux valeurs standards des composants ce qui conduit ici à prendre $R_C = 820\ \Omega$ et $R_E = 220\ \Omega$).
On a indiqué sur la fig.8 les potentiels de différents points (en gras) :

$$V_E = R_E I_C \approx 1 \text{ V}$$
$$V_C = 10 - R_C I_C \approx 6 \text{ V} \quad (V_{CE} \text{ est bien voisin de 5 V})$$

Il faut donc $V_B = 1{,}6$ V ($V_{BE} \approx 0{,}6$ V pour un transistor non bloqué).

Cela est réalisé en prenant (par exemple) R_2 = 8,4 kΩ et R_1 = 1,6 kΩ : pour simplifier le calcul, on a pris R_2+R_1 = 10 kΩ, V_{al} = 10 V ce qui conduit à I_{div} = 1 mA ⇒ Le potentiel de la base $V_B = V_{al}\, R_1/(R_1+R_2)$ se ramène numériquement (en V) à la valeur de R_1 (en kΩ).

En pratique, on prendra les valeurs standards les plus proches : 8,2 kΩ et 1,8 kΩ. Ce qui est surtout très intéressant, c'est que le point de fonctionnement (pour cela, visualiser le potentiel du collecteur : il doit être voisin de 6 V) est beaucoup moins sensible à la valeur précise de R_1 : la présence de R_E a stabilisé le point de fonctionnement en continu. Le montage est aussi beaucoup plus stable vis-à-vis des variations de température. On peut également changer le transistor - du même type ou de type comparable - : le point de repos n'en dépend (presque) pas.
Un raisonnement qualitatif permet de comprendre cet effet :
Supposons que V_B augmente (par exemple parce que R_1 est trop grand) ⇒ Le courant I_B augmente ainsi que I_C (= βI_B). Le potentiel de l'émetteur augmente ($V_E = R_E I_C$) si bien que V_{BE} (= $V_B - V_E$) diminue et fait diminuer I_B. Finalement la cause de départ a entraîné un effet qui s'oppose à cette cause : c'est un effet de stabilisation. La présence de R_E a introduit une contre-réaction de courant-tension .

Mais le même raisonnement appliqué à la composante alternative du courant base, i_B, que l'on cherche à amplifier (en un courant i_C), entraîne une chute du gain (ce sera détaillé dans le paragraphe suivant). Il faut donc que la contre-réaction n'agisse que sur la composante continue I_C du courant.
Pour cela, on place un condensateur C_E (dit de découplage) en parallèle sur R_E. Le courant I_C passe dans R_E (et assure la stabilisation) alors que i_C passe dans C_E de telle sorte que l'émetteur se trouve à un potentiel constant (qui n'est plus 0 V) : le montage est encore **émetteur commun.**

Ce condensateur C_E doit être de très grande capacité puisqu'il faut que son impédance soit négligeable devant R_E. Cela dépend bien sûr de la fréquence d'utilisation mais si l'on veut descendre à basse fréquence (100Hz ou même moins), il ne faut pas hésiter à mettre un condensateur (inévitablement électrochimique) de 100, voire 1000 µF.

Revenons sur le choix de R_E pour un (R_C+R_E) fixé . La tension de sortie est prélevée sur le collecteur. On n'a donc pas intérêt à avoir le potentiel de repos du collecteur trop grand car cela réduit d'autant la dynamique disponible pour le signal de sortie. Dans l'exemple ci-dessus, on avait $V_C \approx 6$ V : la dynamique maximale était alors de 2 V à 10 V soit 8 V. La situation serait moins favorable avec $R_E = R_C$ = 500 Ω : on aurait alors une dynamique maximale de 5 V. Par contre, on doit garder une valeur de R_E suffisante pour conserver son effet de stabilisation du point de fonctionnement. Les valeurs retenues (R_E = 200Ω et R_C = 800Ω) constituent un bon compromis : $R_E I_C$ (repos) = 1 V = V_{al}/10.

2.2 - Mesure des caractéristiques du montage EC

2.2.1 - Amplificateur « petits signaux ». Distorsion

Réaliser le montage de la fig.8 et appliquer le signal d'entrée fourni par un générateur BF en sinusoïdal. Visualiser les tensions v_e et v_s. Le gain en tension de ce montage étant élevé, il faut appliquer un signal d'entrée de faible amplitude (quelques dizaines de mV au plus) pour que

la tension de sortie ne présente pas un écrêtage provoqué par le passage du transistor en blocage et en saturation. En réduisant le signal d'entrée, on peut se placer dans une plage où le signal de sortie n'est pas trop déformé.
La fig.9 présente les signaux de sortie et leur composition spectrale dans 2 situations :

- en « petits signaux », la sortie est apparemment sinusoïdale ce que confirme l'analyse spectrale.
- en « grands signaux » (et même sans atteindre les points extrêmes), la sortie est déformée : l'analyse spectrale fait apparaître des harmoniques du signal d'entrée (surtout l'harmonique 2). Ce phénomène est la distorsion.

Les mesures suivantes (§ 2.2.2 et 2.2.3) seront réalisées en « petits signaux »

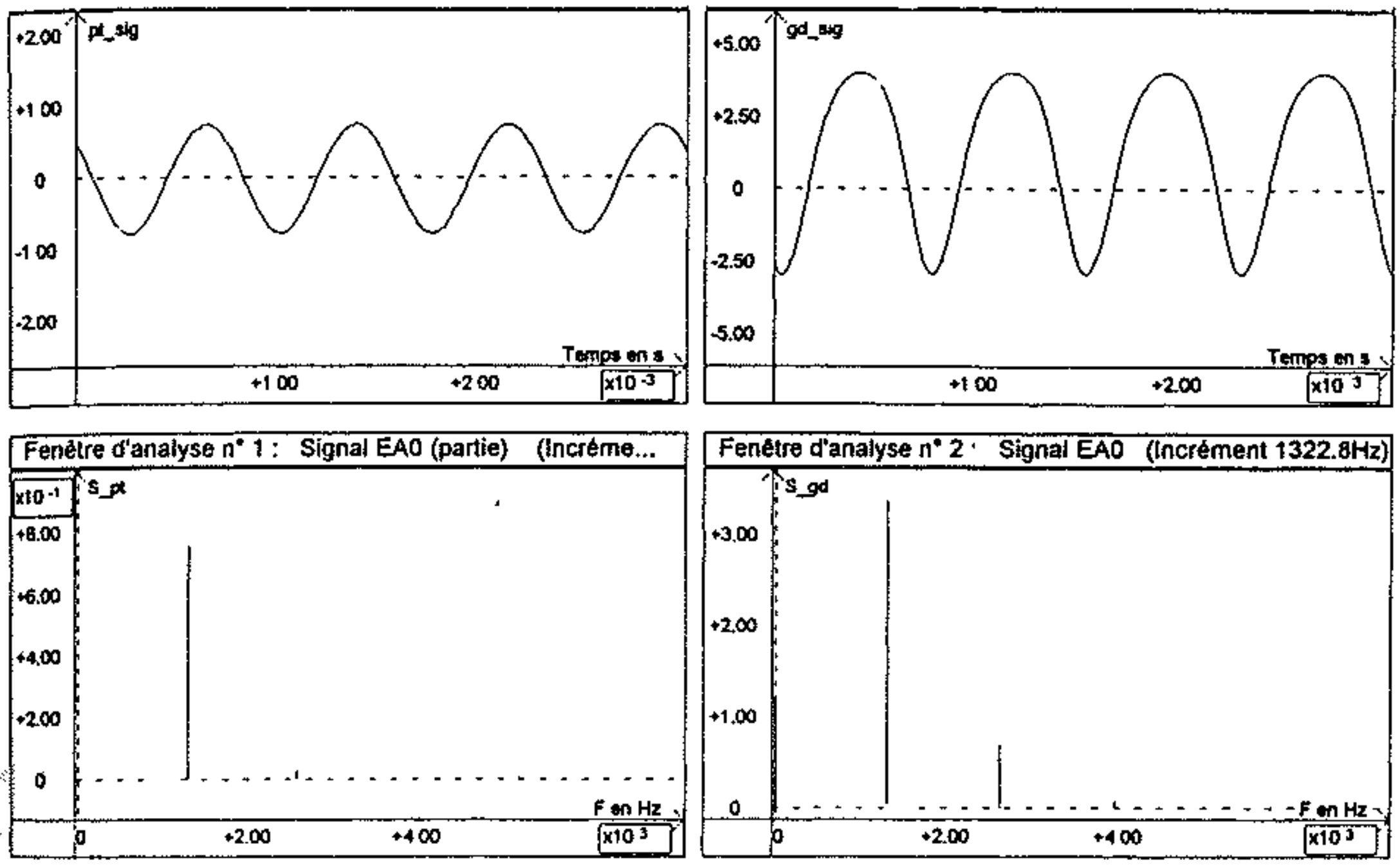


fig.9 - Tensions de sortie en « petits signaux » et en « grands signaux ».

2.2.2 - Amplifications en tension et en courant

La mesure de l'amplification en tension est directe à partir des tensions v_e et v_s visualisées à l'oscillo : $|A_v| = V_s/V_e$.
Noter l'inversion de phase entre l'entrée et la sortie : lorsque la tension base augmente, le courant collecteur augmente également et la tension du collecteur ($= V_{al} - R_C I_C$) diminue. Si le déphasage observé n'est pas exactement de π, c'est que les condensateurs C_I et C_E sont trop faibles (les changer ou augmenter la fréquence).
La mesure de l'amplification en courant est moins immédiate. La valeur de i_s ($= i_C$ sans charge) est facile à déterminer : $i_s = v_C/R_C$
Pour mesurer i_e il faut intercaler une résistance R_B (fig.10) et mesurer la tension à ses bornes (pour simplifier le calcul, prendre $R_B = 1000\ \Omega$).
A cause d'un problème de masse, il est nécessaire (si l'on ne dispose pas d'un oscillo différentiel) de mesurer successivement la tension aux 2 points P_1 et P_2 pour en déduire $i_e = (v_1 - v_2)/R_B$.

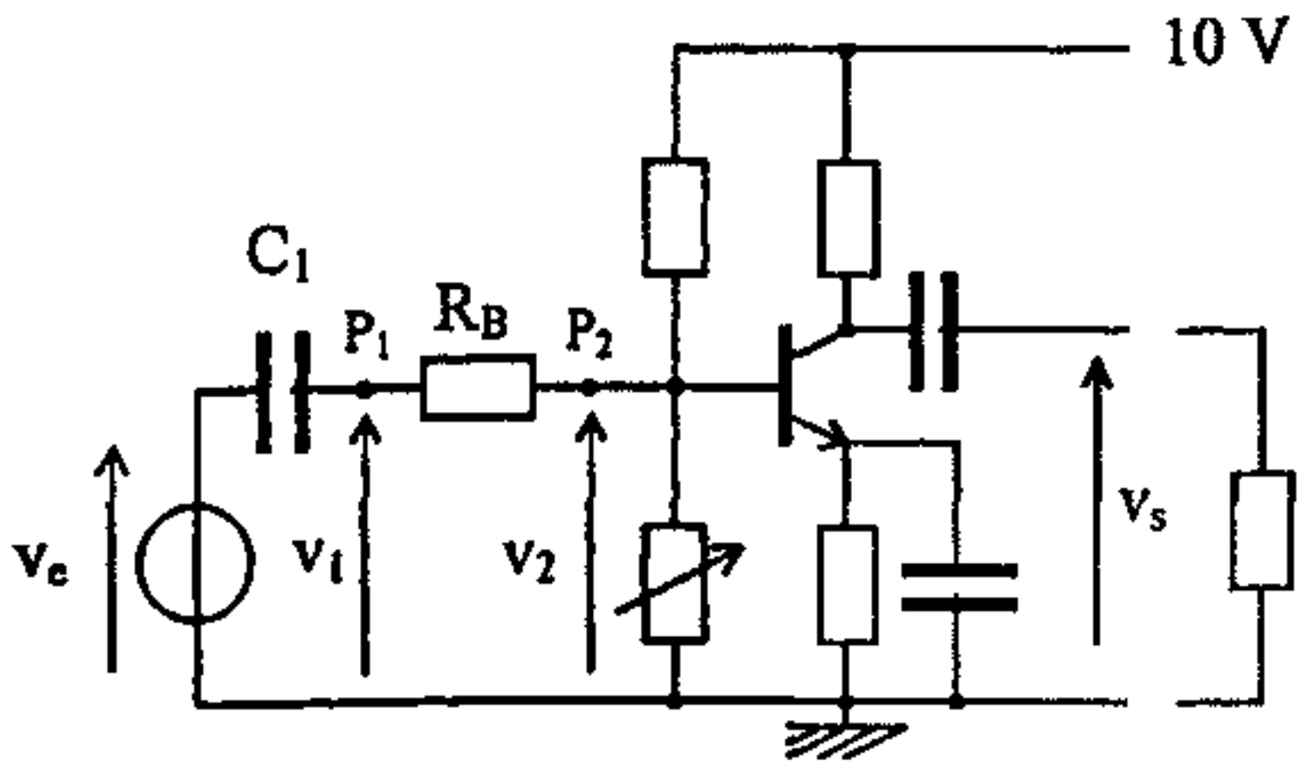


fig.10 - Mesure de i_e

On trouvera expérimentalement des amplifications de l'ordre de la centaine.
Ces valeurs sont à rapprocher des valeurs « théoriques » (voir § 7.2) fournies par la modélisation du transistor.
En première approximation : $A_v = -R_C\beta/h_{11}$ (VI - 11)

Par le paramètre h_{11} qui dépend fortement du point de fonctionnement du transistor ($h_{11}\approx 35/I_B(mA)$ pour un 2N 2219 cf Chap.IV § 3.2.5), on comprend la distorsion du signal lorsque le point de fonctionnement se déplace sur une plage importante.
L' amplification en courant est légèrement inférieure à β [$\beta/(1+h_{22}R_C)$ -voir § 7.2].

2.2.3 - Résistances d'entrée et de sortie

R_e : dans le montage de la figure 10, mettre une résistance R_B variable et utiliser la méthode de la tension moitié en mesurant l'amplitude du signal en sortie.
R_s : Placer une charge variable R_u comme en fig.8 et utiliser la méthode de la tension moitié.
Comparer les valeurs trouvées à celles calculées en 7.2.

3 - Transistor à charge répartie (ou résistance d'émetteur non découplée)

Reprendre le montage de la fig.8 en enlevant le condensateur de découplage C_E.
Le montage n'est plus à émetteur commun puisque le potentiel de l'émetteur n'est pas constant : la fraction variable i_C du courant collecteur entraîne une variation $v_E = R_E i_C$.
Mesurer l' amplification en tension du montage. Elle est fortement réduite par rapport au montage EC ; par contre, la distorsion est négligeable même en « grands signaux ».

Comparer cette amplification A_v à la valeur théorique : $-R_C/R_E$ (VI-12)

La contre-réaction introduite par R_E entraîne que (la tension V_{BE} restant pratiquement constante = 0,6 V) l'émetteur « suit » la base : $v_E = v_B$.
Comme $v_E = R_E i_E$ et $v_C = -R_C i_C \approx -R_C i_E$ on a bien : $v_C/v_B = -R_C/R_E$
Le gain ne dépend plus des caractéristiques du transistor mais seulement du rapport des résistances : c'est une propriété des montages contre-réactionnés déjà vue à propos de l'Ampli Op (Chap.IV § 5).
L'absence de distorsion du signal de sortie est due à la même propriété : les dipôles R_C et R_E étant linéaires, le gain est une constante.

Il est possible d'avoir une situation intermédiaire entre l'émetteur commun strict et ce montage en « découplant » partiellement la résistance d'émetteur (la constituer de 2 résistances en série dont seule une partie est « court-circuitée »- en alternatif- par C_E - fig.11).

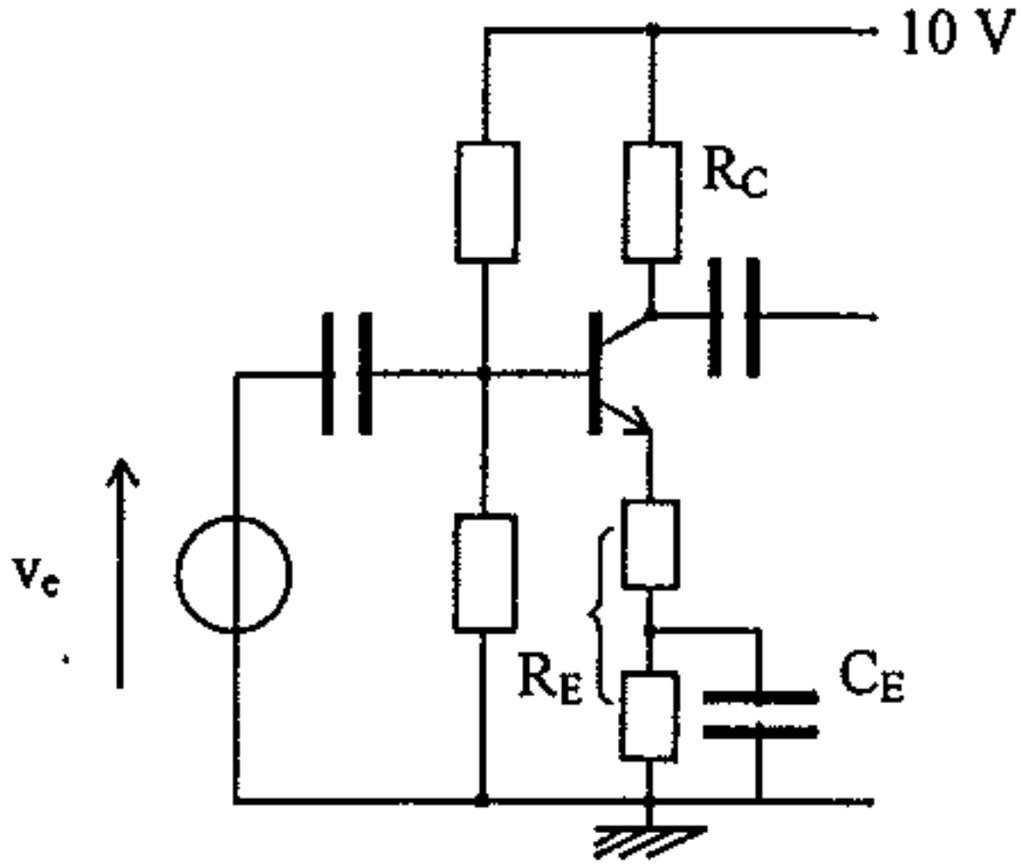


fig.11 - Montage amplificateur à résistance d'émetteur partiellement découplée

4 - Transistor collecteur commun

Cette fois , le collecteur est relié à la borne + de l'alimentation : son potentiel est constant (« commun »). La polarisation de la base peut se faire, comme au § 2.1.3, par un pont R_1R_2.

Choix des éléments :

Le signal est récupéré sur l'émetteur. Si l'on veut avoir un point de repos tel que V_{CE} soit égal à $V_{al}/2$, le potentiel de l'émetteur doit être égal à $V_{al}/2$.
Le potentiel de la base est alors de $V_B \approx V_{al}/2+0,6 \approx V_{al}/2$.
On prendra $R_1 = R_2$. Le choix de la valeur de ces résistances va jouer sur l'impédance d'entrée du montage . On a donc intérêt à les prendre assez grandes mais il faut que le courant base ($I_B = I_C/\beta = V_{al}/2R_C\beta$) soit négligeable devant le courant du diviseur R_1R_2. Les valeurs de la fig.12 sont généralement convenables.

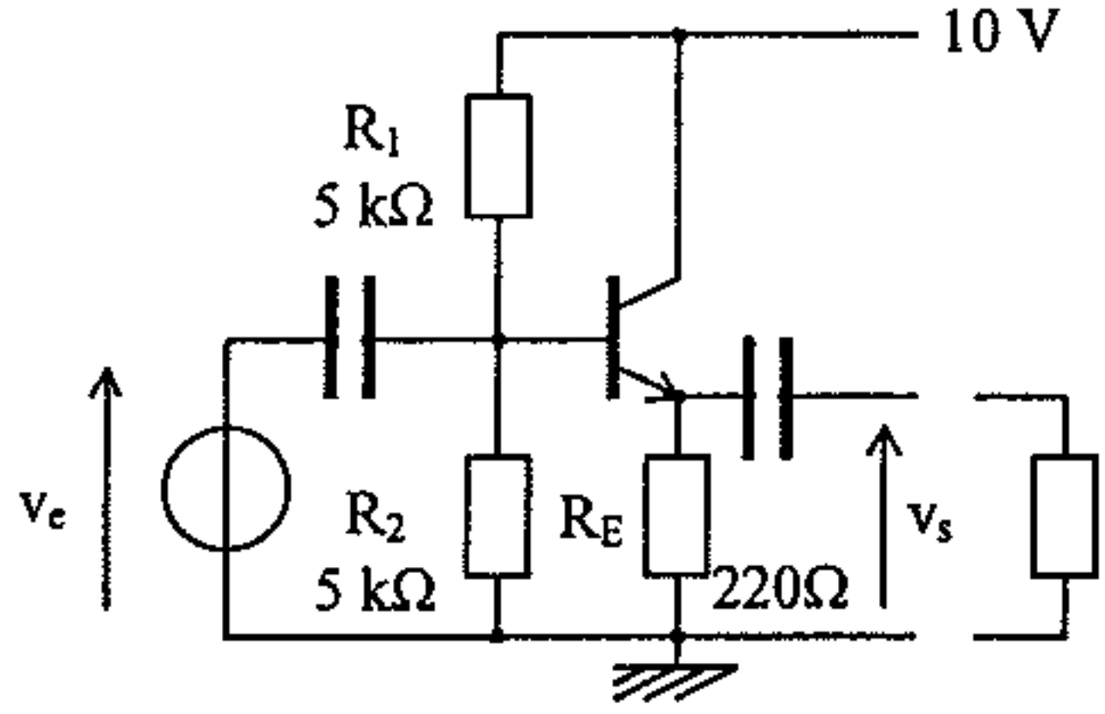


fig.12 - Montage collecteur commun

4.1 - Mesure des caractéristiques du montage

4.1.1 - Amplifications

L' amplification en tension $A_v = v_s/v_e = v_E/v_B$ est très légèrement inférieure à 1 : la tension V_{BE} restant pratiquement constante, $v_E \approx v_B$: ce montage est aussi appelé **émetteur suiveur.**

L' amplification en courant se mesure comme pour le montage émetteur commun avec $i_s = v_E/R_E$. Les valeurs théoriques sont présentées en 7.2

4.1.2 - Résistances d'entrée et de sortie

On utilise les méthodes de tension moitié.
Pour la résistance d'entrée on trouve une valeur élevée : $\approx (\beta+1)R_E$ en parallèle sur le résistances de polarisation.
Pour la résistance de sortie, la valeur est très faible $R_s \approx h_{11}/(\beta+1)$. La mesure de cett résistance nécessite quelques précautions. Le montage de la fig.13 rappelle le principe de l mesure.

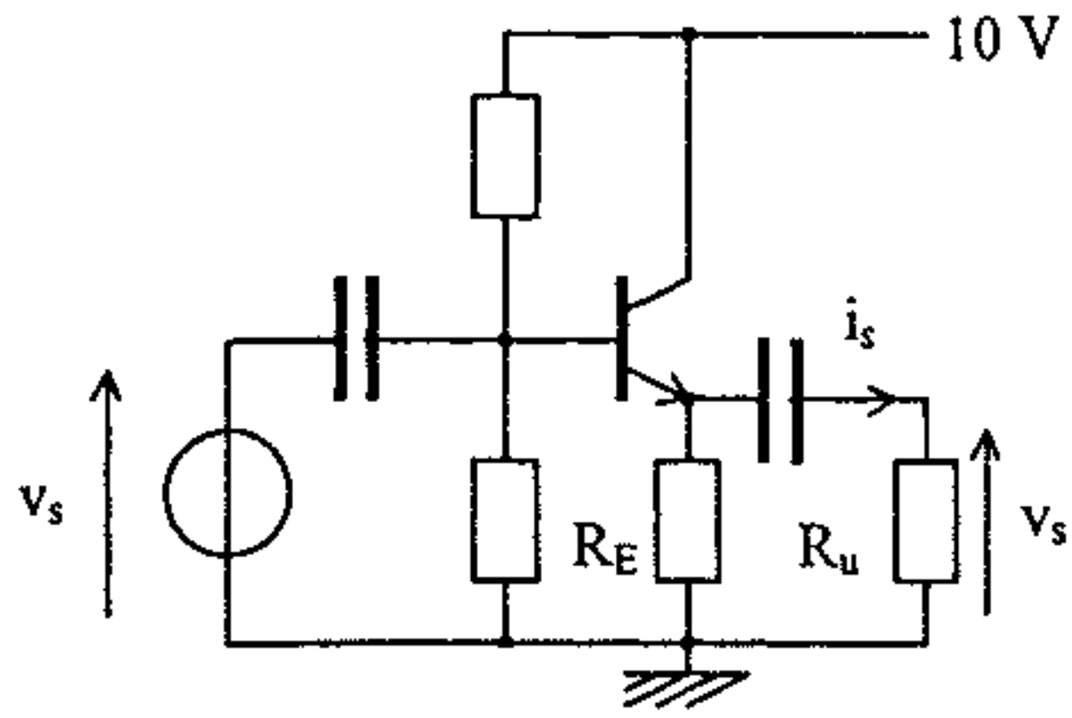


fig.13 - Mesure de la résistance de sortie

On part de R_u infini et on diminue sa valeur jusqu'à observer, à ses bornes, la tension moitié.
Le transistor étant traversé par un courant I_C+i_C, il faut qu'à chaque instant ce courant soi positif. Cela implique que la composante alternative n'excède pas la valeur de repos. Or l composante I_C vaut $V_{al}/2R_E$. Il faut donc que i_C reste très faible et, en particulier, lorsqu'or diminue R_u , il faut vérifier que le signal observé ne présente pas d'écrêtage (dû au blocage d transistor)
Dans la pratique, le montage collecteur commun étant utilisé surtout dans le Push-Pull donc en classe B (voir § 6.), la résistance de charge est directement la résistance R_E.
L'impédance de sortie très faible est la propriété la plus intéressante du montage collecteu commun. Il est utilisé pour fournir de la puissance à une charge de faible valeur : c'est le cas , en particulier, de l'étage de sortie d'un ampli audio qui débite sur un haut-parleur de 4 ou 8 Ω.

5 - Amplificateur différentiel

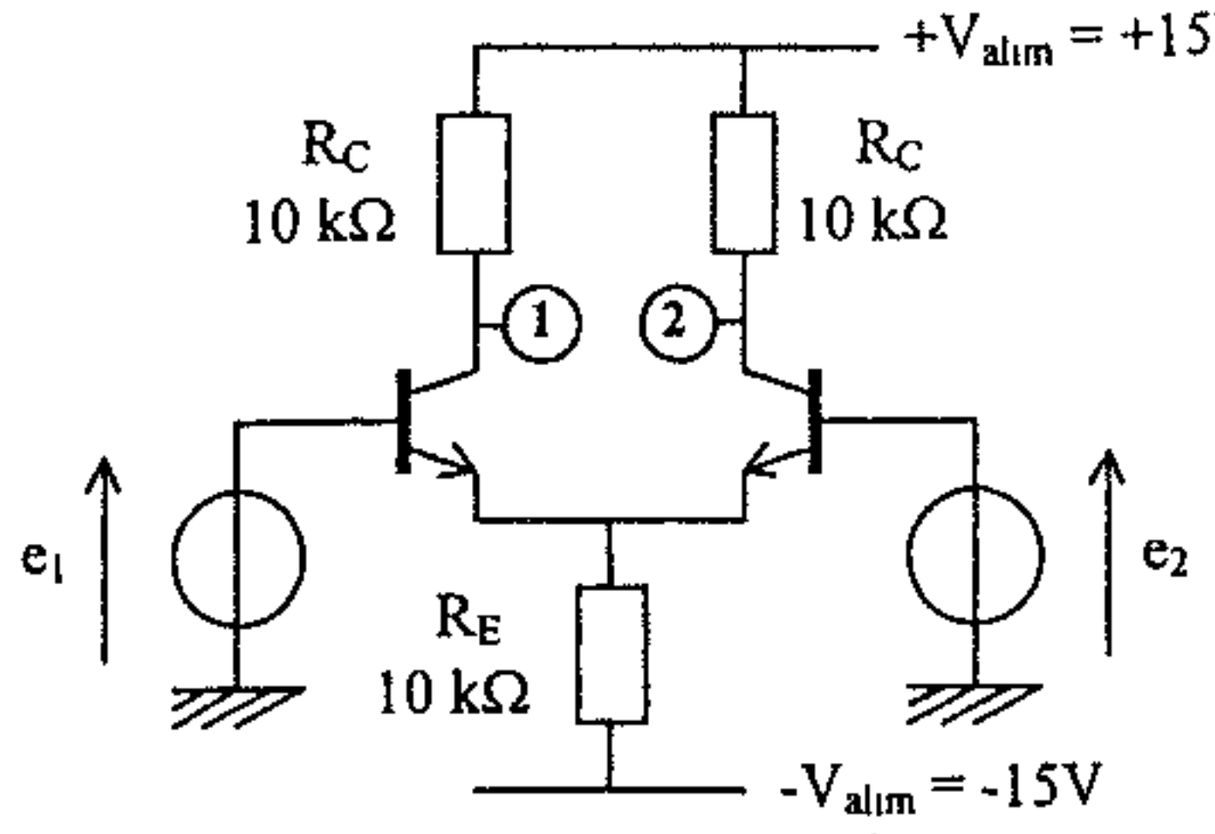


fig.14 - Amplificateur différentiel

Ce montage (fig.14) présente 2 entrées et on peut aussi disposer de 2 sorties. Pour les raisonnements qui suivent, nous utiliserons seulement la sortie ①.

5.1 - Utilisation en mode commun ($e_{mc} = (e_1 + e_2)/2$)

On applique la même tension (alternative ou continue) sur les 2 entrées $e_1 = e_2 = e_{mc}$. La symétrie du montage conduit à examiner le comportement d'un seul transistor en considérant que la résistance R_E est équivalente à 2 résistances de valeur [2 R_E] en parallèle : pour chaque transistor, le montage est du type charge répartie (présence de R_E et R_C) - fig.15. L'amplification de ce montage est faible : elle est égale à - $R_C/2R_E$ (soit -1/2 dans l'exemple ci-dessus)

$$s_1 = - R_C/2R_E\, e_1 = A_{mc}\, e_{mc} \qquad \text{(VI - 13)}$$

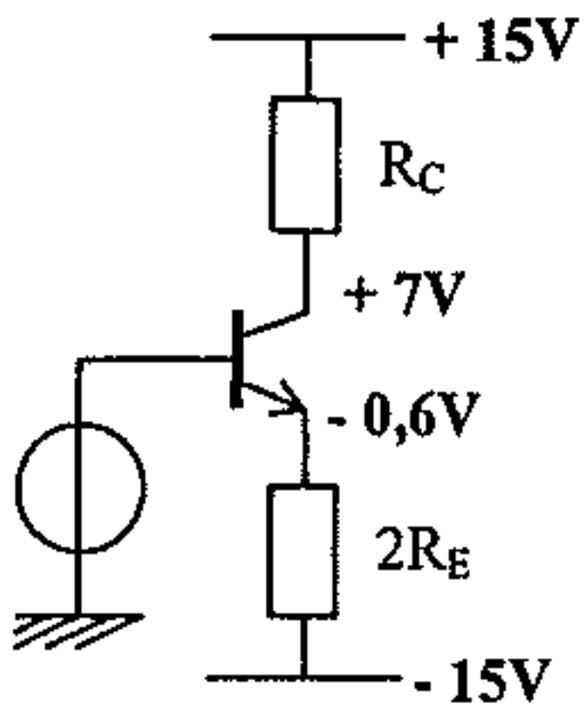


fig.15 - Utilisation en mode commun

5.2 - Utilisation en différentiel ($e_d = e_1 - e_2$)

On applique 2 tensions en opposition sur les 2 entrées (on fabrique ces 2 signaux avec un transformateur dont le secondaire est à point milieu) $e_1 = - e_2 = e_d/2$ (fig.16).

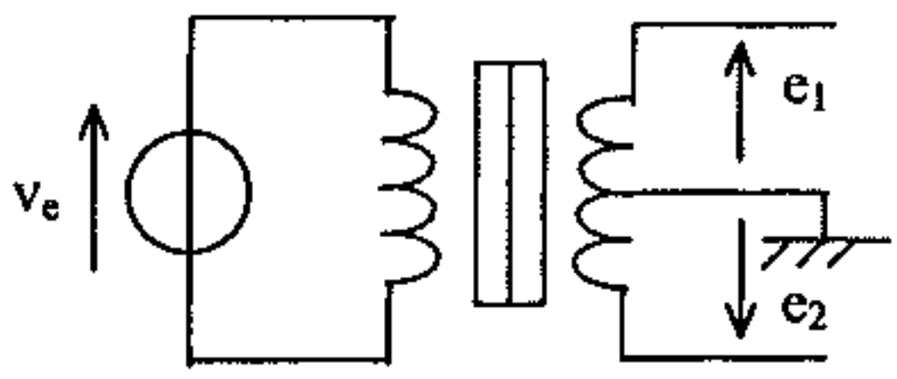


fig.16 - Réalisation de 2 tensions en opposition

Si la tension V_{BE} du transistor T_1 augmente, le courant I_{C1} correspondant augmente. Pour le transistor T_2, la situation est opposée : le courant I_{C2} diminue.
Le résultat important est que le courant somme, c'est-à-dire celui qui traverse la résistance d'émetteur R_E , est constant. Le montage est donc de type émetteur commun dont le gain en tension (voisin de $-\beta R_C/h_{11}$) est grand (de l'ordre d'une centaine ou plus).

$$s_1 = - \beta\, R_C/h_{11}\, e_1 = - \beta R_C/2h_{11}\, e_d = A_d\, e_d \qquad \text{(VI - 14)}$$

Si l'on applique 2 tensions e_1 et e_2 aux 2 entrées, on peut écrire :

$$e_1 = \frac{e_1 + e_2}{2} + \frac{e_1 - e_2}{2} = e_{mc} + \frac{e_d}{2} \qquad \text{et} \qquad e_2 = e_{mc} - \frac{e_d}{2}$$

La tension de sortie vaut alors $s_1 = A_{mc}\frac{e_1 + e_2}{2} + A_d(e_2 - e_1)$ (VI - 15)

Pour la sortie ① , l'entrée en B_1 constitue une entrée inverseuse, l'entrée B_2 est l'entrée no inverseuse. Ce montage se comporte différemment suivant que les tensions sont de « mod commun » ou de « mode différentiel ». On peut le caractériser par son taux de réjection e mode commun TRMC égal au rapport des 2 gains exprimé en décibels.

$$\text{TRMC(dB)} = 20\log\frac{A_d}{A_{mc}} = 20\log\frac{\beta R_E}{h_{11}} \qquad \text{(VI - 16)}$$

Ici, ce TRMC est assez modeste (de l'ordre de 50 dB) mais on a vu que pour un Ampli O (dont le premier étage est justement un ampli différentiel) on atteignait 90 dB.

5.3 - Utilisation d'un générateur de courant

La formule précédente indique que pour augmenter le TRMC, il faut augmenter la résistanc R_E. On remplace cette résistance par un générateur de courant (dont la résistance interne es infinie s'il est parfait). En pratique, ce générateur est réalisé avec un transistor T_3 selon l montage de la fig.17. Le potentiel de la base de T_3 est fixé par le rapport des résistances R_1 e R_2. Et le courant qui traverse R_3 est presque constant ; il est égal, en 1ère approximation ,

$$\frac{1}{R_3}\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{alim} - 0{,}6\right).$$

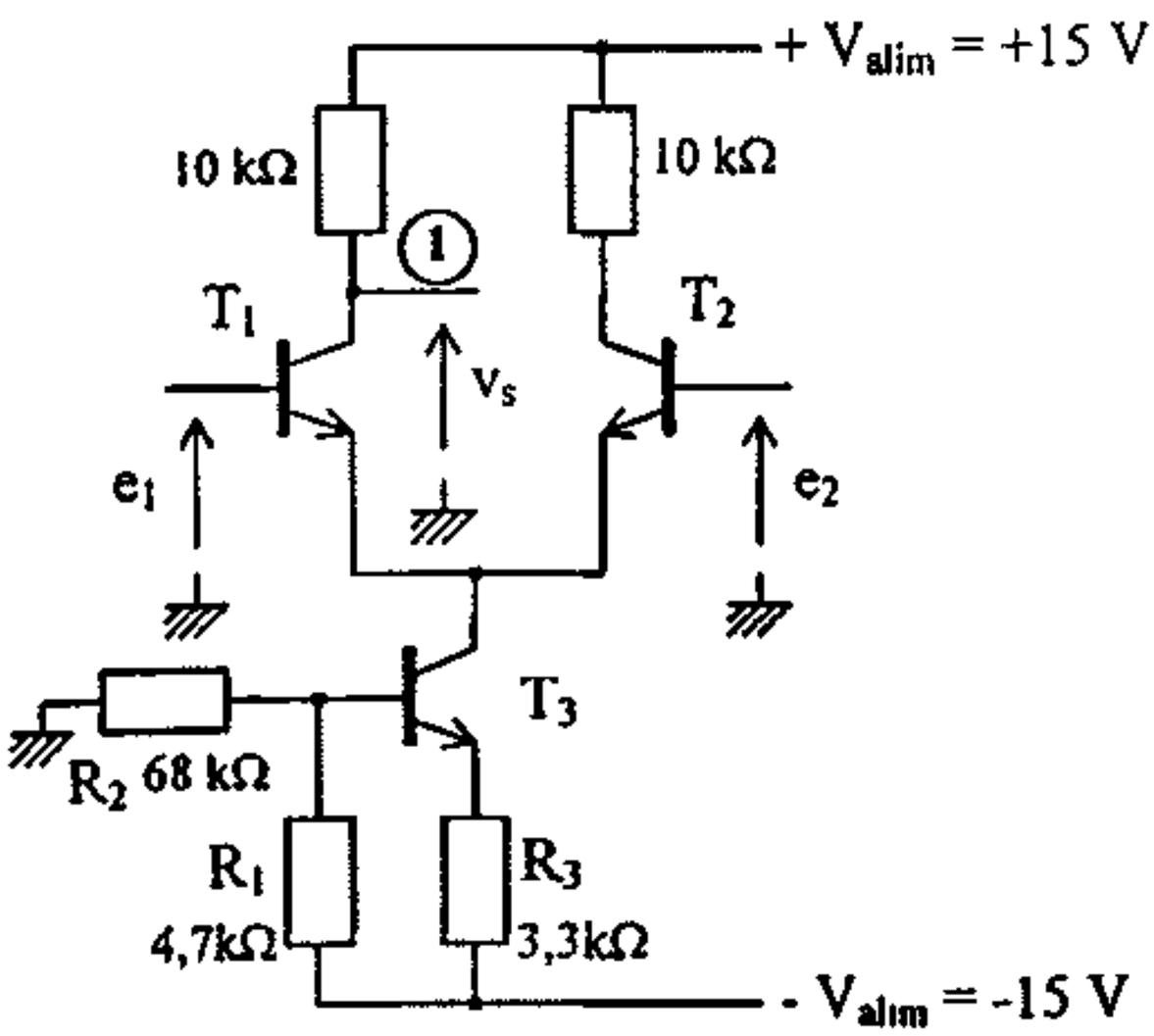


fig.17 - Montage avec générateur de courant

Appliquer le signal d'entrée en mode différentiel et faire varier R_1 puis R_3 pour montre l'influence sur l'amplitude du signal de sortie en ①. En mode commun, montrer que le signa de sortie est pratiquement nul (niveau constant) : c' est le signe d'un très bon TRMC.

5.4 - Principe du multiplieur analogique

Si le courant défini par le générateur précédent est proportionnel à un signal extérieur e_3, la tension de sortie est proportionnelle aux deux tensions e_d et e_3 (on peut dire aussi que le gain de l'ampli différentiel est proportionnel à e_3). C'est le principe des multiplieurs analogiques.
On peut l'illustrer en superposant sur la base de T_3 une tension alternative de fréquence différente (ex : qques 100 Hz) de celle appliquée aux entrées e_1, e_2 (ex : qques 10 kHz).
Ici le gain n'est pas proportionnel à cette tension mais il varie linéairement avec celle-ci et le signal en ① contient une composante modulée en amplitude (on peut l'isoler avec le filtre passe-haut de la fig.18).

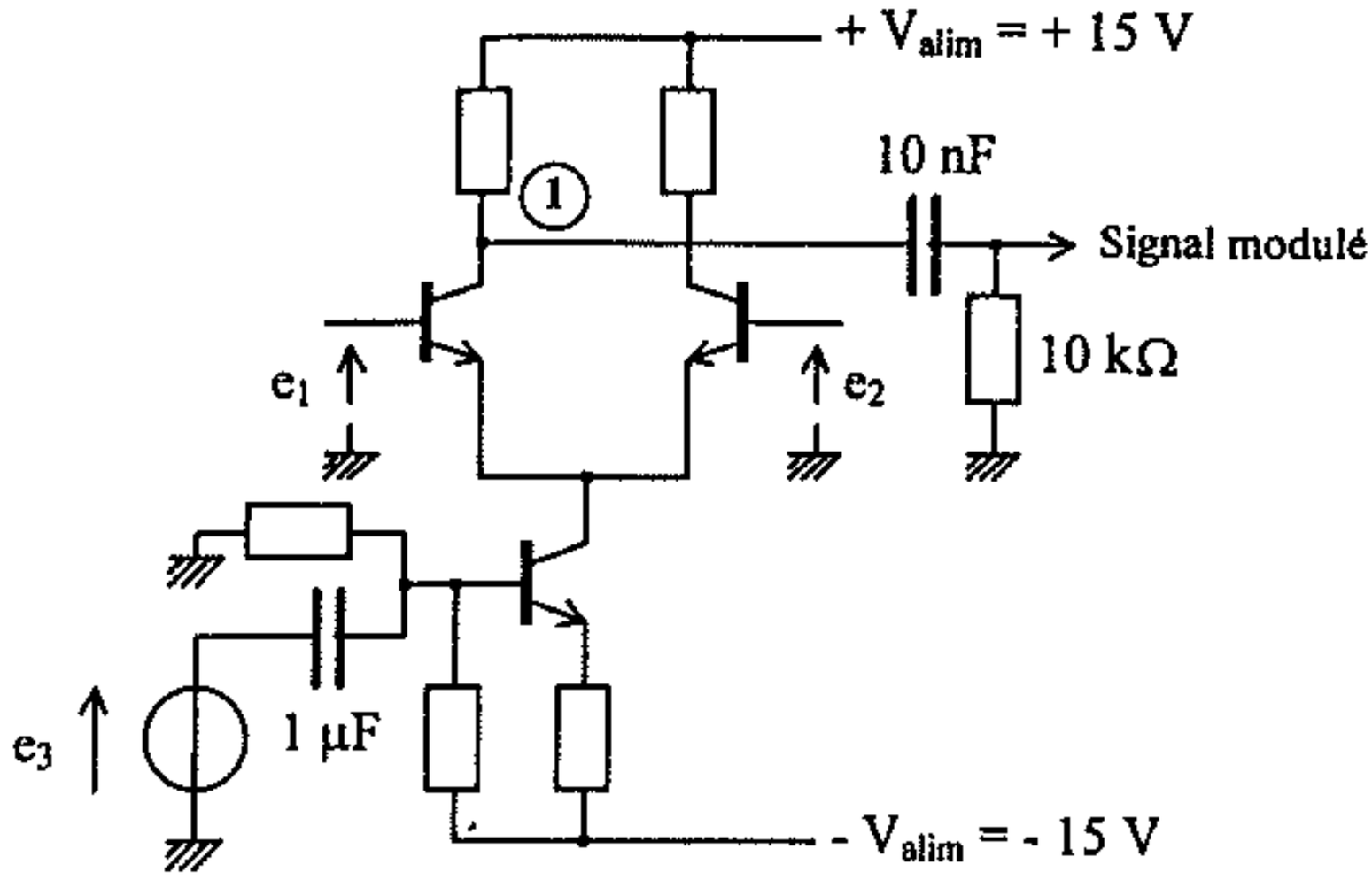


fig.18 - Modulation d'amplitude illustrant le principe du multiplieur

Dans les multiplieurs réels, le montage est plus complexe pour réaliser cette opération X sur les 4 quadrants (quel que soit le signe des tensions) et avec une stricte proportionnalité.

6 - Montage Push-Pull

6.1 - Montage de base (fig.19)

Deux alimentations symétriques par rapport à la masse fournissent l'énergie au montage. En l'absence de signal à l'entrée, chaque transistor est bloqué. Il ne se débloque que lorsque la tension d'entrée atteint 0,6 V (+0,6 pour le NPN, - 0,6 pour le PNP). Lorsqu'un des transistors est passant, l'autre est bloqué et le courant principal passe dans la résistance de charge R_u. Chaque transistor est monté en collecteur commun et fonctionne en classe C puisqu'il faut que la tension d'entrée atteigne la tension de seuil des diodes BE. L'amplification en tension est égale à 1 mais l'amplification en courant est importante.

Le grand avantage de ce montage vient de ce qu'en absence de signal à amplifier, le courant débité par les alimentations est nul. Le rendement de ce montage est très bon : à signal maximum, la puissance fournie à la charge représente plus de 75 % ($\pi/4$ - voir en 7.5) de la puissance fournie par les alimentations (le reste est dissipé dans les transistors). On comprend que pour un ampli de puissance, cette considération de rendement soit importante. Les transistors utilisés dans ce montage sont des transistors de puissance montés sur radiateurs.

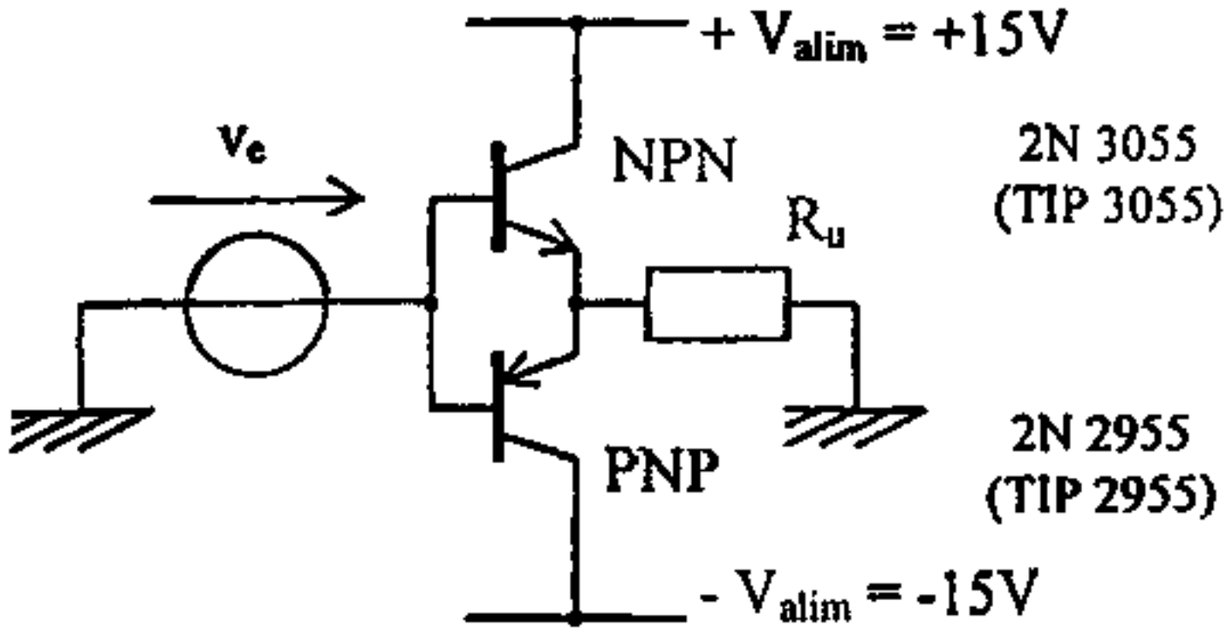


fig.19 - Push-Pull de base (en classe C)

Remarque : en classe A, il faut fournir en permanence une puissance au transistor pour avo le point de fonctionnement [I_C, V_{CE}] même en l'absence de signal à amplifier (dans l meilleur des cas, à signal maximum, le rendement n'est que de 25%)
L'inconvénient de ce montage de base est la distorsion introduite par la classe C. Tant que l signal d'entrée n'atteint pas 0,6 V, il n'y a pas de courant dans la charge : distorsion d raccordement (fig.20).

Choix des éléments et mesures

Prendre une résistance de charge de 20 Ω et mesurer, avec un multimètre efficace vrai, l courant I_u dans la charge à signal maximal (contrôler à l'oscillo que l'on se place juste avai la saturation - mettre une alimentation de ± 10V et l'amplitude du générateur au maximum 20 V_{cc}). Ce courant est alternatif et la composante continue est négligeable.
Dans les mêmes conditions, mesurer le courant débité par chacune des alimentations : c'est u courant dont la forme est indiquée en fig.20 en visualisant, en différentiel, la tension au bornes d'une faible résistance (1 Ω) en série entre l'alimentation et le collecteur.

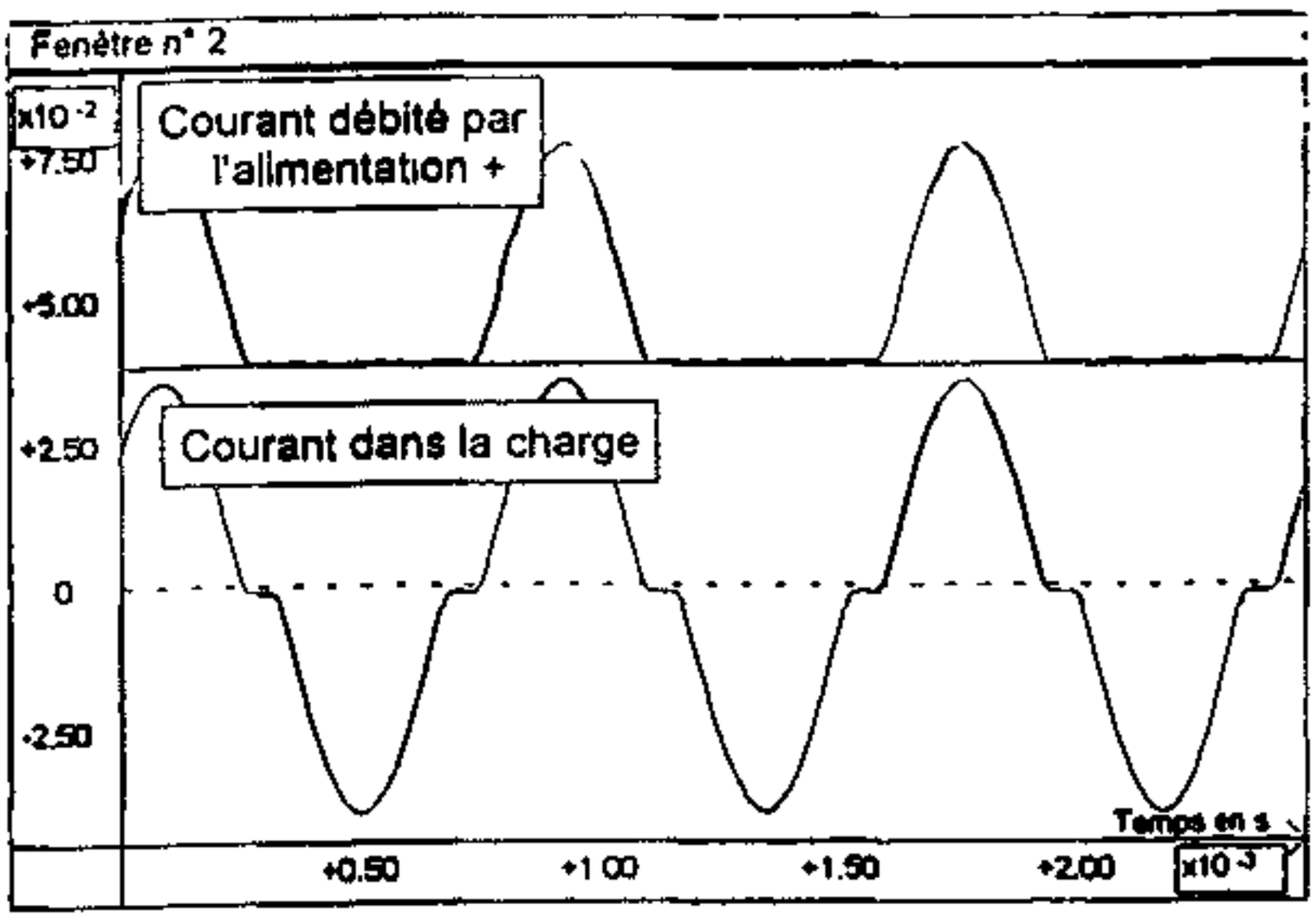


fig. 20 - Formes du courant dans la charge et du courant débité par une alimentation.

La tension de l'alimentation étant constante, la puissance délivrée par celle-ci est le produ de la tension par la valeur moyenne du courant (que l'on mesure donc en positio ampèremètre continu) : $P_{alim} = V_{alim} I_{moy}$.
La puissance débitée dans la charge est $P_u = R_u I_u^2$
Le rendement est alors $P_u / 2P_{alim}$

Exemple de résultats :
$I_u = 0,28$ A ; $I_{moy} = 0,12$ A
$P_u = 20.0,28.0,28 = 1,57$ W
$P_{alim} = 10.0,12 = 1,2$ W $\Rightarrow \eta = 1,57/2,4 = 65$ %

6.2 - Correction de la distorsion

6.2.1 - Diodes de polarisation

Pour éviter cette distorsion, il faut que chaque transistor travaille en classe B. Pour cela, on polarise la base des transistors par le montage indiqué en fig.21.

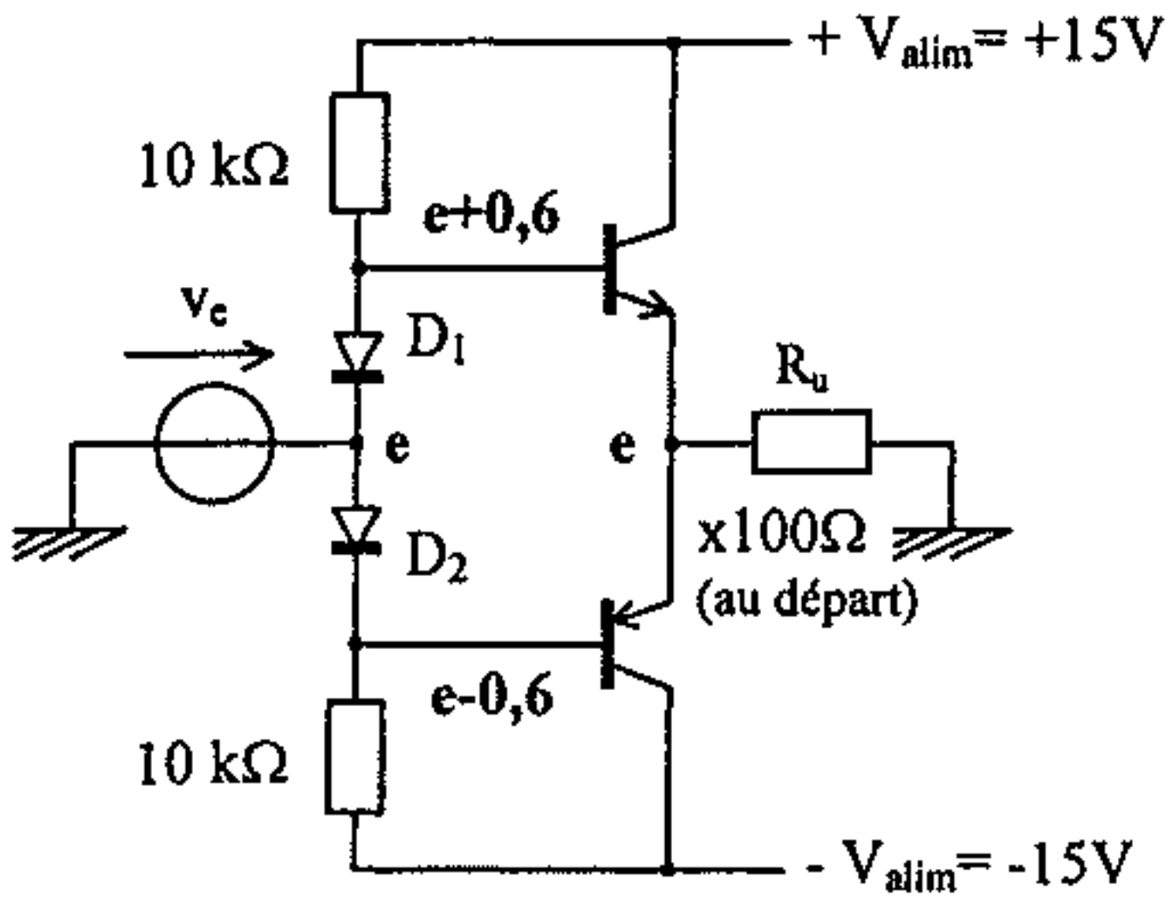


fig.21 - Polarisation par diodes

En absence de signal, le point de fonctionnement de chaque transistor est juste à la limite de la conduction puisque la tension V_{BE} est voisine de 0,6 V et le courant base est faible : si les deux jonctions (BE du transistor et diode) sont identiques, le courant $I \approx (V_{alim} - 0,6)/R_B$ se partage également entre ces jonctions.
Si la résistance de charge R_u a une valeur importante (quelques centaines d'ohms ou plus), le montage fonctionne à signal maximal dans de bonnes conditions avec des résistances R_B grandes (par exemple 10 kΩ). Lorsqu'on diminue R_u (c'est l'objectif d'un ampli de puissance), une saturation importante apparaît. Pour la supprimer, il faut diminuer R_B (typiquement, il faut $R_B \leq \beta R_u$).
Le montage présente cependant un défaut très grave : si une élévation de température se produit dans les transistors, le courant base augmente dans les transistors (une augmentation de température conduit à une diminution de la tension de seuil). Un courant notable passe alors directement entre les alimentations par les transistors et conduit à un échauffement qui accentue l'effet : il y a emballement thermique et les transistors sont détruits (on peut faire l'expérience sans signal d'entrée en surveillant attentivement le courant débité par les alimentations : celui-ci augmente rapidement et il faut très vite couper les alimentations !).
La solution est de placer deux très faibles résistances d'émetteur (typiquement $R_E = R_u/10$) qui introduisent une contre-réaction stabilisant le montage (au prix d'une diminution de la dynamique du signal de sortie sur la charge) -fig.22.

Si l'on néglige de plus h_{22}, on peut le présenter aussi sous la forme (dite d'Ebers-Moll) - fig.25b - avec $r_S\,(\Omega) = h_{11}/(\beta+1) \approx 26\eta/I_C(mA)$.

7.2 - Montage émetteur commun

Les schémas ne font plus apparaître que les grandeurs variables. Par exemple, le + de l'alimentation est à un potentiel constant : sur le plan alternatif, il est considéré comme à la masse du montage. Les 2 résistances de polarisation R_1 et R_2 de la fig.8 (§ 2.1.3) sont donc en parallèle.

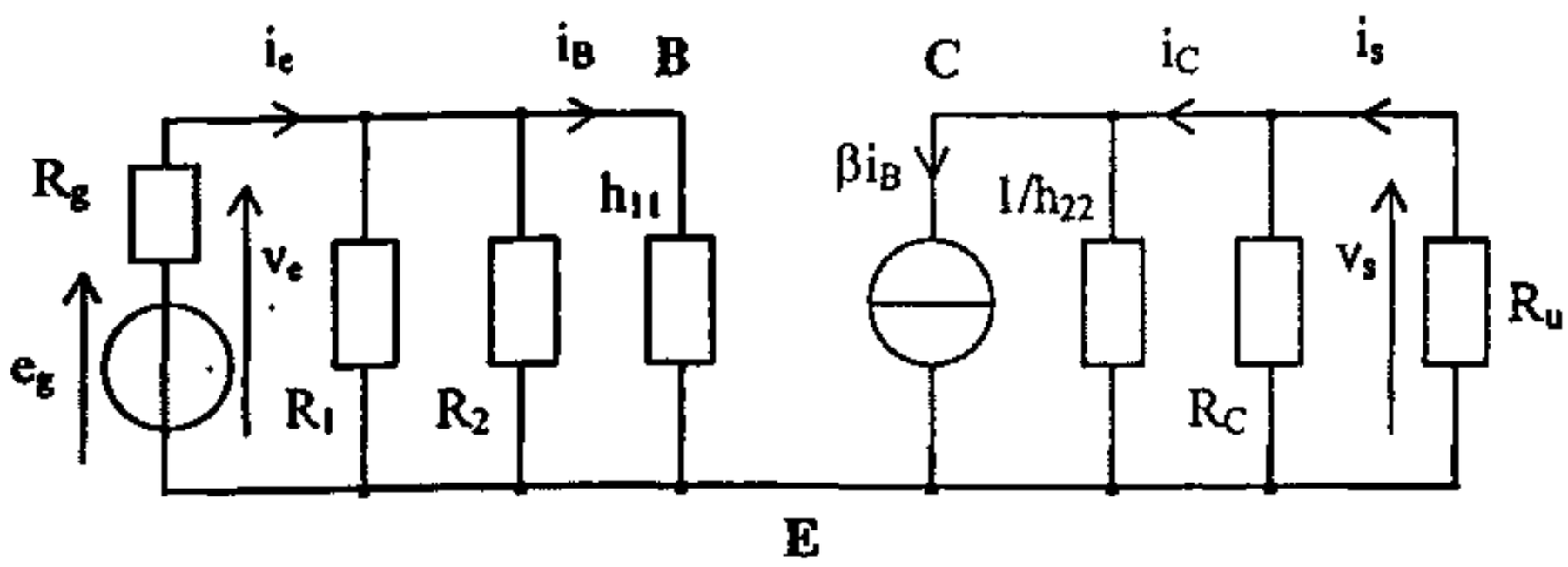


fig.26 - schéma équivalent du montage émetteur commun

A partir de ce schéma général il est possible d'isoler différents « sous-sytèmes » (un peu formellement) :

a - transistor « seul »
résistance d'entrée : h_{11}
résistance de sortie : $1/h_{22}$

b - Montage complet « charge » R_C ($i_s = 0$)
$v_{CE} = -R_C\, i_C$
$i_C = \beta\, i_B + h_{22}\, v_{CE}$
$\Rightarrow i_C\,(1+h_{22}R_C) = \beta\, i_B$

■ Amplifications :

$$A_i = \frac{\beta}{1 + h_{22} R_C} \qquad \text{(C - 3)}$$

$$A_v = -\frac{R_C}{h_{11}} \frac{\beta}{1 + h_{22} R_C} \quad (A_v \approx -\beta\, R_C/h_{11}) \qquad \text{(C - 4)}$$

■ Résistance d'entrée : $R_e = v_e/i_e = h_{11} \,//\, R_1 \,//\, R_2$ (C - 5)

■ Résistance de sortie : $R_s = \left(v_{CE} / i_C\right)_{e_g=0} = 1/h_{22}$ (C - 6)

c - Montage complet « charge » R_u ($i_s \neq 0$)

- Dans les amplifications (C-3) et (C-4) il suffit de remplacer R_C par $R'_C = R_C \,//\, R_u$
- La résistance d'entrée est inchangée (C-5)
- La résistance de sortie devient : $R'_s = R_s \,//\, R_C$ (C - 7)

7.3 - Montage Collecteur commun

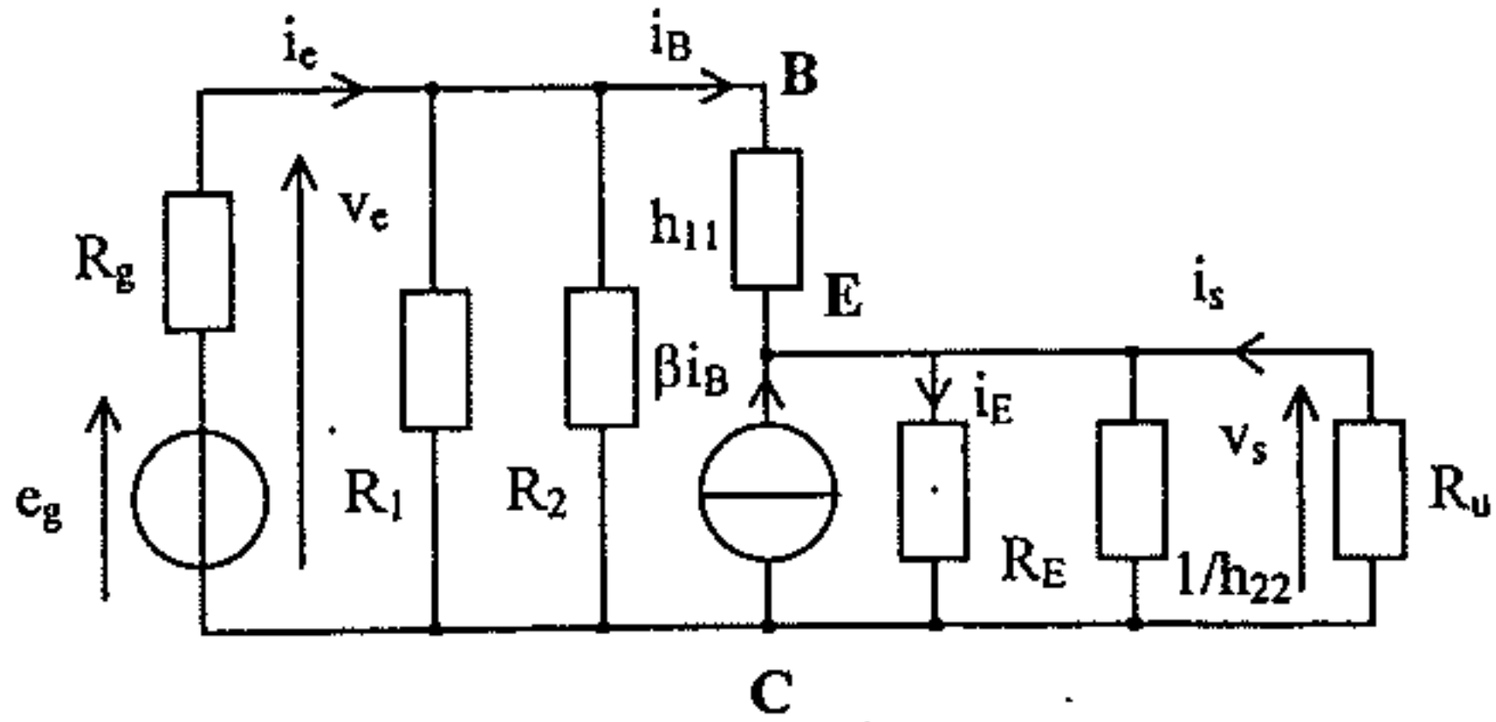


fig.27 - Montage collecteur commun

On peut généralement considérer que $1/h_{22} >> R_E$

a - Montage complet « charge » R_E ($i_s = 0$)

La loi des courants au point E implique que R_E est parcouru par un courant $(\beta +1)\, i_B$:

$v_{EC} = R_E (\beta +1)\, i_B$

$v_e = h_{11}\, i_B + R_E (\beta +1)\, i_B$

$i_e = v_e/R_1 + v_e/R_2 + i_B = (1/R_1 + 1/R_2)[h_{11} + R_E(\beta +1)]i_B + i_B$, on pose : $R_P = R_1 // R_2$

■ Amplifications :

$$A_i = \frac{(\beta + 1) i_B}{i_e} = \frac{R_p (\beta + 1)}{h_{11} + R_E (\beta + 1) + R_P} \qquad (C - 8)$$

$$A_v = \frac{R_E (\beta + 1)}{h_{11} + R_E (\beta + 1)} \text{ très légèrement inférieur à 1} \qquad (C - 9)$$

■ Résistance d'entrée : $R_e = v_e/i_e = R_p // [h_{11} + R_E(\beta+1)]$ (C - 10)

■ Résistance de sortie : $R_s = \left(v_{EC} / i_E\right)_{e_g=0} = \dfrac{R_g // R_P + h_{11}}{\beta + 1}$ (C -11)

(R_E est évidemment débranchée)

b - Montage complet « charge » R_u ($i_s \neq 0$)

- Dans les amplifications (C-8) et (C-9) il suffit de remplacer R_E par $R'_E = R_E // R_u$
- Même chose pour la résistance d'entrée.
- La résistance de sortie devient : $R'_s = R_s // R_E$ (C - 12)

7.4 - Montage à charge répartie

En négligeant h_{22}, le schéma équivalent est représenté fig.28 :

a- Montage complet « sortie ouverte » ($i_s = 0$) :

$v_e = h_{11}\, i_B + R_E (\beta+1)\, i_B$

$v_s = -R_C \beta\, i_B$

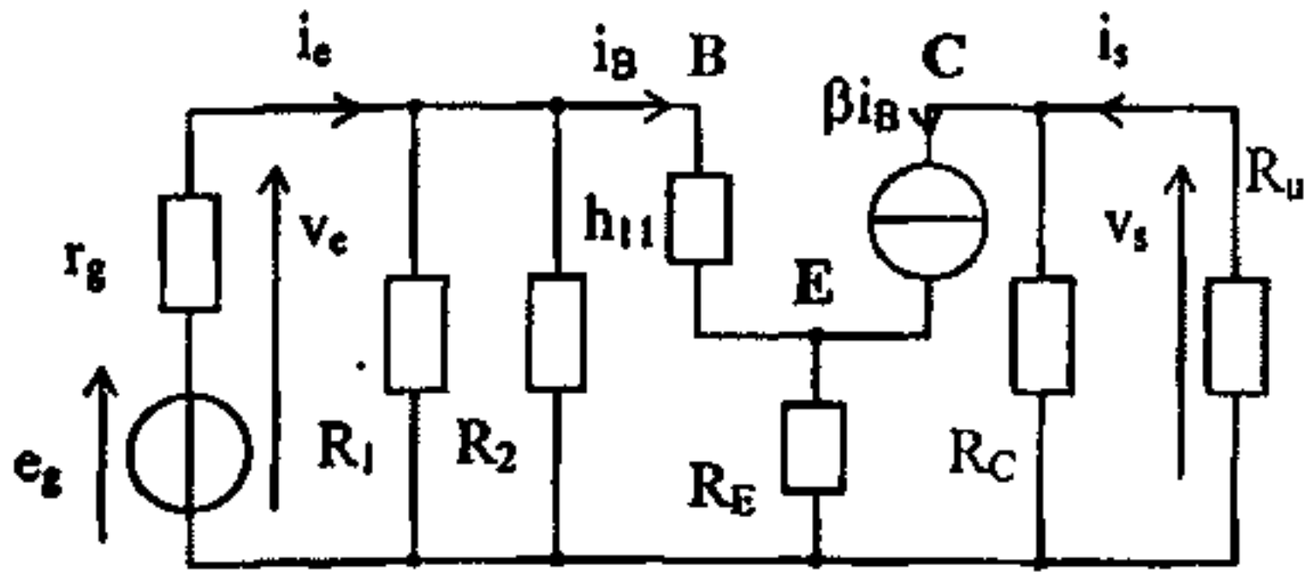


fig.28 - Montage à charge répartie (ou résistance d'émetteur non découplée)

Nous nous limitons à l'amplification de tension :

$$A_v = -\frac{\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1)R_E} \qquad \text{(C - 13)}$$

Si : $h_{11} << \beta R_E \Rightarrow A_v \approx -R_C/R_E$ l'amplification est indépendante du transistor (C - 14)

b- Montage complet « charge » R_u

Il suffit de remplacer R_c par $R'_c = R_c // R_u$

7.5 - Rendements en classe A et en classe B

En classe B, le transistor n'est passant que sur une alternance (dans le montage push-pull, c'est l'autre transistor qui conduit pendant l'autre alternance). Lorsque le signal est maximal (transistor à la limite de la saturation), le courant est $\approx V_{alim}/R_u$

On a donc (pour une des 2 alimentations) : $i(t) = (V_{alim}/R_u) \sin\omega t$ $0<t<T/2$
$= 0$ $T/2<t<T$

La puissance moyenne fournie par une alimentation sur une période est $P_{alim} = V^2_{alim} / \pi R_u$
La puissance moyenne fournie à la charge (par les deux alim.) est $P_u = R_u \langle i(t)^2 \rangle = V^2_{alim}/2R_u$
Le rendement est donc $\eta = P_u /2P_{alim} = \pi/4$ (78%)

En classe A, le point de fonctionnement situé à mi-chemin du blocage et de la saturation, on a
$v_{CE}(t) = (V_{alim}/2)(1-\sin\omega t)$ et $i(t) = (V_{alim}/2R_u)(1+\sin\omega t)$
Puissance moyenne fournie par l'alimentation sur une période $P_{alim} = V_{alim} \langle i(t) \rangle = V^2_{alim}/2R_u$
La puissance reçue par la charge est $P_u = R_u \langle i^2(t) \rangle = 3V^2_{alim}/8R_u$
mais la puissance utile correspondant à la variation de i(t) (en ne tenant pas compte de la composante continue $V_{alim}/2R_u$) est seulement $P_{utile} = R_u V^2_{alim}/4R^2_u \langle \sin^2\omega t \rangle = V^2_{alim}/8R_u$
Le rendement utile est donc, dans le meilleur des cas, de 25 %.

REFERENCES

1 - A.P. Malvino ; Principes d' Electronique ; Mc Graw-Hill
2- M.Girard ; Composants actifs discrets 1 ; Ediscience international
3- M.Girard ; Amplification de puissance ; Ediscience international
4- S.Coeurdacier ; Electronique (1,2) ; Dunod
5 - F.Manneville, J.Esquieu ; Electronique (Théorie du signal et composants) ; Dunod

CHAPITRE VII

FILTRES

Filtres du 1er et du 2^{tme} ordre en régime harmonique et en régime transitoire

1 - Rappels et définitions

L'analyse des systèmes (électrique, mécanique, acoustique ...) peut s'effectuer à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.
L'intérêt du domaine fréquentiel est particulièrement net lorsqu'on considère des systèmes linéaires et invariants dans le temps (LTI).

1.1 - Les systèmes LTI

1.1.1 - Linéarité

Tout système recevant un signal d'entrée e(t) délivre un signal de sortie s(t). La linéarité implique que si e_1 et e_2 sont deux entrées fournissant les sorties s_1 et s_2, une entrée $\lambda_1 e_1+\lambda_2 e_2$ fournira une sortie $\lambda_1 s_1+\lambda_2 s_2$ (principe de superposition).

1.1.2 - Invariance dans le temps

Si s(t) correspond à e(t), un signal d'entrée décalé dans le temps e(t-t') donnera un signal de sortie : s(t-t').
Sous les hypothèses précédentes et dans les cas les plus simples, les signaux de sortie et d'entrée sont reliés par une équation différentielle à coefficients constants du type :

$$\sum_{j=0}^{n} D_j \frac{d^j s}{dt^j} = \sum_{k=0}^{m} N_k \frac{d^k e}{dt^k} \qquad \text{(VII - 1)}$$

1.2 - Fonction de transfert

En régime harmonique et en utilisant la notation complexe,

$e(t) = \Re e(\underline{E}\, e^{j\omega t})$; $s(t) = \Re e(\underline{S}\, e^{j\omega t})$

on arrive à :

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \underline{H}(j\omega) = \frac{N_0 + N_1 j\omega + \ldots + N_m (j\omega)^m}{D_0 + D_1 j\omega + \ldots + D_n (j\omega)^n} \qquad \text{(VII - 2)}$$

En régime permanent sinusoïdal, la réponse dépend très simplement de l'excitation : les amplitudes complexes sont proportionnelles. Leur rapport (complexe) est la fonction de transfert (ou transmittance) $\underline{H}(j\omega)$.

Son module $|\underline{H}|$, exprimé en dB est le « gain » : $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}|$ (VII-3)

Remarque : dans un système LTI, le spectre du signal de sortie ne peut pas contenir de composantes spectrales autres que celles qui sont présentes dans le signal d'entrée . Pour « enrichir » le spectre, on doit utiliser des systèmes non linéaires ou/et non invariants dans le temps. Ce point sera développé lors du chapitre IX Modulation.

Lorsque la fonction de transfert n'est pas une constante, les différentes composantes spectrales d'un signal sont amplifiées, atténuées et/ou déphasées différemment : le système favorise certaines composantes au détriment d'autres : **c'est un filtre.**
n est l'ordre du filtre. Dans un système physique « réel », le degré du numérateur est inférieur ou égal au degré du dénominateur **m ≤ n** (bien entendu on peut considérer des « modèles » dans lesquels cette condition n'est pas remplie).
En se restreignant aux filtres du premier et du second ordre et en ne tenant pas compte du facteur multiplicatif $N_0/D_0 = A$ (correspondant à l'amplification à fréquence nulle), les fonctions élémentaires correspondantes, exprimées en fonction de la variable réduite $x = \omega/\omega_0$, sont données dans le tableau ci-dessous.

Il est intéressant de noter le comportement asymptotique du module du gain lorsque x tend vers 0 ou vers l'infini. Il est habituel de l'exprimer en dB/décade : par exemple, si le comportement vers les hautes fréquences est en 1/x (passe-bas du 1er ordre) ou en $1/x^2$ (passe-bas du 2ème ordre), la transmittance est divisée par 10 ou par 100 lorsque la fréquence est multipliée par 10. Cela correspond respectivement à –20dB/décade ou –40 dB/décade. Sur le diagramme de Bode représenté en coordonnées semi-logarithmiques [log(f) en abscisse, G_{dB} en ordonnées], les asymptotes sont des droites décroissantes.

Fonction de transfert	montage	propriétés
$\underline{H} = \frac{1}{1+jx}$	Passe-bas du 1er ordre	asymptote haute fréquence en - 20 dB/décade asymptote basse fréquence horizontale
$\underline{H} = \frac{jx}{1+jx}$	Passe-haut du 1er ordre	asymptote basse fréquence en +20dB/décade asymptote haute fréquence horizontale
$\underline{H} = \frac{1}{1+2jmx-x^2}$	Passe-bas du 2ème ordre	asymptote haute fréquence en -40 dB/décade asymptote basse fréquence horizontale
$\underline{H} = \frac{-x^2}{1+2jmx-x^2}$	Passe-haut du 2ème ordre	asymptote basse fréquence en +40 dB/décade asymptote haute fréquence horizontale
$\underline{H} = \frac{2jmx}{1+2jmx-x^2}$	Passe-bande du 2ème ordre	asymptotes basse et haute fréquence en ± 20 dB/décade
$\underline{H} = \frac{1-x^2}{1+2jmx-x^2}$	Réjecteur de bande	asymptotes basse et haute fréquence horizontales

Remarques

- On caractérise aussi l'amortissement par le paramètre Q =1/2m (coefficient de qualité).
- Une pente de 20dB/décade correspond aussi à ≈ 6dB/octave (une octave équivaut à un doublement de fréquence et log(2) ≈ 0,3)

■ Cette liste ne contient pas toutes les fractions rationnelles possibles. En particulier, les fonctions : $\frac{1-jx}{1+jx}$ et $\frac{1-2jx-x^2}{1+2jx-x^2}$ introduisent seulement un déphasage du signal de sortie par rapport à l'entrée.

1.3 - Forme du signal de sortie

Dans le cas d'un signal d'entrée quelconque, on peut montrer (moyennant certaines hypothèses de régularité -continuité, dérivabilité - qui sont remplies par les signaux réels) que la réponse s(t) est reliée à l'excitation e(t) par :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t')e(t')dt' \qquad \text{(VII - 4)}$$

La réponse s(t) dépend donc, en général, d'une manière compliquée, de l'excitation e(t) (mathématiquement, il s'agit d'un produit de convolution). La forme du signal est, en général, différente à l'entrée et à la sortie du système.
La fonction h(t), nulle pour $t < 0$ (pour raison de causalité) contient toute l'information sur le système linéaire.

Si l'excitation est une impulsion (un « Dirac ») : $e(t) = \delta(t)$, la réponse est :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t')\delta(t')dt' = h(t) \qquad \text{(VII - 5)}$$

La fonction h correspond donc à la réponse impulsionnelle du système.

La transformée de Fourier de l'intégrale de convolution conduit à :

$$\underline{S}(j\omega) = \underline{H}(j\omega).\underline{E}(j\omega) \qquad \text{(VII - 6)}$$

Si l'excitation e(t) est sinusoïdale de pulsation ω, il en est de même de la réponse s(t). Dans ce cas particulier, la forme du signal est la même à l'entrée et à la sortie. C'est cette propriété qui donne au régime harmonique toute son importance.

On en déduit alors

$$\frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \underline{H}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t')e^{-j\omega t'}dt' \qquad \text{(VII - 7)}$$

La relation précédente montre que la fonction de transfert est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle : $\underline{H}(j\omega) = TF$ (réponse impulsionnelle)
Expérimentalement, il est souvent plus commode de mesurer la réponse à un échelon de tension (fonction de Heaviside $e(t) = 0$ pour $t < 0$, $e(t) = 1$ pour $t > 0$) ou réponse indicielle.

On a alors : $$s(t) = \int_{0}^{t} h(t')dt' \qquad \text{(VII - 8)}$$

La réponse indicielle est donc l'intégrale de la réponse impulsionnelle. On obtiendra la réponse impulsionnelle en dérivant la réponse indicielle.
D'après (VII-7 et 8) : $s(\infty) = \underline{H}(0)$; si la réponse indicielle tend vers 0 pour $t \to \infty$, on a alors $\underline{H}(j\omega) = j\omega$. TF (réponse indicielle)

1.4 - Conséquences expérimentales

Expérimentalement, on déterminera donc la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ d'un filtre :
1 - en régime harmonique, en mesurant le rapport $\underline{S}(\omega)/\underline{E}(\omega)$
2 - en mesurant la réponse impulsionnelle et en prenant sa Transformée de Fourier
3 - en mesurant sa réponse indicielle et
- en prenant la TF de sa dérivée , ou
- en multipliant par $j\omega$ la TF de cette réponse (si cette réponse tend vers 0)

Cela établit la liaison entre les aspects fréquentiels et temporels qui seront illustrés par les régimes harmoniques et transitoires.

1.5 - Filtres passif et actif

Si un filtre est formé de composants passifs RLC et ne reçoit aucune énergie en provenance d'une alimentation, la puissance disponible en sortie est toujours inférieure (au mieux égale s'il n'y a pas de résistances) à celle du signal d'entrée : le filtre est passif.
Pour plusieurs raisons, il est intéressant d'ajouter des éléments actifs (souvent des Ampli Op aux fréquences inférieures à quelques centaines de kHz, sinon des transistors) :
- compensation de l'énergie perdue dans les éléments passifs (et même augmentation de cette énergie).
- indépendance de la fonction de transfert vis à vis des impédances de la source et de l'utilisation (donc facilité de mise en cascade de plusieurs filtres).
- possibilité de se passer des inductances (encombrantes en basse fréquence et de pertes élevées).

Il s'agit alors de filtre **actif** (dont on trouve d'ailleurs des versions intégrées)

2 - Techniques d'étude utilisées

2.1 - En régime harmonique

Etudier la fonction de transfert d'un filtre, c'est déterminer le rapport des amplitudes des tensions sortie/entrée et le déphasage de ces tensions (diagrammes de Bode amplitude et phase ou tracé de Nyquist de $\underline{H}$ dans le plan complexe).
1 - méthode directe point par point avec générateur BF, oscillo, et/ou décibelmètre + phasemètre
Contrôler que les appareils de mesure ont une bande passante suffisante (côtés basse et haute fréquence). Sinon, l'oscillo reste l'instrument de référence.
2 - utilisation d'un wobbulateur pour décrire automatiquement le balayage en fréquence. Un détecteur de crête permet de suivre à l'oscillo l'amplitude du signal de sortie.
Précautions :
- signal d'entrée d'amplitude constante (c-à-d générateur d'impédance négligeable devant l'impédance d'entrée du filtre).
- variation lente (vitesse de wobbulation faible) de la fréquence pour que le filtre Passe-Bas du détecteur de crête suive la variation de la tension de sortie.

Un phasemètre à sortie analogique permet de suivre le déphasage. En son absence, on est ramené à la première méthode.
L'utilisation d'une acquisition informatisée (par exemple Synchronie) permet de piloter le wobbulateur, d'acquérir l'amplitude et, moyennant l'écriture de quelques lignes de calcul, la valeur absolue de la phase (avec un multiplieur) - voir en Annexe 1.

3 - utilisation d'un analyseur de spectre tel que : HP 35665
Acquisition simultanée d'amplitude et phase en utilisant le générateur interne de l'analyseur (en signal de bruit blanc ou - mieux - en sinusoïdal wobbulé). Un exemple est donné en Annexe 5.

2.2 - En régime transitoire

1 - Acquérir avec un oscillo à mémoire les réponses impulsionnelle et indicielle du circuit en appliquant à l'entrée une impulsion (nous verrons plus loin les problèmes liés à la durée de cette impulsion) ou, plus fréquemment, un échelon de tension (tension continue plus interrupteur).
Avec un oscillo normal, il est aussi possible de visualiser les formes de ces signaux en utilisant un générateur d'impulsion ou, plus fréquemment, un signal carré.
Certaines caractéristiques du signal (décroïssances exponentielles, oscillations amorties) peuvent fournir simplement quelques propriétés de la fonction de transfert (fréquences caractéristiques).
2 - Acquérir avec un oscillo à mémoire ou avec une acquisition informatisée la réponse indicielle et la réponse impulsionnelle. Après transfert dans un micro-ordinateur, on peut calculer les TF de ces signaux (moyennant quelques précautions).

3 - Filtres du premier ordre

3.1 - Filtre passif passe-bas du premier ordre

Il s'agit du circuit RC (fig.1) :

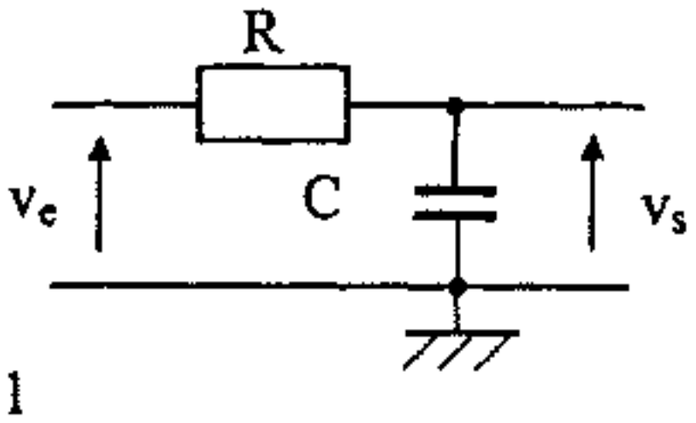


fig.1

On a immédiatement $$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \qquad \text{(VII - 9)}$$

La pulsation de coupure est donc $\omega_0 = 1/RC$ soit $f_0 = 1/2\pi RC$
Le déphasage est déterminé par $\varphi = -\arctan(RC\omega)$
En prenant des valeurs R= 10 kΩ et C = 10nF (100nF), on obtient $f_0 \approx 1591$ Hz (159 Hz)

3.1.1 - Régime harmonique

Déterminer le rapport des tensions $|\underline{H}(f)|$ puis le gain G en dB ($=20\log|\underline{H}(f)|$) (valeurs efficaces avec des voltmètres, valeurs maximales à l'oscillo) pour des valeurs de fréquences permettant de tracer le diagramme de Bode sur plusieurs décades entre 50 et 10^5 Hz :

- 3 points par décade (par exemple 100, 200, 500)
- faire une mesure en continu (le point n'est pas représentable en log(f) mais il donne le comportement vers les basses fréquences)
- déterminer la fréquence correspondant à une atténuation de 3 dB (soit une transmittance de $1/\sqrt{2}$) par rapport au continu.
- à haute fréquence, vérifier la décroissance de G_{dB} en –20 dB/décade c-à-d un facteur 10 lorsque la fréquence est multipliée par 10. Pour les fréquences les plus élevées, s'assurer de la bande passante des appareils de mesure (vérifier à l'oscillo).

Déterminer le déphasage pour quelques fréquences : les valeurs limites basse et haute fréquence (respectivement $\varphi = 0$ et $\varphi = -\pi/2$, sortie en retard sur l'entrée) et la fréquence f_0 ($\varphi = -\pi/4$).
D'où le diagramme de Bode du filtre passe-bas du premier ordre (fig.2) :

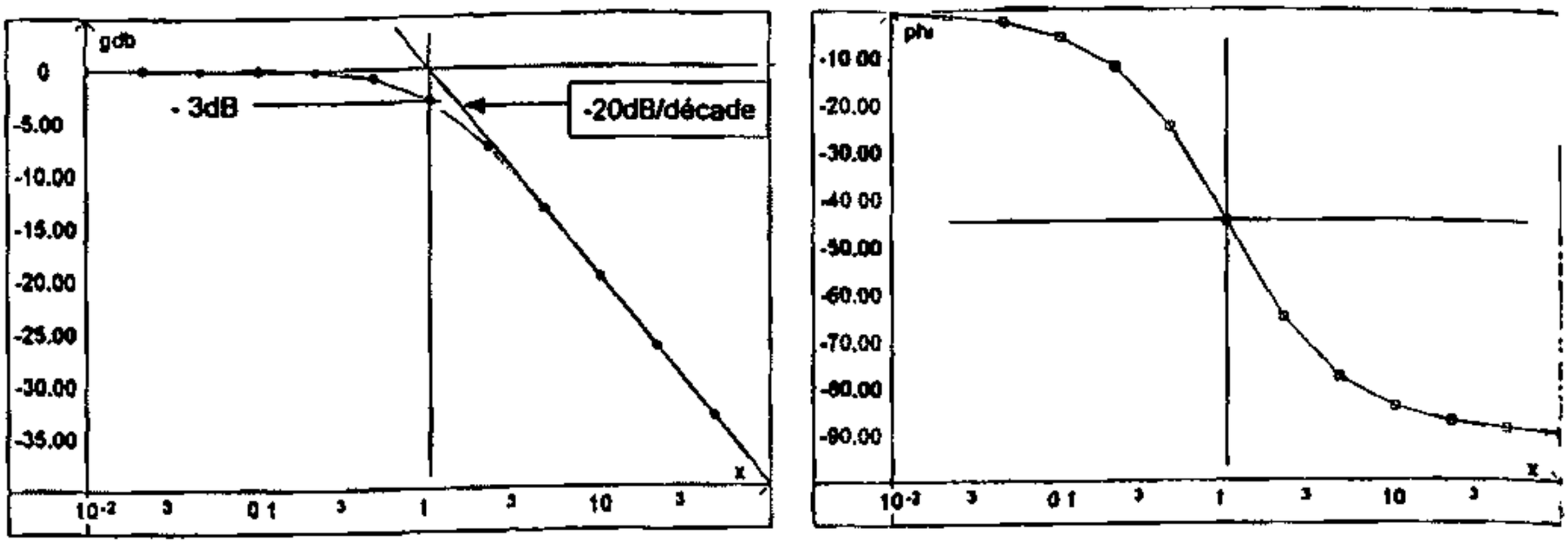


fig.2 - Diagramme de Bode du passe-bas du premier ordre

3.1.2 - Régime transitoire : réponse impulsionnelle

La tension d'entrée est fournie par un générateur d'impulsions. Une solution alternative est de prendre un générateur de fonction en signal carré et de modifier au maximum le rapport cyclique afin de créer des impulsions « rectangulaires ». Il faut seulement prendre garde que le niveau « bas » (hors impulsion) n'est plus nul en général.
Il y a cependant des conditions à respecter sur la durée de « l'impulsion » et sur la période de répétition par rapport à la constante de temps. Si la durée est trop courte, le signal de sortie est très petit, l'amplitude étant nécessairement limitée ! (les incertitudes de mesures deviennent importantes). Si elle est trop longue, on ne peut plus du tout la considérer comme une impulsion.
Dans le cas du circuit RC, la réponse à ce type d'impulsion est formé d'une première partie croissante (en $1-\exp(-t/\tau)$) pendant la durée de l'impulsion, suivie d'une partie décroissance en $\exp(-t/\tau)$ pendant toute la durée entre les impulsions. C'est cette $2^{ème}$ partie qui nous intéresse et il faut surtout que la période de répétition soit beaucoup plus grande que la constante de temps afin que les derniers points de mesure correspondent à la situation limite $v_s = 0$.
Sur la fig.3, la fenêtre n°1 présente le signal acquis ainsi que le même signal décalé

- horizontalement, afin de ne garder que la partie décroissante
- verticalement, afin d'avoir une tension limite nulle (correction du niveau « bas » du générateur).

Exploitation
La décroissance exponentielle peut être vérifiée en traçant $\log(v_s) = f(t)$ et en vérifiant qu'il s'agit d'une droite décroissante de pente $-1/\tau$. Une mesure rapide de la constante de temps peut se faire en déterminant le temps au bout duquel la tension initiale est divisée par le facteur e (voir [4] , pages 53-57).
Une exploitation beaucoup plus poussée peut se faire en effectuant le calcul de la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. La fig.3 a été réalisée avec le logiciel Synchronie en acquisition (fenêtre n°1 en haut à gauche) et en traitement.

La fenêtre d'analyse (n°2 en bas à gauche) présente, en coordonnées semi-log, l'amplitude des composantes de la TF. La fenêtre n°5 donne cette même courbe en coordonnées log-log (c'est le diagramme de Bode). Sont représentées aussi les 2 asymptotes :

- l'asymptote horizontale en basse fréquence (notée 0 dB)
- l'asymptote inclinée en haute fréquence dont la pente doit être -20 dB/décade (expérimentalement, nous avons trouvé -19,2 dB/décade)

Sont tracées également :

- la droite horizontale d'ordonnée relative -3dB qui permet de déterminer la fréquence de coupure à son intersection avec le diagramme de Bode
- la droite verticale correspondant à la fréquence de coupure. Elle croise les 2 asymptotes précédentes en leur point d'intersection.

Pour la détermination de la phase, il faut corriger le résultat brut du logiciel (représenté fenêtre n°3) pour tenir compte d'un problème de position d'échantillonnage (ce point est très bien expliqué dans [3]. Cette correction nécessite 3 lignes de calcul (lignes 3, 4, 5 de la feuille de calcul).

Le résultat est en fenêtre n°4. On retrouve bien un déphasage tendant vers 0 en basse fréquence et vers $-\pi/2$ en haute fréquence. Pour la fréquence de coupure (1590 Hz), on retrouve bien $-\pi/4$.

Conditions d'acquisition

Echantillonnage : 12 µs (donc fréquence d'échantillonnage. 83330 Hz)

Nombre de points : 512 (durée totale d'acquisition 6,14 ms, longue devant $\tau = 100\mu s$)

Déclenchement sur le signal en 0V, sens croissant

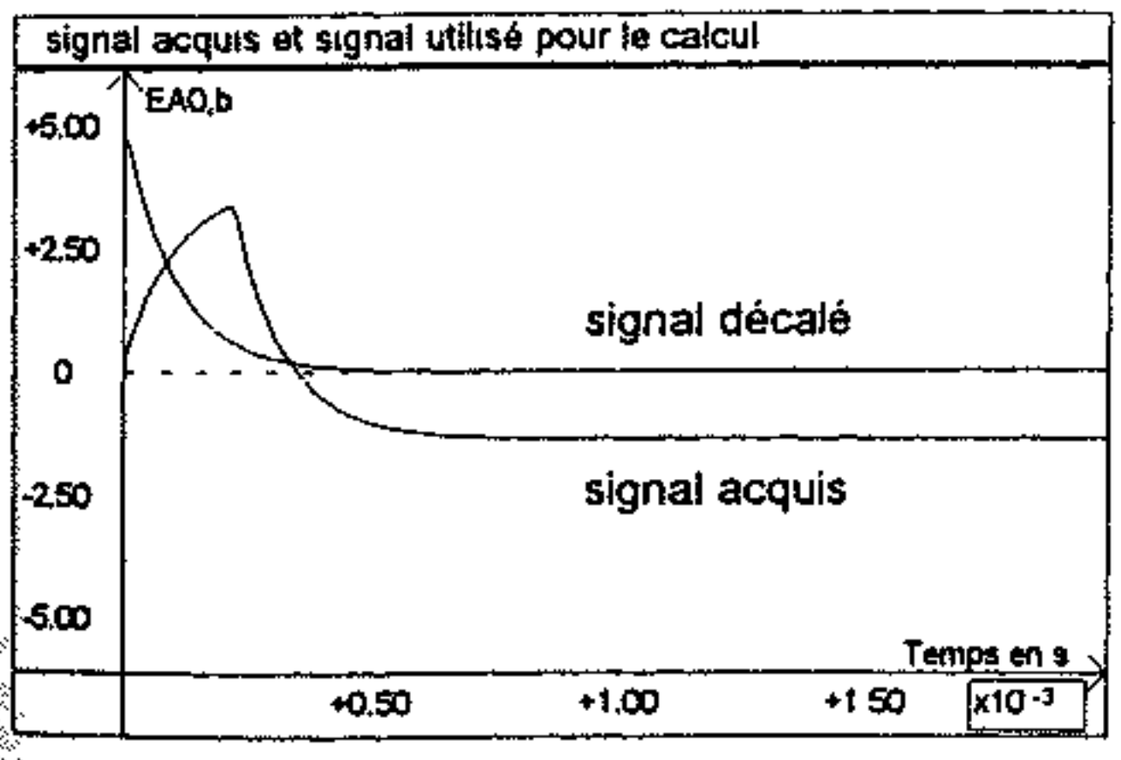
Feuille de calcul

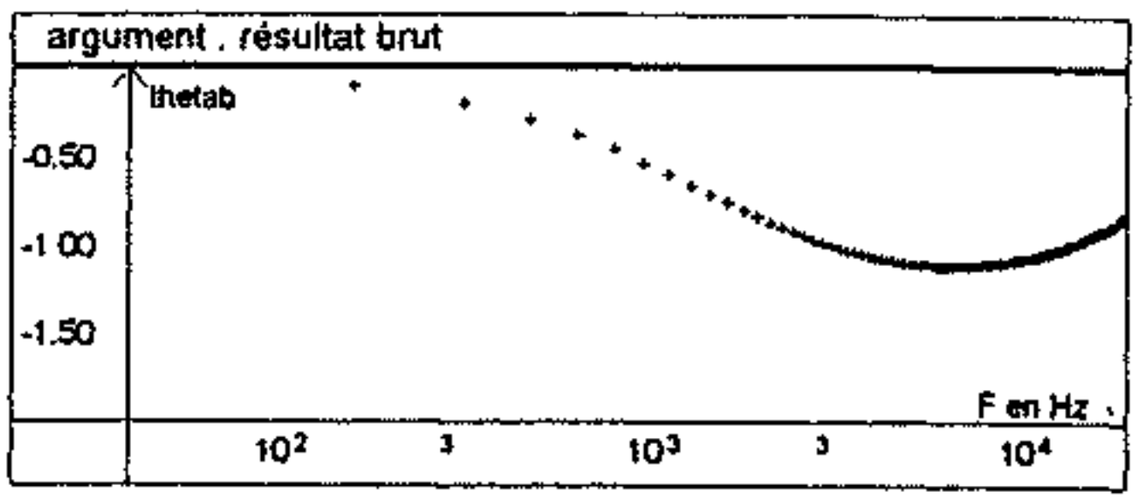
Lignes 1 et 2 : décalage du signal (en vertical et horizontal)

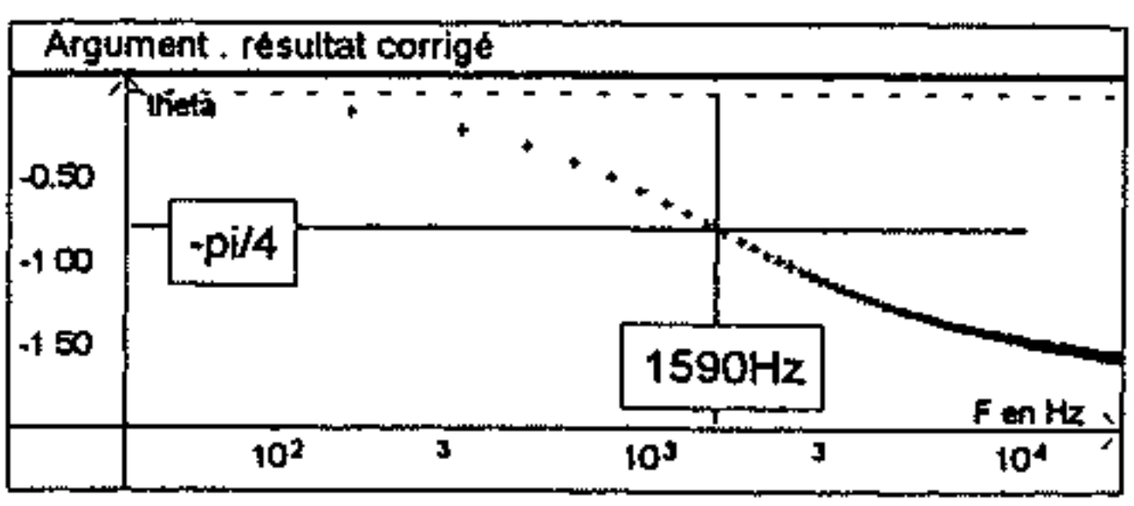
Ligne 3 : calcul de la composante en sinus de la TF avec la correction de phase

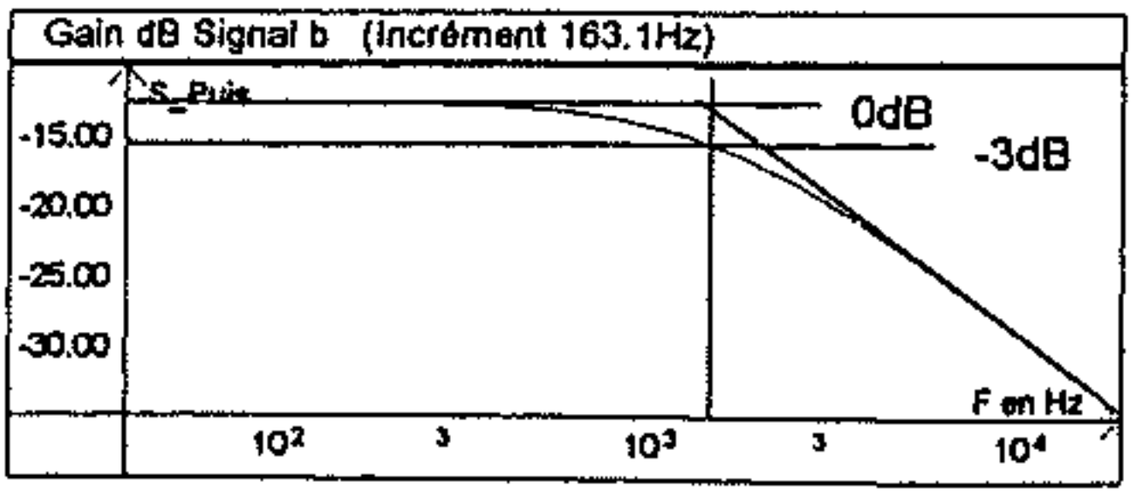
Ligne 4 et 5 : calcul de sinφ puis de φ

fig.3 - Acquisition et traitement de la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas RC









FEUILLE DE CALCUL

```
d=ea0+1.37                                                    ==> Table[512]
b=avance(d,18)                                                ==> Table[512]
sa=-s_sin*cos(pi*f/83300)-s_cos*sin(pi*f/83300)               ==> Table[512]
sav=sa/s_module                                               ==> Table[512]
theta=asin(sav)                                               ==> Table[512]
```

3.1.3 - Régime transitoire : réponse indicielle

La réponse indicielle est plus facile à réaliser. Deux possibilités :

- le condensateur étant préalablement déchargé, on applique une tension continue à la fermeture de l'interrupteur. Il faut effectuer l'acquisition avec un oscillo à mémoire (ou par ordinateur) en déclenchant à la fermeture de l'interrupteur.
- On peut appliquer une tension créneau qui prend 2 valeurs (0 et +E ou -E/2 et +E/2 suivant le centrage du signal). On visualise (et on acquiert) la partie croissante qui est de la forme $v_s = E\,(1-\exp(-t/\tau))$.

L'exploitation peut se faire rapidement en déterminant la constante de temps (par les techniques habituelles - voir un ouvrage de Terminales ou [4]).

La tension ne tendant pas vers 0 lorsque $t \to \infty$, on ne peut obtenir la fonction de transfert qu'en prenant la TF de la dérivée de la réponse indicielle. On est ramené, en fait, à la même situation que précédemment (TF d'une exponentielle décroissante).

3.1.4- Influence de l'impédance de charge du filtre

Les mesures précédentes ont été effectuées avec des appareils de mesure de haute impédance (voltmètre numérique, oscillo, acquisition sur ordinateur). La fonction de transfert déterminée est donc celle du filtre « à vide ».

Si l'on place une impédance (pour simplifier, une résistance) en sortie, la fonction de transfert du filtre est modifiée (fig.4) :

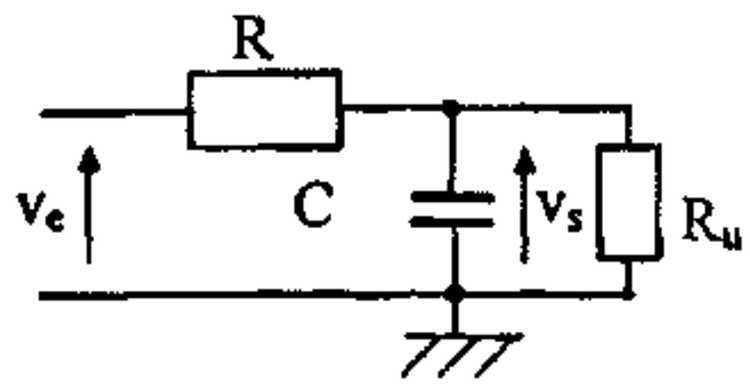


fig.4 - Filtre passif en charge sur R_u

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R_u}{R+R_u}\,\frac{1}{1+j\dfrac{RR_uC\omega}{R+R_u}} \qquad \text{(VII - 10)}$$

La pulsation de coupure devient $\omega' = 1/R_{//}C$ avec $R_{//}=RR_u/(R+R_u)$ et le gain à fréquence nulle est abaissé. Expérimentalement, on prendra, par exemple, $Ru = 10k\Omega$ et on montrera que :

- en continu et à basse fréquence, la tension de sortie est divisée par 2
- la fréquence de coupure (c-à-d maintenant lorsque $V_s = V_e/(2\sqrt{2})$) est $f' = 2\,f_0$

Pour rendre la réponse du filtre indépendante de la charge, on utilise un filtre actif dont la réalisation la plus simple est faite avec un Ampli Op.

3.2 - Filtre actif du premier ordre

Le montage de la fig.5 associe le filtre passif RC simple avec un montage suiveur. La fonction de transfert est donc celle du filtre étudié en 3.1. Le courant qui traverse la charge Ru est fourni par l'AO dans les limites de celui-ci c'est-à-dire :

- la tension maximale d'entrée doit être comprise entre ± Vsat
- le courant maximal débité est de l'ordre de 20mA (pour un AO standard type TL081)
- la fréquence maximale du signal est de l'ordre de quelques MHz (ici, le gain est de 1). En régime transitoire, pourront aussi apparaître les limitations dues au slew-rate.

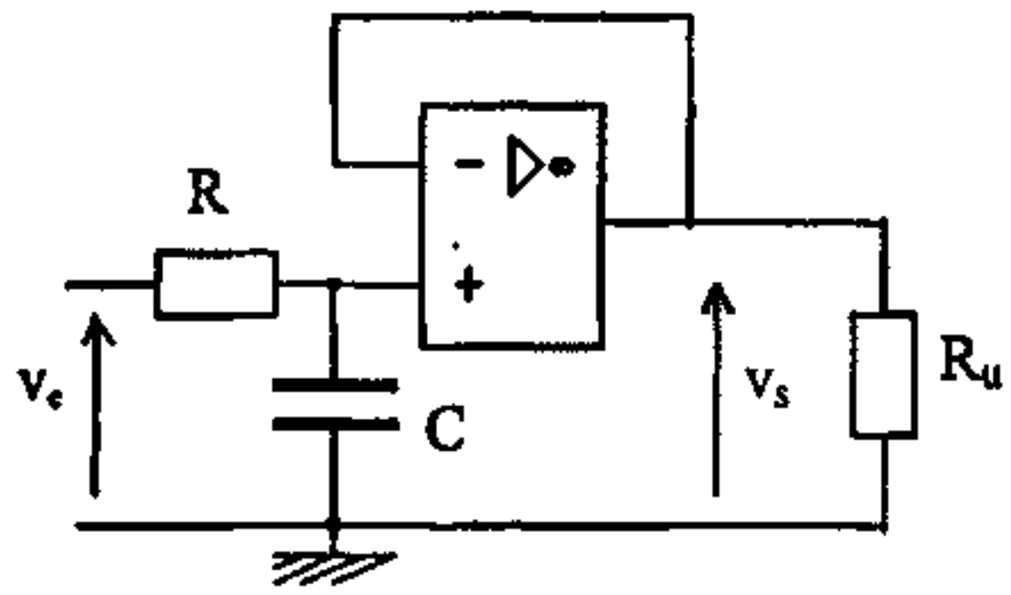


fig.5 - Filtre actif passe-bas du premier ordre

Une autre réalisation possible est indiqué en fig.6
La fonction de transfert est alors [5, 6, 7]

$$\underline{H}(\omega) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + jR_2C\omega} \qquad \text{(IV - 11)}$$

Cette fois, la fonction de transfert permet d'obtenir une amplification en basse fréquence (il y a aussi une inversion du signal - conséquence de l'entrée sur la borne inverseuse). Ce montage garde les mêmes limitations dues à l'AO que le précédent (la fréquence maximale est donc plus faible si l'amplification est >1).

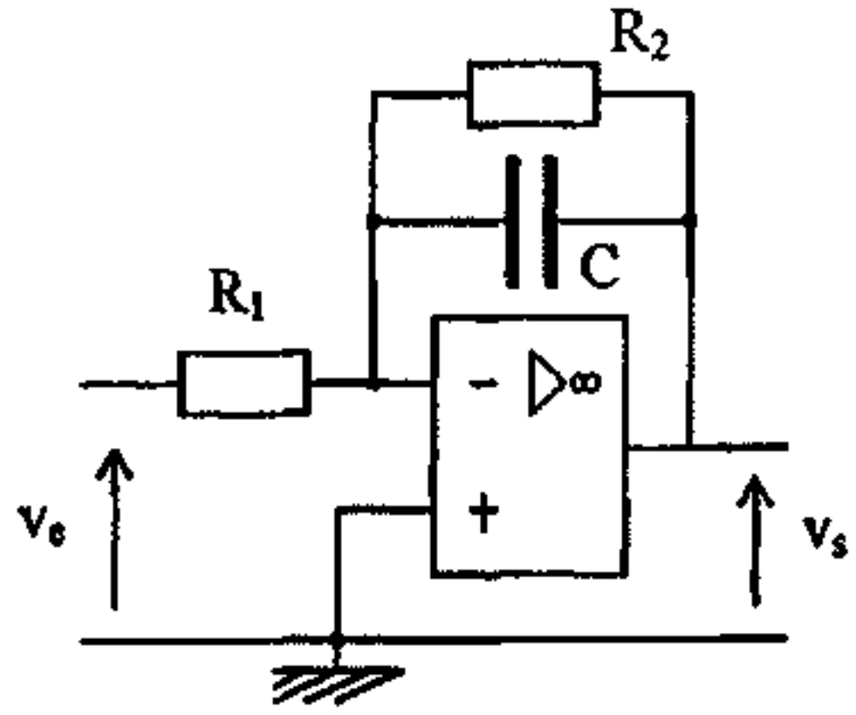


fig.6 - Filtre actif passe-bas du premier ordre

4 - Filtres du second ordre

4.1 - Filtre passe bande passif

Circuit RLC. La tension de sortie est prise aux bornes de la résistance (fig.7). On prendra des valeurs qui se prêtent bien aux acquisitions informatisées (pour l'étude des régimes transitoires). Par exemple L = 0,1 H (bobine sans fer), C = 0,1 µF, plusieurs valeurs de R entre quelques dizaines et quelques milliers d'ohms. Penser à tenir compte, dans la résistance totale du circuit, de celle du générateur (souvent 50 Ω) et de celle de la bobine (qui dépend un peu de la fréquence [4 p.159], Chap.I § 2.4.2).

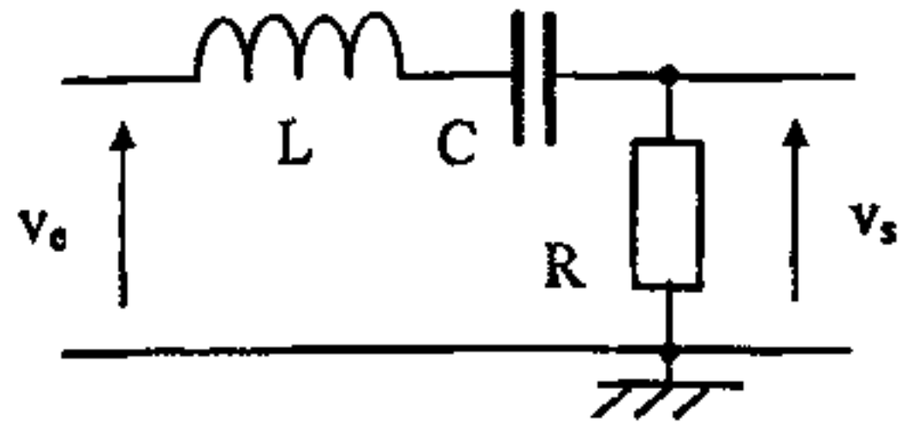


fig.7 - Passe-bande passif du 2ème ordre

$$\underline{H} = \frac{R}{R_{tot} + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jR_{tot}C\omega} \qquad \text{(VII-12)}$$

4.1.1 - Réponse harmonique

Il s'agit ici de l'expérience de niveau Classes Terminales qui étudie la résonance d'intensité du circuit RLC pour plusieurs valeurs de R (voir aussi [4 p.48]).
On mettra en évidence plusieurs propriétés :

- Le maximum de V_S est obtenu toujours à la même fréquence f_0 (vérifiant $LC\omega_0^2 = 1$)
- L'identification avec la formule du passe-bas conduit à $m = R_{tot}C\omega_0/2 = R_{tot}/2L\omega_0$.
- La bande passante à –3dB (aux fréquences f_1 et f_2 donnant une tension $V_S(f_1) = V_S(f_2) = V_S(f_0)/\sqrt{2}$) permet de définir un coefficient de qualité $Q = f_0/(f_2-f_1)$ qui est égal à $L\omega_0/R_{tot} = 1/2m$
- La tension de sortie est en phase avec l'entrée à la fréquence f_0. Elle est respectivement en avance de $\pi/2$ et en retard de $\pi/2$ aux très basses et aux très hautes fréquences. Pour les fréquences f_1 et f_2 (appelées quelquefois fréquences quadrantales), on obtient $\pm \pi/4$.
- les droites asymptotiques du diagramme de Bode sont en ± 20dB/décade

4.1.2 - Réponse impulsionnelle

Comme en 3.1.2, on enregistre la tension $v_s(t)$ lorsqu'on applique une impulsion à l'entrée.
Avec les valeurs de L et C précédentes, la période propre du circuit (et donc aussi la pseudo-période) vaut environ 600 µs : les impulsions doivent faire moins de 20 µs (si l'on veut une erreur de phase inférieure à 10°) et la période de répétition doit être assez longue pour enregistrer - si le circuit est peu amorti - de nombreuses oscillations jusqu'à la situation $v_s = 0$.
Cette fois, il n'est pas possible d'utiliser une « impulsion » rectangulaire donnée par un générateur BF car on ne peut pas, en général, descendre au dessous d'un rapport cyclique de 10 %. Cette valeur est ici insuffisante : on ne peut plus négliger la durée de l'impulsion devant la pseudo-période du phénomène et on ne peut, comme précédemment, se contenter de ne traiter que la partie qui suit car on fait alors une erreur importante sur la phase du signal (dans le cas 3.1.2, la situation était différente car une décroissance exponentielle garde la même forme quel que soit l'instant de départ).
Avec un vrai générateur d'impulsion ou (ce qui a été réalisé sur la fig.8) en utilisant la sortie analogique de la carte d'acquisition (voir l'annexe 2 pour la procédure), on enregistre alors un signal qui présente une discontinuité à l'origine.

[a] Exploitation simple si Q>1/2 (voir aussi [4] p. 54-57 et 238-240)

A partir de l'enregistrement de la tension v_s (fenêtre 1 fig.8), il est facile de mesurer :

- la pseudo-période T de l'oscillation amortie

- le décrément logarithmique de la décroissance des amplitudes successives $\delta = \ln(d_n/d_{n+1})$ et donc $\lambda = \delta/T$ ($= R_{tot}/2L$).

Cela permet de déterminer :

- la période propre T_0 du circuit (c-à-d aussi la fréquence centrale de la bande passante du filtre) très voisine de la pseudo-période T (reliés par l'intermédiaire de : $\omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$)
- la bande passante à – 3 dB définie par le coefficient de qualité $Q = \omega_0/2\lambda \approx \pi/\delta$ ($= L\omega_0/R_{tot}$)

(b) - Exploitation informatisée

Le traitement informatique, analogue à celui de 3.1.2, fournit le diagramme de Bode présenté en fig.8. Si la courbe d'amplitude est correcte, on voit que la phase n'est pas satisfaisante.

fen1 : tension aux bornes de R.
fen d'analyse 1 : amplitude de la TF en coordonnées semilog
fen d'analyse 4 : amplitude de la TF en log-log (puissance en dB)
fen2 : phase

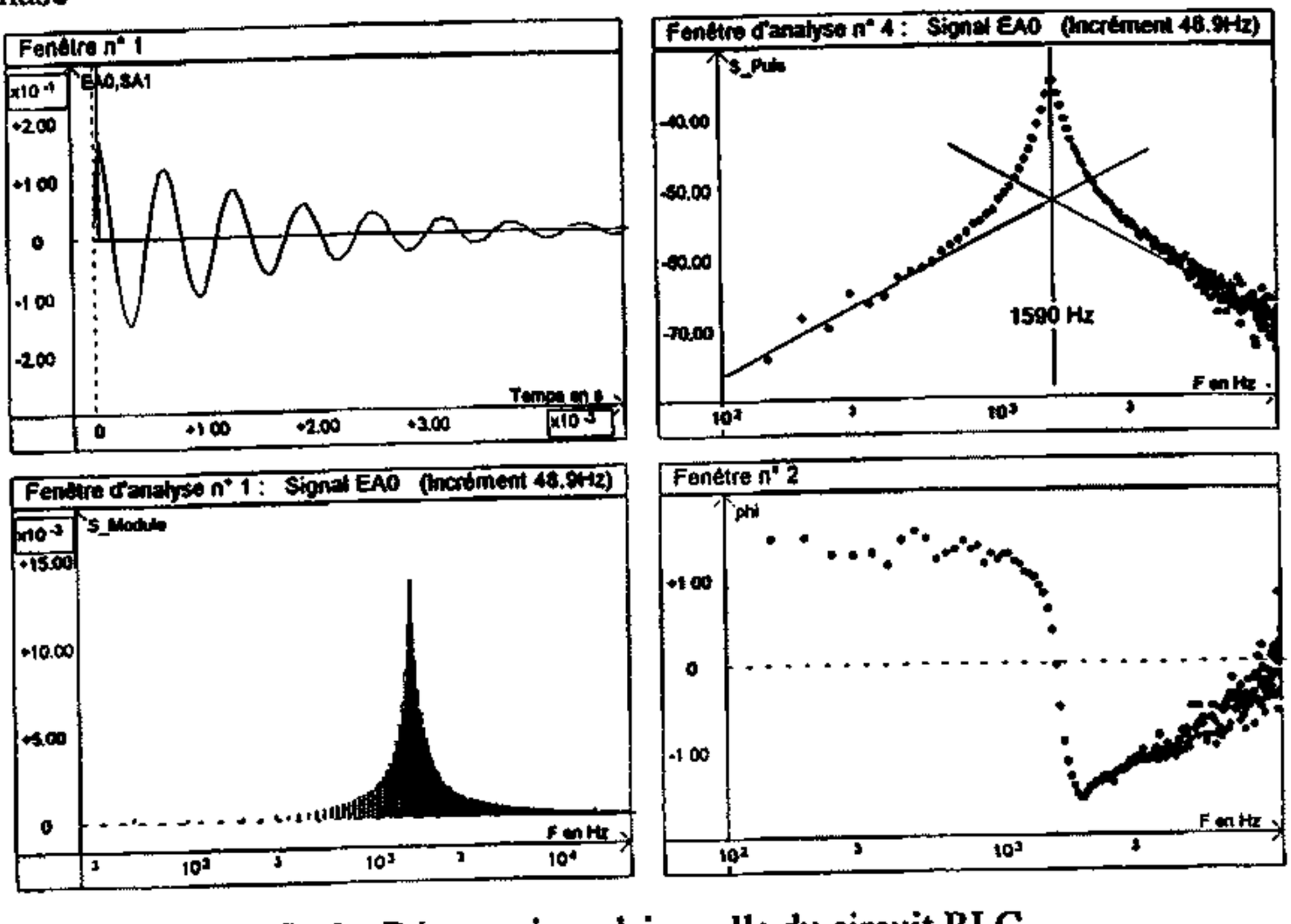


fig.8 - Réponse impulsionnelle du circuit RLC

4.1.3 - Réponse indicielle

Il est plus facile d'étudier la réponse indicielle au moyen d'un générateur de signaux carrés. Elle présente l'avantage de ne pas présenter de discontinuité à l'origine.
Prendre une période du signal du générateur assez longue pour enregistrer la réponse (sinusoïdale amortie si le coefficient Q est >1/2) sur toute sa durée (jusqu'à ce que la tension revienne à 0).
L'exploitation simple peut se mener comme en 4.1.2

Exploitation informatisée

On enregistre la tension $v_s(t)$ puis on effectue l'analyse de Fourier du signal. Ensuite, on calcule la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ en multipliant par $j\omega$ la TF.

Afin d'éviter une erreur de phase (à cause du déclenchement sur l'ordinateur, on ne commence l'enregistrement que 10 ou 20 µs après le début du signal), on sera conduit à traiter un signal décalé afin de le faire commencer à $v_s = 0$ (donc au début de l'oscillation amortie suivante).

La fig.9 présente les enregistrements obtenus :

- fenêtre 1 : le signal acquis et le signal décalé traité
- fenêtre 2 : loupe sur la fenêtre précédente pour montrer le départ à 0 du signal décalé
- fenêtres 3 et 4 : diagramme de Bode obtenu avec la feuille de calcul suivante

Feuille de calcul (fréquence d'échantillonnage 100 kHz)

```
a= avance(es0,57)                                                    ==> Table[1024]
smod= s_module*f                                                     ==> Table[1024]
gdb=20*log(smod)                                                     ==> Table[1024]
sa = f*(s_cos*cos(pi*f/100000)+s_sin*sin(pi*f/100000))               ==> Table[1024]
sav= sa/smod                                                         ==> Table[1024]
phi=asin(sav)                                                        ==> Table[1024]
```

fig.9

Q grand

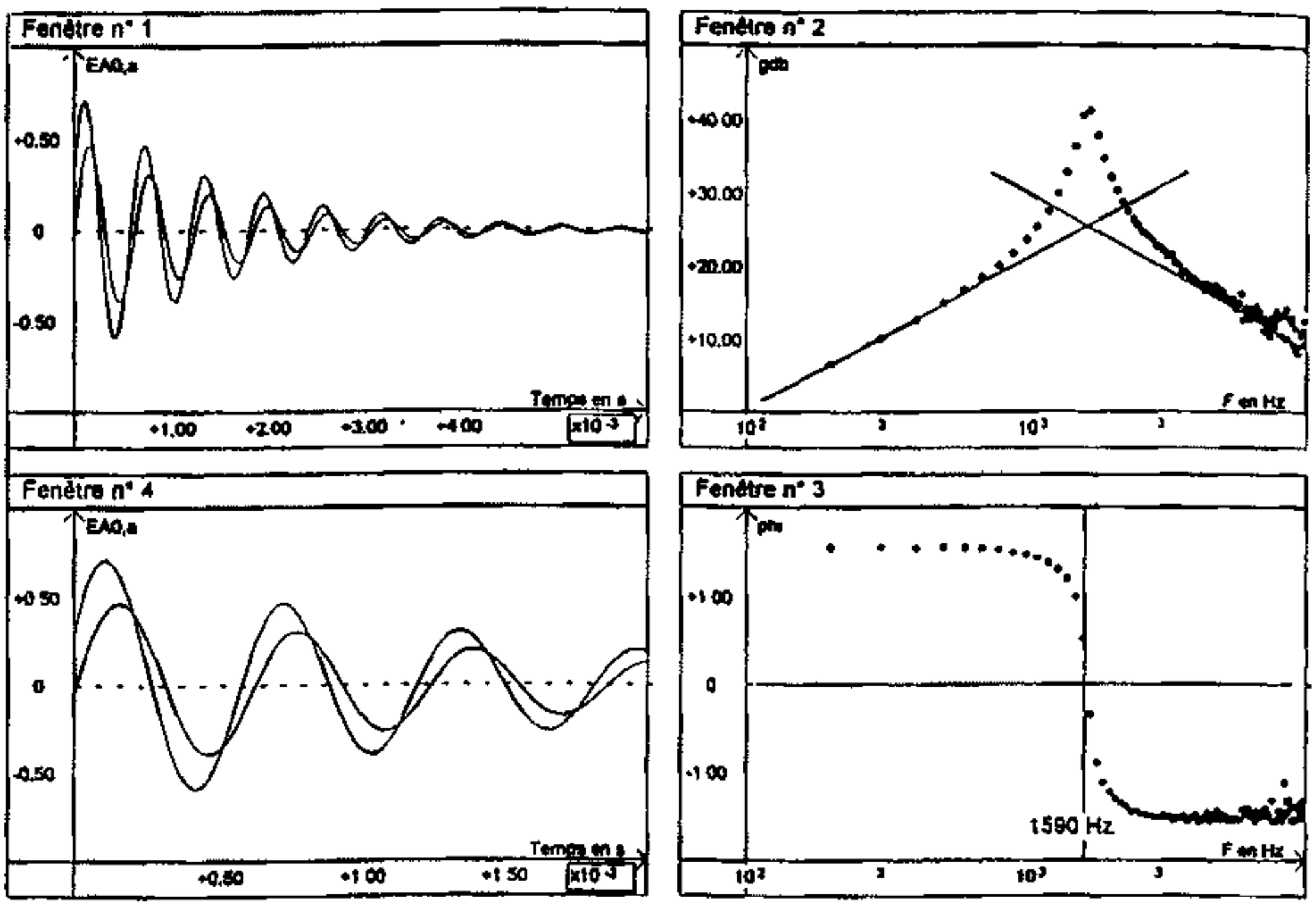
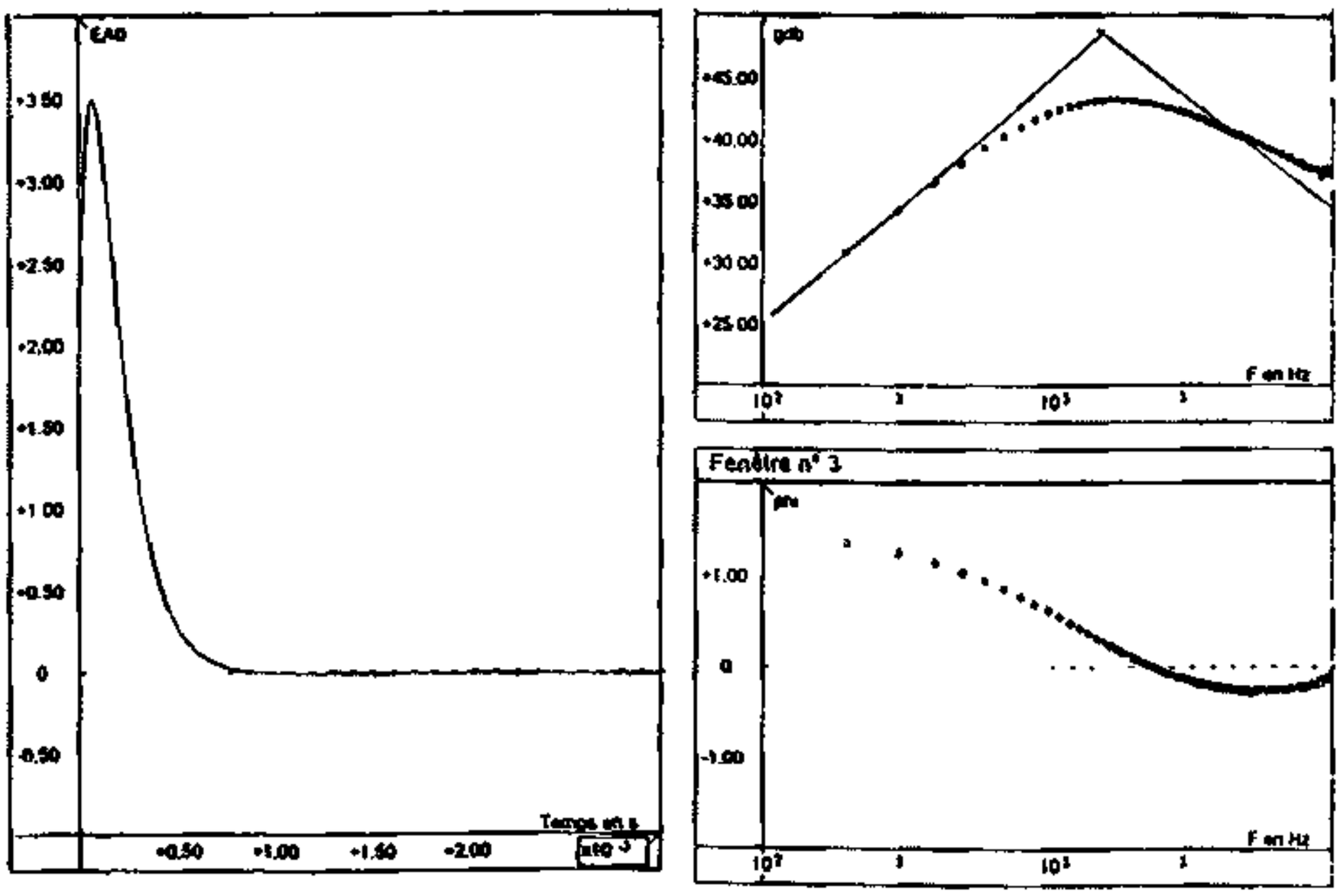


fig.10

Q < 1/2



Lorsque Q < 1/2 , il n'y a plus d'oscillations amorties. On ne peut plus faire le traitement simple. L'analyse informatisée donne encore la fonction de transfert (sur le signal acquis car on ne peut plus le décaler) mais la phase est peu satisfaisante (fig.10). Le comportement de la courbe du gain est également médiocre en haute fréquence (la multiplication de la TF par la fréquence amplifie les défauts dans cette région).

4.2 - Filtre passe-bas passif

Le montage est voisin : il suffit de prélever la tension aux bornes du condensateur (si le générateur n'est pas isolé (« flottant »), il faut changer l'ordre des composants).

4.2.1 - Régime harmonique

Le diagramme de Bode présente les propriétés suivantes selon la valeur de R :

[a] - si la résistance est faible ($Q = L\omega_0/R_{tot} > \sqrt{2}/2$)

- la tension V_C passe par un maximum pour une fréquence inférieure à f_0 :

$$f_{max} = f_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$$

- à fréquence nulle (en continu), la transmittance est de 1 (gain = 0 dB)
- le déphasage est $-\pi/2$ à la fréquence f_0 (sortie en retard)
- à la fréquence f_0, $|H|$ est égal à Q (mais il est encore plus grand à f_{max})
- si Q est grand (par exemple >5), on peut éventuellement considérer ce filtre comme un passe-bande centré sur $f_{max} \approx f_0$ (c'est, en toute rigueur, un passe-bas avec une réponse de Tchebychev – voir Annexe 3).

[b] - si la résistance est grande ($Q < \sqrt{2}/2$)

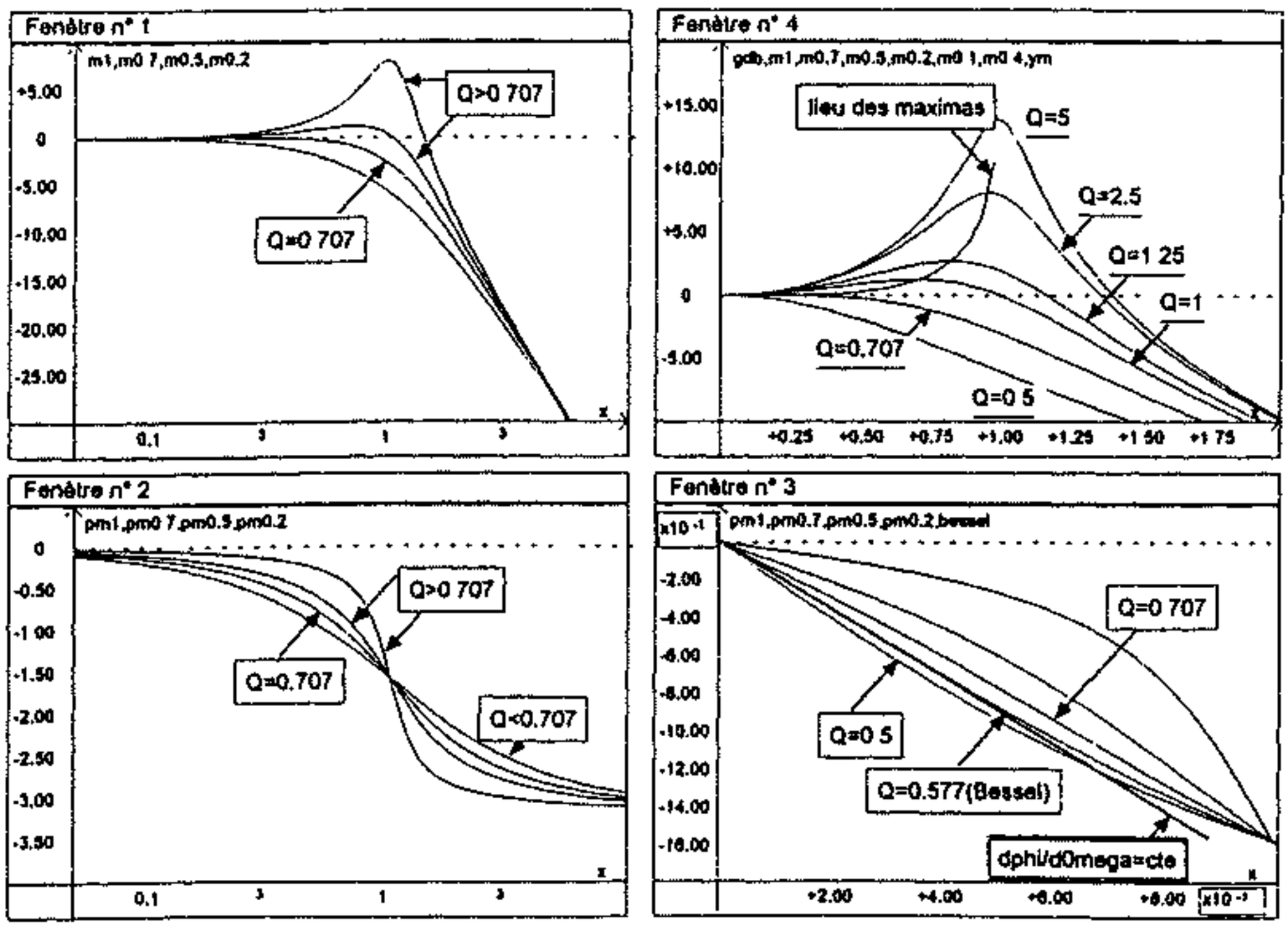
- le maximum est observé à fréquence nulle. On n'observe plus de maximum au delà. La fréquence de coupure à -3dB du filtre est inférieure à f_0.
- le déphasage est encore $\pi/2$ à f_0

[c] - si la résistance est telle que $Q = \sqrt{2}/2$

- la courbe de réponse est « maximally flat » (réponse de Butterworth ; voir Annexe 3).
- il s'agit d'un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure à – 3dB est f_0

L'ensemble de ces propriétés est résumé sur la fig.11

fig.11



Les fenêtres 1 et 2 donnent le diagramme de Bode pour différentes valeurs de Q
La fenêtre 3 présente la courbe de phase entre 0 et f_0. On constate que pour $Q = \sqrt{3}/3$, la phase varie presque linéairement avec la fréquence (filtre de Bessel).
La fenêtre 4 présente une loupe du gain autour de la fréquence f_0 (échelle de fréquence linéaire) ainsi que la courbe, lieu des maximas observés lorsque Q est $> \sqrt{2}/2$.

4.3 - Filtres actifs du 2ème ordre

Pour les mêmes raisons d'influence des impédances de charge sur les réponses du filtre exposées en 3.1.4 mais aussi parce qu'il est préférable de ne pas utiliser d'inductances qui présentent plusieurs défauts :

- volumes encombrants en basses fréquences
- pertes importantes dues à la résistance propre

on utilise des filtres actifs ne comprenant que des résistances et des condensateurs.
Plusieurs types ont été développés qui permettent de réaliser les différentes fonctions : passe-bande, passe-haut, passe-bas, réjecteur (coupe-bande).
Ils permettent aussi, par leur mise en cascade, de réaliser des filtres d'ordre supérieur.
Les filtres présentés maintenant ne sont que quelques exemples parmi de très nombreuses possibilités.

4.3.1 - Filtre universel

Il utilise 3 AO et fournit sur ses différentes sorties les fonctions passe-bas, passe-bande et passe-haut avec la même fréquence caractéristique. Il existe sous forme intégrée (UAF42) mais nous l'illustrerons avec un modèle discret construit à partir d'un CI TL084 qui contient 4 AO.
Il comprend deux intégrateurs et un soustracteur. En écrivant que la sortie **H** est de la forme : $\underline{H} = Ae^{j\omega t}$, on obtient successivement :

$$\underline{B} = j\underline{H}/R_1C\omega$$
$$\underline{L} = -\underline{H}/R_1R_2C^2\omega^2$$

Les entrées inverseuses et non inverseuses de l'AO 1 sont aux potentiels :

$$\underline{E}_+ = (\underline{E}+\underline{B})/2 \; ; \; \underline{E}_- = (\underline{L}+\underline{H})/2$$

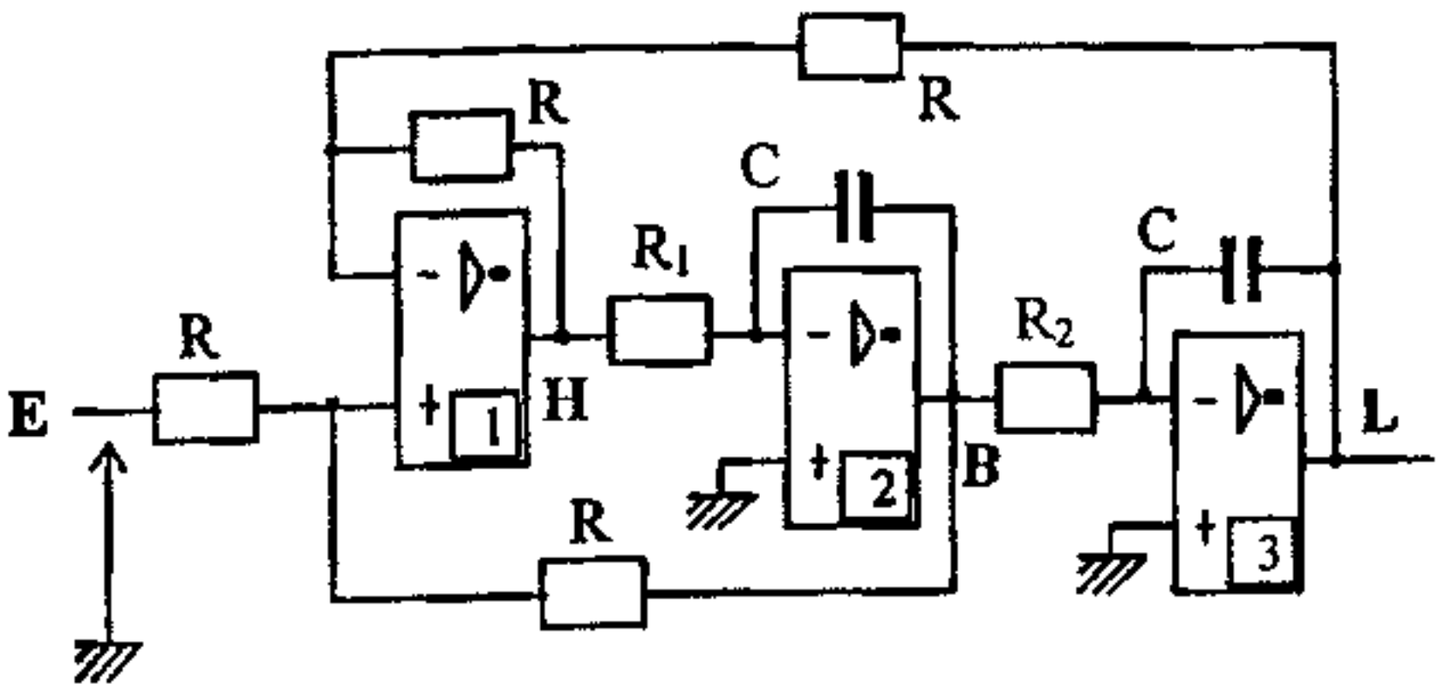


fig.12 - Filtre universel

d'où finalement :

$$\frac{\underline{H}}{\underline{E}} = \frac{-R_1R_2C^2\omega^2}{1 - R_1R_2C^2\omega^2 + jR_2C\omega} \qquad \text{(VII - 13)}$$

et, de même : $\frac{\underline{B}}{\underline{E}} = \frac{-jR_2C\omega}{1-R_1R_2C^2\omega^2+jR_2C\omega}$ et $\frac{\underline{L}}{\underline{E}} = \frac{1}{1-R_1R_2C^2\omega^2+jR_2C\omega}$ (VII -14)

Les sorties H, B et L sont respectivement celles du filtre passe-haut, passe-bande et passe-bas.
La fréquence caractéristique de ces filtres est $f_0 = \frac{1}{2\pi C\sqrt{R_1R_2}}$ et le paramètre m caractérisant l'amortissement du filtre est égal à : $m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$

L'addition des sorties **H+L** au moyen du 4ème AO du TL084 (voir montage additionneur Chap IV 6.1.4) fournit un filtre réjecteur de bande.

Expérimentalement, on pourra prendre les valeurs :
R= 10kΩ, C = 100 nF
Déterminer les fonctions de transfert en régime harmonique des différentes sorties et étudier particulièrement celles du filtre passe-bas dans les 3 situations suivantes (voir Annexe 4 fig.24)
a - $R_2 = R_1 = 4{,}7$ kΩ : filtre à réponse de Tchebychev avec 1,25 dB d'ondulation
b - $R_2 = 2R_1$ (6,8 et 3,3 kΩ) : réponse plate de Butterworth
c - $R_2 = 3R_1$ (8,2 et 2,7 kΩ) : réponse de type Bessel à bonne réponse impulsionnelle.
(ces valeurs permettent de garder la même fréquence caractéristique $f_0 \approx 338$ Hz)
Déterminer, dans ces 3 cas, le retard en temps Δt (fig.13) entre les tensions d'entrée et de sortie (prendre les passages à 0) pour des fréquences entre $f_0/10$ et f_0 :
a - le retard dépend beaucoup de la fréquence
c - le retard est presque indépendant de la fréquence
Dans ce dernier cas, cela veut dire aussi que le déphasage $\varphi = 2\pi\Delta t/T = 2\pi\Delta t.f$ varie linéairement avec la fréquence : c'est la condition pour avoir une bonne réponse impulsionnelle ou indicielle .
Appliquer un signal carré de fréquence $f_0/10$ à l'entrée et comparer les tensions de sortie pour les 3 filtres. Dans le cas du filtre a- (Tchebychev), on observe des oscillations amorties alors que le filtre de Bessel présente un retour au régime permanent pratiquement sans oscillations.
En toute rigueur, il n'y a plus d'oscillations pour $m = 1$, (c-à-d $Q = 0{,}5$) lorsque $R_2 = 4R_1$: il s'agit du régime critique.

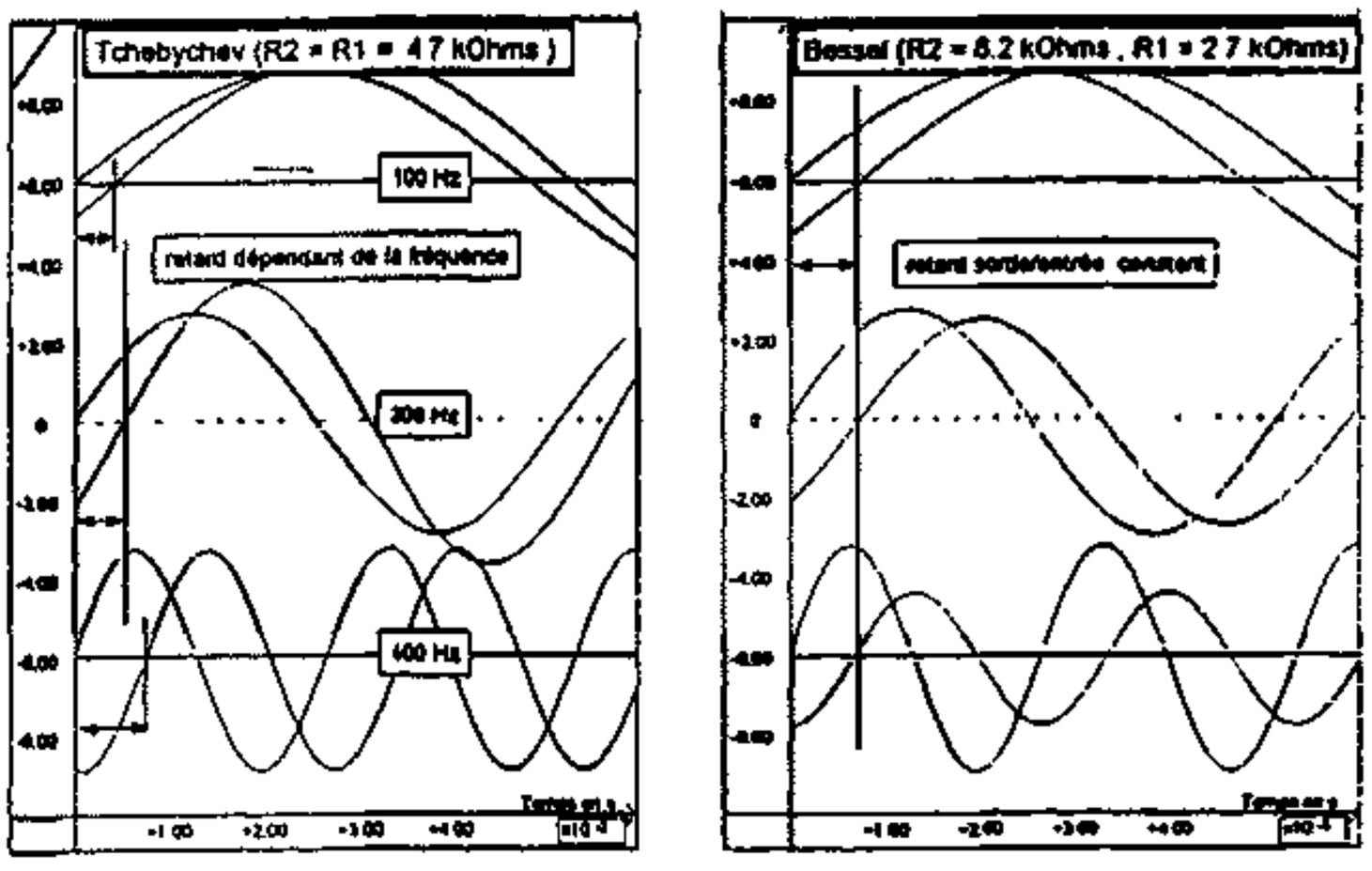


fig.13 - Retard entre l'entrée et la sortie dans les cas a et c

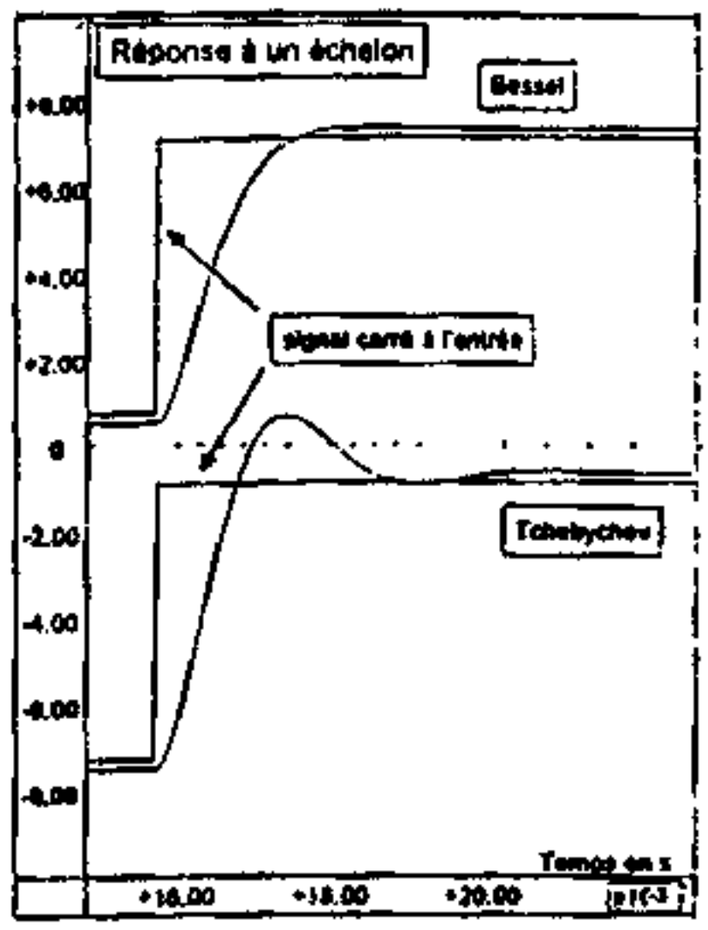


fig.14
Réponse indicielle

4.3.2 - Filtres de Sallen- Key

Il s'agit d'une structure assez simple dont il existe 2 variantes :

a - Sallen-Key (à amplificateur d'amplification unité)

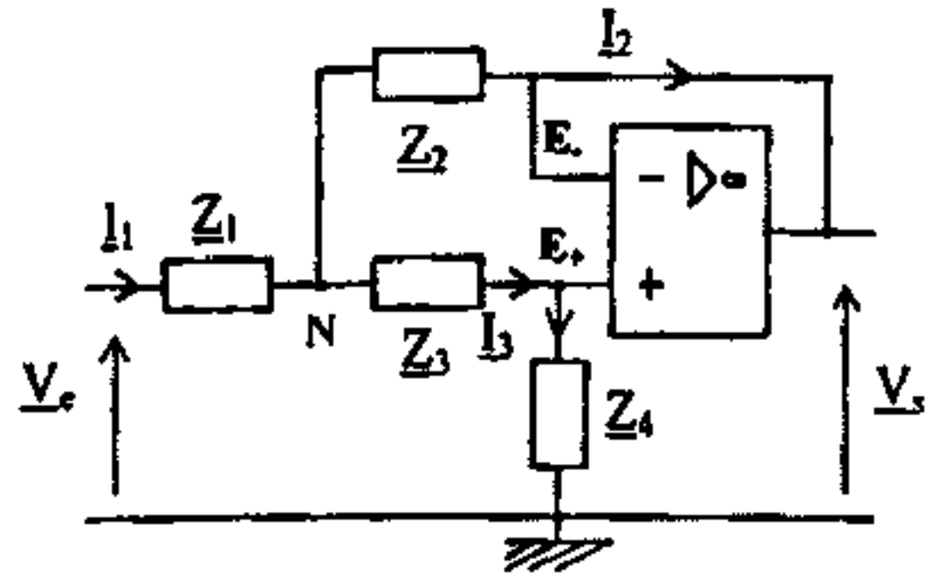


fig.15

Par utilisation du théorème de Millman aux noeuds N et E_+ ou par élimination directe des intensités $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ ($\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$) circulant dans $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_3$ et qui vérifient les relations :

$$\underline{E}_+ = \underline{V}_e - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_3 \underline{I}_3 = \underline{Z}_4 \underline{I}_3$$
$$\underline{E}_- = \underline{V}_e - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = \underline{V}_s$$

on obtient :
$$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \underline{H} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2\underline{Z}_4} \qquad \text{(VII - 15)}$$

On l'exprime aussi en fonction des admittances ($\underline{Y} = 1/\underline{Z}$) en :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_4 + \underline{Y}_2\underline{Y}_4 + \underline{Y}_3\underline{Y}_4} \qquad \text{(VII - 16)}$$

Il reste à choisir les impédances pour obtenir la fonction de transfert désirée :

Passe-bas :

$\underline{Z}_1 = R_1 \qquad \underline{Z}_2 = 1/jC_2\omega \qquad \underline{Z}_3 = R_3 \qquad \underline{Z}_4 = 1/jC_4\omega$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - R_1R_3C_2C_4\omega^2 + j(R_1 + R_3)C_4\omega} \qquad \text{(VII - 17)}$$

En identifiant avec la formule standard du passe-bas, on en déduit la pulsation caractéristique

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{R_1R_3C_2C_4}}$ et le paramètre $m = \dfrac{R_1 + R_3}{2\sqrt{R_1R_3}}\sqrt{\dfrac{C_4}{C_2}}$

Si l'on prend $R_1 = R_3 = R$ et $C_2 = C_4 = C$, on a : $\omega_0 = 1/RC$ et $m = 1$
En agissant seulement sur le rapport C_4/C_2, on peut modifier le coefficient d'amortissement et obtenir différents types de réponses :
$R = 10\ k\Omega$; $C_2 = 20$ nF (2 condensateurs de 10 nF en parallèle) ; $C_4 = 10$ nF
$\Rightarrow f_0 = 1125$ Hz $m = 1/\sqrt{2}$ réponse plate de Butterworth (–3 dB à f_0)

$R = 10\ k\Omega$, $C_2 = 47$ nF , $C_4 = 4{,}7$ nF
$\Rightarrow f_0 = 1070$ Hz $m = 0{,}316$ ($Q = 1{,}58$) : réponse de Tchebychev (à 4,4 dB)

Passe-haut

Il suffit d'intervertir les résistances et les condensateurs.

Passe-bande

L'identification ne peut se faire avec des dipôles simples. Une solution possible est de prendre :
$\underline{Z_1} = R$ $\underline{Z_2} = R$ $\underline{Z_3} = 1/jC\omega$ $1/\underline{Z_4} = 1/R + jC\omega$ (R en parallèle avec C)

On trouve alors : $$\underline{H} = \frac{\frac{1}{2} jRC\omega}{1 + 2jRC\omega - \frac{R^2C^2\omega^2}{2}} \qquad \text{(VII - 18)}$$

Pour la fréquence centrale de la bande (telle que $R^2C^2\omega^2 = 2$), on n'a plus une amplification de 1 mais une valeur inférieure (1/4). De plus, le coefficient m prend la valeur $\sqrt{2}$ supérieure à 1.

Réjecteur de bande

On peut utiliser une structure voisine (fig.16) mais qui ne se ramène pas au calcul précédent. Le calcul [6] aboutit à la fonction de transfert standard du réjecteur avec $\omega_0 = 1/RC$ et un coefficient $m = 1$. Vérifier expérimentalement cette fonction de transfert (module et phase).

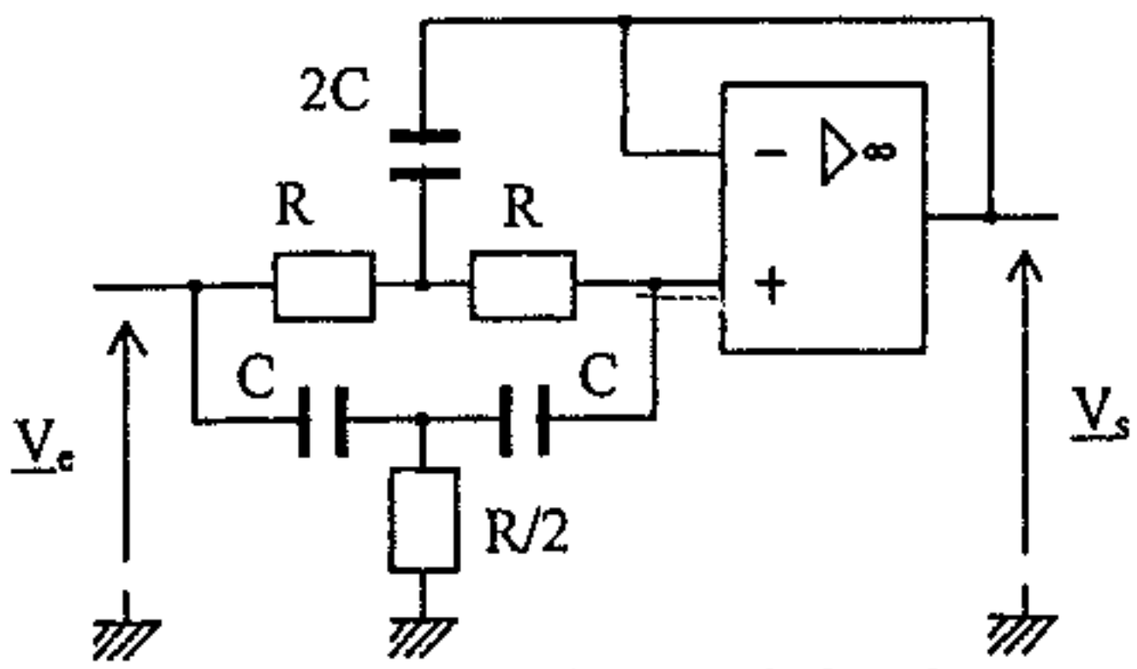


fig.16 - Filtre réjecteur de bande

b - Sallen-Key (à amplificateur d' amplification $A = 1+R_4/R_3$) (voir aussi [5])

Cette fois, l'entrée inverseuse n'est pas reliée à la sortie mais elle portée à un potentiel qui est une fraction de $\underline{V_s}$: $\underline{V_-} = k\,\underline{V_s}$ ($k = R_3/(R_3+R_4) = 1/A$)

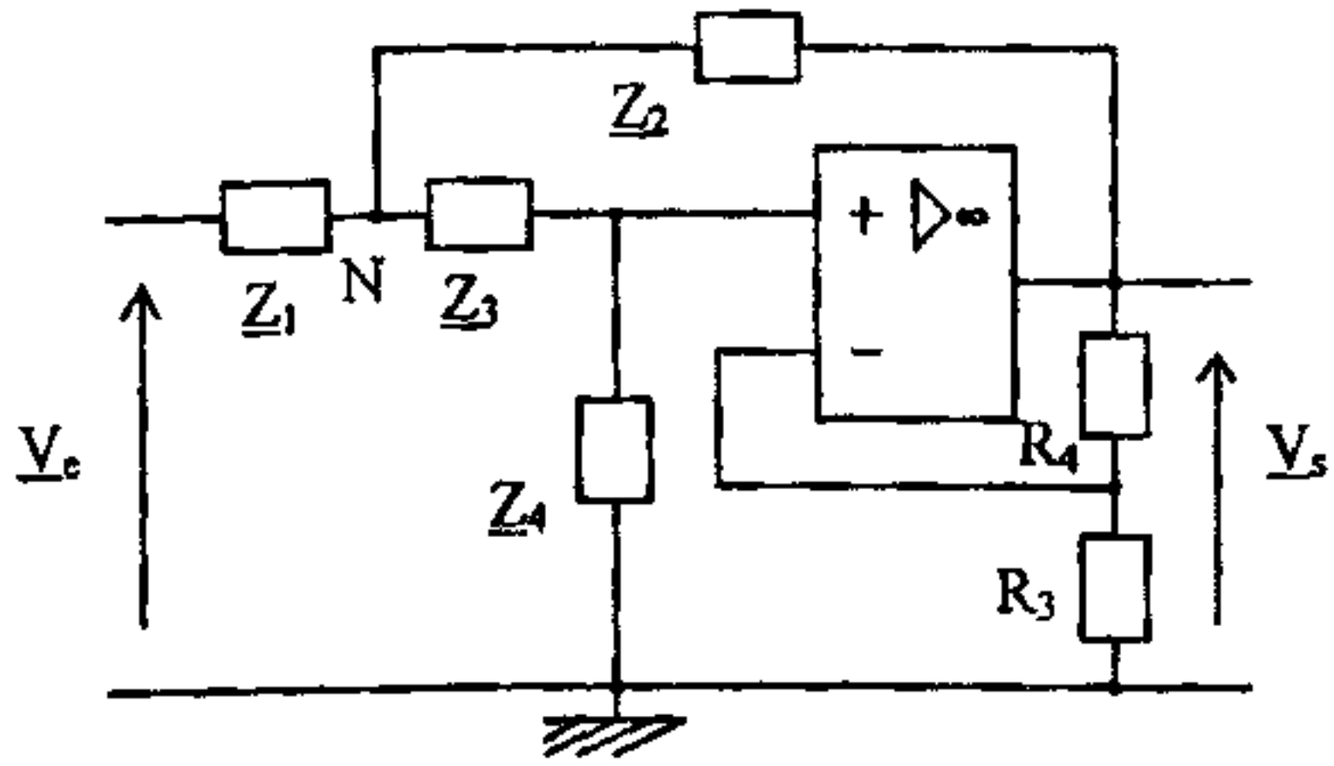


fig.17 - Filtre de Sallen-Key (amplification A)

Le calcul conduit à :

$$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \underline{H} = \frac{A\,\underline{Y}_1\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1\underline{Y}_4 + \underline{Y}_2\underline{Y}_3 + \underline{Y}_2\underline{Y}_4 + \underline{Y}_3(\underline{Y}_4 - A\underline{Y}_2)} \qquad \text{(VII -19)}$$

On peut alors, en agissant sur le rapport des résistances R_4/R_3, faire varier facilement le paramètre m d'amortissement. Par exemple, pour le filtre passe-bande (cf 4.3.2 - a) on obtient :

$$\underline{H} = \frac{\frac{A}{2}\,jRC\omega}{1 + jRC\omega(\frac{5-A}{2}) - \frac{R^2C^2\omega^2}{2}} \qquad \text{(VII - 20)}$$

Alors, on peut rendre l'amortissement m aussi faible que l'on veut ($m = (5\text{-}A)/2\sqrt{2}$). Il faut cependant garder A <5 (sinon, l'amortissement devient nul ou négatif ce qui conduit à une mise en oscillation spontanée).
Tracer le diagramme de Bode pour quelques valeurs de A. Les droites asymptotiques dépendent de A (par la présence de A au numérateur).

4.3.3 - Filtres de Rauch ou à contre-réaction multiple (voir aussi [2, 6])
La structure de base comporte 5 impédances (fig.18).

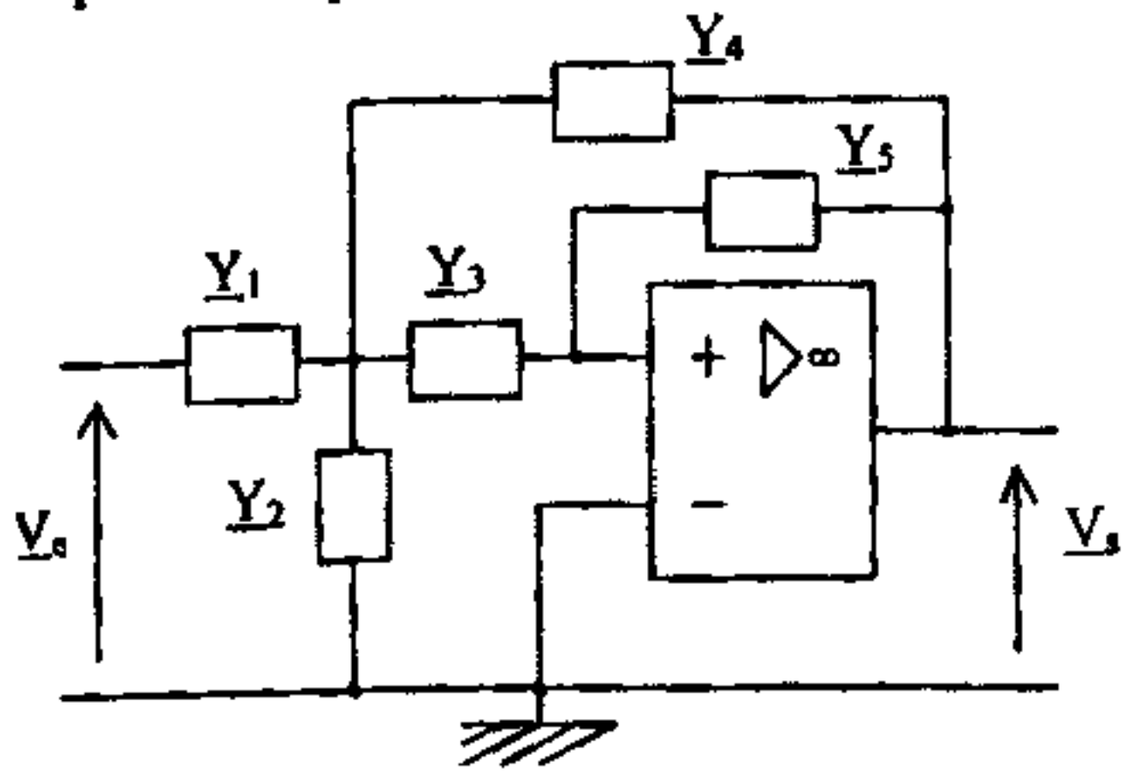


fig.18 - Filtre de Rauch

Le calcul conduit à : $$\underline{H} = \frac{-\underline{Y}_1\underline{Y}_3}{\underline{Y}_5(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4) + \underline{Y}_3\underline{Y}_4} \qquad \text{(VII - 21)}$$

Comme précédemment, on adapte la nature des admittances à la fonction désirée

Passe-bas

$\underline{Y}_1 = 1/R \qquad \underline{Y}_2 = jC\omega \qquad \underline{Y}_3 = 1/R \qquad \underline{Y}_4 = 1/R \qquad \underline{Y}_5 = jC_1\omega$

On trouve alors $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{CC_1}}$ et $m = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_1}{C}}$

Pour un type Butterworth, on prendra $C_1 = \frac{2}{9}C$

On trouvera en [2] des tableaux donnant les valeurs à donner à C et C_1 pour obtenir différentes réponses pour la même fréquence de coupure (voir l'Annexe 3 pour la définition de la fréquence de coupure pour différentes réponses).

Passe-haut

Il suffit d'opérer la transformation $R \rightarrow C$ et $C \rightarrow R$

Passe-bande

On peut prendre

$\underline{Y}_1 = 1/R \qquad \underline{Y}_2 = 1/R \qquad \underline{Y}_3 = 2\,j\,C\omega \qquad \underline{Y}_4 = j\,C\omega \qquad \underline{Y}_5 = 1/R$

On trouve alors :

$$\underline{H} = -\frac{jRC\omega}{1 - R^2C^2\omega^2 + \frac{3}{2}jRC\omega} \qquad \text{(VII - 22)}$$

L'identification conduit à $\omega_0 = 1/RC$ et pour cette fréquence, l'amplification est –2/3. Le coefficient m est égal à 0,75 (peu différent d'un type Butterworth). En prenant des valeurs différentes pour les différents composants, on peut modifier le paramètre m.

5 - Filtres a capacités commutées

Les filtres analogiques précédents conviennent parfaitement pour effectuer des filtrages avec des fréquences de coupure (ou des fréquences centrales pour les passe-bande) fixes. Si l'on veut modifier celles-ci, il faut agir sur les valeurs des composants ce qui est naturellement possible en utilisant par exemple des résistances variables (potentiomètres, éventuellement multiples) mais il est difficile de réaliser une commande linéaire dans un grand domaine de fréquences.

5.1 - Principe

La technique des capacités commutées fournit une solution. Elle consiste à simuler une résistance, variable en fonction d'une fréquence d'« horloge » f_h au moyen d'un condensateur de capacité C et d'un commutateur K dont la fréquence de commutation est f_h.

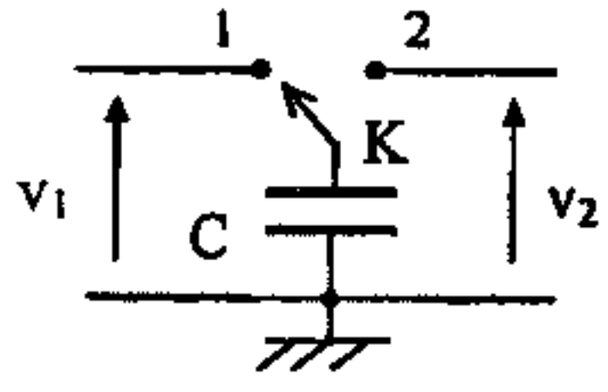


fig.19

Lorsque K est en 1, la charge du condensateur est $q_1 = Cv_1$. Lorsqu'il est en 2, elle devient $q_2 = Cv_2$. A chaque commutation $1 \rightarrow 2$, il y a transfert de la charge $C(v_1-v_2)$ de 1 vers 2.

Si la fréquence de commutation est f_h,, ces transferts de charge sont équivalents à un courant d'intensité $i = C(v_2-v_1)f_h$

Le montage de la fig.19 permet donc de simuler une résistance $R = (v_1-v_2)/i = \frac{1}{Cf_h}$ inversement proportionnelle à la fréquence d'horloge.

L'inverseur K est naturellement électronique et cette technique est mise en jeu dans différents circuits intégrés.

5.2- Utilisation de circuits intégrés

Le circuit MF 10 est un double filtre universel (voir 4.3.1) qui permet la réalisation de 2 filtres du 2ème ordre (leur mise en cascade fournit ainsi un filtre du 4ème ordre).
La fig.20 donne le schéma correspondant à 2 filtres passe-bande du second ordre, chacun possédant un facteur de qualité Q = 1/2m =R_2/R_1 de 27 [9]. La fréquence centrale du filtre est $f_h/100$. On peut le faire suivre d'un filtre passe-bas pour éliminer les hautes fréquences dues aux commutations du signal d'horloge v_h. Celui-ci est fourni par la sortie TTL d'un générateur BF.

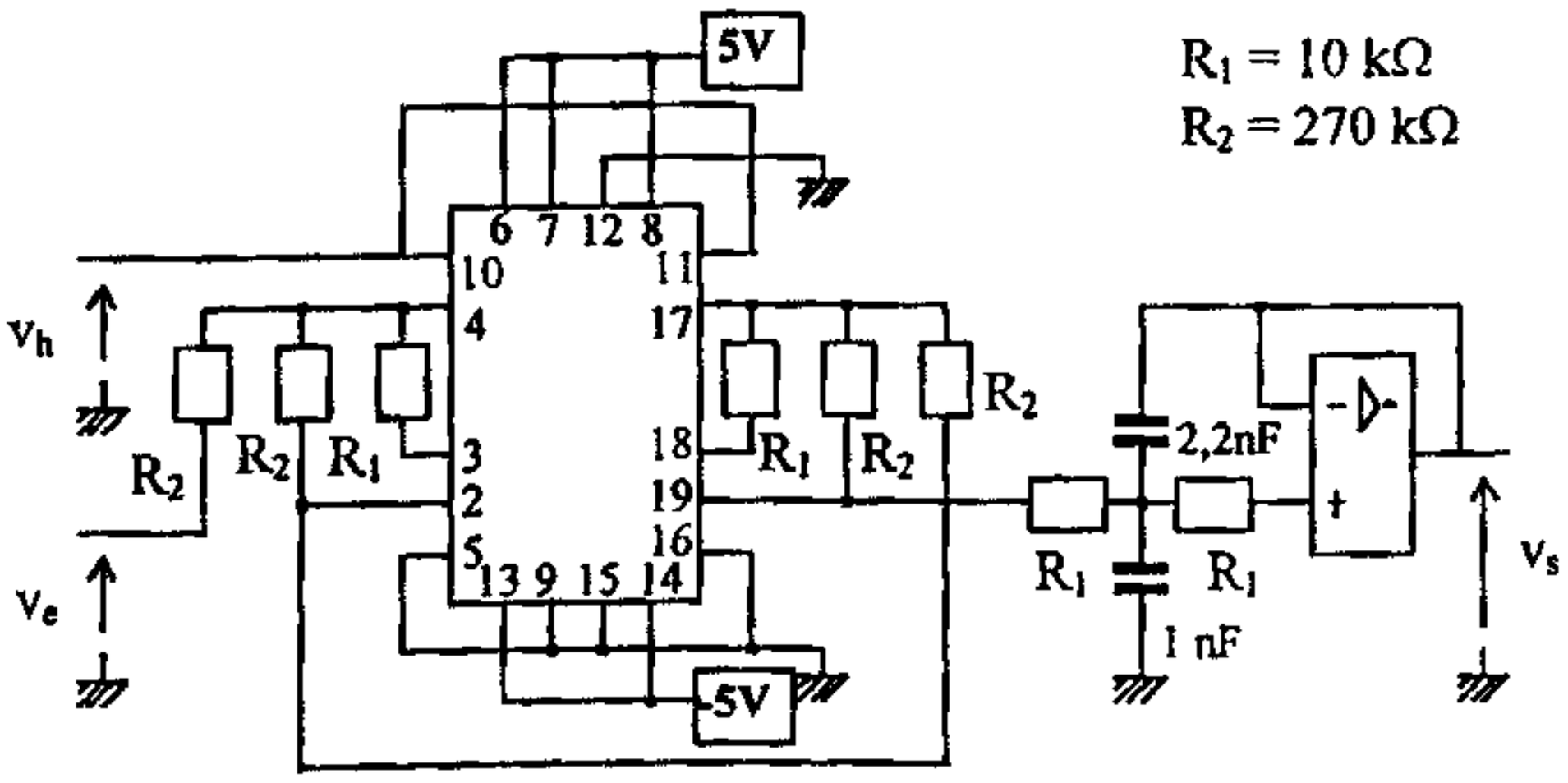


fig.20 - Filtre passe-bande

Application
Appliquer à l'entrée du filtre un signal de fréquence 100 Hz et d'amplitude 1 ou 2 V. Observer le signal de sortie en faisant varier la fréquence d'horloge entre 5 et 100 kHz.
Pour un signal d'entrée sinusoïdal, on observe une seule composante de Fourier notable pour une fréquence d'horloge de 10 kHz
Pour un signal carré, on observe les différentes fréquences de son spectre pour les fréquences d'horloge $f_h = 10^4 \times(2n+1)$ Hz (harmoniques impairs) avec des amplitudes qui varient comme 1/(2n+1)

Annexe 1 -

Visualisation du diagramme de Bode (amplitude et phase) au moyen d'un générateur wobbulable commandé par un ordinateur.

Le filtre à étudier est alimenté par un générateur wobbulable (c-à-d modulable en fréquence) ou VCO (Voltage Controlled Oscillator).
La tension de commande est une rampe linéaire qui varie entre 2 valeurs extrêmes V_{min} et V_{Max}. La fréquence du générateur varie alors entre 2 fréquences f_{min} et f_{Max}.
On réalise cette rampe avec une sortie analogique de la carte d'acquisition de l'ordinateur.
Avec Synchronie, on utilise alors le fonctionnement dit « entrelacé » : l'émission de chaque pas de la rampe est suivie de l'acquisition de la tension de sortie du filtre (mesurée avec un détecteur de crête) pour la fréquence correspondante.

On peut (c'est d'ailleurs préférable) prendre une rampe de longue période (10 ou 20 secondes par exemple) : on voit ainsi la fonction de transfert se construire « en direct ».
Le rôle du détecteur de crête est de prendre à chaque fois la tension maximale de sortie (et non la tension instantanée qui varie entre + et $-V_s(f)$). Son fonctionnement correct nécessite un filtrage passe-bas qui impose que la variation de fréquence imposée par la rampe soit assez lente.
Le principe du détecteur de crête formé d'une diode et d'un circuit RC est donné dans le chapitre IX. Afin que la réponse ne soit pas faussée par le seuil de la diode, il est très préférable de réaliser un montage plus élaboré comprenant 3 AO [10 p50].

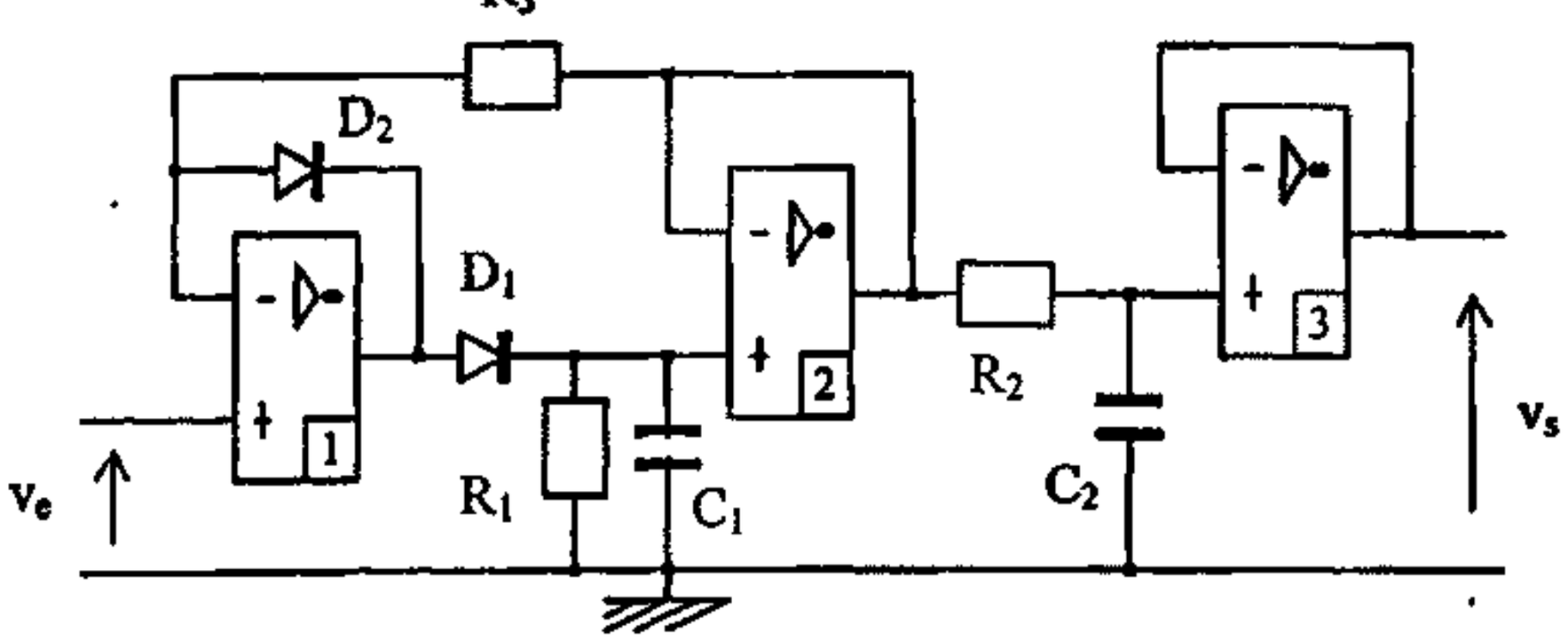


fig.21 - Détecteur de crête

Les éléments $D_1R_1C_1$ constituent un détecteur de crête simple. Les AO 1 et 2 éliminent le seuil de la diode. R_2C_2 et l'AO3 constituent un filtre passe-bas de fréquence de coupure $1/2\pi R_2C_2$. Le choix des éléments dépend de l'intervalle de fréquence qui doit être analysé, de la vitesse de variation de l'amplitude avec la fréquence et de la vitesse du balayage en fréquence. Pour des valeurs raisonnables (entre 100 et 10000 Hz décrits en 10 s), les valeurs suivantes conviennent :

$R_1 = 100k\Omega$ $C_1 = 0{,}47\mu F$ $R_2 = 10k\Omega$ $C_2 = 1\mu F$ $R_3 = 10k\Omega$ D1=D2 = 1N4148

Pour acquérir le déphasage sortie/entrée, le plus simple est d'utiliser la sortie analogique d'un phasemètre. Si l'on n'en dispose pas, une solution alternative est de multiplier ces deux tensions $p(t) = kv_e(t)v_s(t)$ (avec un multiplieur) et d'en prendre la valeur moyenne (avec un filtre passe-bas RC) que l'on acquiert : $\overline{P} = k' V_e.V_s \cos\varphi$.
On calcule ensuite $\cos\varphi$ ($= \overline{P}/V_s$ à un coefficient près que l'on détermine en normalisant sur la plus grande valeur atteinte $\cos\varphi = 1$ - si les signaux sont en phase pour une des fréquences de la zone décrite). On a ainsi accès à la valeur absolue de φ.

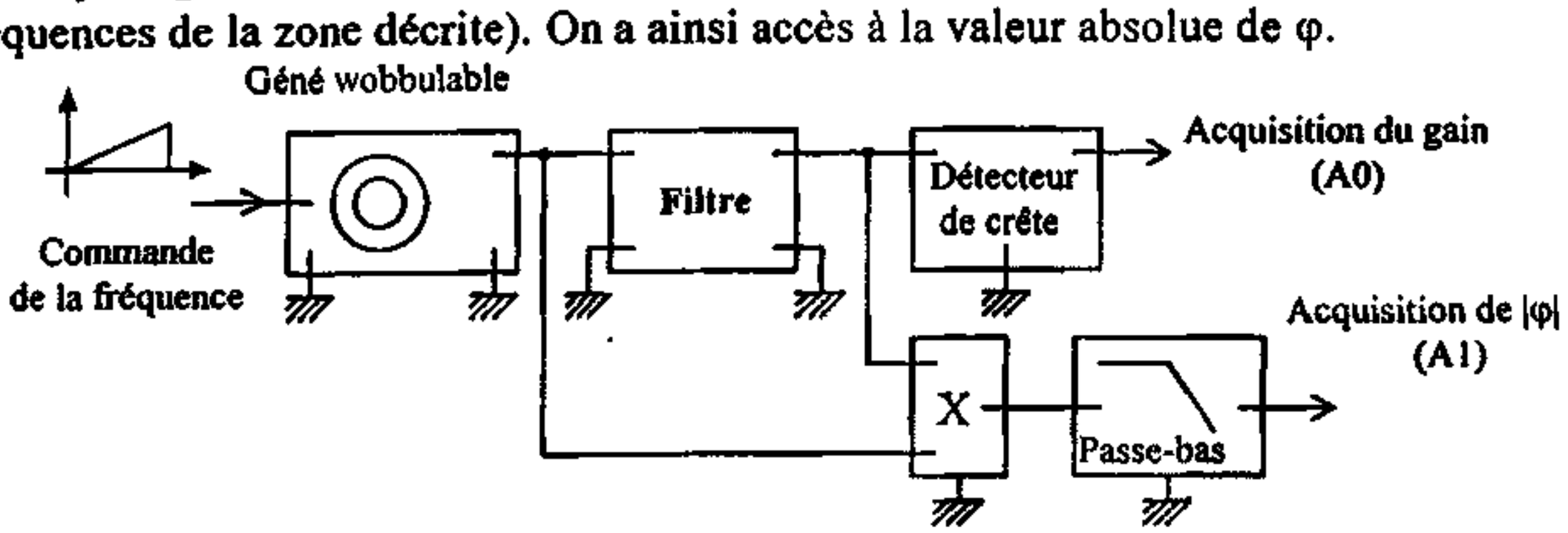


fig.22 - Montage général pour l'étude d'un filtre

L'acquisition de la tension de sortie et de la phase est réalisée en fonction du temps. Puisque l'on veut représenter ces grandeurs en fonction de la fréquence, il faut réaliser la conversion t → f. Cette relation est linéaire :

- pour t = 0, la fréquence est f_{min}
- pour t = T_{tot} (durée totale d'acquisition , 10 ou 20 s), la fréquence est f_{Max}

On détermine ces 2 valeurs par 2 mesures particulières : par exemple, on programme la sortie analogique en fonction constante et on lui donne successivement les valeurs V_{min} et V_{Max}. On mesure au fréquencemètre les 2 fréquences correspondantes.

La conversion s'écrit alors simplement $f = f_{min} + \frac{f_{Max} - f_{min}}{T_{tot}} t$

Il n'y a plus qu'à représenter la tension de sortie et la phase en plaçant en abscisse la nouvelle variable f. On peut naturellement tracer ces grandeurs en fonction de log(f) et exprimer le gain (= 20.log(V_S) à une constante près).

La fig.23 représente les résultats obtenus sur un passe-bande du 2ème ordre (circuit RLC ; 4.1.1). Sachant que la phase change de signe à la résonance, on peut corriger, par la feuille de calcul, le fait qu'on ne mesure que la valeur absolue de φ.

Les fenêtres 3 et 2 présentent le diagramme de Bode du filtre pour différentes valeurs de la résistance totale du circuit (respectivement 130, 230, 430 et 1130 Ω). La fenêtre 5 donne la représentation de Nyquist (en abscisse Re(H), en ordonnées Im(H)) qui, pour ce filtre, est un cercle. Sont notées quelques fréquences (la résonance, celles correspondant à la bande passante, les limites basse et haute fréquence de la wobbulation).

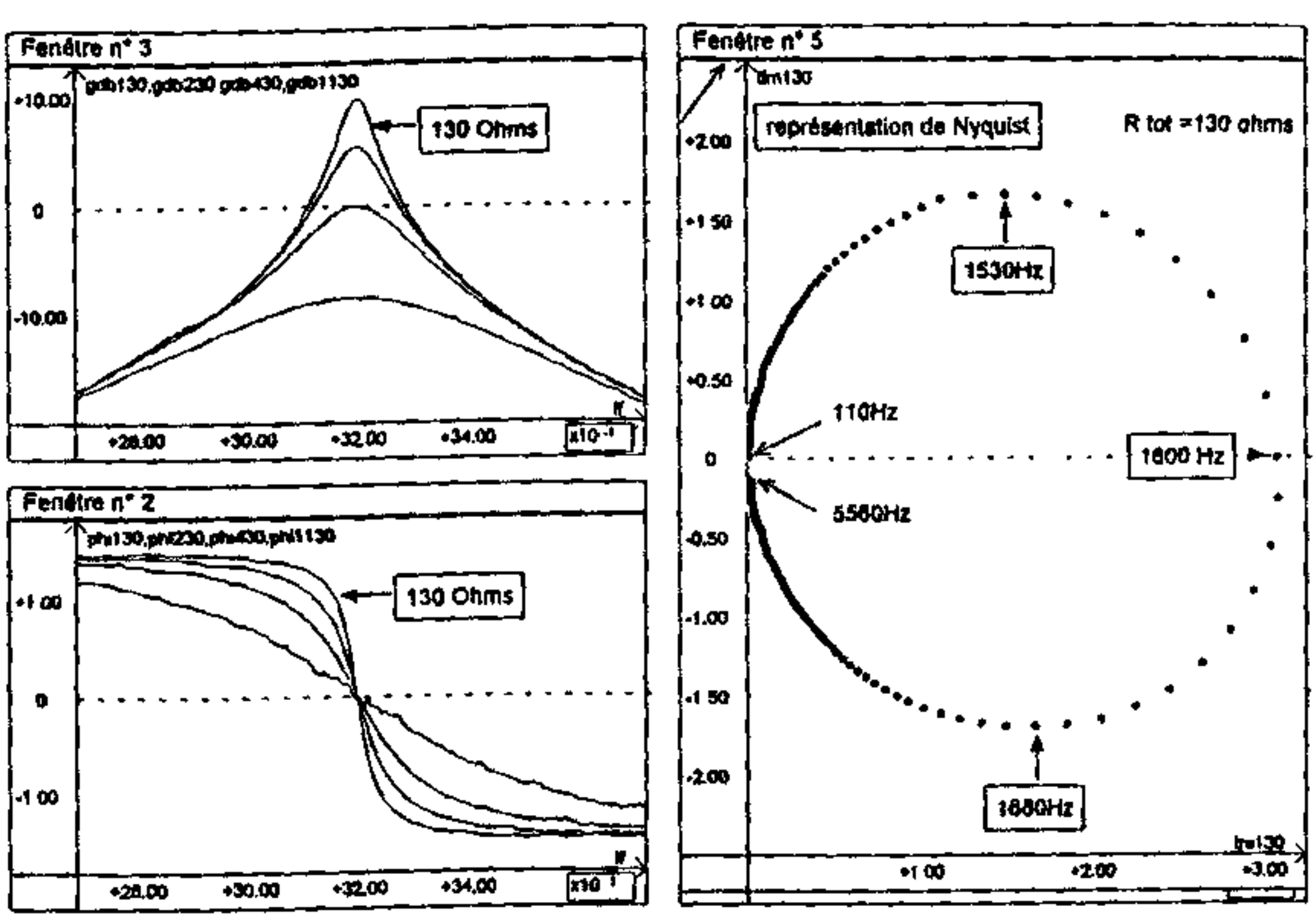


fig.23 - Diagramme de Bode et tracé de Nyquist du passe-bande RLC

Feuille de calcul

```
ea0l=lissage(ea0,10)        {lissage de VR}
ea1l=lissage(ea1,10)        {lissage de Pmoy}
```

```
almin=min(eal1)          {correction du zéro...}
al=eal1-almin            {...du multiplieur}
cphi=al/ea0l             {calcul Pmoy/VR}
m=max(cphi)              {normalisation ...}
cosphi=cphi/m                  {...de cos phi}
phi=acos(cosphi)         {calcul de [phi]}
freq=110+546*t           {échelle de fréquence}
lf=log(freq)             {échelle logarithmique}
gdb=20*log(ea0l)         {gain en dB}
s=sgn(1600-freq)         {correction artificielle...}
phiv=phi*s               {...du signe de phi}
Tim=ea0l*sin(phiv)       {Nyquist composante imaginaire...}
Tre=ea0l*cos(phiv)       {...et réelle}
```

Annexe 2 -

Réponse impulsionnelle

Si l'on ne dispose pas d'un vrai générateur d'impulsion, on peut « fabriquer » une impulsion très courte (devant le temps de répétition), en utilisant une sortie de la carte d'acquisition. Il faut d'abord construire la fonction correspondante :

Feuille de calcul

```
a=creneau(0,2)*5
```

Si l'on a choisi 1000 points d'échantillonnage de 10 µs, l'impulsion a donc une durée de $2T_{ech}$ (20µs), une amplitude de 5 V, le temps de répétition étant de 10ms.
On place cette nouvelle variable en émission et l'on acquiert en entrelacé le signal de sortie du filtre.

Annexe 3 -

Quelques notions sur les filtres de Butterworth, Tchebychev et Bessel

Ces notions ne prennent réellement leur intérêt que pour les filtres d'ordre supérieur à 2. Il est bon cependant de connaître quelques caractéristiques de ces filtres (illustrées sur le filtre passe-bas).

Réponse de Butterworth ou « maximally flat » (MF)

Comme le nom anglais l'indique, il s'agit d'un passe-bas dont la réponse en basse fréquence est la plus plate possible sans dépassement de la réponse à fréquence nulle. On appelle fréquence de coupure la fréquence pour laquelle l'atténuation est de 3dB (par rapport à la réponse en continu). Très au-dessus de f_c, la décroissance est en 20.n dB/décade ; n étant l'ordre du filtre.

Le calcul [1] indique que les polynômes D_n (dénominateur de $\underline{H}$) exprimés en fonction de $p = j\omega$ (où ω est une pulsation « normalisée ») sont :

$D_2(p) = p^2 + \sqrt{2}\,p + 1$

$D_3(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 1 = (p+1)(p^2+p+1)$

$D_4(p) = (p^2+0{,}76p+1)(p^2+1{,}85p+1)$

(les coefficients 0,76 et 1,85 sont égaux rigoureusement à $2\sin(\pi/8)$ et $2\cos(\pi/8)$)

Le module de la fonction de transfert du filtre d'ordre n est : $H = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^{2n}}}$

Pour un filtre du 2ème ordre, la fonction de transfert est celle obtenue avec $m = \sqrt{2}/2$ (ou $Q = \sqrt{2}/2$ également) et la pulsation de coupure est ω_0.
Attention : le produit de 2 filtres MF du 2ème ordre ne donne pas un filtre MF du 4ème ordre (on trouverait d'ailleurs une atténuation de 6 dB pour ω_0)
La fig.25a représente la courbe de gain des 2 filtres du 2ème ordre (qui ne sont pas de type MF) qui donnent, par leur mise en cascade, le filtre MF du 4ème ordre avec une fréquence de coupure normalisée à 1.

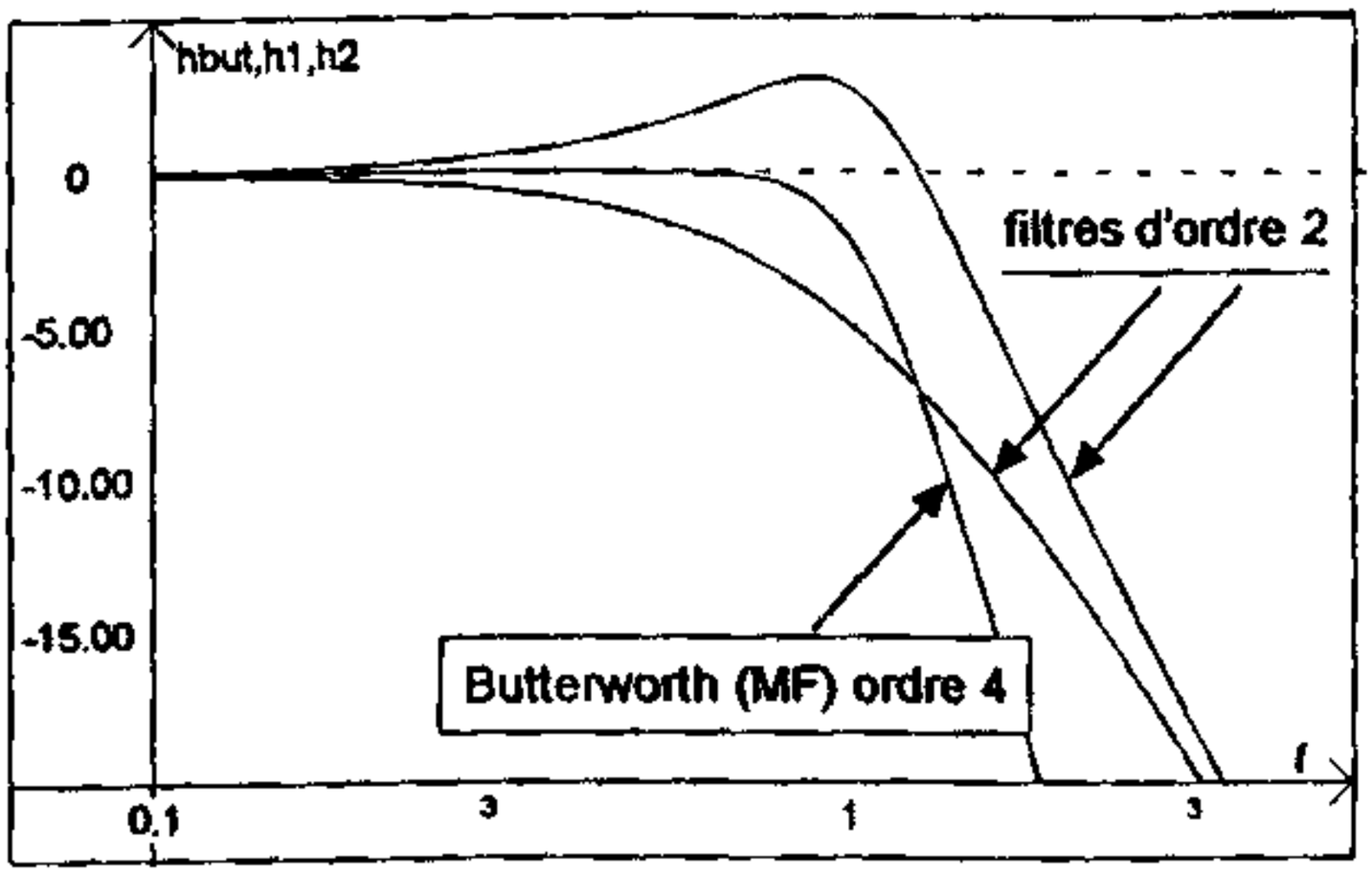


fig.24a - Filtre MF d'ordre 4 obtenu par produit de 2 filtres d'ordre 2

Réponse de Tchebychev ou « Equal Ripple » (ER)

Pour améliorer la rapidité de la décroissance hors bande passante, on accepte qu'à l'intérieur de celle-ci, la réponse puisse présenter des variations d'amplitude. La fréquence de coupure est définie comme la fréquence à partir de laquelle la réponse sort de la plage de variation choisie (que l'on exprime en X dB) . Pour les filtres d'ordre pair, elle correspond à 0 dB (par rapport au continu). Pour les filtres d'ordre impair, elle correspond à – X dB.
Pour un filtre d'ordre 2, ces réponses sont obtenues lorsque m est inférieur à $\sqrt{2}/2$ ($Q>\sqrt{2}/2$).

Le maximum est obtenu pour $\omega_M = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ et il est égal à $X = 20\log\frac{Q}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$

Le gain 0 dB est obtenu pour $\omega = 0$ et pour $\omega_c = \omega_0\sqrt{2-\frac{1}{Q^2}} = \sqrt{2}\,\omega_M$

La fréquence de coupure du filtre correspond, par définition, à cette dernière valeur.
Exemples :

$Q = 1$	$\omega_C = \omega_0$	X = 1,25 dB
$Q = 1,3$	$\omega_C = 1,18\ \omega_0$	X = 3 dB
$Q = 1,5$	$\omega_C = 1,25\ \omega_0$	X = 4 dB
$Q = 2$	$\omega_C = 1,34\ \omega_0$	X = 6,3 dB

Pour les ordres supérieurs, les calculs sont assez pénibles et l'on utilise généralement des logiciels spécialisés lorsqu'on veut en réaliser un par produit de filtres du 1er et du 2ème ordre.
La fig.24b représente la courbe de gain d'un filtre du 4ème ordre ER 1 dB. Le dénominateur de la fonction de transfert est de la forme :

$$(1+0{,}28j\omega-1{,}01\omega^2)(1+2{,}41j\omega-3{,}58\omega^2)$$

On constate des ondulations dans la bande passante (n –1 = 3 tangentes horizontales à fréquence non nulle).

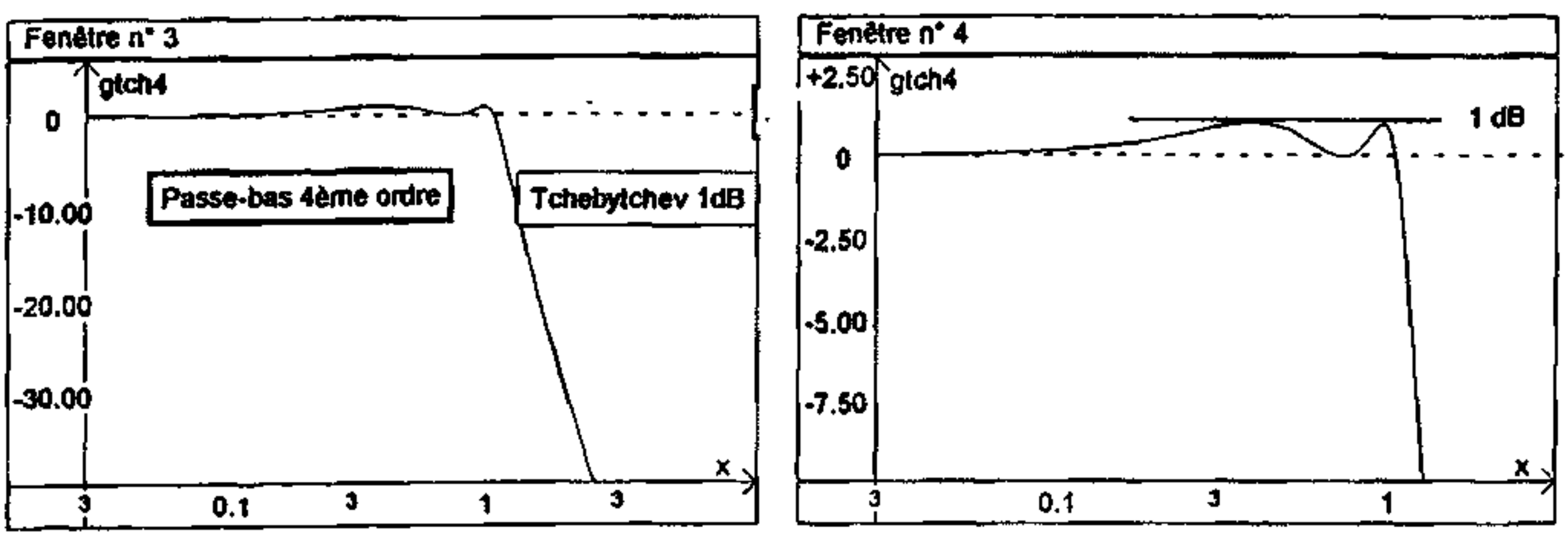


fig.24b - Courbe de gain (loupe à droite) d'un filtre de Tchebychev (ondulation 1dB).

Réponse de Bessel (à moindre dispersion de retard)

Cette fois, on privilégie la moindre déformation aux signaux impulsionnels ou indiciels. Cela se réalise en ayant un déphasage sortie/entrée variant le plus linéairement possible en fonction de la fréquence ($d\varphi/d\omega$ = cte ; voir fig.11 fen3). Ceci est équivalent à un retard de la sortie sur l'entrée constant au mieux.
Ce filtre a une réponse en gain moins plate qu'un filtre de Butterworth et son atténuation au delà de la bande passante est également moins raide (à très haute fréquence, le comportement asymptotique est toujours en –20n dB/décade).
La fréquence de coupure est définie, comme pour Butterworth, par celle où le gain a baissé de 3 dB.

Le dénominateur de la fonction de transfert est un polynôme $B_n(p)$ avec

$B_2(p) = p^2 + 3p + 3$
$B_3(p) = p^3 + 6p^2 + 15\,p + 15$
$B_4(p) = p^4 + 10p^3 + 45p^2 + 105p + 105$

Pour un filtre du 2ème ordre, on identifie avec la formule standard en $p^2+2mp+1$ en opérant un changement d'échelle de fréquence $p' = p/\sqrt{3}$. et la réponse de type Bessel est obtenue pour un paramètre $m = \sqrt{3}/2$.($Q = \sqrt{3}/3$) Attention, la fréquence de coupure à -3dB n'est plus f_0 mais $f_c \approx f_0\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

La fig.24.c représente les réponses de ces 3 types pour l'ordre 2 et l'ordre 4 en effectuant les changements d'échelle pour que les fréquences de coupure soient normalisées. Les ordres supérieurs accentuent les effets (quasi constance dans la bande passante, décroissance plus rapide en dehors).

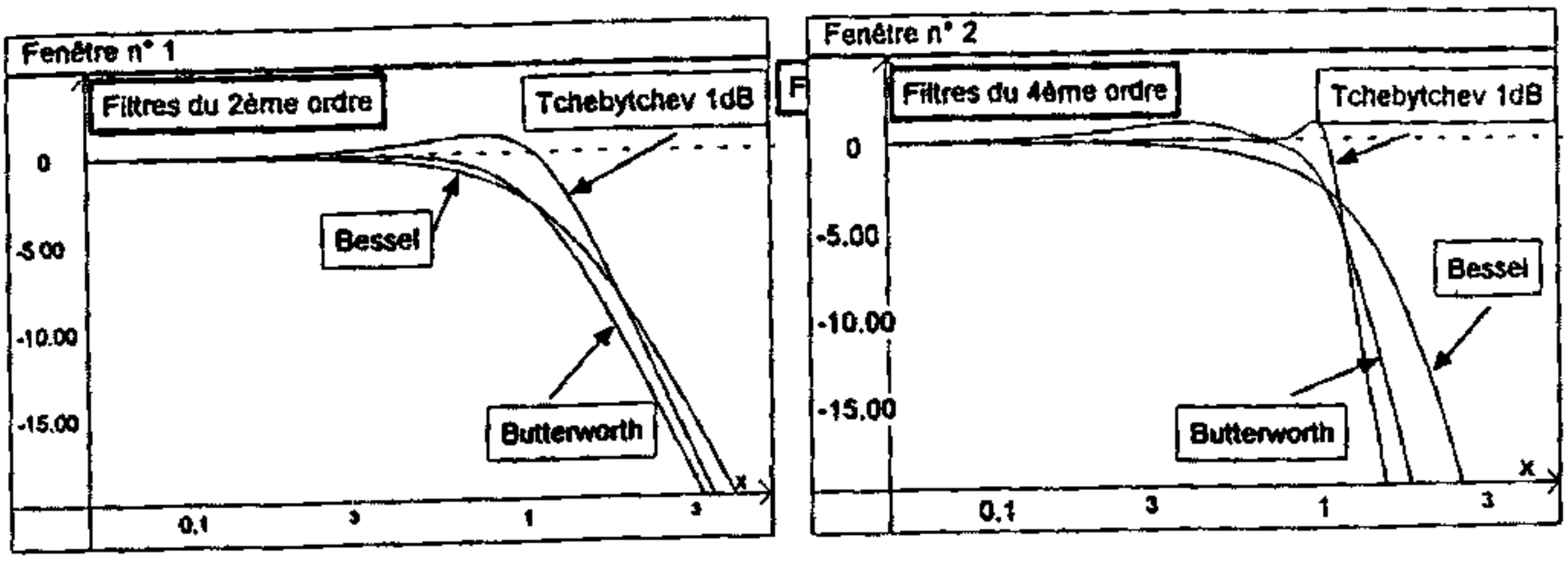


fig.24 c - Réponses des 3 types pour l'ordre 2 et 4

Annexe 4

Réponse d'un filtre à un signal quelconque

Le but est de montrer expérimentalement [11] que le spectre du signal de sortie est bien relié au spectre du signal d'entrée par la fonction de transfert $\underline{S}(j\omega) = \underline{H}(j\omega).\underline{E}(j\omega)$

- Expérience

Filtre passe-bande (par exemple circuit RLC , tension de sortie aux bornes de R; voir 4.1)

Signal d'entrée : signal carré ou triangle de fréquence inférieure à la fréquence centrale du filtre (d'un facteur entre 1 et 5). Il est commode d'utiliser la sortie analogique de la carte d'acquisition en programmant les formes correspondantes (on est ainsi assuré que le temps d'acquisition est un multiple entier de la période du signal) Le signal de sortie a une forme qui dépend beaucoup de ce facteur.

- Vérification théorique

On calcule le spectre du signal d'entrée (composantes sinus et cosinus) ainsi que celui du filtre (dans le cas du filtre, on connaît l'expression théorique de la fonction de transfert)
On fait le produit de ces deux spectres (en tenant compte des parties réelles et imaginaires) puis on prend la transformée de Fourier inverse : cela redonne la forme temporelle du signal de sortie

Configuration des voies d'émission et d'acquisition

1024 points, échantillonnage 40 µs
SA1 : signal carré 0 - 5 V ; 10 périodes de 4.096 ms (fréquence 244 Hz)
Circuit RLC (R 100 Ω ; L 0.1 H,32 Ω ; C 0.9 µF) alimenté en signal carré (BF) à 244 Hz
$f_0 = 3333/2\pi = 530$ Hz

Feuille de calcul correspondante

```
f=rampe(0,25000)          {rampe de fréquence 0, f_echant}
reb=fftr(sa1)             {calcul des TF du signal carré}
imb=ffti(sa1)
f0=530                    {fréquence centrale du passe-bande}
x=f/530                   {fréquence réduite}
m=190/666.6               {m=Rtot/2L omega0}
d=(1-x*x)^2+4*m*m*x*x     {dénominateur de la fonction de transfert}
refi=4*m*m*x*x/d          {partie réelle de H}
imfi=2*m*x*(1-x*x)/d      {partie imaginaire de H}
res=reb*refi-imb*imfi     {partie réelle du signal de sortie}
ims=imb*refi+reb*imfi
s=rfft(res,ims)           {signal par TF inverse}
```

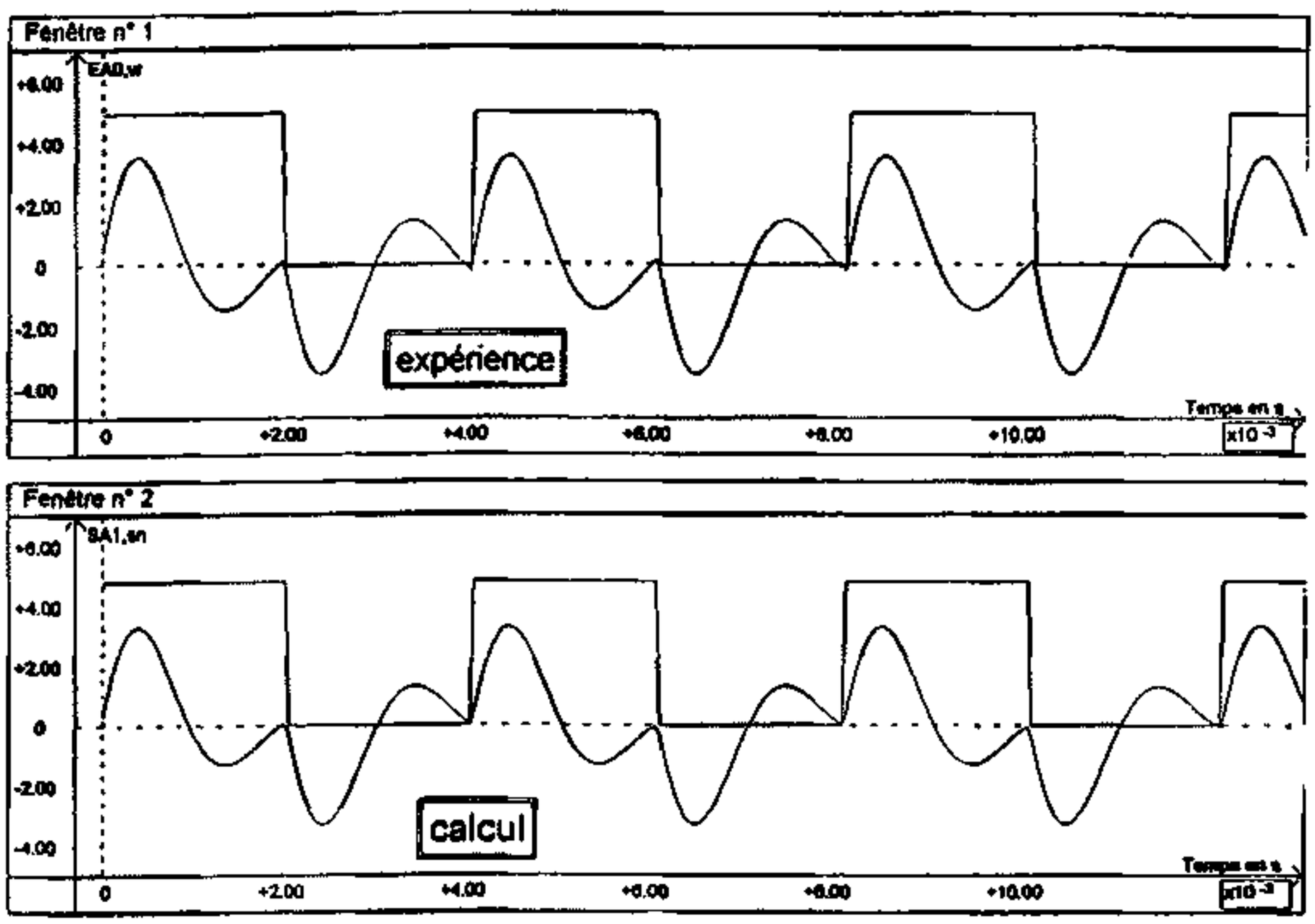


fig.25 - Enregistrements des signaux d'entrée et de sortie

Annexe 5 -

Utilisation de l'analyseur de spectre HP 35665

Cet appareil très performant permet non seulement de mesurer les spectres de signaux mais aussi, par un générateur intégré, d'alimenter un quadripôle et d'en tracer la fonction de transfert. La figure 26 présente les résultats obtenus avec un Sallen-Key (4.3.2 b) de gain 3,12 monté en passe-bande (R = 10 kΩ ; C = 10 nF). Le diagramme de Bode (gain et phase) peut aussi être tracé en représentation de Nyquist (Re $\underline{H}$, Im $\underline{H}$).

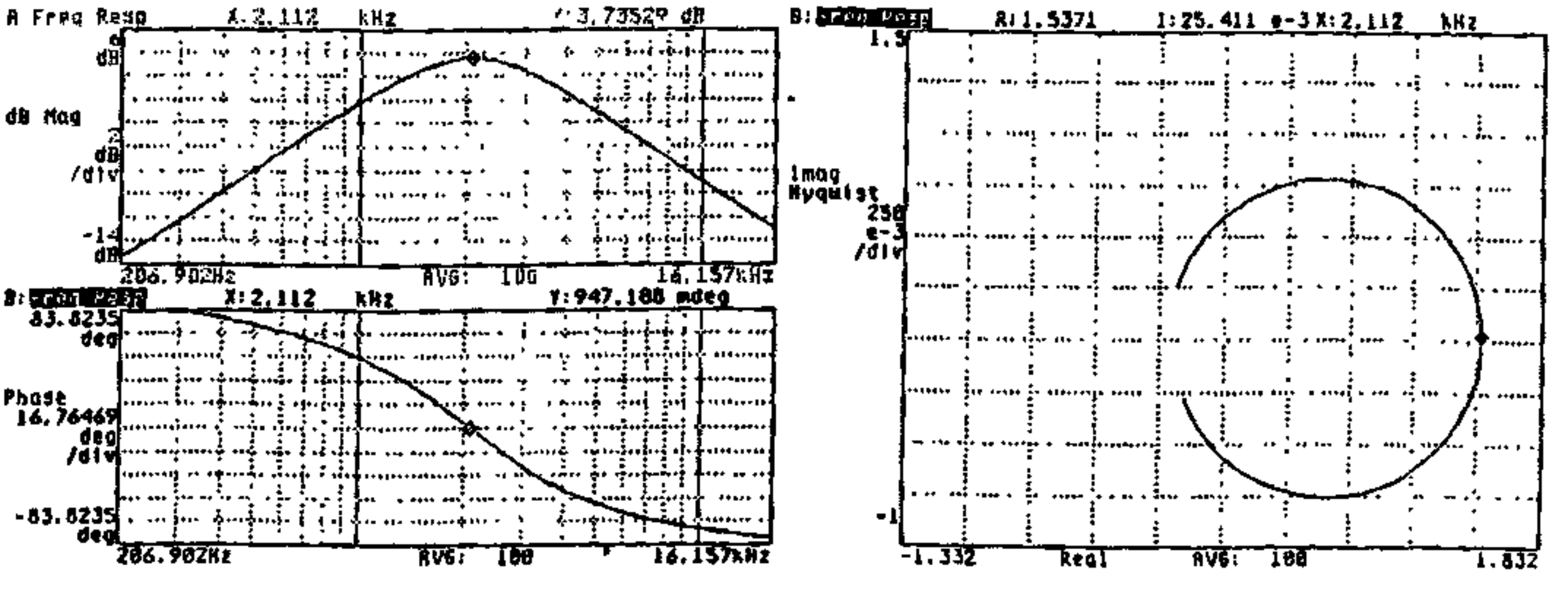


fig.26 - Utilisation d'un analyseur de laboratoire HP 35665

REFERENCES

[1] - J.Auvray ; Electronique des signaux analogiques ; Dunod 1980
[2] - Tran Tien Lang ; Electronique des systèmes de mesure ; Masson 1992
[3] - M. Krob ; Exemples d'identification de systèmes linéaires ; BUP 795 n°2 1997
[4] - R. Duffait ; Expériences de Physique au CAPES Bréal 1996
[5] - D. Aubert ; Dictionnaire de Physique exp. Tome 3 Electronique Pierron 1992
[6] - M. Vauchelles ;Travaux pratiques d'électronique Ellipses 1997
[7] - R. Journeaux ; Travaux pratiques de Physique De Boeck - Paris Sud
8 - F. Manneville et J. Esquieu ; Electronique (1ere partie) Dunod 1990
[9] - J.P. Lièvre ; Réalisation d'un filtre actif accordable BUP 717 (1989)
[10] - J.P. Lièvre ; Oscillations électriques et mécaniques Editions du CRDP Lyon 1996
[11] - F. Clausset et A. Clausset ; BUP 785 p.1057 1996

CHAPITRE VIII

OSCILLATEURS

1 - Introduction

Les oscillateurs étudiés dans ce chapitre sont des oscillateurs « auto-entretenus » qui fournissent un signal $v_s(t)$ **périodique**, de fréquence f, en étant alimentés par une source **continue.**

Selon les applications envisagées, on peut être intéressé par la forme du signal (générateur sinusoïdal à faible distorsion par exemple) ou seulement par la fréquence, c'est-à-dire par la répétition périodique du signal qui peut se réduire à des impulsions (générateur d'horloge par exemple).
Classiquement on divise les oscillateurs auto-entretenus en deux familles qui semblent, à priori, très différentes l'une de l'autre :

- **Les oscillateurs sinusoïdaux** (ou « quasi-sinusoidaux ») qui fournissent un signal pratiquement sinusoïdal (c'est à dire à faible distorsion). Pour ces oscillateurs les phénomènes non linéaires sont relativement « faibles » même s'ils sont absolument nécessaires ! En effet ce sont ces phénomènes qui fixent l'amplitude des oscillations ; par contre leur influence sur la fréquence est relativement peu importante.

- **Les oscillateurs à relaxation** qui fournissent un signal non sinusoïdal (rectangulaire par exemple) riche en harmoniques. Pour ces oscillateurs, les phénomènes non linéaires sont « importants » et ils fixent à la fois l'amplitude et la fréquence des oscillations.

Cette classification est commode et sera utilisée dans ce chapitre. Néanmoins depuis les travaux de Van der Pol , on sait que l'on peut parfois passer continûment d'une famille à l'autre par la simple variation d'un paramètre de l'oscillateur.

Nous verrons plusieurs exemples de cette propriété dans la suite mais nous commencerons par le montage particulièrement significatif de la fig.1.

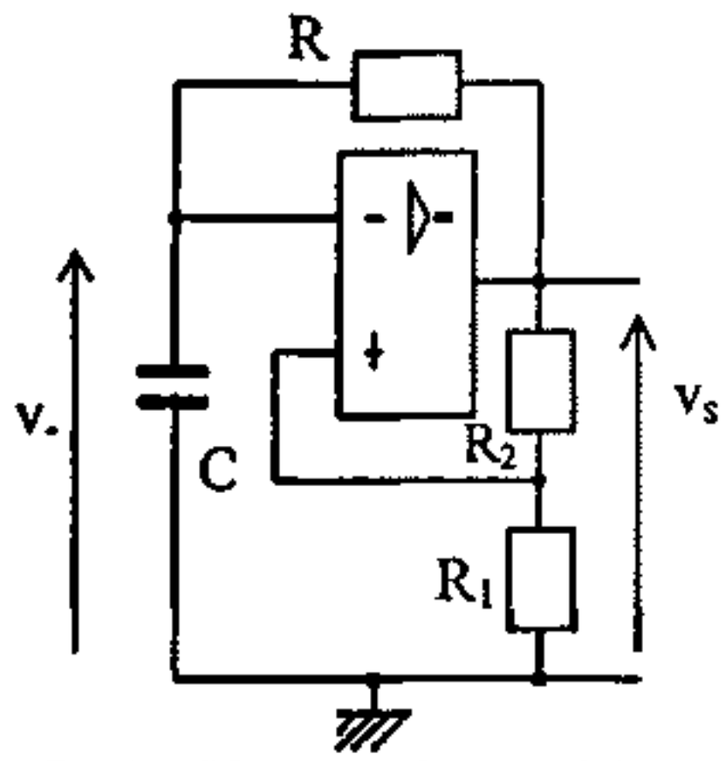


fig.1 - Un premier oscillateur

Ce montage est habituellement considéré comme un oscillateur à relaxation (cf. § 3) et on analyse son fonctionnement en le considérant comme l'association d'un « pseudo-intégrateur » R-C et d'un comparateur à hystérésis inverseur (fig.2).

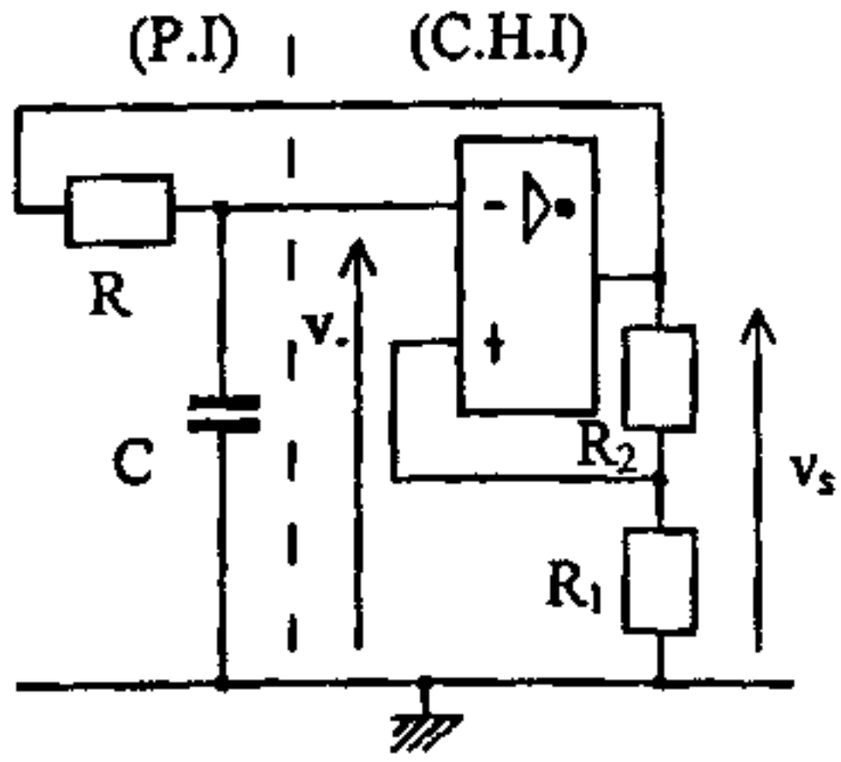


fig.2 - Une première analyse du montage

Il fournit un signal $v_s(t)$ rectangulaire, d'amplitude V_{sat}[1] et de période :

$$T = 2RC \ln(1 + 2\frac{R_1}{R_2}) \qquad \text{(VIII - 1)}$$

Valeurs des éléments :

$R = 10\ k\Omega$, $C = 0{,}1\ \mu F$, $R_2 = 100\ k\Omega$, $R_1 = 10\ k\Omega$; AO = TL081 .

On en déduit de la relation (VIII-1) : $T = 0{,}36$ ms ($f = 2{,}7$ kHz).

De manière générale : $v_s = v_- + RC\frac{dv_-}{dt}$. Avec les valeurs numériques précédentes, il est facile de vérifier que : $\left|RC\frac{dv_-}{dt}\right| >> |v_-|$ si bien que : v_s ($\approx RC\frac{dv_-}{dt}$) est proportionnelle à la dérivée de $v_-(t)$ ce que l'on vérifie bien sur les oscillogrammes de la fig.3 : $v_s(t)$ est rectangulaire et $v_-(t)$ triangulaire.

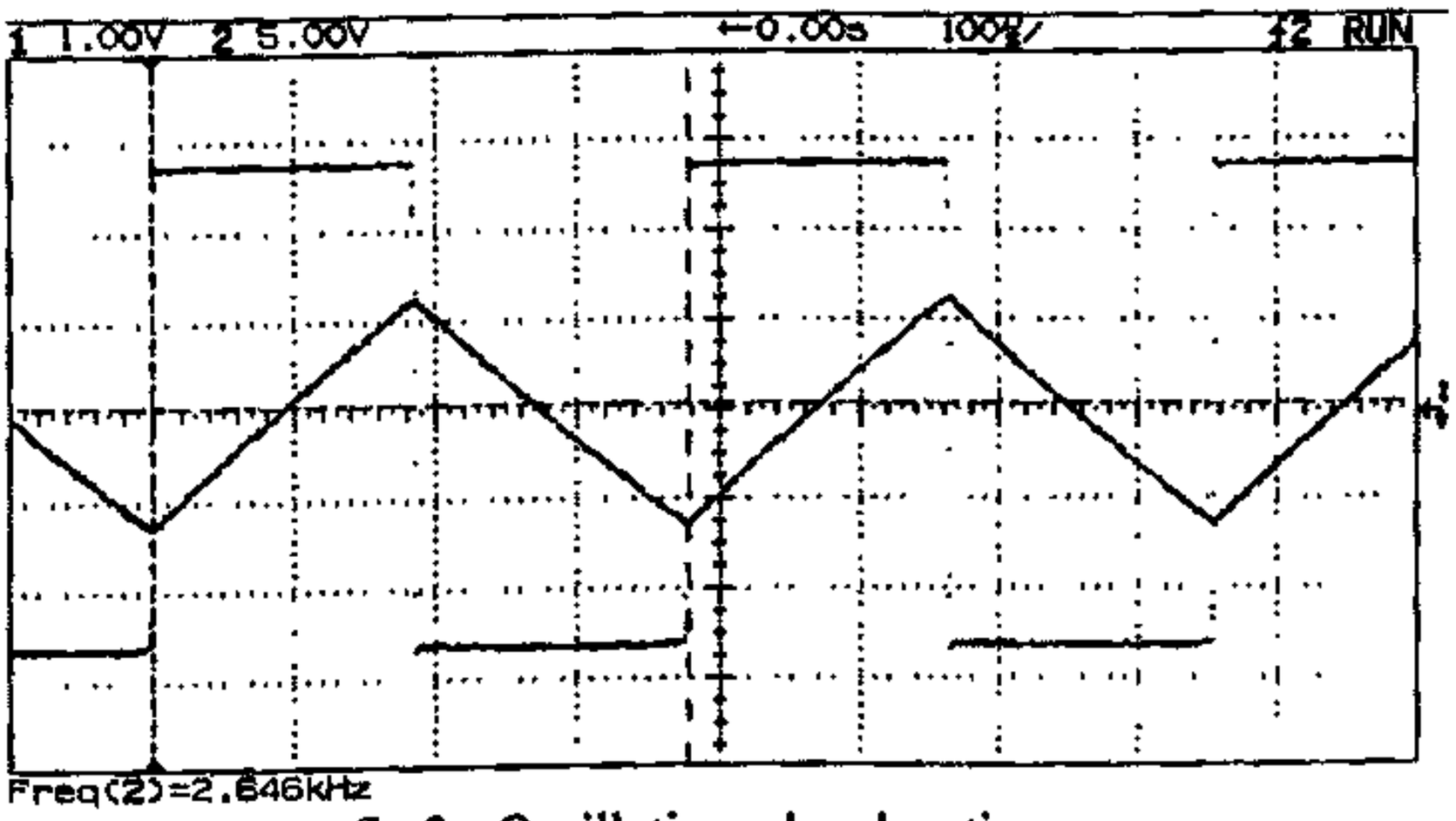


fig.3 - Oscillations de relaxation

[1] Pour simplifier on suppose opposées les tensions de saturation de l'AO.

Par ailleurs ces mêmes tensions permettent de tracer immédiatement la trajectoire de phase de l'oscillateur en passant en mode X-Y (fig.4).
Rappelons qu'il est classique de représenter l'état de l' oscillateur (du « second ordre ») par un point M, de coordonnées X = v. et Y = dv./dt (ou RCdv./dt), en mouvement dans le plan (X,Y) (« plan de phase »).

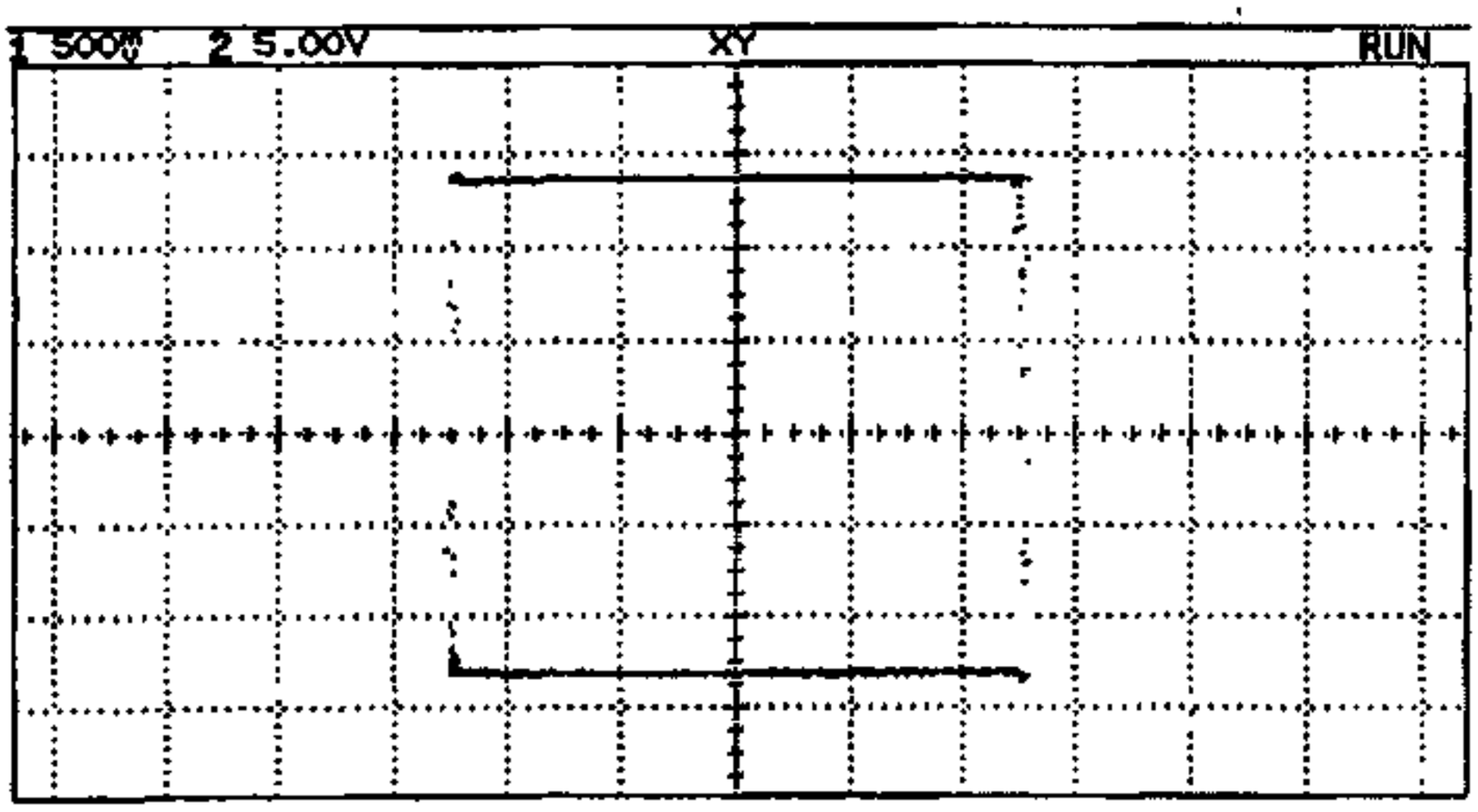


fig.4 - Diagramme de phase de l'oscillateur à relaxation

On voit apparaître des phases très différentes : phases lentes où v. varie de $-V_o$ à $+ V_o$ alors que v_s (et $\frac{dv_-}{dt}$) reste constante, et, phases rapides où v. est continue (cf. rôle du condensateur C) alors que v_s (et $\frac{dv_-}{dt}$) est pratiquement discontinue.

S'il est habituel d'en rester là, une autre analyse du montage est possible[2] .On peut le considérer comme l'association d'un filtre actif (F) et d' un pont diviseur de tension (D) selon le schéma de la fig.5 :

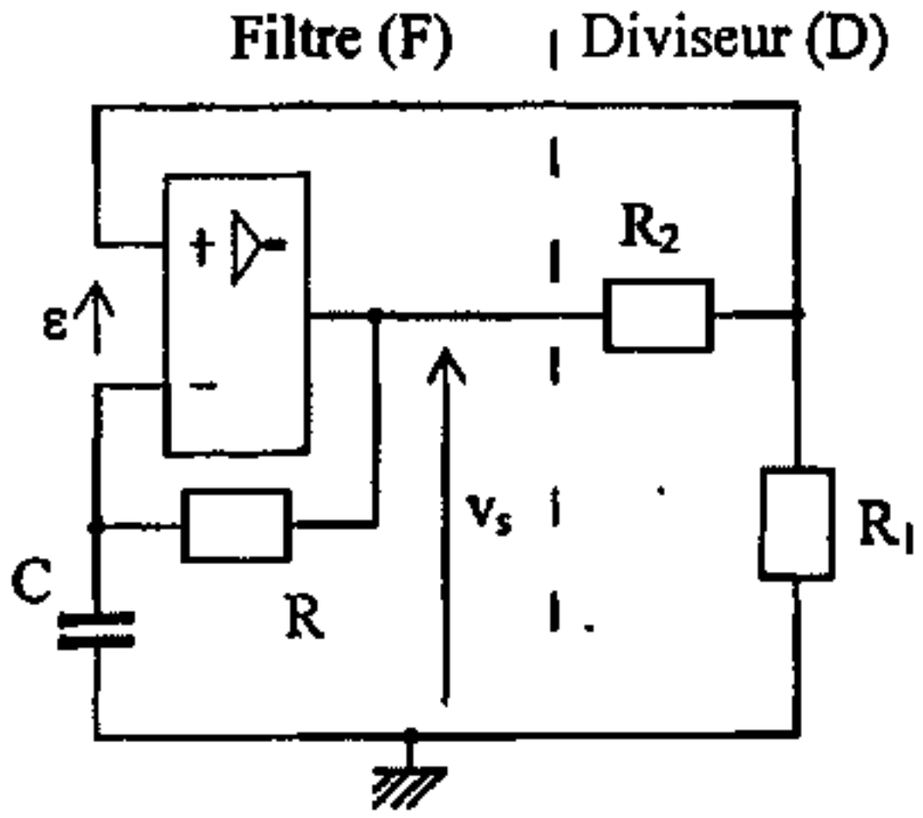


fig.5 - Une seconde analyse du montage

Si l'on modélise l'AO comme un système passe-bas du premier ordre (cf. Chap.IV § 5), le filtre (F) s'identifie à un système du second ordre et le système « bouclé » peut, éventuellement, être le siège d'une oscillation sinusoïdale !
Pour étudier cette possibilité il suffit d'établir l'équation différentielle satisfaite par $v_s(t)$, une analyse plus classique en terme de système bouclé est évidemment possible (cf § 2.2)
Dans cette modélisation de l'AO la relation entre $v_s(t)$ et $\varepsilon(t)$ est :

[2] Selon une idée originale de Monsieur J .P. FAROUX

$$\frac{dv_s}{dt} + \omega_a v_s = \mu_o \omega_a \varepsilon \qquad \text{(VIII-2)}$$

$$\text{Or :} \quad v_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s = \beta v_s, \qquad RC\frac{dv_-}{dt} + v_- = v_s, \quad \varepsilon = v_+ - v_- \qquad \text{(VIII-3)}$$

En dérivant une fois l'équation (VIII-2) puis en procédant par élimination, on établit facilement l'équation suivante où l'on a posé : $\omega_1 = 1/RC$ ($=10^3\ s^{-1}$).

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \left(\omega_1 + \omega_a(1 - \beta\mu_o)\right)\frac{dv_s}{dt} + \omega_1\omega_a\left(1 + \mu_o(1-\beta)\right)v_s = 0 \qquad \text{(VIII- 4)}$$

Selon cette équation il est à priori possible d'obtenir une oscillation sinusoïdale de pulsation ω dans les conditions suivantes :

$$\beta = \beta_c = \frac{\omega_a + \omega_1}{\omega_a \mu_o} \quad (\beta << 1) \qquad \text{(VIII - 5)}$$

$$\omega^2 = \omega_1\omega_a\left(1 + \mu_o(1-\beta)\right) \approx \omega_1\omega_a\mu_o \qquad \text{(VIII - 6)}$$

Dans ces expressions, on voit apparaître le produit gain-bande : $\omega_a\mu_o$ de l'A.O. qui est un paramètre assez bien déterminé ($\approx 2\pi.3.10^6\ s^{-1}$ pour un TL081) contrairement à l'amplification statique μ_o qui est plus fortement dispersée (ainsi que ω_a).
Pour une estimation précise nous prenons les valeurs mesurées pour l' échantillon utilisé (cf Chap IV § 5) soit : $\mu_o = 5{,}3.10^5$ et $\omega_a\mu_o = 2\pi.3{,}8.10^6\ s^{-1}$; d'où : $\omega_a = 2\pi.7{,}2\ s^{-1}$.
Il en résulte : $f = \omega/2\pi = 23{,}9$ kHz et $\beta_c = 4{,}4.10^{-5}$. R_2 étant fixée à 100 kΩ, la valeur critique de β_c correspond à la valeur $R_{1c} = 4{,}4\ \Omega$.
Expérimentalement, en ajustant R_1, on met bien en évidence des oscillations pratiquement sinusoïdales pour une très faible valeur de R_1. Les oscillations disparaissent lorsque R_1 est inférieure à la valeur critique R_{1c} ($\beta < \beta_c$) et deviennent de moins en moins sinusoïdales lorsque R_1 est supérieure à R_{1c} ($\beta > \beta_c$). Comme nous le préciserons dans la suite, l'amplitude des oscillations est fixée par un phénomène non linéaire (il s'agit ici de la saturation de l'AO).
L'oscillogramme de la fig.6a représente les tensions v_- et v_s qui sont sensiblement sinusoïdales et en quadrature (on est à la limite de la saturation négative)

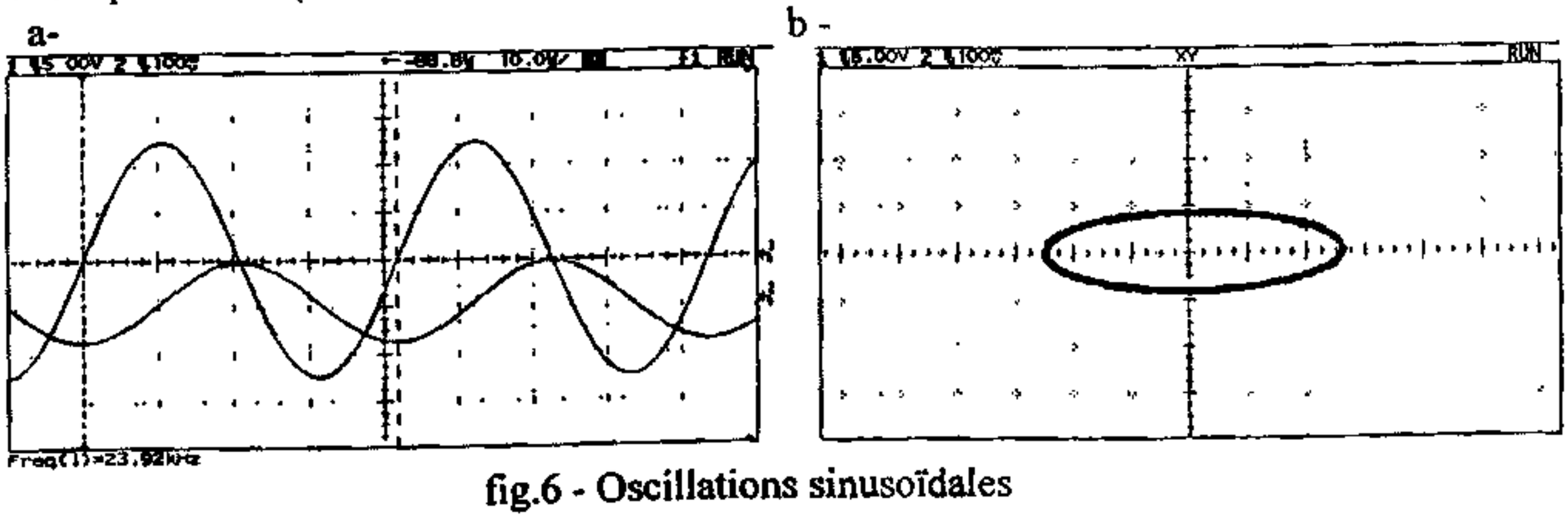


fig.6 - Oscillations sinusoïdales

Expérimentalement la fréquence des oscillations est très peu différente de la fréquence calculée (cf. fig.6). Par contre, la valeur critique de R_1 mesurée (de l'ordre de 4 Ω) est un peu inférieure à la valeur calculée ; l'accord est néanmoins très bon.
A noter enfin que pour obtenir des résultats expérimentaux corrects, il est indispensable d'utiliser un condensateur C de très bonne qualité, sinon la valeur de R_{1c} risque d'être bien plus élevée compte tenu des pertes dans le condensateur !
Enfin on peut dessiner la trajectoire de phase de l'oscillateur sinusoïdal (fig.6b) qui est évidemment elliptique.

2 - Oscillateurs sinusoïdaux

2.1 - Oscillateurs à résistance négative

Les oscillateurs à « résistance négative » sont sans doute les oscillateurs dont le principe est le plus simple. On sait qu'un circuit RLC (série par exemple) peut être le siège d'oscillations amorties dont l'amplitude décroît exponentiellement au cours du temps à cause des pertes d'énergie par effet Joule. Pour compenser ces pertes il suffit de disposer en série avec le circuit RLC un dipôle D qui, dans un certain domaine de tension et de courant, est assimilable à une « résistance négative » : $-R_n$.
L'amortissement des oscillations diminue lorsqu'on augmente R_n et pour : $R_n = R$ des oscillations sinusoïdales sont possibles à une pulsation ω_o fixée par les éléments L et C ($LC\omega_o^2 = 1$). Bien entendu la condition : $R_n = R$ est impossible à réaliser exactement, si bien que l'on prend R_n un peu supérieure à R. Aux faibles amplitudes où le modèle linéaire s'applique, on obtient des oscillations dont l'amplitude est croissante, et, la caractéristique du dipôle D (globalement non linéaire) doit être telle que l'on puisse avoir stabilisation de l'amplitude (et pas un « blocage du système par saturation par exemple).
Le schéma de principe d'un oscillateur à résistance négative est donc très simple (fig.7).

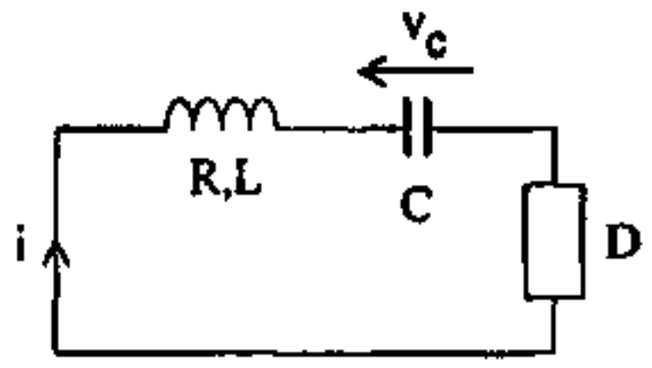


fig.7 - Principe d'un oscillateur à résistance négative

2.1.1 - Utilisation d'un Ampli.Op.

Des dipôles à résistance négative peuvent être simulés au moyen d'ampli. Op. Les deux montages classique, parfois appelés I.NIC et V.NIC[3] ,sont représentés sur les fig.8a et 8b.

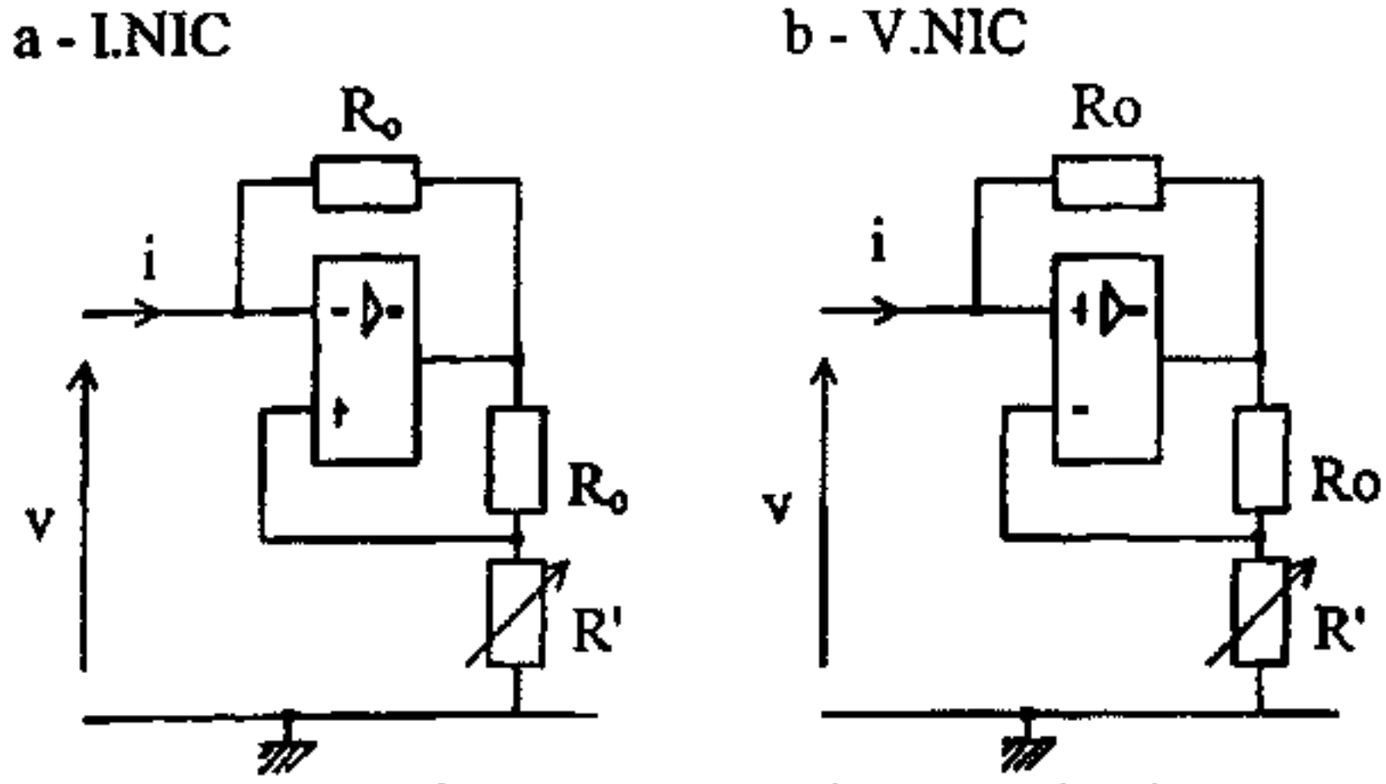


fig.8 - Simulation de résistance négatives

En admettant que l'AO est idéal, il est facile de déterminer les caractéristiques v(i) ou i(v) des dipôles précédents (fig.9) en supposant successivement le fonctionnement de l'A.O. : linéaire, à saturation positive, à saturation négative.

---

[3] NIC = negative impedance converter ou convertisseur d'impédance négative

Par exemple pour le dipôle (a) la caractéristique v(i) est formée des 3 branches suivantes :

- $v = - R_n i$ ($R_n = R'$), si $|i| < V_{sat}/(R_o+R')$ (VIII - 7)
- $v = R_o i + V_{sat}$, si $i < -V_{sat}/(R_o+R')$ (VIII - 8)
- $v = R_o i - V_{sat}$, si $i > V_{sat}(R_o+R')$ (VIII - 9)

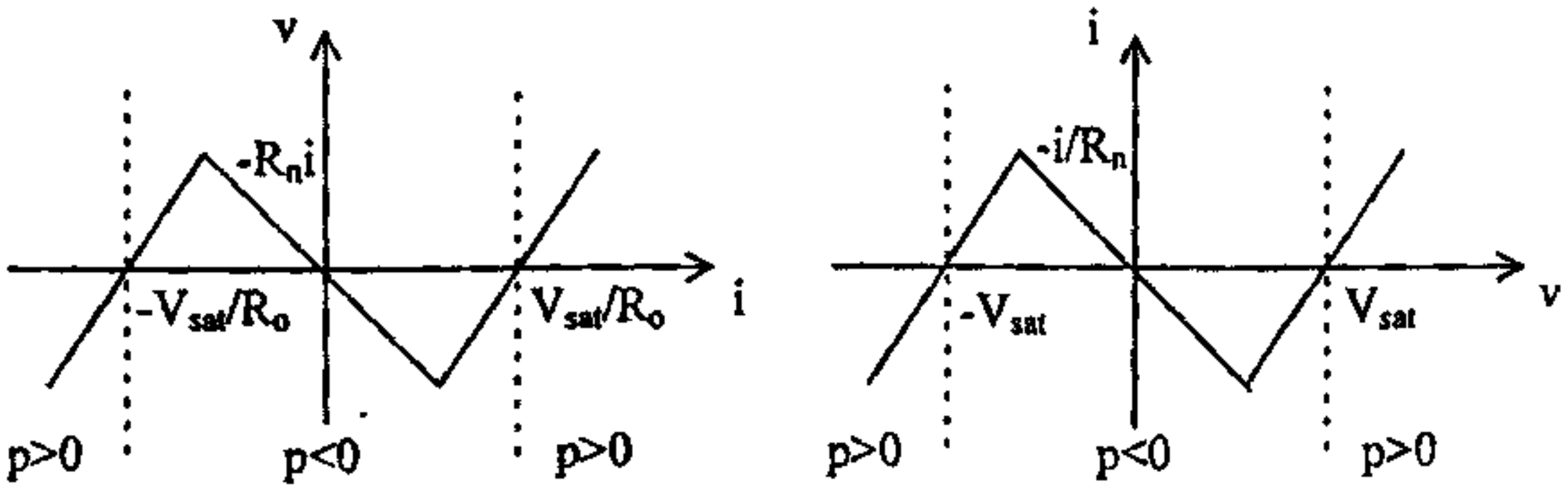


fig.9 - Caractéristiques des dipôles à résistance négative

Sur les deux caractéristiques on voit apparaître une branche à résistance négative telle que : v/i = - R_n où $R_n = R'$ (en rendant R' ajustable on peut faire varier R_n ; noter que R_n s'annule avec R').

Les montages précédents ne diffèrent que par la position des bornes + et - de l'A.O. ce qui a une incidence sur la stabilité des montages utilisant ces dipôles. En ce qui concerne les oscillateurs à résistance négative :

- pour un circuit RLC série on doit utiliser le montage 9-a
- pour un circuit RLC parallèle on doit utiliser le montage 9-b

Une étude complète nécessiterait la prise en compte des propriétés dynamiques de l'AO. Plus simplement on peut se limiter à un raisonnement qualitatif[4] qui sera présenté dans le cas du montage représenté fig.10 et qui utilise le dipôle 8a .

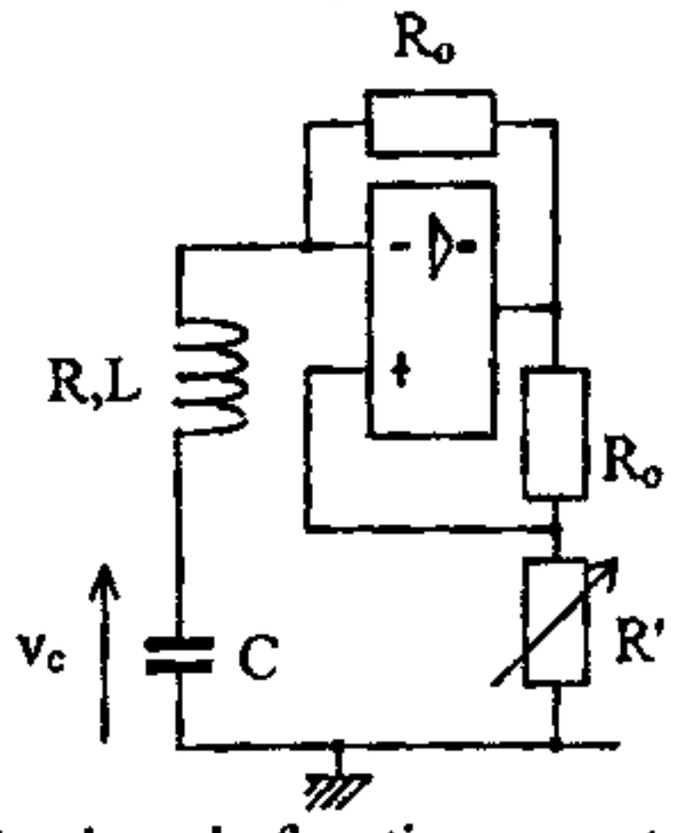


fig.10 - Analyse du fonctionnement de l'oscillateur

L'A.O. est soumis à la fois à une réaction positive de taux : $\beta_+ = R'/(R+R_o)$ et à une réaction négative de taux : $|\beta_-| = |\underline{Z}|/(|\underline{Z}|+R_o) = 1/(1+R_o/|\underline{Z}|)$ où $\underline{Z}$ est l'impédance complexe du circuit RLC. Si le circuit est réglé de manière « optimale » : $R_n = R' = R$ et $\omega = \omega_o = 1/\sqrt{LC}$. L'impédance $|\underline{Z}|$ est alors minimale ainsi que le taux de réaction négative : celui-ci va donc

[4] Selon une suggestion de Monsieur R.Moreau

augmenter et devenir supérieur au taux de réaction positive pour toute perturbation ce qui assure la stabilité du montage.

Par contre si on remplace le circuit série par un circuit parallèle, |Z| est maximale dans les conditions « optimales » ainsi que β_+ et le régime d'oscillation considéré est instable. On pourra vérifier que le système se « bloque » l'A.O. étant à saturation.

Un raisonnement analogue montre que l'on peut obtenir des oscillations sinusoïdales stables en utilisant un circuit parallèle et le montage 9-b.

Valeurs des éléments :

A.O. = TL081 ; R_o = 10 kΩ, R' = boîtes de résistances

Bobine à air : L = 0,1 H ; R = 35 Ω (A.O.I.P.) , C = 100 nF

En augmentant R' à partir de 0 on fait apparaître les oscillations pour une valeur minimale R'_c = 39 Ω ; la fréquence mesurée des oscillations est $f_{o,m}$ = 1,598 kHz , très peu différente de la valeur calculée : $f_{o,c} = = 1 / 2\pi\sqrt{LC}$ = 1,592 kHz.

On constate expérimentalement que R'_c est, systématiquement, supérieure à la valeur R de la résistance de la bobine donnée par le constructeur qui est mesurée (habituellement) en continu. Pour une bobine à air c'est l'effet de peau qui est la cause de l'augmentation de la résistance avec la fréquence. Pour une bobine multicouche l'étude théorique est difficile (cf. [1,2] et Chap.I § 2.4.2) et ne conduit pas à une expression analytique simple de R(ω). Néanmoins on utilise souvent des approximations polynomiales dont la plus simple est : $R(\omega) = R(0) + k\omega^2$.

Pour amplifier le phénomène il suffit de se placer à fréquence plus élevée. Pour cela on abaisse C à 10 nF, on obtient alors : R'_c = 66 Ω et $f_{o,m}$ = 5,036 kHz, à comparer à $f_{o,c}$ = 5,033 kHz.

Il faut par contre éviter de trop augmenter la fréquence car il faut alors tenir compte des effets capacitifs entre spires dans la bobine (Chap.I § 2.4.2). De manière simplifiée on se contente souvent de les modéliser par une capacité en parallèle sur l'association série L,R. En étudiant la résonance parallèle de la bobine sur sa capacité propre, on a estimé la fréquence de résonance $f_{r,p}$ = 65 kHz et la capacité propre de la bobine C_p = 60 pF. (pratiquement une telle bobine n'est utilisable qu'en dessous de 10 kHz).

Remarque expérimentale :

Il est classique de considérer comme signal de sortie de l'oscillateur la tension v_c aux bornes du condensateur (fig.10) et de le relier à l'oscilloscope au moyen d'un câble coaxial. Il faut se souvenir que l'on dispose ainsi en parallèle sur C une impédance équivalente au circuit parallèle R_e,C_e où R_e = 1MΩ est la résistance d'entrée de l'oscilloscope et $C_e \approx$ 120 pF est la capacité totale due au câble et à l'oscillo. (Chap.II § 1.2.2).

La capacité C_e s'ajoute simplement à C ce qui modifie la fréquence d'oscillation. Pour examiner l'influence de R_e utilisons l'équivalence entre circuits R-C parallèle et série (fig.11) :

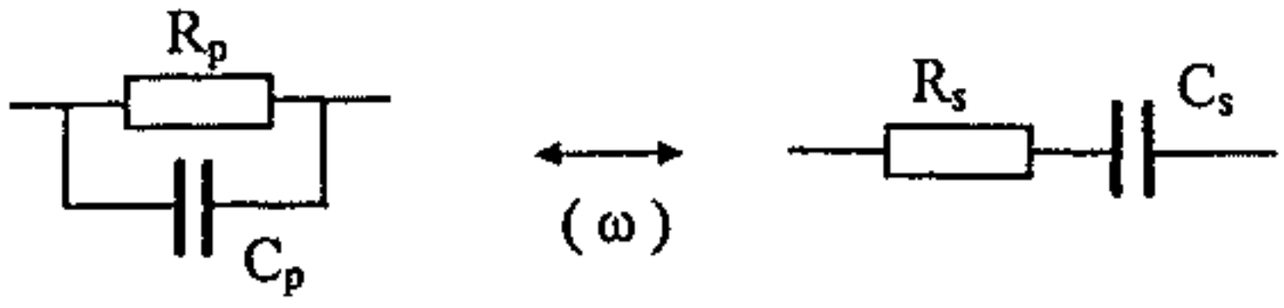


fig.11 - Equivalence des circuits R-C parallèle et série

Si : $R_pC_p\omega >> 1$ on a sensiblement : $C_s \approx C_p$, $R_s \approx \frac{1}{R_pC_p^2\omega^2}$ (VIII - 10)

Dans le circuit considéré où $LC\omega_o^2 = 1$, la résistance série équivalente est : $R_s \approx L/R_pC$, soit environ 10 Ω qui s'ajoutent à la résistance de la bobine !
Pour éviter cette erreur systématique, on détectera l'établissement des oscillations à la sortie de l'AO (si on tient à utiliser v_c il faut ajouter un suiveur de tension).

Ce montage (ref [3]) se prête particulièrement bien à l'observation de la phase d'établissement des oscillations, régime transitoire qui précède le régime permanent sinusoïdal auto-entretenu. Il permet aussi d'accéder à la trajectoire de phase de l'oscillateur par adjonction d'un convertisseur courant → tension (fig.12).

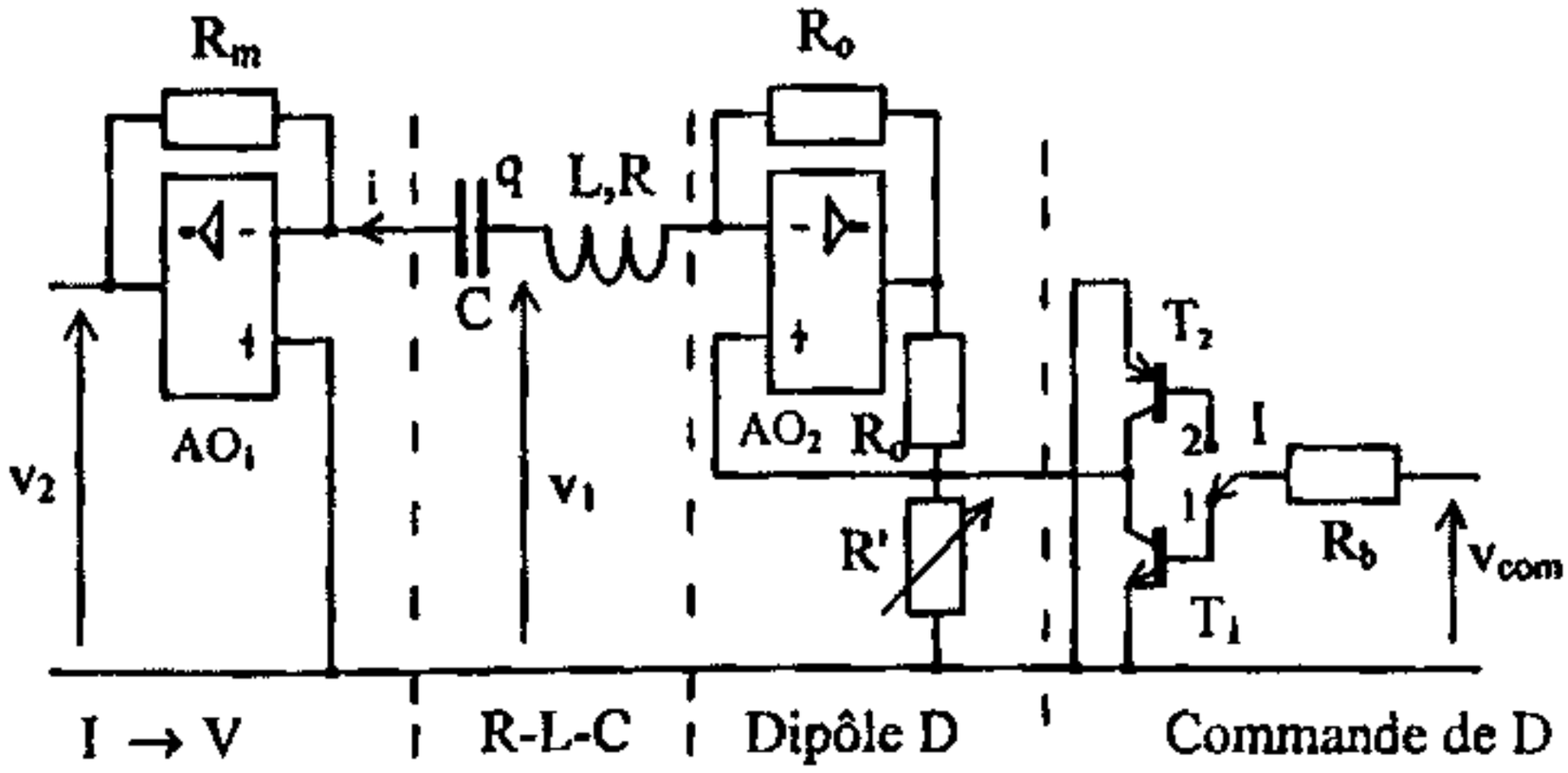


fig.12 - Oscillateur à résistance négative modifié

Pour observer commodément les phénomènes avec un oscilloscope classique (non numérique), on rend périodique[5] le fonctionnement de la « résistance négative » en plaçant un interrupteur en parallèle sur R'. Cet « interrupteur » est en fait un transistor T, fonctionnant en commutation, qui est commandé par une tension rectangulaire $v_{com}(t)$ délivrée par un G.B.F.
La résistance négative est en jeu lorsque T est bloqué et elle est annulée lorsque T est saturé. Si T est un NPN (un PNP) la résistance négative est en jeu lorsque $v_{com} < 0$ ($v_{com} > 0$) et elle est annulée lorsque $v_{com} > 0$ ($v_{com} < 0$). Grâce à l'inverseur I, on peut choisir le transistor de commande : T_1 ou T_2 ; nous verrons l'intérêt de cette possibilité par la suite.

Valeurs des éléments :

$AO_1 = AO_2 = TL081$; $T_1 = 2N\ 2219$; $T_2 = 2N\ 2905$
$R_m = 1\ k\Omega$, $R_o = 10\ k\Omega$, R' = boîtes de résistance
$C = 100\ nF$
Bobine : $L = 10\ mH$, $R = 75\ \Omega$ (petite bobine moulée)

On a utilisé une bobine de moins bonne « qualité » que précédemment pour que l'amortissement des oscillations soit suffisamment rapide, ce qui facilite la visualisation des différents régimes.

[5] Bien entendu un oscilloscope numérique ou une carte d'acquisition permettent très facilement d'observer ces phénomènes.

La tension de commande $v_{com}(t)$ a une amplitude de l'ordre de 2,5 V et une fréquence très inférieure à celle des oscillations, de l'ordre de 100 Hz par exemple.
L'inverseur étant en position 2 et R' réglée à valeur notablement supérieure à $R(\omega)$ on a enregistré la tension v_1 et le signal de commande v_{com} qui servira aussi à la synchronisation de l'oscillo (fig.13).

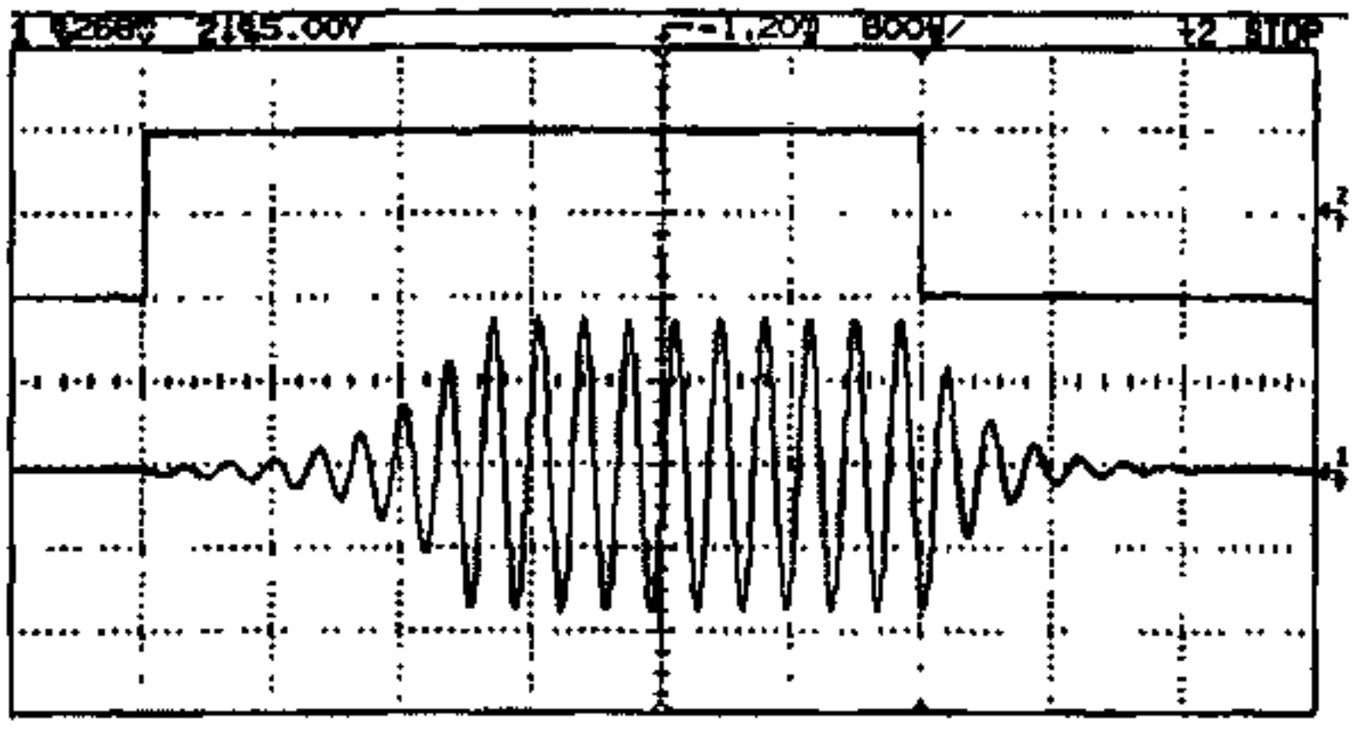


fig.13 - Evolution de la charge q(t)

- Lorsque v_{com} est positif, D est en jeu : dans une première phase on observe des oscillations d'amplitude croissante (il est très important de remarquer que l'état d'équilibre du système : $q = 0$, $dq/dt = 0$ est alors instable, si bien que la moindre perturbation est amplifiée ce qui assure le démarrage de l'oscillateur). Cette phase est suivie du régime permanent d'oscillations auto-entretenues.
- Lorsque v_{com} est négatif, D est équivalent à un court-circuit et on observe les oscillations amorties du circuit RLC jusqu'à une valeur nulle de la charge (dans ce cas l'état d'équilibre (0,0) est stable)

On a aussi enregistré simultanément v_1 et v_2 ; il est alors commode d'utiliser la synchronisation extérieure au moyen du signal v_{com} .Grâce à la base de temps retardée de l'oscilloscope on a fait un « zoom » sur une partie du régime permanent auto-entretenu (fig.14). On notera que la courbe représentative de la charge (v_1) est bien plus sinusoïdale que celle représentant l'intensité (v_2) ; ceci s'interprète facilement en terme d'analyse de Fourrier.

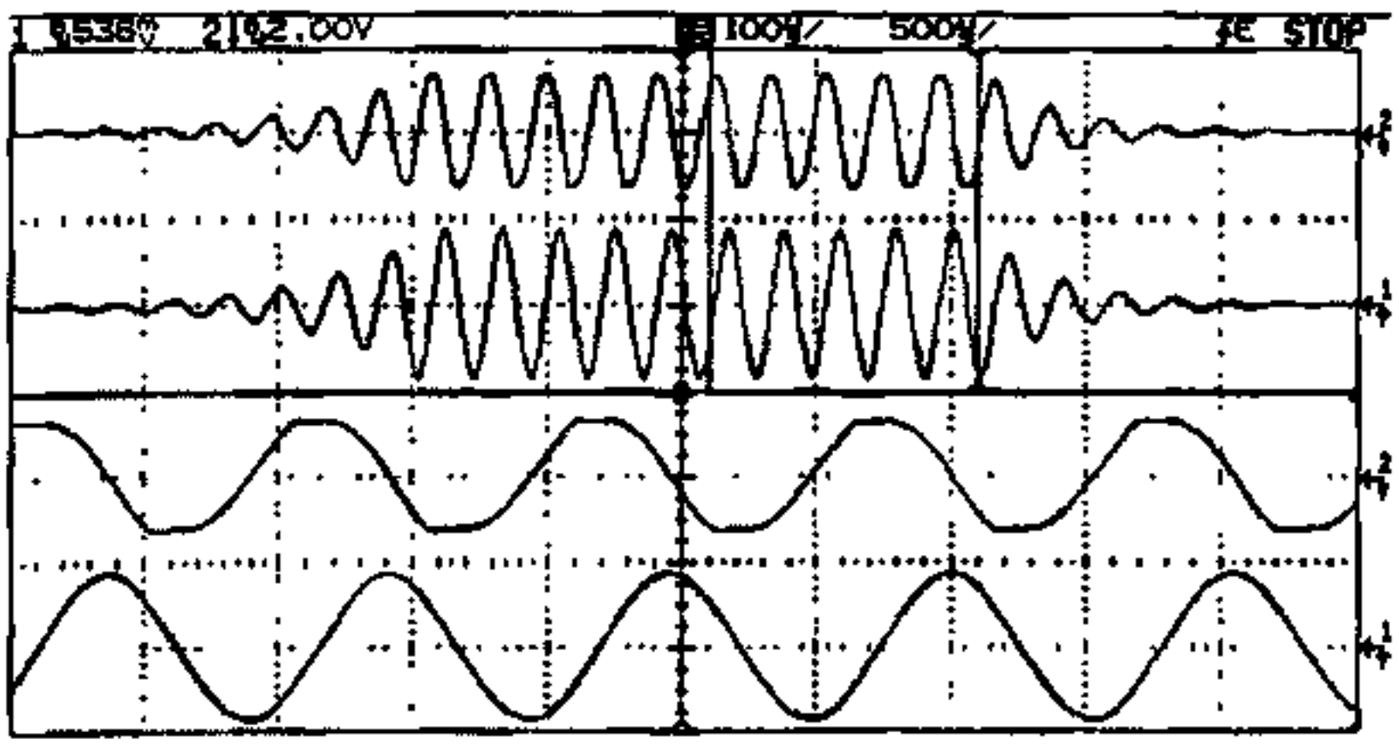


fig.14 - Evolutions de la charge q(t) et de l'intensité i(t)

On peut enfin faire apparaître le diagramme de phase en passant en mode X-Y (v_1 en X et v_2 en Y). Néanmoins si l'on ne prend pas des précautions le diagramme obtenu est

« embrouillé » car il comprend : le **cycle limite** associé à l'oscillation auto-entretenue et les deux **spirales** correspondant respectivement à la phase d'amorçage et aux oscillations amorties.
Pour rendre le diagramme plus lisible, on utilise la modulation en intensité de l'oscilloscope. Pour cela le signal de commande v_{com} est aussi relié à l'entrée Z de l'oscilloscope ce qui permet, selon la position de l'inverseur I, de ne faire apparaître que la spirale « croissante » et le « cycle-limite » (fig.15a) ou que la spirale « décroissante » (fig.15b)
Ces enregistrements illustrent bien la nature de la position d'équilibre (0,0) qui est, respectivement instable et stable (foyer instable ou foyer stable dans la terminologie mathématique).

a - Spirale « croissante » et cycle limite b - Spirale décroissante

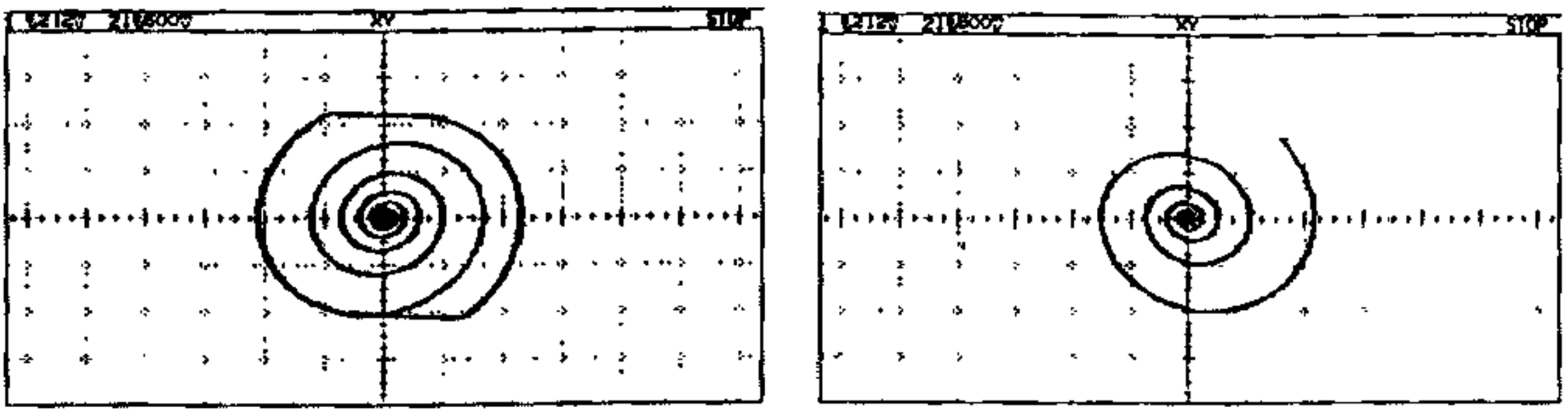


fig.15 - Diagrammes de phase de l'oscillateur à résistance négative

2.1.2 - Oscillateur de Van der Pol

C'est le plus « célèbre » des oscillateurs auto-entretenus. Il permet de bien comprendre le principe du fonctionnement et en particulier le rôle de la non linéarité dans la détermination de l'amplitude.
Reprenons le circuit RLC série, les oscillations amorties de la tension v_c aux bornes du condensateur sont solutions de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + 2\lambda\frac{dv_c}{dt} + \omega_o^2 v_c = 0 \qquad \text{(VIII - 11)}$$

$$\text{avec :} \qquad \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \quad ; \quad \lambda = \frac{R}{2L} \qquad \text{(VIII - 12)}$$

Pour passer à des oscillations auto-entretenues, il faut fournir de l'énergie au circuit grâce à une action extérieure qui correspond à un second membre dans (VIII-11). Cette action doit d'une part s'opposer au terme d'amortissement et d'autre part permettre de fixer l'amplitude des oscillations.

La forme retenue par Van der Pol est en : $2\lambda'(1-\frac{v_c^2}{U_o^2})\frac{dv_c}{dt}$, d'où la nouvelle équation :

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + 2\left(\lambda - \lambda'(1-\frac{v_c^2}{U_o^2})\right)\frac{dv_c}{dt} + \omega_o^2 v_c = 0 \qquad \text{(VIII - 13)}$$

Par des transformations élémentaires cette équation peut s'écrire sous la forme plus classique suivante :

$$\frac{d^2x}{dt} + \mu(x^2-1)\frac{dx}{dt} + \omega_o^2 x = 0 \qquad \text{(VIII - 14)}$$

- La signification physique de cette équation est la suivante :

■ Aux faibles valeurs de $|v_c|$ ($|v_c| << U_o$) l'équation (13) peut être approchée par l'équation linéaire : $\frac{d^2v_c}{dt^2} + 2(\lambda - \lambda')\frac{dv_c}{dt} + \omega_o^2 v_c = 0$. Si $\lambda' > \lambda$ l'effet d'anti-amortissement l'emporte sur l'amortissement d'où des oscillations d'amplitude croissante (cf. § 2.1.1. et fig.13)

■ Aux fortes valeurs de $|v_c|$ le terme non linéaire devient prépondérant et l'effet d'amortissement l'emporte sur l'effet d'anti-amortissement, ce qui limite la croissance de l'amplitude.

■ On conçoit intuitivement la possibilité d'existence d'un régime permanent d'oscillations périodiques dont l'amplitude est fixée à une valeur telle qu'il y ait juste « compensation » entre l'énergie dissipée et l'apport extérieur d'énergie (ceci peut être justifié mathématiquement).

Lorsque $\lambda' - \lambda$ n'est pas très supérieur à ω_o, l'oscillation est pratiquement sinusoïdale et son amplitude A est approximativement (cf. référence [4]) :

$$A = 2U_o\sqrt{\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda'}} = 2U_o\sqrt{\frac{R'-R}{R'}} \qquad \text{(VIII -15)}$$

A noter que si $\lambda << \lambda'$: $A \approx 2\,U_o$.

On peut aussi déterminer approximativement (cf. [4]) de manière approchée la pulsation ω des oscillations de période T ($\omega = 2\pi/T$) :

$$\omega = \omega_o\left(1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda'-\lambda}{\omega_o}\right)^2\right) \qquad \text{(VIII -16)}$$

Le schéma de l'oscillateur (fig.16) reprend l'analyse théorique précédente : on part d'un circuit RLC en série avec une résistance négative - R' et on élabore le terme non linéaire en $v_c^2\frac{dv_c}{dt}$ grâce à deux multiplieurs analogiques (tq : z = k xy où k est en V^{-1}) (cf ref [5]).

Les deux AO, d'amplifications respectives A_1 et A_2, permettent de fixer U_o à une valeur convenable sans qu'il y ait saturation des 3 A.O. (l'absence de saturation de AO_o rend le fonctionnement très différent du montage étudié au § 2.1.1.).

L'association du circuit RLC et de la résistance négative -R' est alimentée par AO_2 d'où :

$$LC\frac{d^2v_c}{dt^2} + (R - R')C\frac{dv_c}{dt} + v_c = v_2 \qquad \text{(VIII -17)}$$

avec : $v_2 = -A_2k^2A_1^2v_c^2R'i$ et $i = dq/dt = Cdv_c/dt$, on obtient :

$$\frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{1}{L}\left(R - R'(1 - k^2A_1^2A_2v_c^2)\right)\frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{LC}v_c = 0 \qquad \text{(VIII - 18)}$$

d'où :

$$\lambda = \frac{R}{2L},\quad \lambda' = \frac{R'}{2L},\quad \omega_o^2 = \frac{1}{LC},\quad U_o = \frac{1}{kA_1\sqrt{A_2}} \qquad \text{(VIII -19)}$$

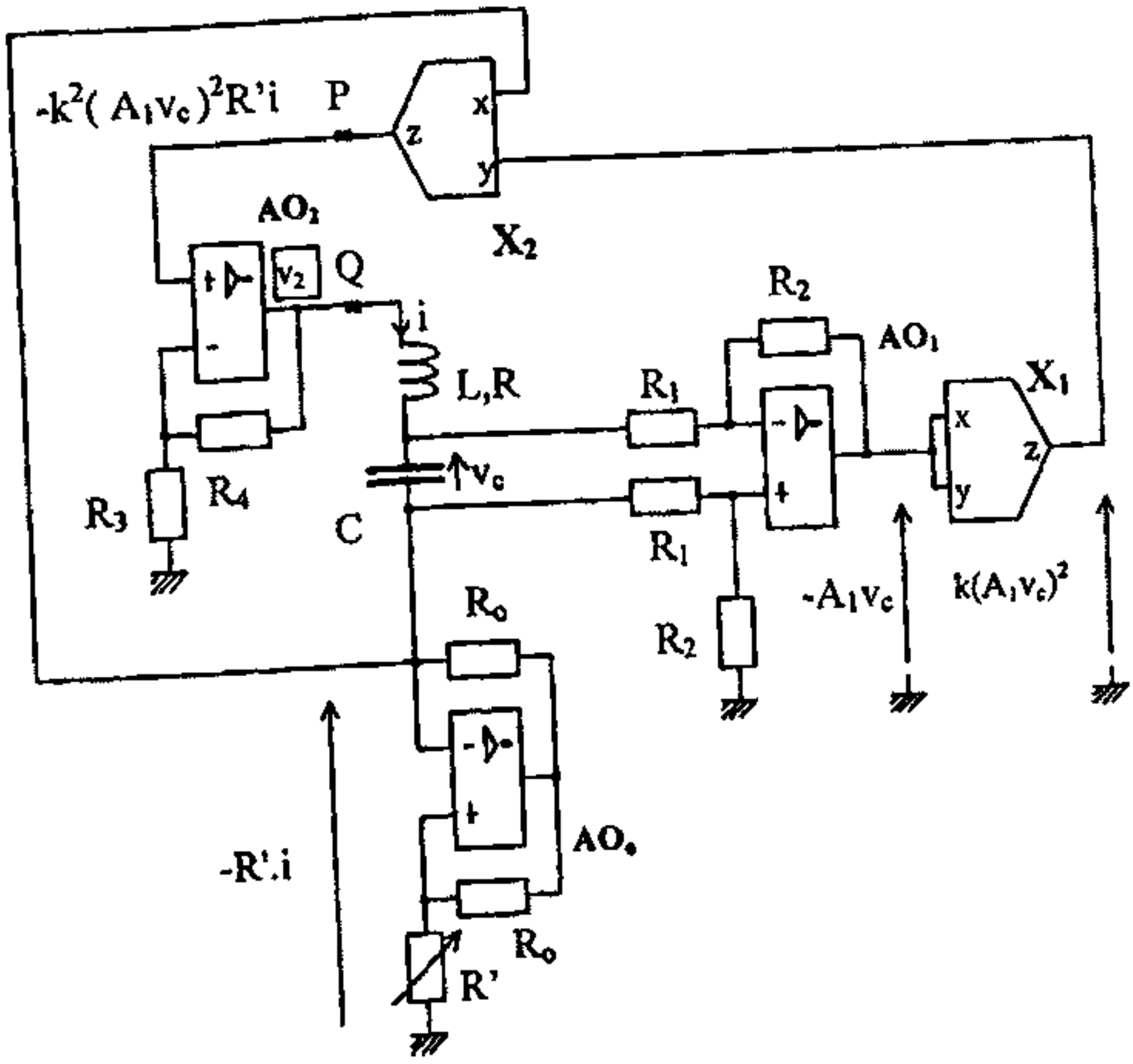


fig.16 - Oscillateur de Van der Pol

Valeurs des éléments :

$AO_o = AO_1 = AO_2 = TL081$; $X = AD\ 633$ ($k = 0{,}1\ V^{-1}$)
$R_o = 1\ k\Omega$, R' = résistances ajustables de 0 à 2 kΩ
$R_1 = 100\ k\Omega$, $R_2 = 1\ M\Omega$ d'où $A_1 = 10$
$R_3 = 10\ k\Omega$, $R_4 = 40\ k\Omega$ d'où $A_2 = 5$
Bobine : L = 0,1 H, R = 40 Ω (à 1000 Hz), C = 0,22 μF

On déduit : $f_{oc} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1{,}073\ kHz$; $U_o = 0{,}447\ V$

Le montage permet d'accéder facilement à la charge q (par $v_1 = -A_1q/C$) et à sa dérivée dq/dt = i (par $v_{R'} = -R'i$), ce qui permet de tracer facilement les diagrammes de phase.

a) Fixons R' = 100 Ω .La résistance négative n'est pas très importante et les oscillations sont quasi sinusoïdales (fig.17) et comme précédemment, c'est la charge q qui est plus proche d'une sinusoïde. La trajectoire de phase est très voisine d'une ellipse.

Les mesures donnent la fréquence $f_m = 1{,}080$ kHz, et l'amplitude de v_c : $A_m = 13{,}44/2A_t =$ 0,672 V en bon accord avec les valeurs calculées qui sont : $f_c \approx f_{oc} = 1{,}08$ kHz et $A_c = 0{,}692$ V.

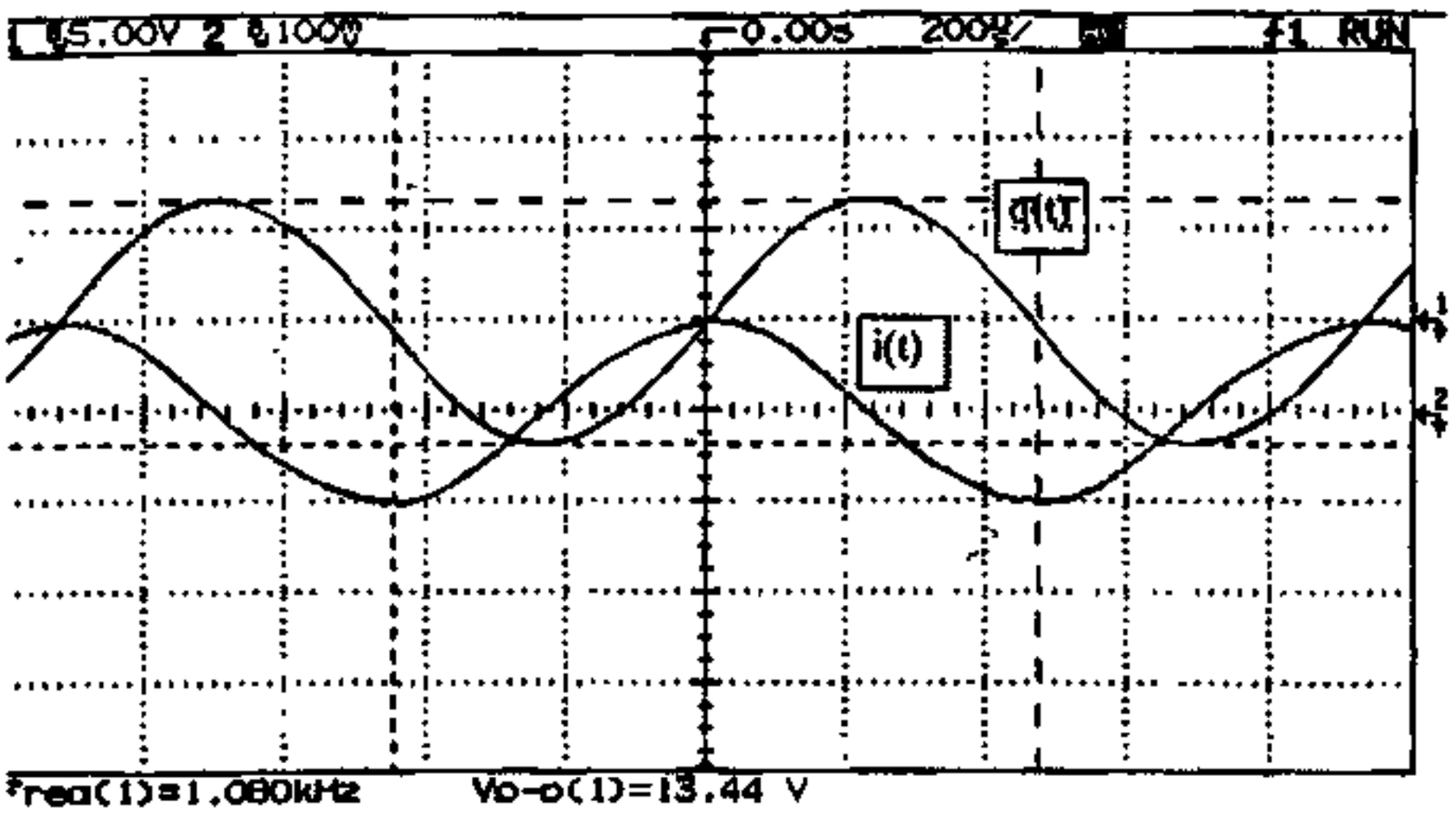


fig.17 - Evolutions de la charge et de l'intensité (R' = 100 Ω)

Plutôt que d'assurer le contrôle de l'amplitude par la valeur instantanée $v_c(t)$ on peut assurer ce contrôle par la valeur efficace $\sqrt{< v_c^2 >}$. Il en résulte une diminution de l'amplitude des oscillations mais aussi une amélioration très importante de la pureté spectrale (la distorsion du signal est due au terme : $v_c^2 \frac{dv_c}{dt}$ de l'équation (VIII -18) qui est générateur d'harmonique 3).

Pour observer ce phénomène il suffit d'intercaler entre X_1 et X_2 un filtre passe-bas (un simple filtre RC convient avec, par exemple, R_F = 10 kΩ et C_F = 1 μF) . Les figures 18.a et 18.b montrent l'allure de l'intensité i (test plus sensible que q) et de son spectre sans et avec le filtre (avec le filtre l'harmonique 3 a pratiquement disparu).

a - Sans filtre : action de $(v_c)^2$ b- Avec filtre : action de $< (v_c)^2 >$

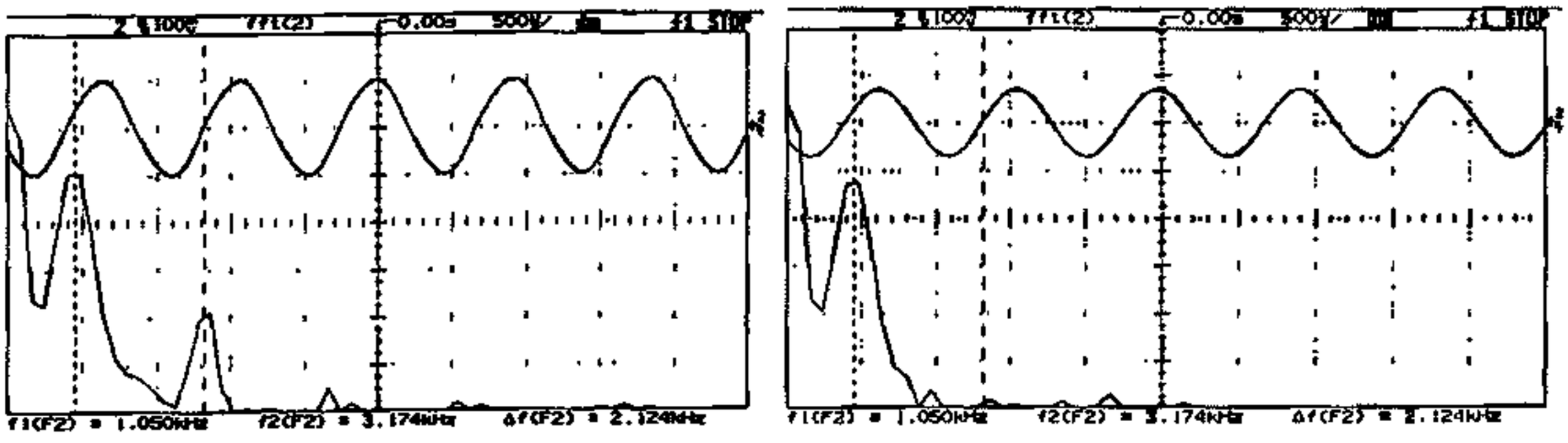


fig.18 - Intensité i(t) et spectre correspondant (R' = 100 Ω)

b) Fixons R' = 2 kΩ. La résistance négative est ici très importante et les signaux (fig.19a) très éloignés de sinusoïdes (on retrouve l'idée du passage continu de l'oscillateur sinusoïdal à l'oscillateur à relaxation). Noter aussi l'augmentation de l'amplitude qui devient voisine de $2U_o$ = 0,9 volt.

Par ailleurs le montage permet de tracer facilement la trajectoire de phase correspondant à l'établissement des oscillations. Avec un oscilloscope numérique il suffit de disposer un interrupteur mécanique K (de bonne qualité !) en parallèle sur R'. Lorsqu'il est fermé, la résistance négative est annulée et le système est au repos. A l'ouverture de K, il y a démarrage des oscillations car le point d'équilibre (0,0) est instable,puis croissance de l'amplitude

jusqu'au cycle limite (fig.19b). Ce cycle est évidemment très différent de l'ellipse précédente. Il est tout à fait analogue à celui que l'on peut obtenir par intégration numérique de l'équation (VIII-14) au moyen de logiciels tels que Maple ou Mathematica.[6]

a - Aspect temporel

b - diagramme de phase

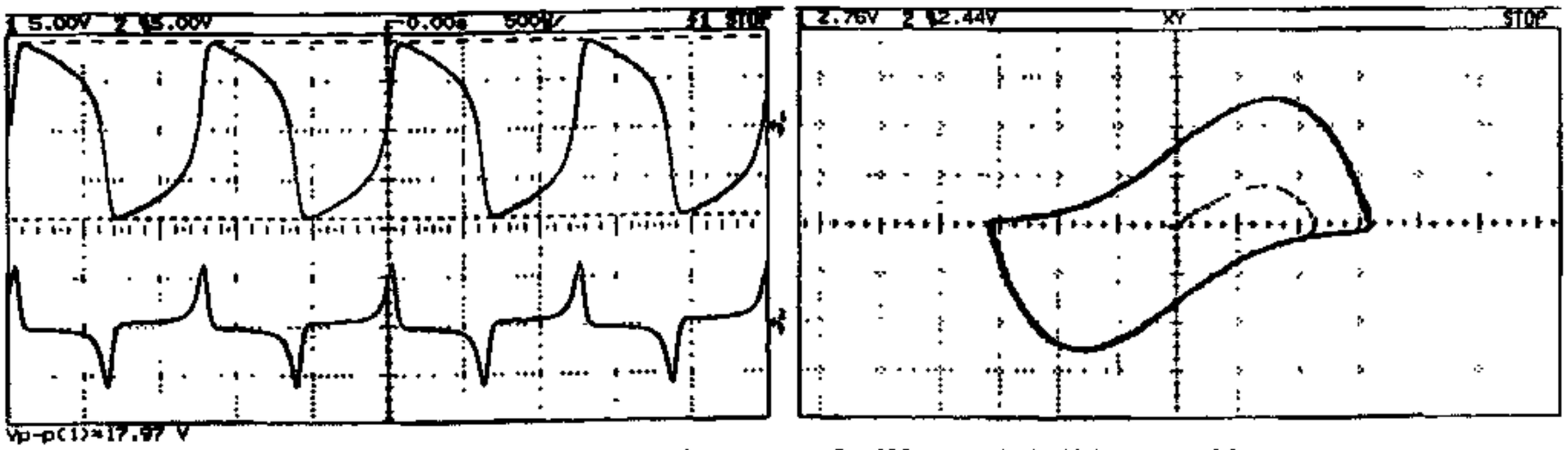


fig.19 - Evolutions de la charge et de l'intensité (R' = 2 kΩ)

Remarque : une éventuelle oscillation parasite haute fréquence pourra être éliminée en disposant une faible capacité (ex 1nF) en parallèle sur R_o au niveau de AO_o (entre sortie et entrée inverseuse).

Ce montage permet aussi d' étudier les oscillations forcées d'un oscillateur auto-entretenu de Van der Pol, ce qui revient à ajouter un terme sinusoïdal, de pulsation Ω, au second membre de l'équation de Van der Pol (VIII-18,13 ou 14).

Pratiquement il suffit de transformer $A.O._2$ en sommateur (fig. 20) :

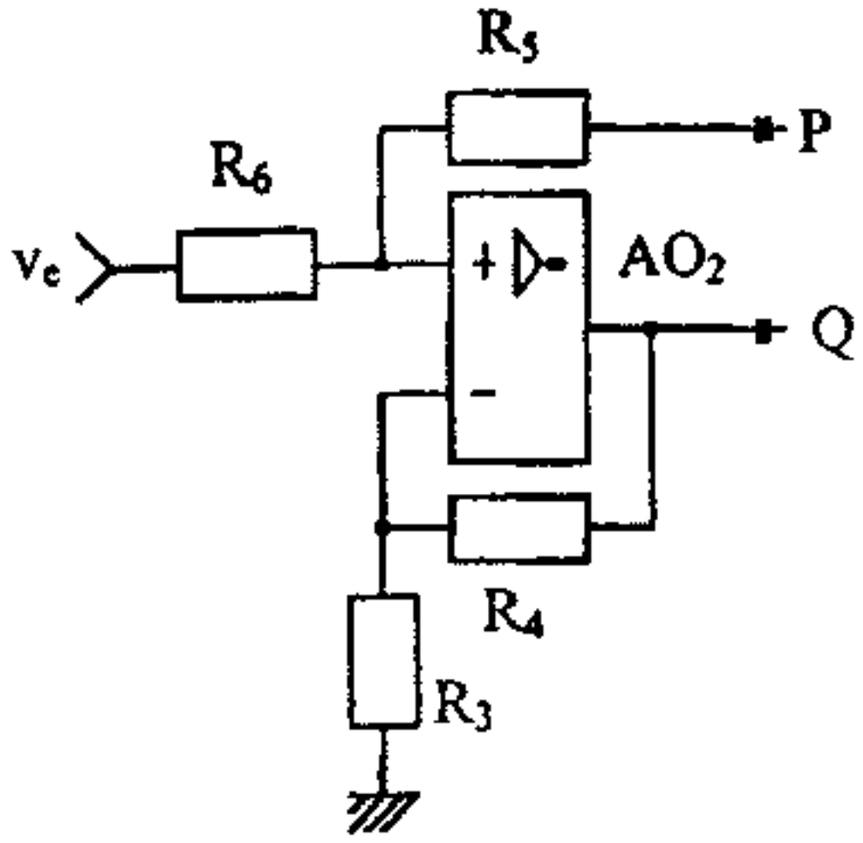


fig.20 - Introduction d'un sommateur

En prenant $R_6 >> R_5$ (par exemple : R_5 = 1 kΩ, R_6 = 100 kΩ), le premier membre de l'équation (VIII-18) est pratiquement inchangé et le second membre est pratiquement égal à :

$$\frac{A_2}{LC}\frac{R_5}{R_6}v_e \approx \frac{1}{LC}\frac{v_e}{20} \approx \frac{1}{LC}\frac{V_e}{20}\cos\Omega t \qquad \text{(VIII - 20)}$$

Ce montage permet d'étudier en particulier l'**entraînement** de fréquence : dans certaines conditions l'oscillateur (où l'on a choisi : R' = 100 Ω), va osciller à la pulsation Ω du signal extérieur. Sans rentrer dans tous les détails, on peut vérifier les propriétés suivantes (en accord avec la théorie , cf. [4])

---

[6] Le logiciel Synchronie permet aussi de tels calculs.

- Pour une faible amplitude de la tension (V_e = 0,5 V), il y a entraînement dans l'intervalle de fréquence : 1059-1099 Hz , l'amplitude de l'oscillation étant pratiquement constante, maximale pour $N_e = N_o$ = 1080 Hz (voisine de 0,8 V)
- Pour une amplitude plus élevée (V_e = 5 V), il y entraînement dans un intervalle bien plus large : 763-1323 Hz , l'amplitude de l'oscillation variant notablement (de 0,5 à 1,25 V).
- En dehors de la plage d'entraînement on peut observer des phénomènes dont l'apparence est voisine de celle de battements.

2.2 - Oscillateurs à réaction

La description des oscillateurs sinusoïdaux s'effectue, en général, dans le cadre des systèmes bouclés à réaction positive. Il est intéressant de montrer que les oscillateurs à résistance négative précédents rentrent dans ce cadre.

2.2.1 - Condition d'oscillation (Barkhausen)

Commençons par analyser, d'une autre manière, le fonctionnement de l'oscillateur à résistance négative décrit au § 2.1.1. et dont le schéma est rappelé fig.21.

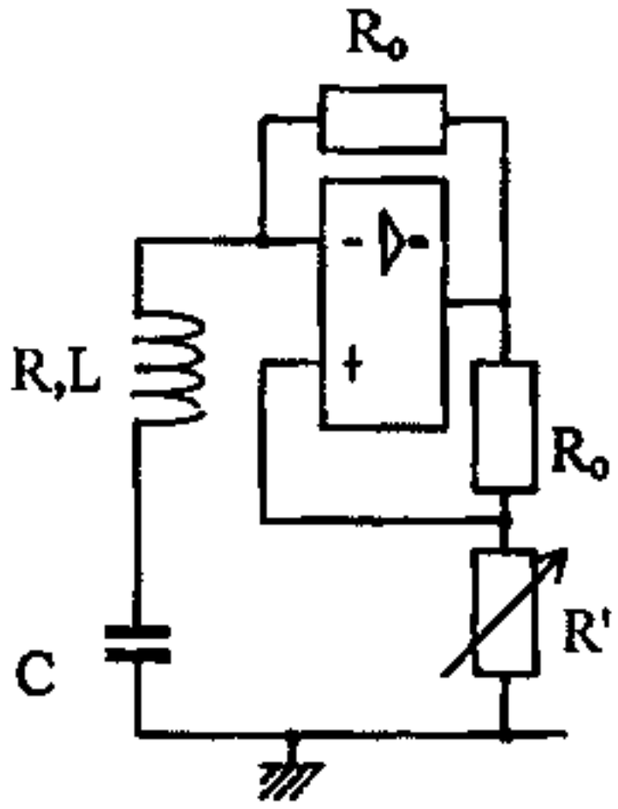
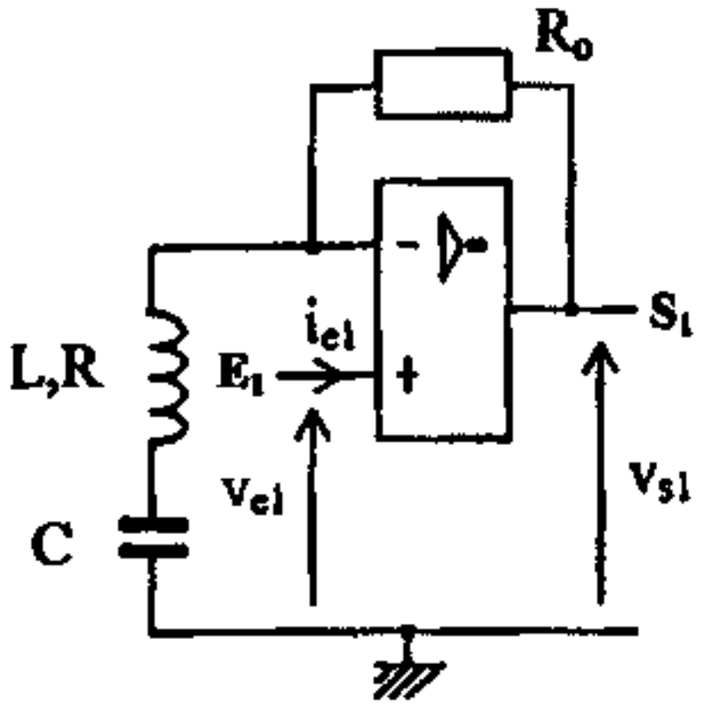


fig.21 - Oscillateur à résistance négative

Ce montage peut être considéré comme l'association de deux quadripôles : « chaîne directe » (fig.22a) et « chaîne de retour » (fig.22b) ; l'entrée de chacun d'eux est reliée à la sortie de l'autre (E_2 à S_1 et E_1 à S_2).

a - Quadripôle (D)



b - Quadripôle (R)

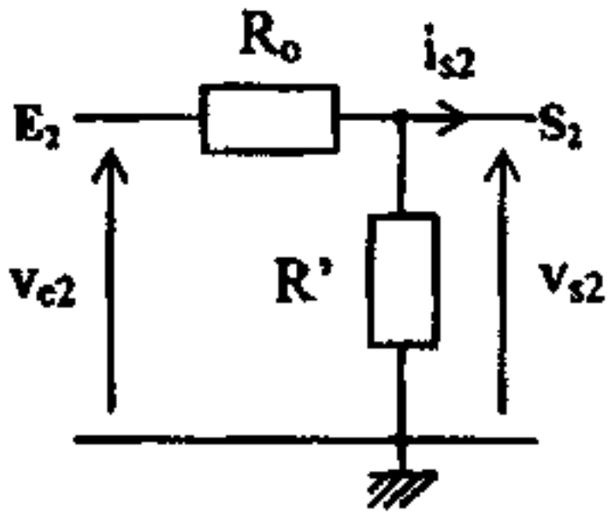


fig.22 - Chaînes directe et de retour

- La chaîne directe (D) peut être considérée comme un « filtre » qui, en régime permanent sinusoïdal, est caractérisé par la fonction de transfert : $\underline{A}(j\omega) = \underline{V}_{s1}/\underline{V}_{e1}$. En notant $\underline{Z}$ l'impédance complexe de l'association série R,L,C on a :

$$\underline{A}(j\omega) = \frac{R_o + \underline{Z}}{\underline{Z}} = 1 + \frac{R_o}{\underline{Z}} \qquad \text{(VIII - 21)}$$

Remarquons par ailleurs que l'impédance d'entrée de (D) peut, pratiquement, être considérée comme infinie ($i_{e1} = 0$).

- La chaîne de retour (R) est un simple diviseur de tension qui, fonctionnant en sortie ouverte ($i_{s2} = i_{e1} = 0$) est bien caractérisé par la fonction de transfert : $\underline{B}(j\omega) = \underline{V}_{s2}/\underline{V}_{e2}$, explicitement :

$$\underline{B}(j\omega) = \frac{R'}{R_o + R'} \qquad \text{(VIII - 22)}$$

L'oscillateur peut alors être décrit comme un système bouclé associant la chaîne directe (D) et la chaîne de retour (R) ; son schéma bloc est donné fig.23.

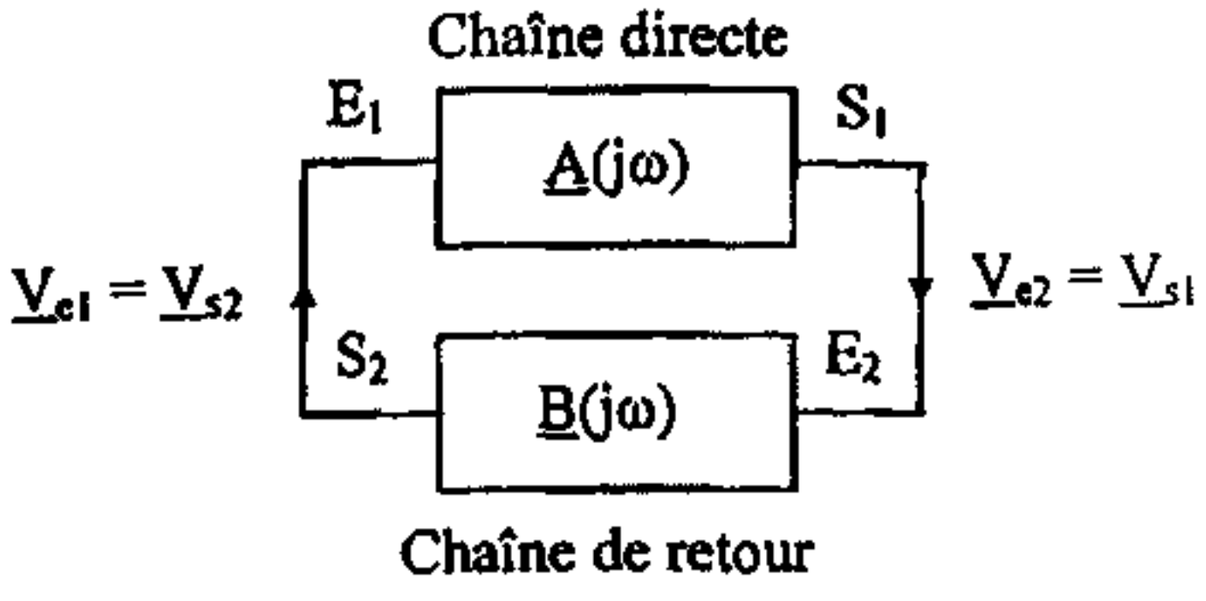


fig.23 - Oscillateur et système bouclé

Supposons, à priori, l'existence dans le système d'un régime d'oscillations sinusoïdales, auto-entretenues, de pulsation ω. On a donc (fig.23) :

$$\frac{\underline{V}_{s1}}{\underline{V}_{e1}} = \frac{\underline{V}_{e2}}{\underline{V}_{s2}} \quad \Rightarrow \quad \underline{A} = \frac{1}{\underline{B}}$$

d'où la condition d'oscillations dite de **Barkhausen** : $\underline{A}(j\omega).\underline{B}(j\omega) = 1$ (VIII - 23)

Cette condition qui porte sur des grandeurs complexes est équivalente à deux conditions portant sur des grandeurs réelles.
Il est important de remarquer que la condition d'oscillations (VIII-23) est une condition nécessaire mais qui n'est pas suffisante ; il faut en effet que le régime permanent sinusoïdal considéré soit stable. Par ailleurs notre analyse est basée sur un modèle linéaire qui ne permet pas de déterminer l'amplitude des oscillations (cf [6], [7]).

La condition de Barkhausen a été déduite de la seule analyse du système bouclé (fig.23) : elle est donc valide pour tout oscillateur à réaction.

Appliquons la condition (VIII-23) à l'oscillateur à résistance négative :

$$\underline{A} = \frac{1}{\underline{B}} \quad \Rightarrow \quad 1 + \frac{R_o}{\underline{Z}} = 1 + \frac{R_o}{R'} \quad \Rightarrow \quad \underline{Z} = R'$$

or : $\underline{Z} = R + j(L\omega - 1/C\omega)$ d'où les deux conditions :

$$\omega = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{(VIII - 24)}$$

$$R' = R_0 \qquad \text{(VIII - 25)}$$

On retrouve ainsi la pulsation ω_0 des oscillations et la condition d'oscillations : $R' = R_0$ que nous avions obtenue au § 2.1. par une analyse différente.

En pratique on ne peut pas réaliser exactement la condition (VIII-25) et on a vu précédemment (§ 2.1.1) que l'on obtient des oscillations auto-entretenues pour $R' > R_0$ mais la distorsion augmente au fur et à mesure que l'on s'écarte de la condition (VIII-25).

Remarque : Dans le cadre de la théorie des systèmes bouclés, la condition (VIII-23) s'interprète facilement. En adoptant la notation opérationnelle ($p = \alpha + j\omega$), la fonction de transfert du système bouclé est : $A' = \frac{A(p)}{1 - A(p)B(p)}$; (VIII-23) signifie donc que A' possède une paire de pôles imaginaires purs et conjugués (en pratique ces pôles doivent avoir une partie réelle positive).

Pratique des oscillateurs :
Il est souvent commode de choisir une chaîne directe de fonction de transfert réelle et apériodique ($\underline{A}(j\omega) = A, \forall\omega$) et une chaîne de retour telle que $\underline{B}(j\omega)$ ne soit réelle que pour une pulsation ω_0 qui sera donc nécessairement la pulsation des oscillations possibles
Par ailleurs on réalise une commande de l'amplification A par l'amplitude V_s du signal de sortie $v_s(t)$ de l'oscillateur (amplitude supposée fonction lentement variable du temps à l'échelle de la période $T_o = 2\pi/\omega_0$). Pour que le fonctionnement soit correct, il est facile de voir que A doit être fonction décroissante de l'amplitude V_s : l'amplitude se fixe à une valeur telle que : $A(V_{so}).|\underline{B}(j\omega_0)| \approx 1$.
Par ailleurs une variation rapide de la phase de $\underline{B}$ au voisinage de ω_0 est avantageuse pour fixer la pulsation des oscillations de manière très précise (cf. oscillateurs à quartz).

2.2.2 - Oscillateur de Wien

Un représentation possible de l'oscillateur de Wien est donnée fig.24 :

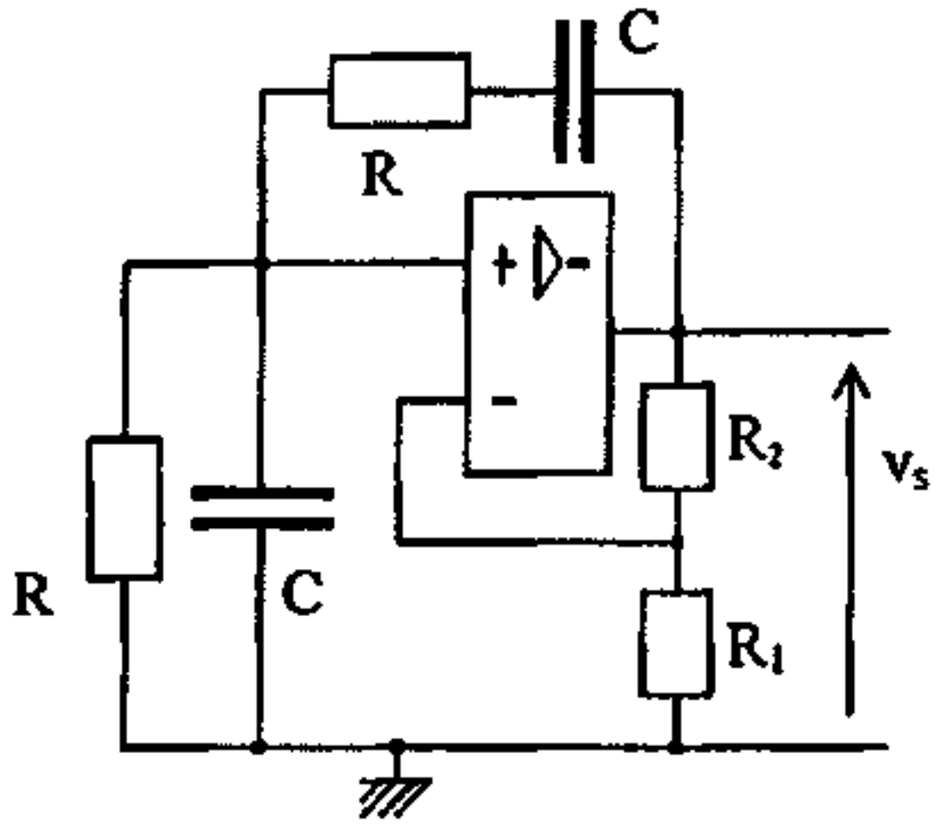
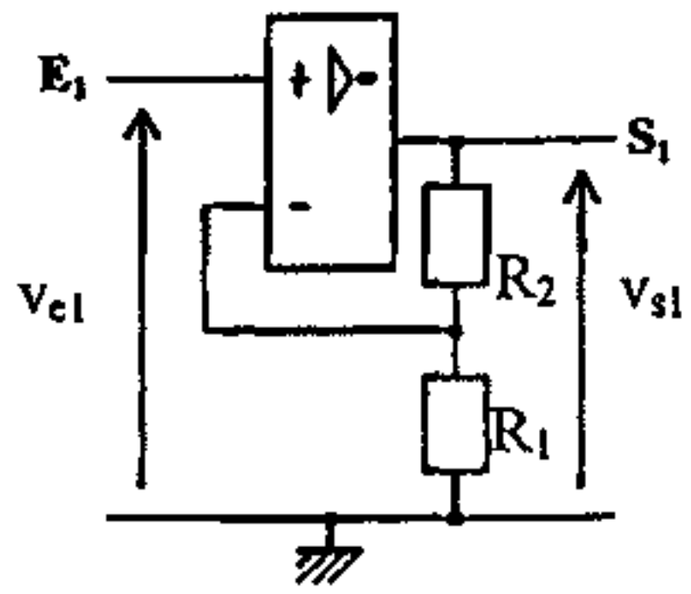


fig.24 - Oscillateur de Wien

En terme de système bouclé, ce montage peut être considéré comme l'association de la chaîne directe (D) de la figure 25a et de la chaîne de retour (R) de la figure 25b.

a - chaîne directe (D)



b - chaîne de retour

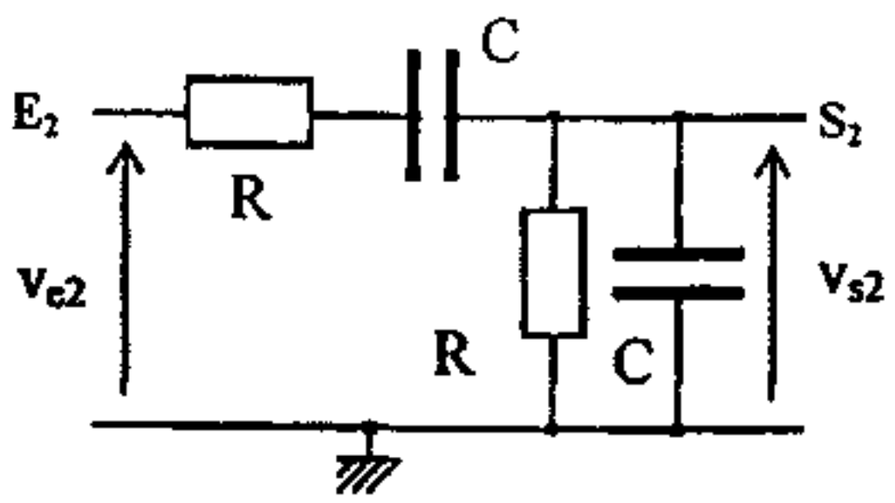


fig.25 - Chaînes directe et de retour

-La chaîne directe est un amplificateur non inverseur à AO d'impédance d'entrée infinie et d'amplification A :

$$A = \frac{\underline{V}_{s1}}{\underline{V}_{e1}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \qquad \text{(VIII - 26)}$$

-La chaîne de retour est un quadripôle caractérisé, en sortie ouverte, par $\underline{B}$:

$$\underline{B} = \frac{\underline{V}_{s2}}{\underline{V}_{e2}} = \frac{\underline{Z}_p}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_p} = \frac{1}{1 + \underline{Y}_p \underline{Z}_s} \qquad \text{(VIII - 27)}$$

où $\underline{Z}_s$ et $\underline{Z}_p$ désignent les impédances complexes équivalentes aux associations série et parallèle de R et C ($\underline{Y}_p = 1/\underline{Z}_p$) .

$$\underline{B} = \frac{1}{1 + (jRC\omega + 1/R).(R + 1/jC\omega)} = \frac{1}{3 + j(RC\omega - 1/RC\omega)} \qquad \text{(VIII - 28)}$$

A partir de la condition d'oscillations (VIII-23) on déduit : $A = 1/\underline{B} = 3 + j(RC\omega - 1/RC\omega)$, d'où :

$$\omega = \omega_0 = 1/RC \qquad \text{(VIII - 29)}$$

$$A = 3 \qquad \text{(VIII -30)}$$

L'oscillateur de Wien peut donc être le siège d'oscillations sinusoïdales auto-entretenues de pulsation $\omega_0 = 1/RC$ si l'amplification A de la chaîne directe est égale à 3 ($R_2/R_1 = 2$) ; en fait, comme on l'a vu au § 2.2.1, il faut : $A > 3$ ($R_2/R_1 > 2$).

Valeurs des éléments :

A.O. = TL081 ,
R = 10 kΩ , C = 10,0 nF (valeur mesurée au capacimètre)
R_1 = 10 kΩ , R_2 = 20,5 kΩ ($R_2/R_1 = 2,05 > 2$)

Avec ces valeurs, on a obtenu l'oscillogramme de la figure 26 pour la tension de sortie $v_s(t)$ de l'AO. L'effet de saturation y est bien visible (phénomène non linéaire fixant l'amplitude des oscillations). La fréquence des oscillations est $f_{o,m}$ = 1,586 kHz en bon accord avec la valeur calculée $f_{o,c} = 1/2\pi RC = 1,592$ kHz.

Expérimentalement, la valeur minimale de R_2 pour laquelle les oscillations s'entretiennent est de 20,190 kΩ très voisine de la valeur minimale prévue.

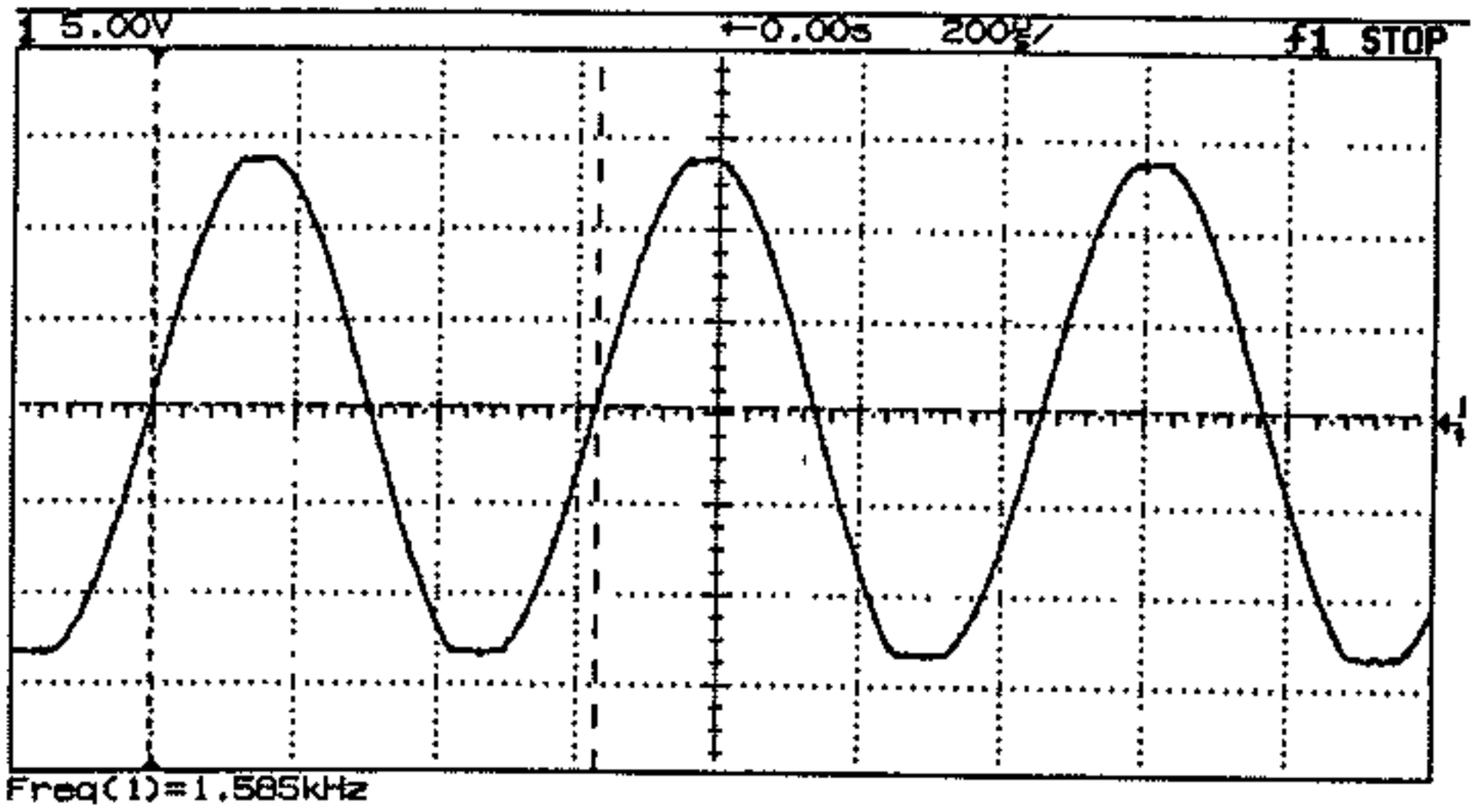


fig.26 - Tension de sortie $v_s(t)$ de l'oscillateur de Wien

A noter que pour obtenir de tels résultats, il est indispensable que les deux résistances R et les deux condensateurs C du réseau de Wien (fig.25-b) aient des valeurs très voisines (à 1% près par exemple, le mieux est de les « trier » au moyen d'un ohmmètre et d'un capacimètre).

Pour R = 20500 Ω le signal $v_s(t) = v_{s1}(t)$ est déjà affecté d'une importante distorsion ; celle-ci apparaît encore mieux sur le spectre de $v_s(t)$ de la fig.27 (Bien entendu le signal $v_{s2}(t)$ est à plus faible distorsion mais n'est pas disponible sous faible impédance).

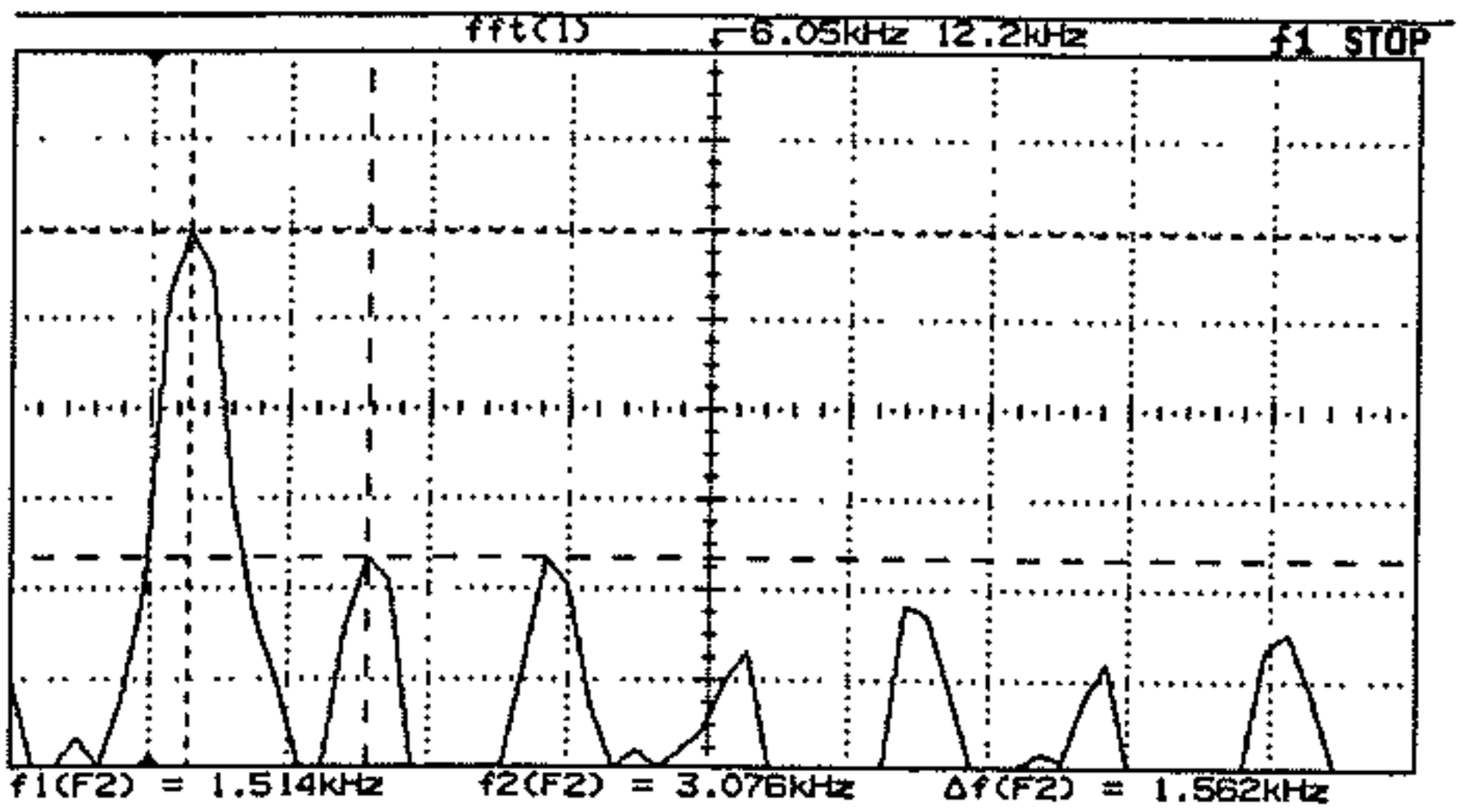


fig.27 - Spectre de $v_s(t)$ (Oscillateur de base)

Améliorations du montage

) Utilisation d'une C.T.P.

Pour améliorer la qualité du signal de sortie, il faut éviter la saturation de l'A.O. Pour cela on introduit un nouvel élément **non linéaire** qui va permettre de réaliser la commande de l'amplification A de (D) par l'amplitude V_s . Comme : $A = 1+R_2/R_1$ il suffit de remplacer l'une des résistances R_1 ou R_2 par un dipôle dont la résistance dépend de la tension à ses bornes.

On peut utiliser par exemple une « thermistance » dont la résistance dépend de la température et donc de la puissance dissipée. Comme sa constante de temps est très supérieure à la période des oscillations, c'est en fait la valeur efficace de la tension qui va déterminer la valeur de la résistance. A devant être fonction décroissante de V_s, on peut utiliser une résistance R_2 à coefficient de température négatif (C.T.N.) ou une résistance R_1 à coefficient positif (C.T.P.). En pratique R_1 peut être une ampoule à incandescence miniature (par exemple 24V, 25 mA) dont la résistance augmente avec la tension à ses bornes. En utilisant la classique méthode du voltmètre et de l'ampèremètre on a ainsi déterminé la résistance $R = V/I$ de l'ampoule en fonction de la tension V (continue) à ses bornes (fig.28).

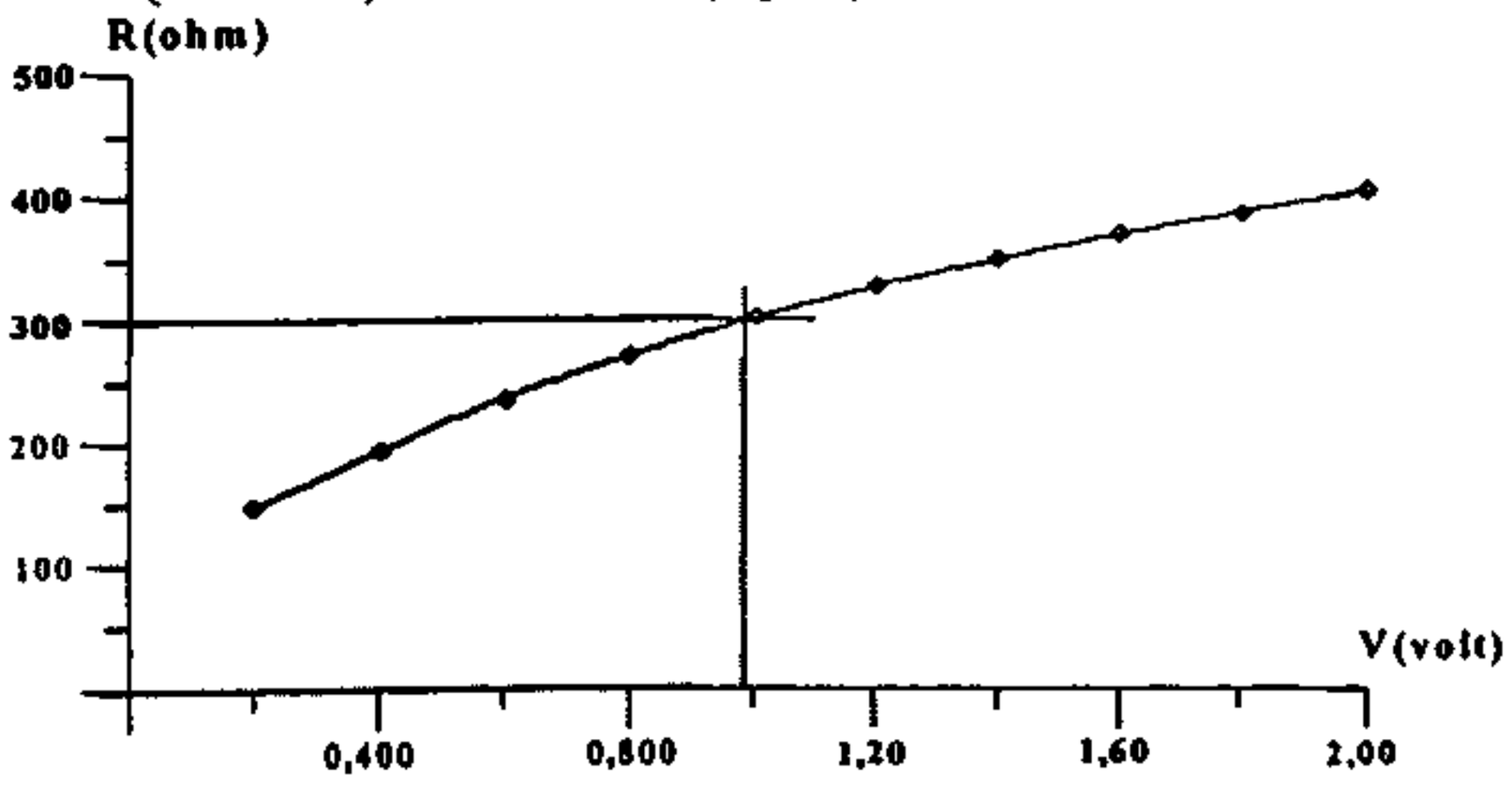


fig.28 - Résistance d'une ampoule miniature

Valeurs des éléments :

A.O. = TL081 , R = 10 kΩ , C = 10 nF

R_1 = ampoule 24 V,25 mA ; R_2 = 600 Ω

Avec ce montage l'amplitude de la tension de sortie se fixe à V_s = 4,25 V ; il n'y a donc plus saturation de l'A.O. (ni en tension ni en courant). Et la distorsion du signal est bien plus faible comme le montre le spectre de v_s (fig.29)

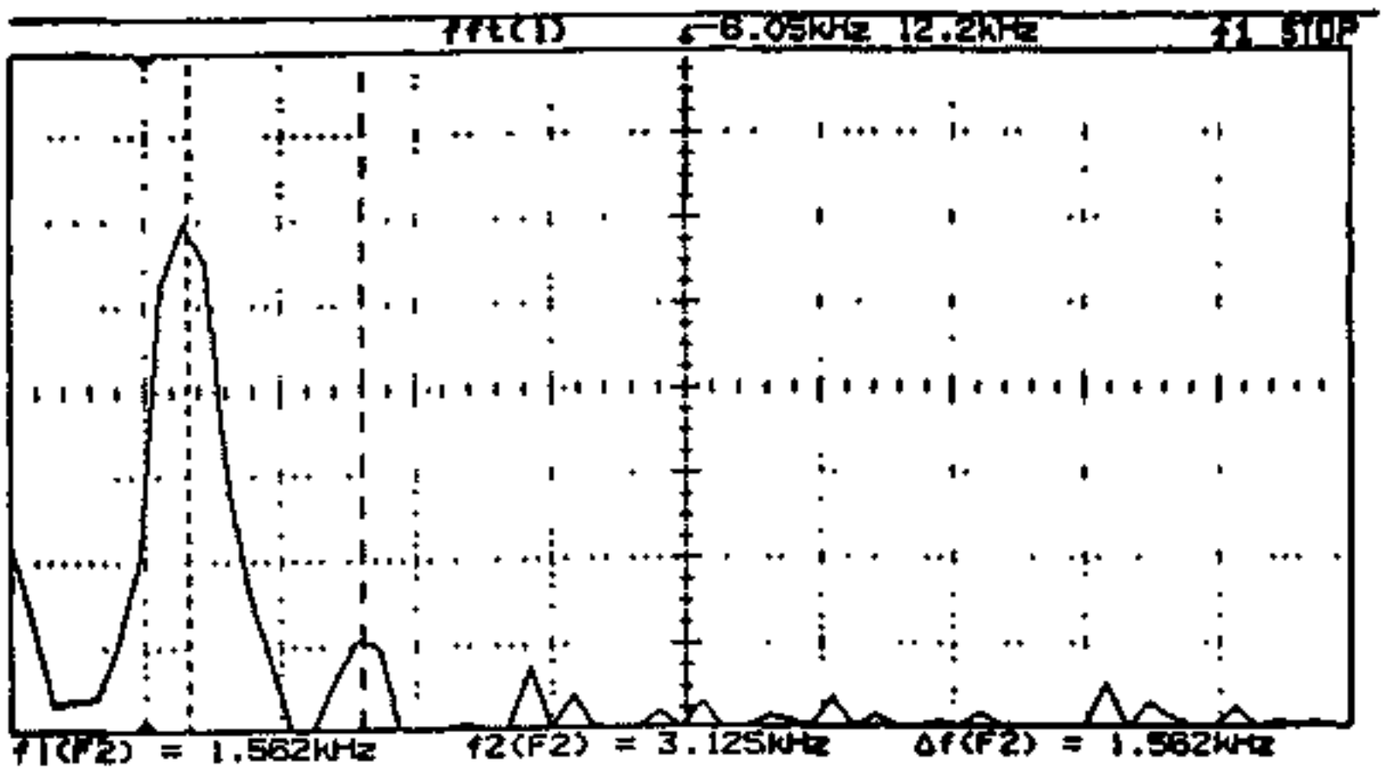


fig.29 - Spectre de $v_s(t)$ (oscillateur à C.T.P.)

On peut vérifier la validité de notre modélisation de l'oscillateur en ce qui concerne la valeur de l'amplitude des oscillations. Celle-ci doit se fixer à la valeur V_{so} telle que : $A(V_{so}) = 3$, d'où : $R_2/R_1 = 2$ et $R_1 = R_2/2 = 300\ \Omega$.
On déduit du graphe de la fig.28 (ou d'une interpolation) que la tension aux bornes de R_1 est alors : $V_{1,ef} = 0{,}986$ V, d'où une amplitude $V_1 = 1{,}39$ V et finalement $V_{so} = (1+R_2/R_1)V_1 = 4{,}18$ V.

Cette valeur calculée est voisine de la valeur mesurée dans ces conditions, soit : V_{sm} = 4,25 V (écart inférieur à 2%).
Remarque : De tels oscillateurs ont été très utilisés pour réaliser des générateurs basse-fréquence sinusoïdaux à faible distorsion. Ils restent utiles pour des réalisations relativement peu coûteuses (cf. [8]).

b) Utilisation d'un F.E.T.

La commande de l'amplification A de (D) peut être assurée par un transistor F.E.T. dont on utilise la zone ohmique de la caractéristique : $I_D = f(V_{DS})$ (cf. Chap IV § 4). La chaîne directe (D) est modifiée selon le schéma de la fig.30 :

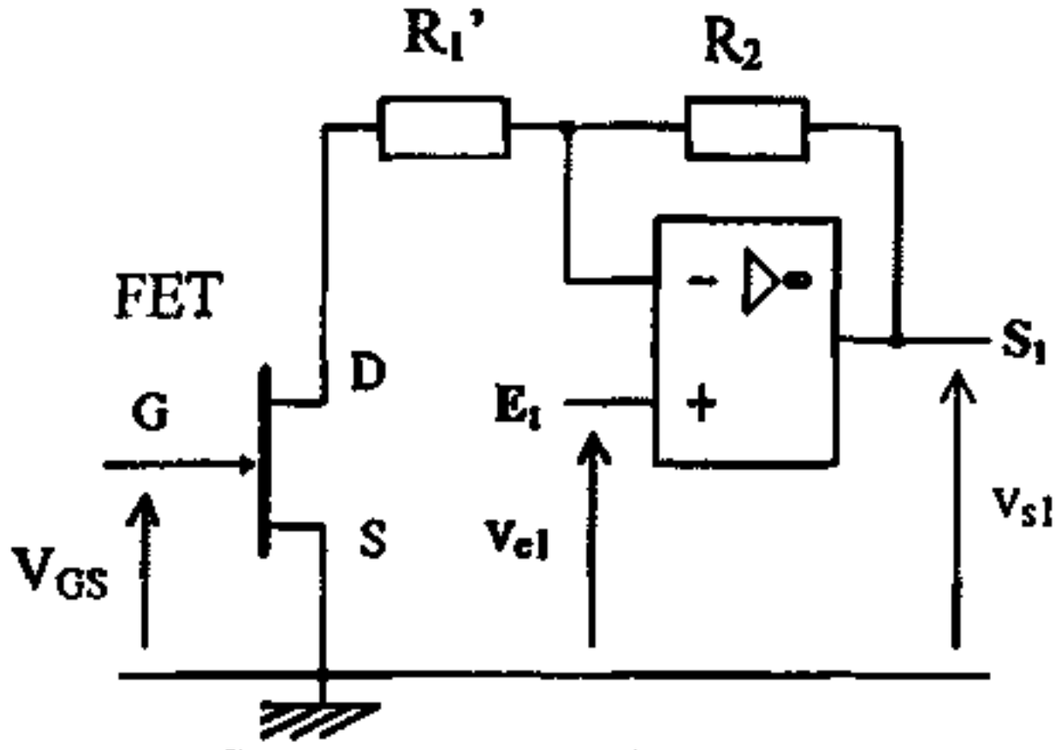


fig.30 - Chaîne directe modifiée

L'amplification A devient : $A = 1 + \frac{R_2}{R_1' + R_{DS}}$ où la résistance R_{DS} est commandée par la tension V_{GS} (<0).

Valeurs des éléments

A.O. = TL081 , FET = BF 245C

$R_1' = 220\ \Omega$, $R_2 = 12\ k\Omega$

On détermine l'amplification $A = V_{s1}/V_{e1}$ de (D) en fonction de V_{GS} (fig.31). Il faut que l'amplitude du signal d'entrée soit suffisamment faible pour que le fonctionnement soit linéaire et que le signal de sortie reste bien sinusoïdal (rappelons que cette condition est d'autant plus contraignante que $|V_{GS}|$ est grand).

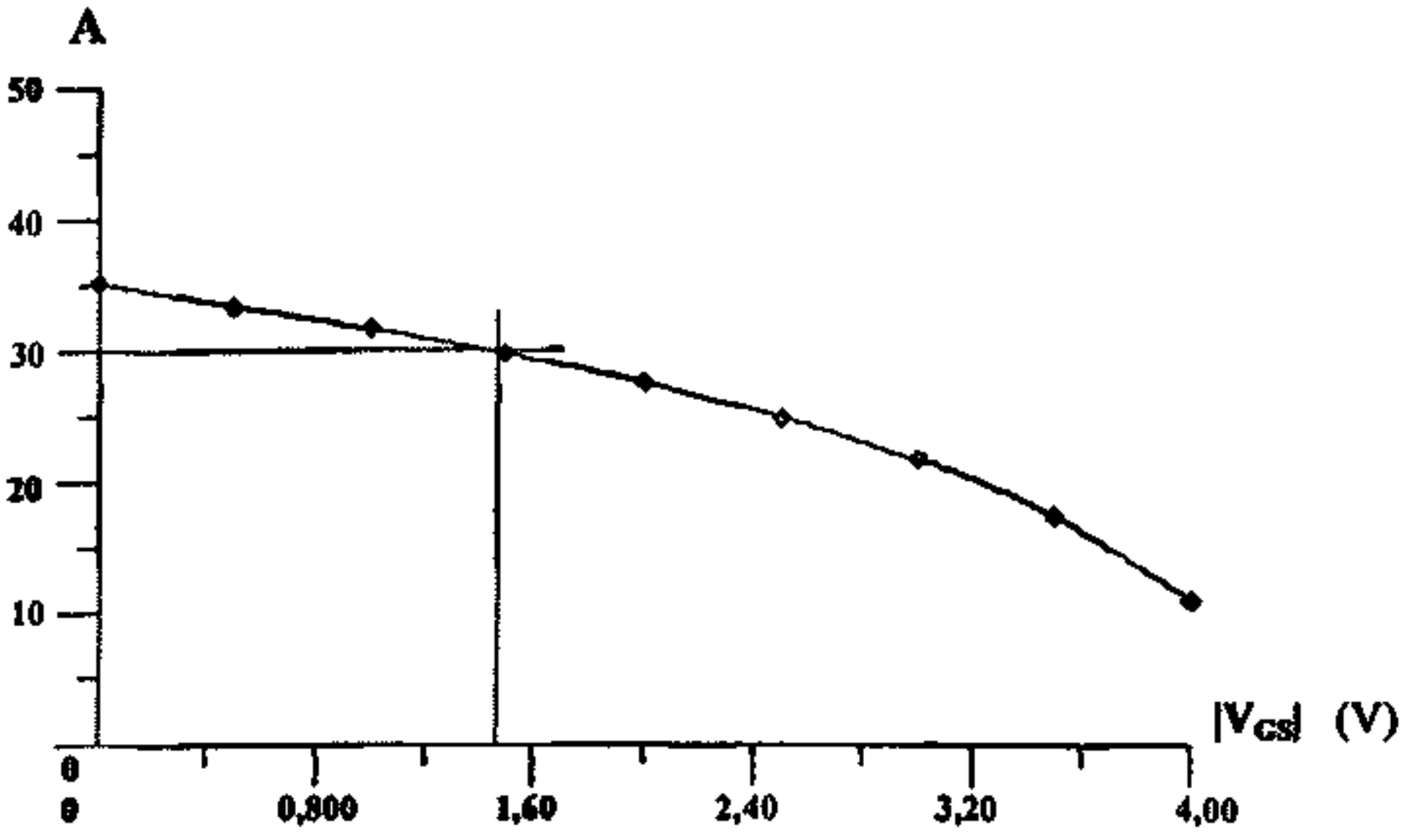


fig.31 - Amplification de la chaîne directe à commande de gain

L'amplitude V_{s1} de la tension de sortie $v_{s1}(t)$ de (D) est déterminée au moyen d'un détecteur de crête constitué d'une diode D et d'un circuit dont la constante de temps doit vérifier : $R_cC_c\omega >> 1$. Le potentiomètre P (= R_c) permet de prélever la fraction αV_{s1} pour commander le FET.

Pour que (D) fonctionne linéairement, il faut que l'amplitude de v_{e1} soit suffisamment faible (qq. centaines de mV au maximum). Pour cela on prélève la fraction βv_{s2} de la tension de sortie de la chaîne de retour en divisant la résistance R disposée en parallèle sur C en deux résistances : βR et $(1-\beta)R$.

Le schéma complet de l'oscillateur est donné fig.32 :

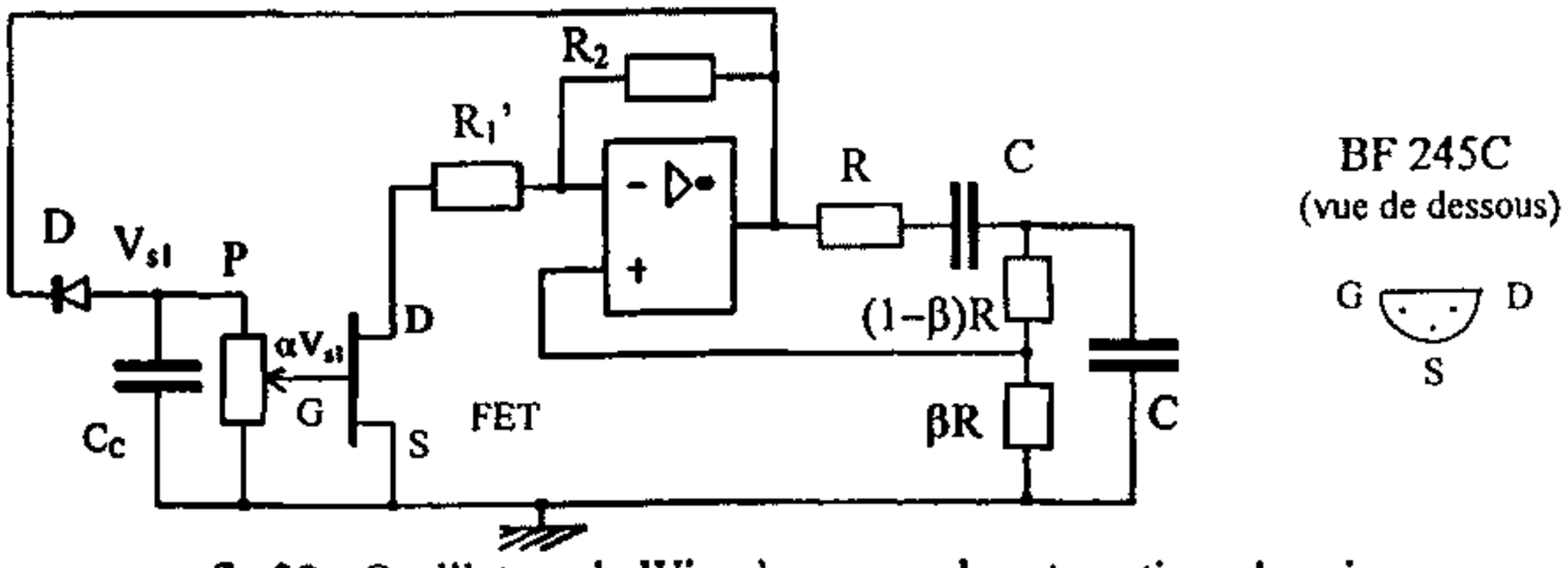


fig.32 - Oscillateur de Wien à commande automatique de gain

Valeurs des éléments

A.O. = TL081 , FET = BF 245C (brochage fig.32)
$R_1' = 220\Omega$, $R_2 = 12\ k\Omega$
$R = 22\ k\Omega$, $\beta R = 2{,}2\ k\Omega$, $(1-\beta)R = 20\ k\Omega$ ($\beta \approx 1/10$) , $C = 10\ nF$
D = 1N4148 , $C_c = 1\ \mu F$
$P = 100\ k\Omega$ (ex : boite AOIP x 100 k utilisée en potentiomètre, dans ce cas $P = 110\ k\Omega$).

En modifiant α, on pourra constater que l'on peut faire varier l'amplitude V_{s1} des oscillations alors que la tension V_{GS} reste parfaitement constante : $|V_{GS,m}| = 1{,}44$ V. Cette valeur correspond à priori à un gain A = 30 (ne pas oublier que l'on a réduit d'un facteur $\beta \approx 1/10$ la tension de sortie de (R) . Cette valeur mesurée est à comparer à celle que l'on peut déduire de l'étude de $A(V_{GS})$ résumée fig.31 ;on obtient ainsi : $|V_{GS}| = 1{,}45$ V ce qui est tout à fait cohérent.
On pourra enfin observer que la distorsion de $v_{s1}(t)$ décroît lorsque son amplitude V_{s1} diminue (et donc lorsque α augmente), ceci est dû au FET comme on l'a précisé ci-dessus.

3 - Oscillateurs à relaxation

Dans les oscillateurs à relaxation, les phénomènes non linéaires jouent un rôle essentiel et les signaux produits ne sont plus sinusoïdaux. On peut proposer une approche énergétique de ces oscillateurs :

- Dans un oscillateur sinusoïdal à résistance négative (§ 2.1.) l'énergie passe alternativement d'un « réservoir » R_1 à un « réservoir » R_2 (par exemple d'un condensateur à une bobine). Le dipôle à résistance négative assure la compensation des inévitables pertes.
- Dans un oscillateur à relaxation l'énergie s'accumule puis s'évacue d'un *unique* réservoir (par exemple un condensateur). En plus du réservoir l'oscillateur nécessite un dispositif déclenchant le « remplissage » et la « vidange » du réservoir. En mécanique c'est le rôle joué par le siphon d'un vase de Tantale ; en électronique on utilise des dispositifs « à seuils ».

3.1 - Oscillateurs à Ampli.Op.

Le réservoir d'énergie est le condensateur C d'un intégrateur à A.O. (ou d'un pseudo-intégrateur) qui peut se « charger » et se « décharger périodiquement », le dispositif à seuil est un comparateur à hystérésis. Ces deux dispositifs ont été étudié au Chap.IV § 6 (les A.O. seront modélisés comme idéaux).

3.1.1 - Montage de base

L'intégrateur à A.O. étant aussi inverseur il faut l'associer à un comparateur non inverseur pour que leur bouclage conduise à un oscillateur (fig.33).

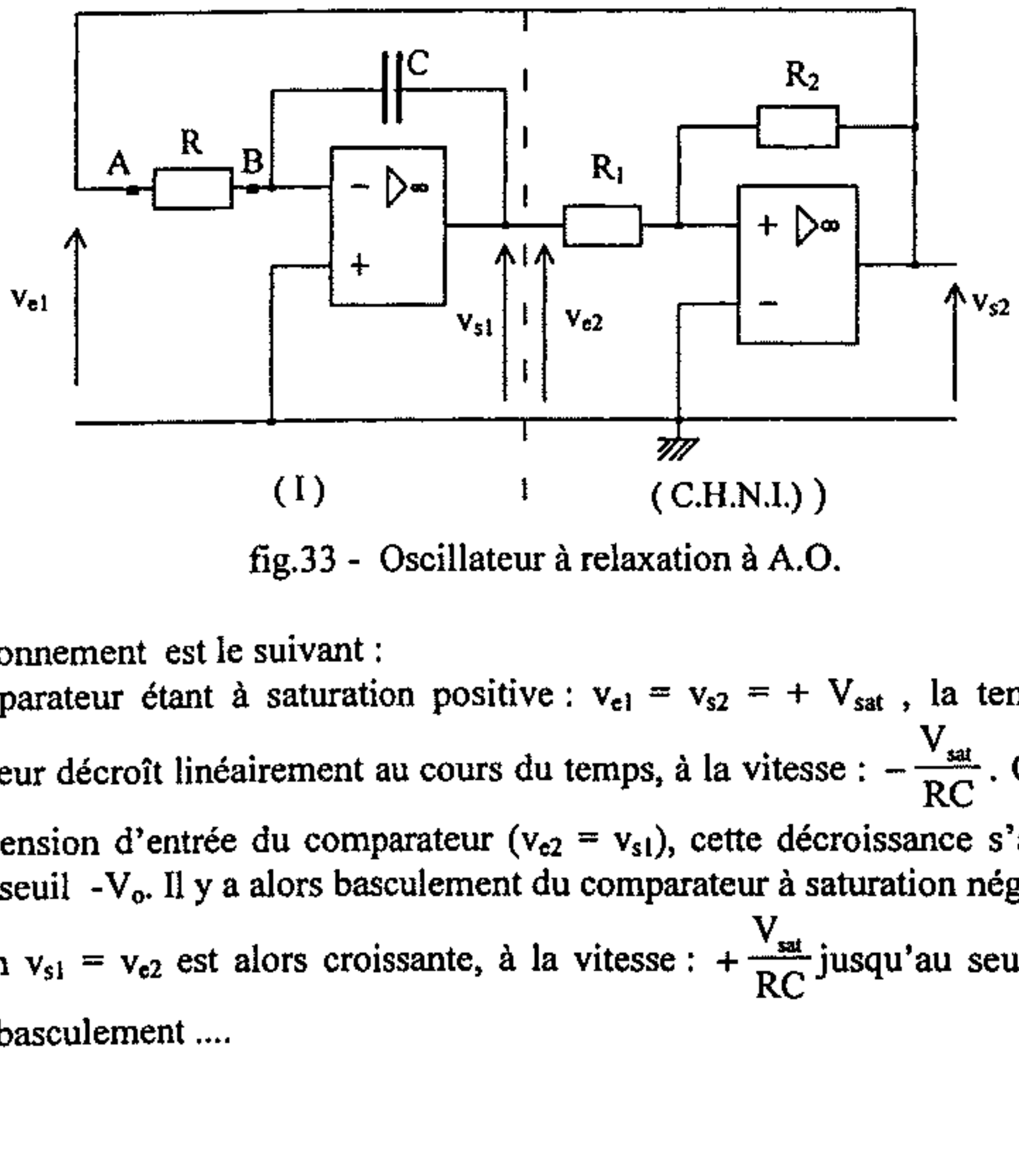


fig.33 - Oscillateur à relaxation à A.O.

Le fonctionnement est le suivant :
Le comparateur étant à saturation positive : $v_{e1} = v_{s2} = + V_{sat}$, la tension de sortie de l'intégrateur décroît linéairement au cours du temps, à la vitesse : $-\frac{V_{sat}}{RC}$. Cette tension étant aussi la tension d'entrée du comparateur ($v_{e2} = v_{s1}$), cette décroissance s'achève lorsqu'elle atteint le seuil $-V_o$. Il y a alors basculement du comparateur à saturation négative : $v_{s2} = - V_{sat}$, la tension $v_{s1} = v_{e2}$ est alors croissante, à la vitesse : $+\frac{V_{sat}}{RC}$ jusqu'au seuil $+V_o$, d'où un nouveau basculement ....

Finalement se succèdent des phases dans lesquelles : $v_{s2} = +V_{sat}$, v_{e2} décroissant de $+V_o$ à $-V_o$ et $v_{s2} = -V_{sat}$, v_{e2} croissant de $-V_o$ à $+V_o$. Les durées de ces phases, notées T_+ et T_- , sont égales et :

$$T_+ = T_- = \frac{2V_o}{V_{sat}} RC \qquad \text{(VIII - 31)}$$

Le signal $v_{s2}(t)$ est rectangulaire de rapport cyclique unité, le signal $v_{s1}(t)$ est triangulaire, leur période commune T est :.

$$T = T_+ + T_- = \frac{4V_o}{V_{sat}} RC = 4\gamma RC = 4\frac{R_1}{R_2} RC \qquad \text{(VIII - 32)}$$

(La tension seuil du comparateur à hystérésis non inverseur étant $V_o = \gamma V_{sat} = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$, cf Chap.IV § 6.2).

Valeurs des éléments :

$R = 100\ k\Omega$, $C = 10\ nF$; $R_1 = 3{,}3\ k\Omega$, $R_2 = 10\ k\Omega$
$AO_1 = AO_2 = TL081$

Avec ces valeurs, on a enregistré l'oscillogramme de la fig.34 représentant $v_{s1}(t)$ et $v_{s2}(t)$. La fréquence mesurée est $f_m =$ 749 Hz , alors que celle calculée à partir de la relation (VIII-32) est $f_c = 758$ Hz . L'écart entre f_m et f_c est donc faible ($\approx 1\%$) mais il augmente rapidement si l'on diminue R (ce qui augmente f). Ceci provient essentiellement de la résistance de sortie de AO_2 et de sa vitesse de balayage, imperfections négligées dans l' approche théorique précédente (l'influence de la « précision » des autres composants étant négligeable, ceux ci ayant été triés).
A noter que la différence entre les valeurs absolues des deux tensions de saturation (>0 et <0) de AO_2 n'a qu'une influence négligeable sur f et l'on montre facilement que l' écart relatif $\Delta V_{sat}/V_{sat}$ n'intervient dans f que par son carré.

Remarque : La sortie v_{s1} de l'intégrateur étant nécessairement comprise entre $-V_{sat}$ et $+V_{sat}$, il faut choisir $\gamma < 1$ (soit $R_1 < R_2$) pour que les seuils du comparateur puissent être atteints !

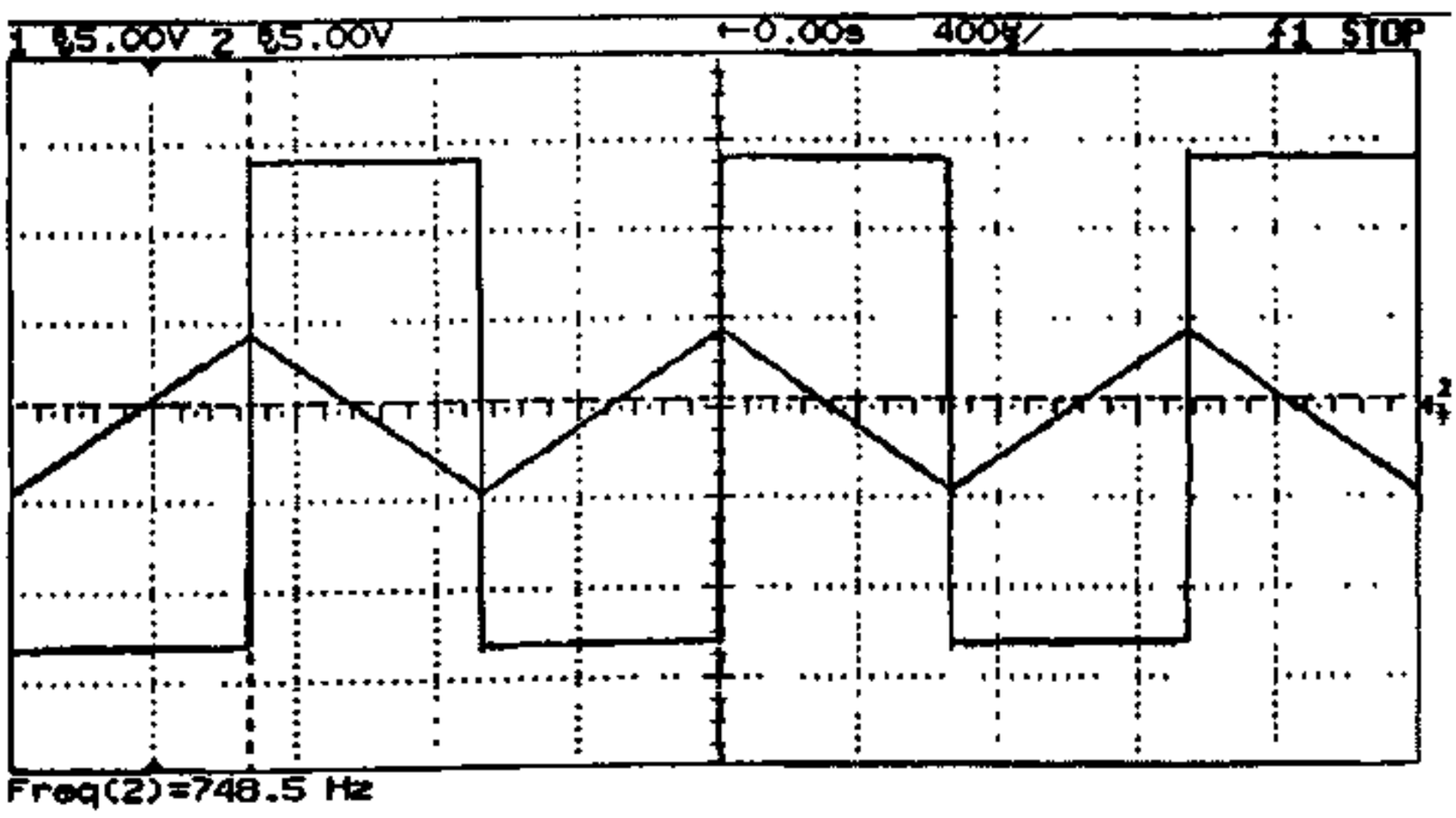


fig.34 - Oscillations de relaxation (rectangulaire/triangulaire)

Comme $v_{s2} = v_{e1} = -RC\frac{dv_{s1}}{dt}$, il suffit de passer en mode X-Y pour faire apparaître la trajectoire de phase de l'oscillateur (v_{s1} en X, v_{s2} en Y) :

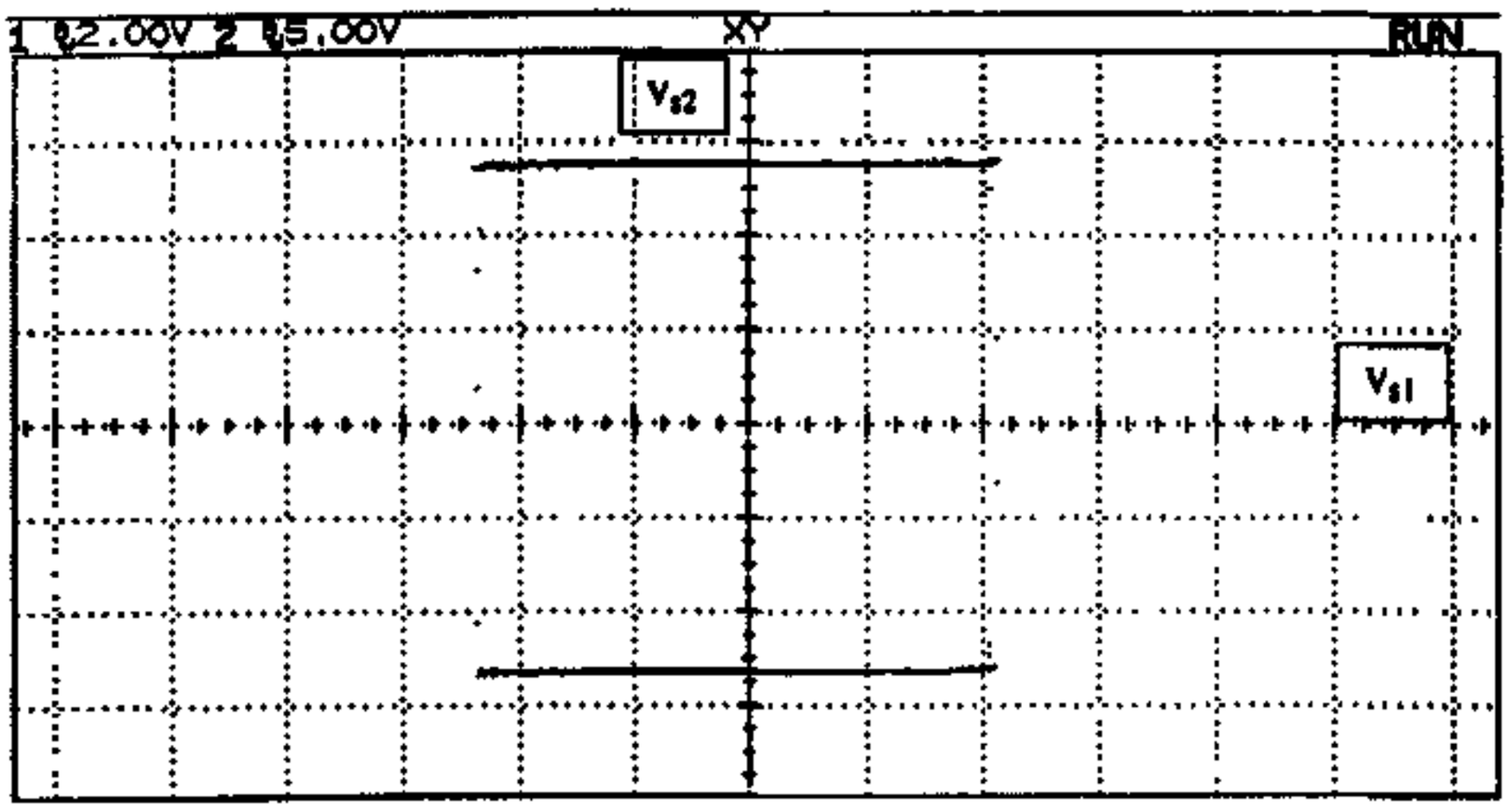


fig.35 - Trajectoire de phase de l'oscillateur

On voit apparaître les phases lentes où v_{s1} varie de $-V_o$ à $+V_o$ (« remplissage » et « vidange » du réservoir) alors que v_{s2} (et donc $\frac{dv_{e1}}{dt}$) reste constante et les phases rapides où v_{s1} est continue (cf. rôle du condensateur C) alors que v_{s2} (et $\frac{dv_{e1}}{dt}$) est pratiquement discontinue (« passage d'une phase de remplissage à une phase de vidange »).

3.1.2 - Montage compact (multivibrateur)

Un montage plus simple que le précédent peut être réalisé en remplaçant l'intégrateur à A.O. par un « pseudo-intégrateur » R-C. Vu qu'il n'y a plus d'inversion, il faut associer le pseudo-intégrateur à un comparateur inverseur, d'où le montage de la fig.36.

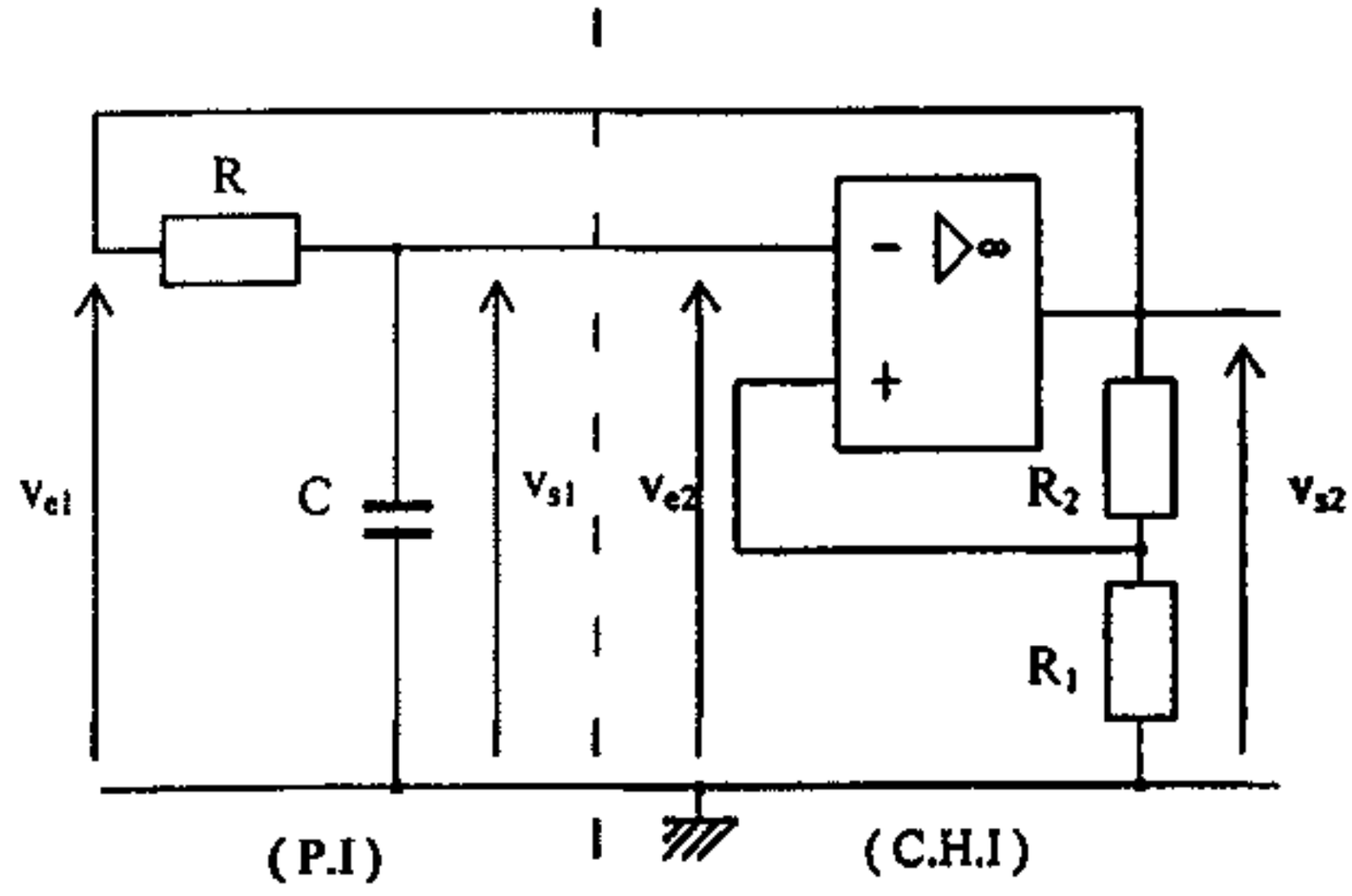


fig.36 - Multivibrateur à A.O.

Par rapport au montage précédent la charge du condensateur ne s'effectue plus à courant constant, si bien que la tension $v_{s1}(t)$ est une suite d'exponentielles croissantes et décroissantes.
A saturation positive : $v_{s2} = + V_{sat}$, la tension de sortie du pseudo-intégrateur (qui est aussi la tension d'entrée du comparateur) croît de $-V_o$ à $+V_o$ selon la loi : $v_{s1}(t) = +V_{sat} + A_+ \exp(-t / RC)$; on en déduit la durée de cette phase :

$$T_+ = RC \ln \frac{V_{sat} + V_o}{V_{sat} - V_o} \qquad \text{(VIII - 33)}$$

A saturation négative : $v_{s2} = - V_{sat}$ et la tension $v_{s1}(t)$ décroît de $+V_o$ à $-V_o$ selon la loi : $v_{s1}(t) = -V_{sat} + A_- \exp(-t / RC)$, d'où la durée de cette phase : $T_- = T_+$.

Le signal $v_{s2}(t)$ est donc rectangulaire de rapport cyclique 0,5 et de période T :

$$T = T_+ + T_- = 2RC \ln \frac{V_{sat} + V_o}{V_{sat} - V_o} = 2RC \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} = 2RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right) \qquad \text{(VIII - 34)}$$

(La tension seuil du comparateur à hystérésis inverseur est $V_o = \beta V_{sat} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$; cf Chap.IV § 6.2)

Valeurs des éléments :

$R = 10\ k\Omega$, $C = 10\ nF$, $R_1 = R_2 = 10\ k\Omega$ ($\beta = ½$)

Avec ces valeurs, on a enregistré l'oscillogramme de la fig.37 : la fréquence mesurée est f_m = 4,32 kHz, peu différente de la valeur calculée à partir de (VIII-34) : f_c = 4,55 kHz.
Comme précédemment l'écart entre f_m et f_c provient essentiellement de la résistance de sortie et de la vitesse de balayage de l'A.O. (l'effet de la résistance de sortie est déjà visible sur l'oscillogramme : les « toits » du signal rectangulaire n'étant pas parfaitement « horizontaux », l'effet devient bien plus visible si l'on diminue R à 1 kΩ).

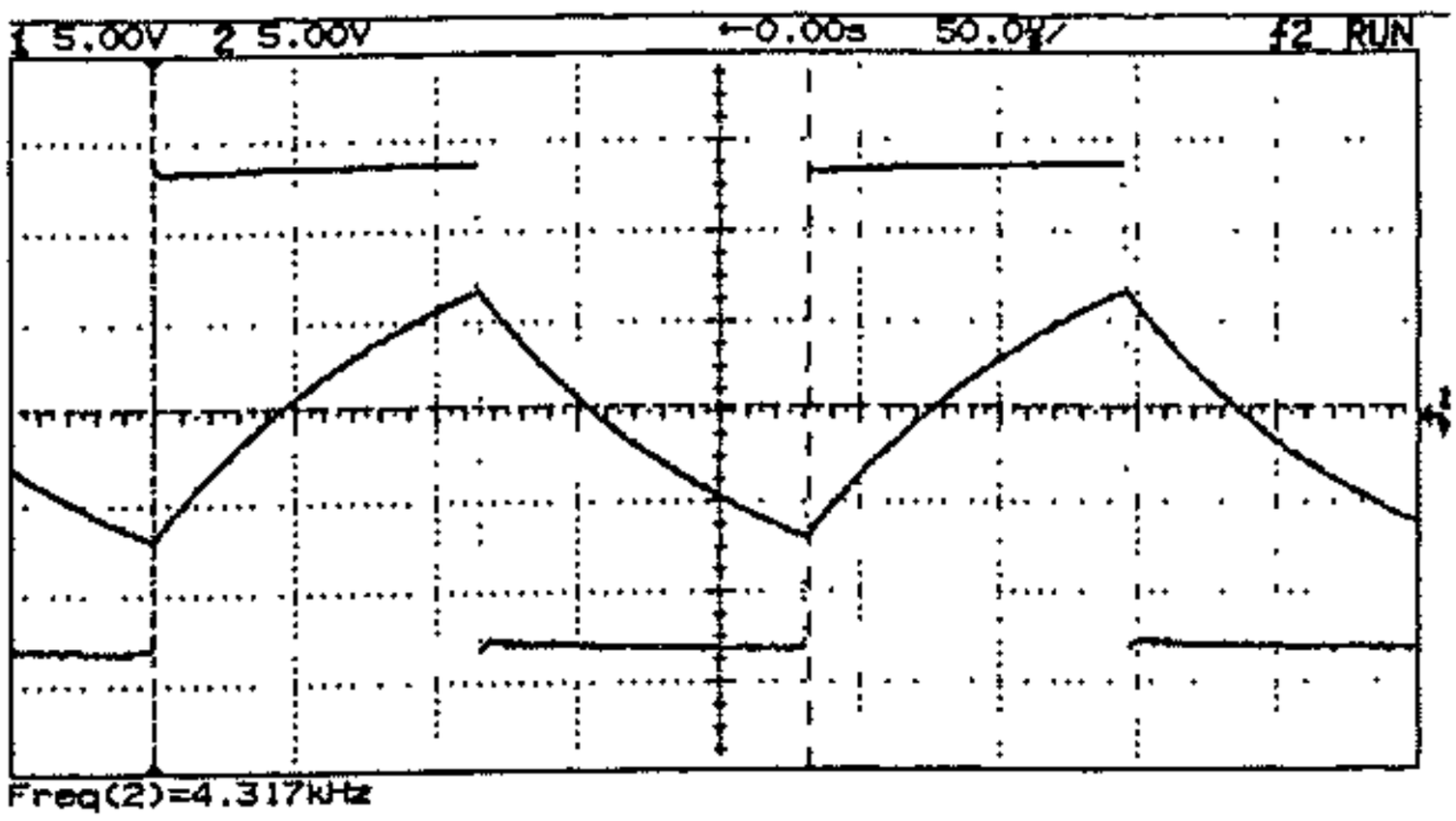


fig.37 - Oscillations de relaxation (multivibrateur)

Remarque : Si l'on choisit un rapport β petit (devant 1) le signal $v_{s1}(t)$ devient pratiquement triangulaire (revoir l'introduction et la fig.3).

Il est intéressant d'analyser ce montage d'une manière très différente. Il peut être considéré comme l'association d'un dipôle à résistance négative de type I.NIC (cf. § 2.1.1) et d'un condensateur C (fig.38a) . La caractéristique v(i) de l'I.NIC est rappelée (fig.38b).

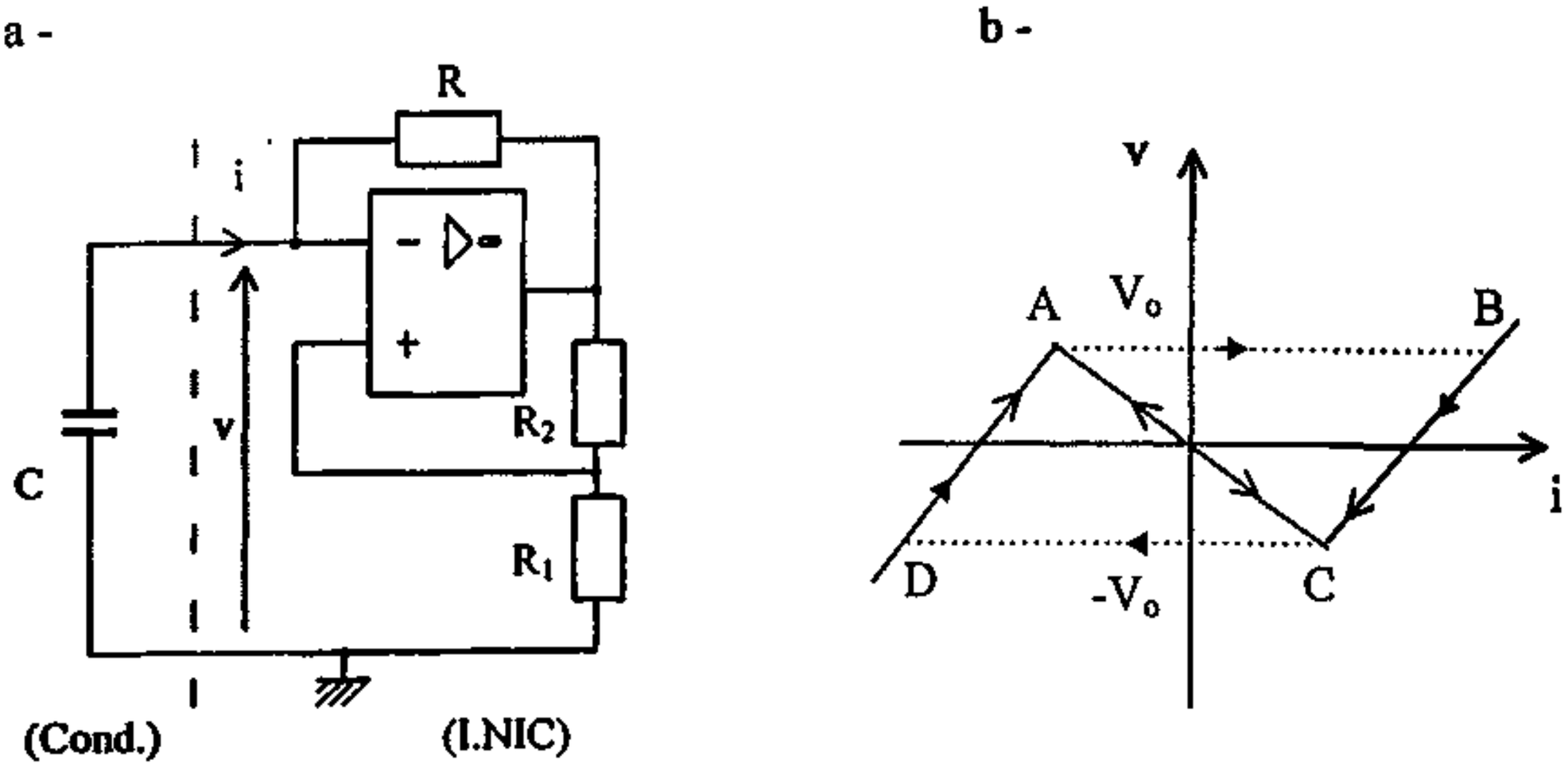


fig.38 - Autre approche du multivibrateur

Le condensateur C impose la relation : $i = -C\frac{dv}{dt}$ .Ceci fixe le sens de variation de v selon le signe de i , d'où les flèches : → représentées fig.38b. Ces flèches montrent d'une part que l'état d'équilibre (i = 0, v = 0) est instable et d'autre part il y a « impasse » aux points A et C vu que l'évolution tend vers ces points alors qu'ils ne sont pas représentatifs d'états d'équilibre !

On résout « mathématiquement » ce genre de problème en admettant l'existence de solutions dans lesquelles i est discontinue (la présence du condensateur C impose la continuité de v). On interprète ainsi les oscillations du système selon le cycle ABCD représenté par les flèches : D'un point du vue dynamique, les segments pointillés AB et CD correspondent aux basculements de l'A.O. d'un état de saturation à l'autre ; la modélisation est correcte dans la mesure où les basculements peuvent être considérés comme « instantanés » (cf. fig.37).

3.1.3 - Modification du rapport cyclique

Le rapport cyclique d'un signal rectangulaire est défini par : $\alpha = \frac{T_+}{T_+ + T_-} = \frac{T_+}{T}$, où T_+ et T_- sont, respectivement les durées correspondant aux états de sortie : $v_{s2} = +V_{sat}$ et $v_{s2} = -V_{sat}$.

Pour modifier α, il faut rendre ajustables les durées T_+ et T_- , leur somme restant constante, d'où l'utilisation d'un montage potentiométrique et de diodes d' « aiguillage ». Précisément on remplace la résistance R (fig.33) par le dispositif de la fig.39 (selon la position du curseur c du potentiomètre le facteur λ peut varier entre 0 et 1).

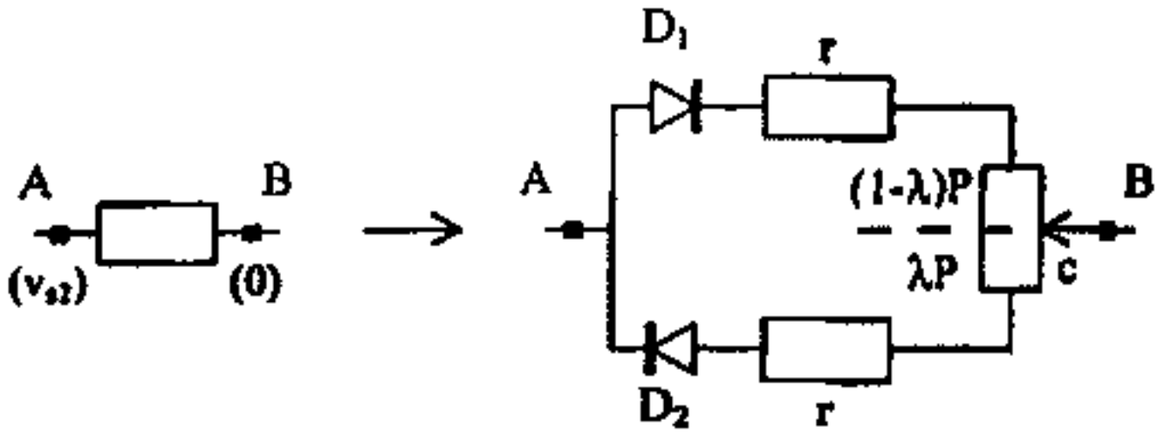


fig.39 - Modification du rapport cyclique

Lorsque $v_{s2} = +V_{sat}$ la diode D_1 est conductrice (D_2 est bloquée), la « charge » du condensateur s'effectue avec la constante de temps : $[r + (1-\lambda)P]C$; on a donc : $T_+ = \frac{2V_o}{V_{sat}}(r + (1-\lambda)P)C$.

Lorsque $v_{s2} = - V_{sat}$ c'est la diode D_2 qui est conductrice, la « décharge » du condensateur s'effectue avec la constante de temps : $[r + \lambda P]C$; on a donc : $T_- = \frac{2V_o}{V_{sat}}(r + \lambda P)C$.

D'où :

$$T = \frac{2V_o}{V_{sat}}(2r + P)C = \frac{2R_1}{R_2}(2r + P)C \qquad \text{(VIII - 35)}$$

$$\alpha = \frac{r + (1-\lambda)P}{2r + P} \qquad \text{(VIII - 36)}$$

Les résistances « talons » r sont indispensables, elles fixent la valeur minimale de la résistance d'entrée de l'intégrateur (pour $\lambda = 0$ ou $\lambda = 1$). Cette résistance d'entrée ne doit pas être trop faible si l'on veut éviter la saturation en courant de A.O.2.

Valeurs des éléments

$P = 100\ k\Omega$, $r = 10\ k\Omega$; $D_1 = D_2 =$ 1N 4148

Avec ces données on constate, expérimentalement, que le rapport cyclique peut varier entre 8,5% et 90,7% , en bon accord avec la relation (VIII-36).

3.1.4 - Commande de la fréquence

Il est facile de réaliser une commande de la fréquence de l'oscillation par une tension v_c, en introduisant (fig.40) dans la boucle du montage de base (fig.33) un multiplieur analogique (cf. Chap.IV § 7).

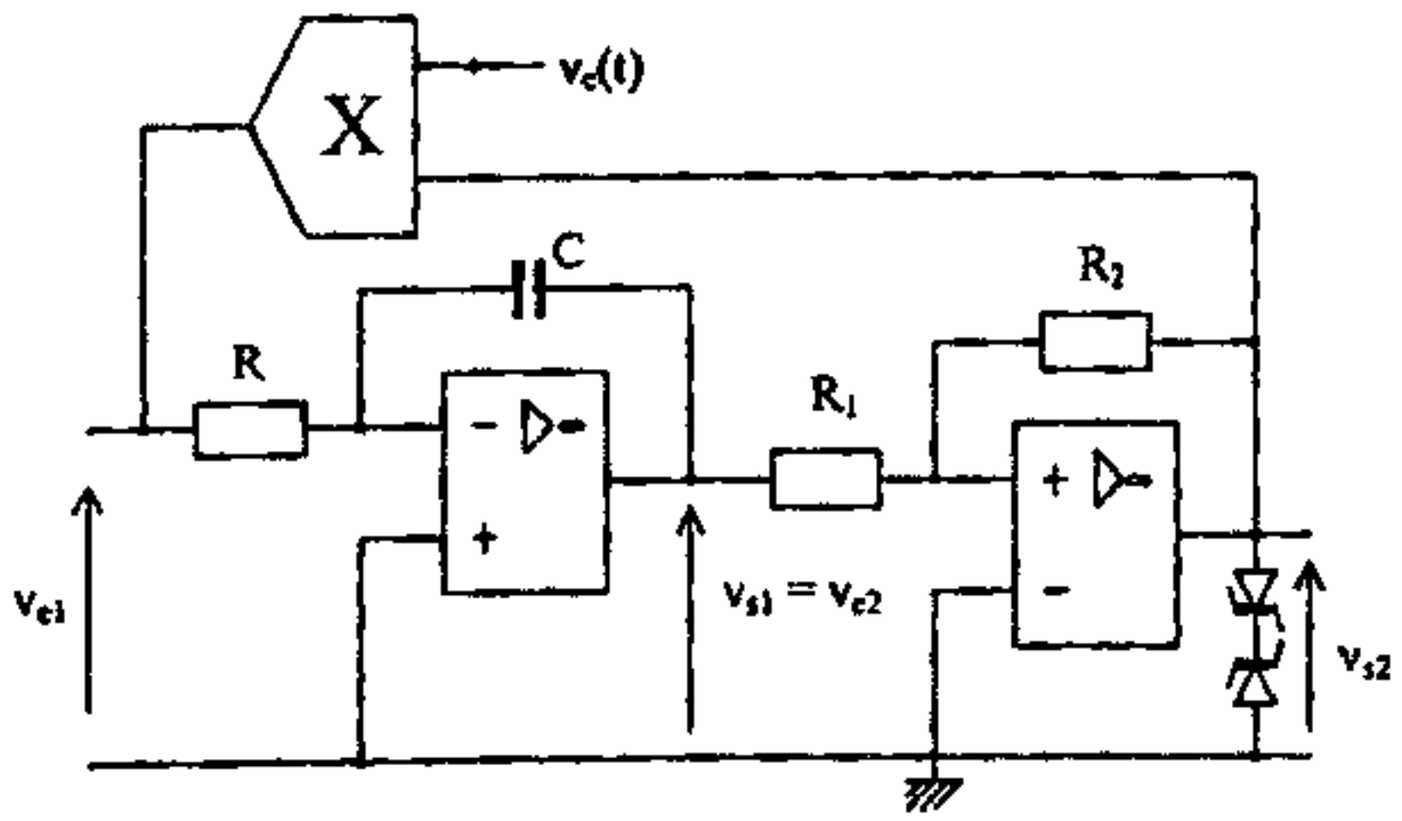


fig.40 - Commande de la fréquence (O.C.T.)

A saturation positive (ou négative) du comparateur, la tension à intégrer $v_{e1}(t)$ est Kv_cV_{sat} (ou - Kv_cV_{sat}) au lieu de V_{sat} dans le montage de base (fig.33). Les durées des phases de charge et de décharge sont encore égales et : $T_+ = T_- = \frac{2V_o}{Kv_cV_{sat}}RC$. (VIII - 37)

D' où la fréquence des oscillations :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{K v_c V_{sat}}{4 V_0 RC} = \frac{K}{4RC}\frac{R_2}{R_1} v_c \qquad \text{(VIII - 38)}$$

La fréquence f est donc proportionnelle à la tension de commande v_c (>0) : on a ainsi réalisé un oscillateur commandé par un tension (O.C.T. ou V.C.O.).

Remarque pratique : Pour éviter de saturer l'entrée du multiplieur on a limité la tension de sortie du comparateur au moyen de 2 diodes zener disposées en série et tête bêche (V_Z = 9,1 V par exemple).

Valeurs des éléments

R = 10 kΩ , C = 10 nF , R_1 = 3,3 kΩ , R_2 = 10 kΩ
Multiplieur = AD 633 (cf. Chap.IV § 7)

Avec ces valeurs on a obtenu expérimentalement :

v_c(volts)	1	2	4	8
N(kHz)	0,73	1,45	2,84	5,53

On notera que dans ce domaine (1 - 8 Volts) la linéarité de la commande est correcte.

Enfin si v_c est une fonction périodique du temps (tj > 0) l'O.C.T. permet d'obtenir des signaux modulés en fréquence.
En utilisant un signal sinusoïdal variant entre v_{min} = 2V et v_{max} = 3V (facile à obtenir en agissant sur les réglages d'amplitude et de décalage d'un G.B.F.) on a enregistré l'oscillogramme de la fig.41 (on a utilisé le mode monocoup de l'oscilloscope numérique).

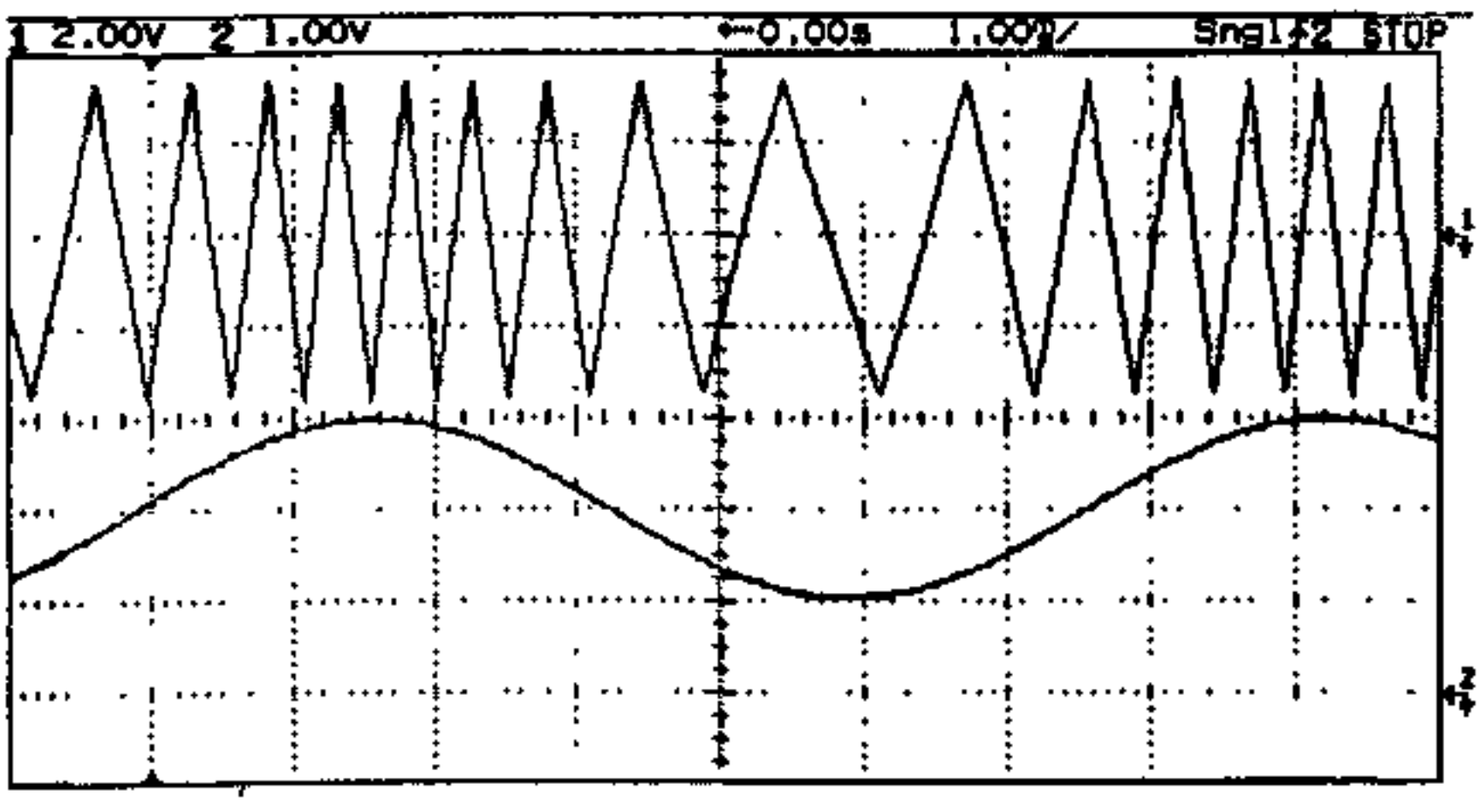


fig.41 - Signal modulé en fréquence

3.1.5 - Complément : conformateur triangle-sinusoïdal

Nous avons vu que les oscillateurs à relaxation permettent de réaliser facilement des V.C.O. produisant des signaux triangulaires. Il est intéressant d'envisager leur transformation en signaux approximativement sinusoïdaux grâce à des conformateurs « apériodiques ».

Nous prendrons l'exemple du conformateur « à diodes » : dispositif dont la fonction de transfert $v_s[v_e]$ est affine par morceaux. A partir d'une tension d'entrée en triangle on peut ainsi obtenir en sortie une tension qui est l'approximation d'une sinusoïde par un ensemble de segments tangents ou par un ensemble de cordes.
Le schéma du conformateur est donné fig.42a. Notons de suite qu'il est parfaitement symétrique si bien que l'on peut limiter l'étude à $v_e > 0$. Pour simplifier on s'est limité à un système à 6 diodes qui seront supposées idéales.

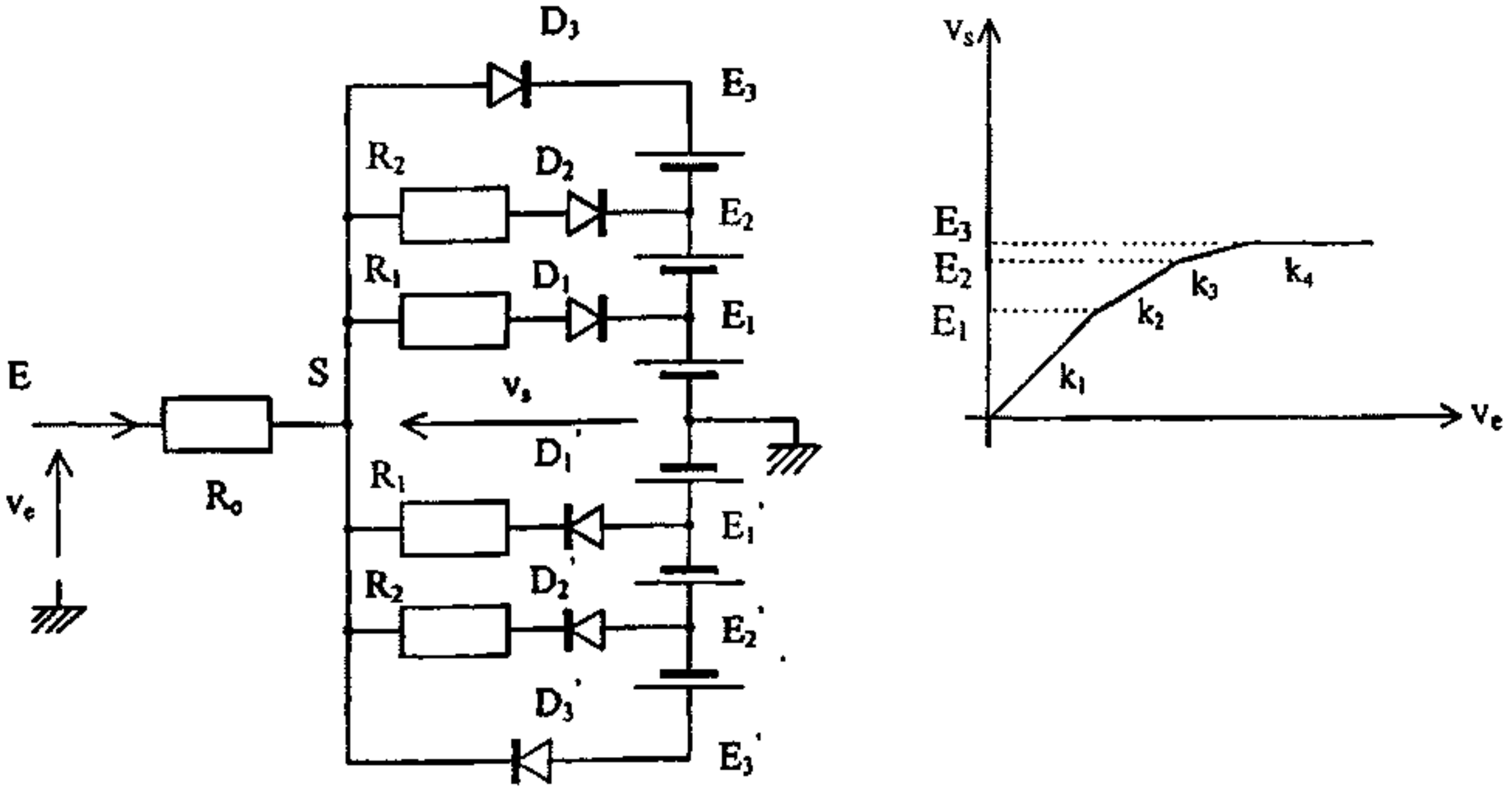


fig.42 - Principe du conformateur à diode

Au fur et à mesure que v_e augmente, les diodes se mettent successivement en conduction ce qui a pour effet d'augmenter l'atténuation de la tension d'entrée (par modification du diviseur de tension). Lorsque D_3 conduit il y a écrétage de la tension d'entrée et $v_s = E_3$.
Il est facile de déterminer la caractéristique représentée fig.42-b, elle se compose des morceaux de droites suivants :

- $0 < v_s < E_1$: $v_s = k_1 v_e$; $k_1 = 1$ (aucune diode conductrice)
- $E_1 < v_s < E_2$: $v_s = k_2 v_e$; $k_2 = \dfrac{R_1}{R_o + R_1}$ (D_1 conductrice)
- $E_2 < v_s < E_3$: $v_s = k_3 v_e$; $k_3 = \dfrac{R_1 // R_2}{R_o + R_1 // R_2}$ (D_1 et D_2 conductrices)

En choisissant judicieusement les potentiels E_i ($E_i' = -E_i$) et les pentes k_i, on peut s'approcher d'une caractéristique $v_s[v_e]$ « sinusoïdale ». Le calcul des E_i, k_i peut s'effectuer selon deux méthodes :

i) temporelle : on cherche à minimiser l'écart entre la fonction affine par morceaux et la sinusoïde.
ii) fréquentielle : on cherche à minimiser les premiers harmoniques ou, plus globalement, la distorsion harmonique du signal de sortie.

Pour des détails concernant ces calculs on pourra consulter la référence [9]. On n'oubliera pas qu'en pratique les diodes ne sont pas idéales !
D'un point de vue purement pratique le schéma complet d'un conformateur (à 8 diodes) est donné fig.43. Les potentiels E_i (et E_i') sont fixés par un diviseur de tension alimenté par un générateur de courant à transistor, ce qui facilite un peu le calcul des résistances (valeurs adaptées de la ref [10]. Le circuit a été calculé pour une tension d'entrée triangulaire d'amplitude 5 V.

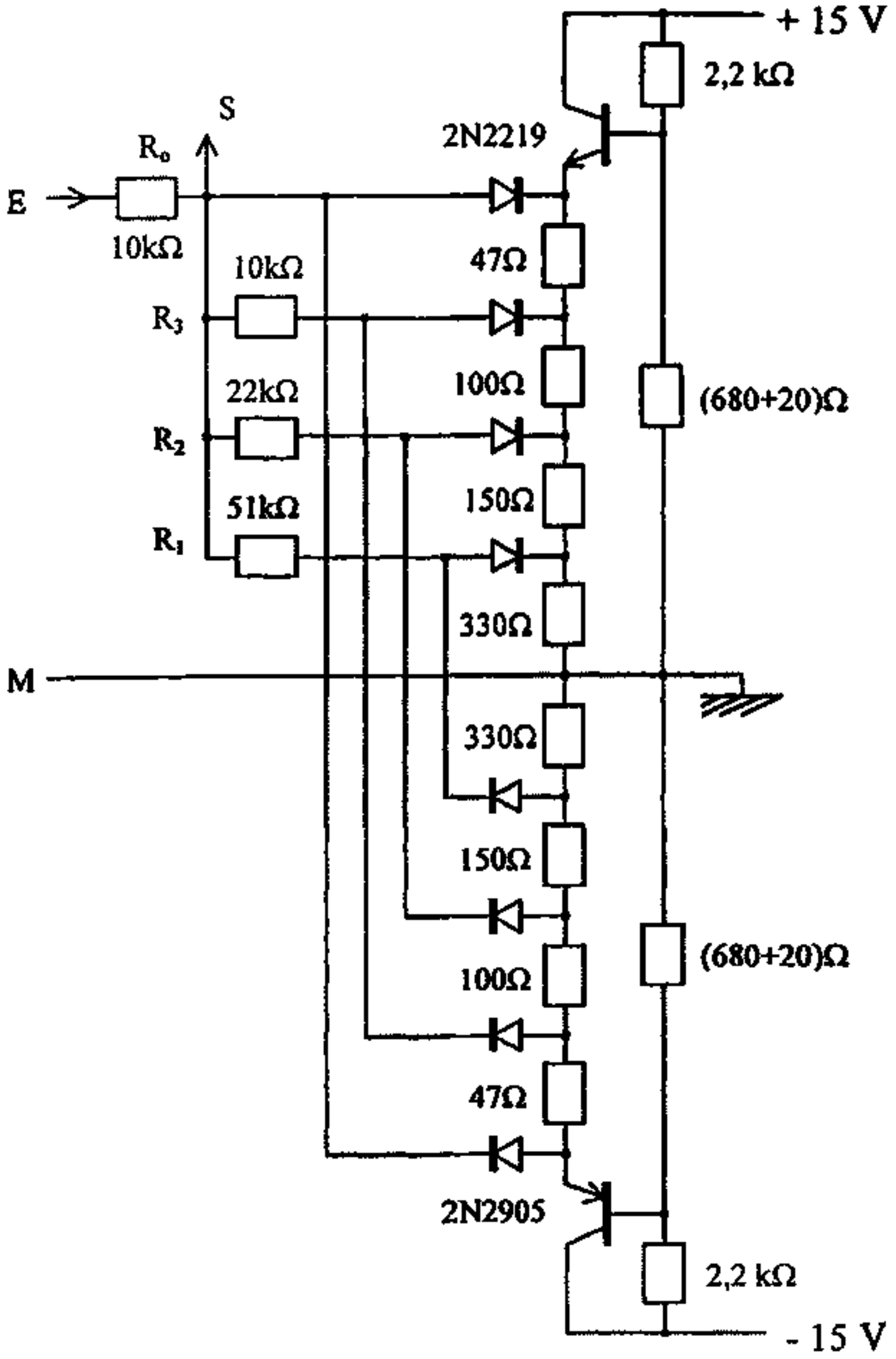


fig.43 - Schéma pratique d'un conformateur à diodes

Il est possible d'optimiser le circuit en rendant réglable les résistances R_1, R_2 et R_3. Précisément on peut les constituer d'une résistance fixe et d'une résistance ajustable soit par exemple : 4,7kΩ + 10kΩ ; 10kΩ + 22kΩ ; 27kΩ + 47kΩ. Leur réglage peut être réalisé conjointement à une estimation de la distorsion harmonique. Comme la tension de sortie est disponible en S sous une impédance assez élevée, il est commode d'ajouter un suiveur.

En l'absence de distorsiomètre on peut se contenter de réaliser un filtre réjecteur de fréquences qui va permettre d'éliminer le fondamental. Il s'agit d'un filtre en « double T » (fig.44) calculé pour un fréquence $f_{rej} \approx 1$ kHz. Pour qu'un tel filtre fonctionne bien, il faut que les éléments (R et C) soient soigneusement triés.

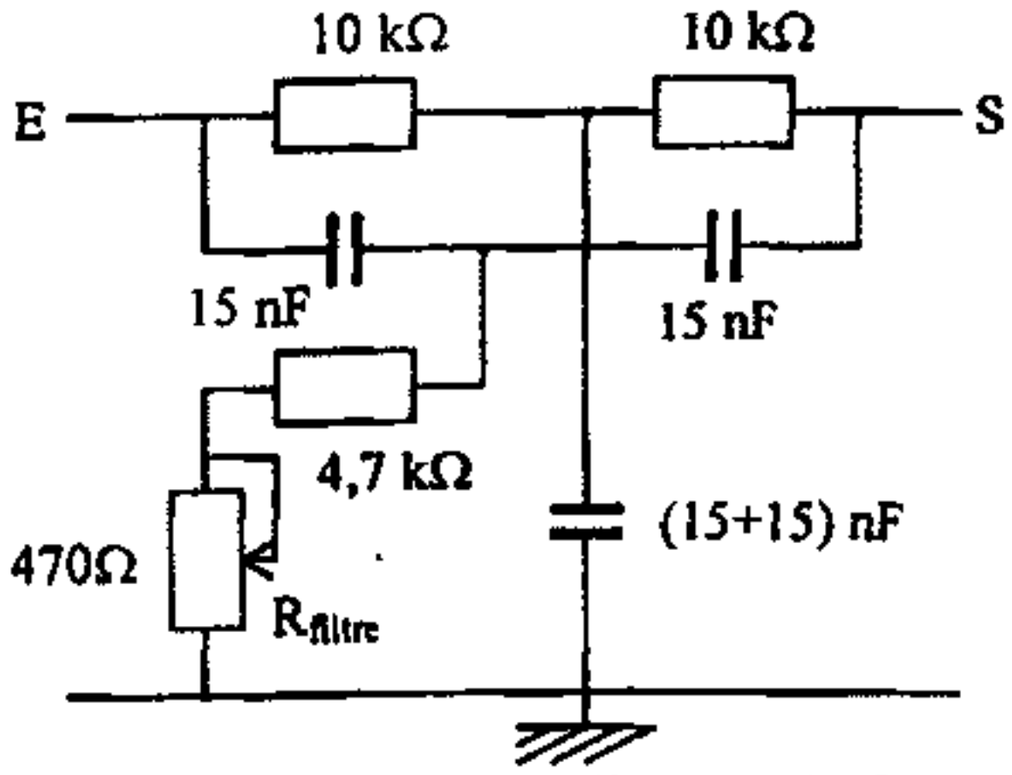


fig.44 - Filtre réjecteur de fréquence

Le filtre doit être préalablement réglé : pour cela on applique à l'entrée une tension **sinusoïdale de fréquence voisine de 1000 Hz et** on agit **à la fois sur** la résistance R_{filtre} **et** sur la fréquence pour obtenir une tension de sortie **minimale (ce réglage peut se faire à l'analyseur de spectre) ; on obtient ainsi f_{rej}.**
On peut ensuite estimer la distorsion harmonique de la tension produite par le conformateur dont le suiveur de sortie **sera relié au filtre. On lui applique** une tension triangulaire de fréquence f_{rej}, **d'amplitude 5V et on agit sur les résistances ajustables du conformateur de manière à minimiser la valeur** efficace de la tension de sortie.
On a ainsi obtenu $V_{har} \approx 13$ mV. (avec un voltmètre efficace « vrai » de bande passante 300 kHz). On peut alors mesurer **la valeur efficace de la tension** « sinusoïdale » **à la sortie du comparateur soit $V_T = 2{,}25$ V. On déduit enfin** le taux de distorsion $\eta = \frac{V_{har}}{V_T} =$ 0,6 % ce qui est correct pour un tel conformateur.

Remarque : Les générateurs de fonctions analogiques actuels qui délivrent des tensions triangulaires, rectangulaires et sinusoïdales fonctionnent selon les principes précédents. Ils sont organisés autour d'un V.C.O. **qui est un oscillateur à relaxation qui fournit la tension triangulaire (au niveau d'un intégrateur)** et la tension rectangulaire (au niveau d'un **dispositif à seuils). La tension sinusoïdale résulte de** l'action d'un conformateur sur la tension triangulaire, son taux de distorsion est donc souvent **assez important (de l'ordre de 1 %).**
A noter qu'il existe des circuits intégrés spécialisés **qui regroupent les fonctions** précédentes **(et d'autres !). Les plus anciens sont les XR 2206** et ICL 8038, le plus récent le MAX 038 dont les performances sont remarquables.

3.2 - Utilisation d'un transistor unijonction (U.J.T.)

Un transistor unijonction (U.J.T.) est constitué d'un barreau B_1B_2 semiconducteur (N) en un point duquel on a réalisé une jonction P-N dont le coté P est accessible en E (fig.45)

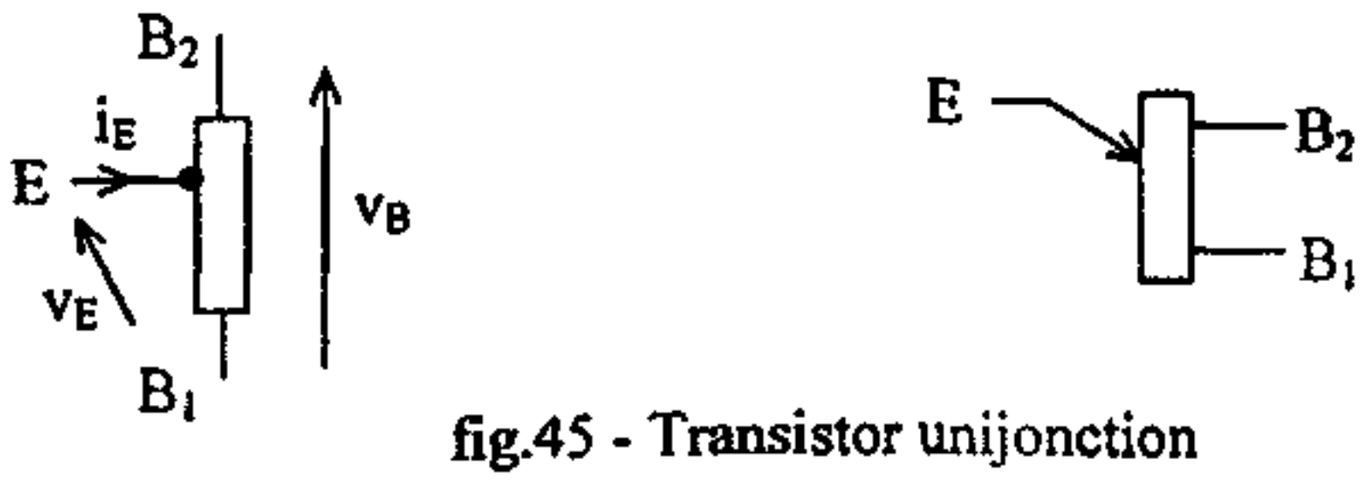


fig.45 - Transistor unijonction

La tension $v_{B_2B_1} = v_B$ étant fixée, l'allure de la caractéristique statique d'émetteur : $v_E = f(i_E)$ est donnée fig.47 (courbe (C)). Elle montre l'existence d'une zone à résistance négative entre le « pic » $P(I_P,V_P)$ et la vallée $V(I_V,V_V)$.
La tension pic V_P dépend de V_B : $V_P = \eta\ V_B + V_s$ où η est le « rapport intrinsèque » de l'UJT (en général compris entre 0,5 et 0,8) et V_S la tension seuil de la jonction ($\approx$ 0,6 V).

L'oscillateur à relaxation à U.J.T. est représenté fig.46.

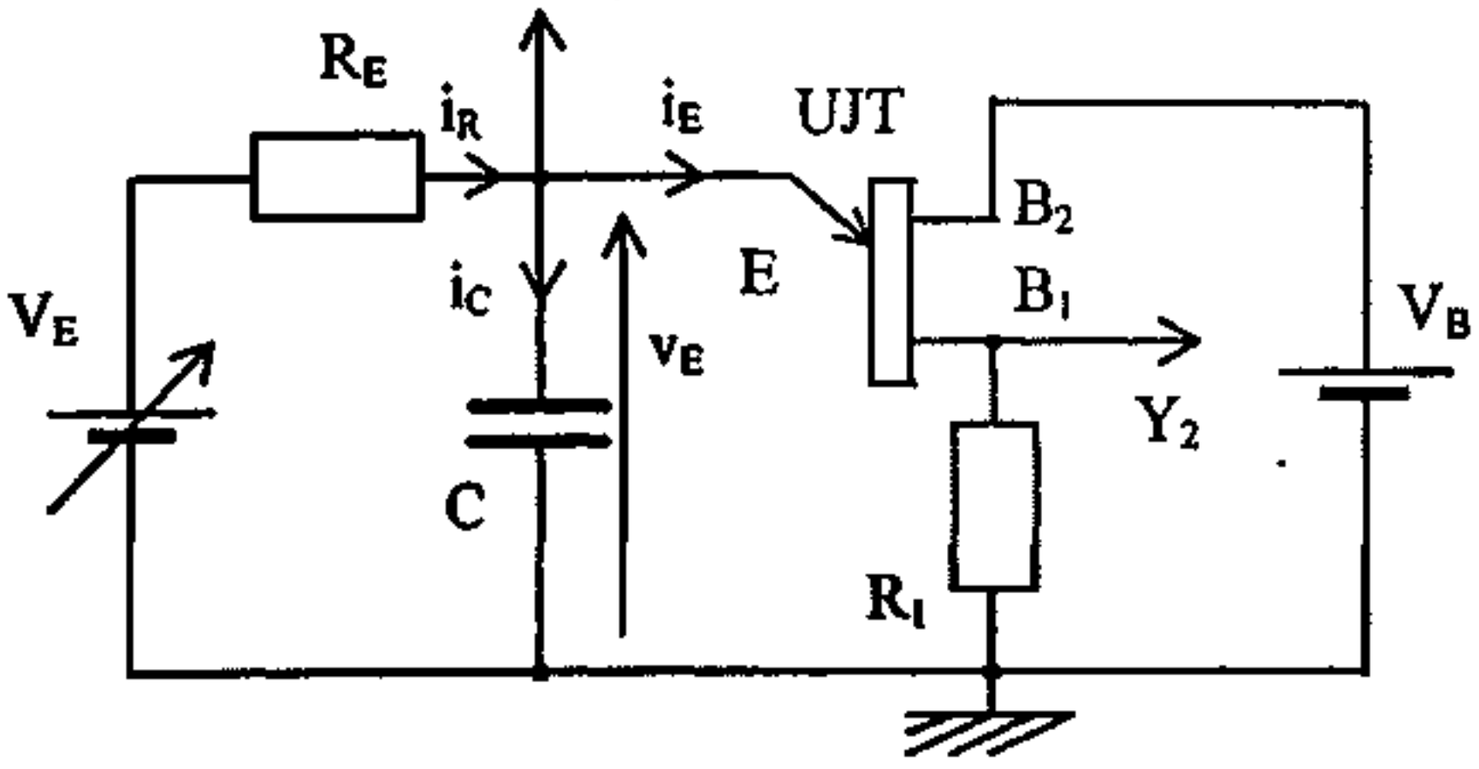


fig.46 - Oscillateur à relaxation à UJT

Supposons pour l'instant la résistance R_1 absente (nous en verrons plus loin l'utilité), V_B étant fixée, il en est de même de la caractéristique statique (C) d'émetteur.

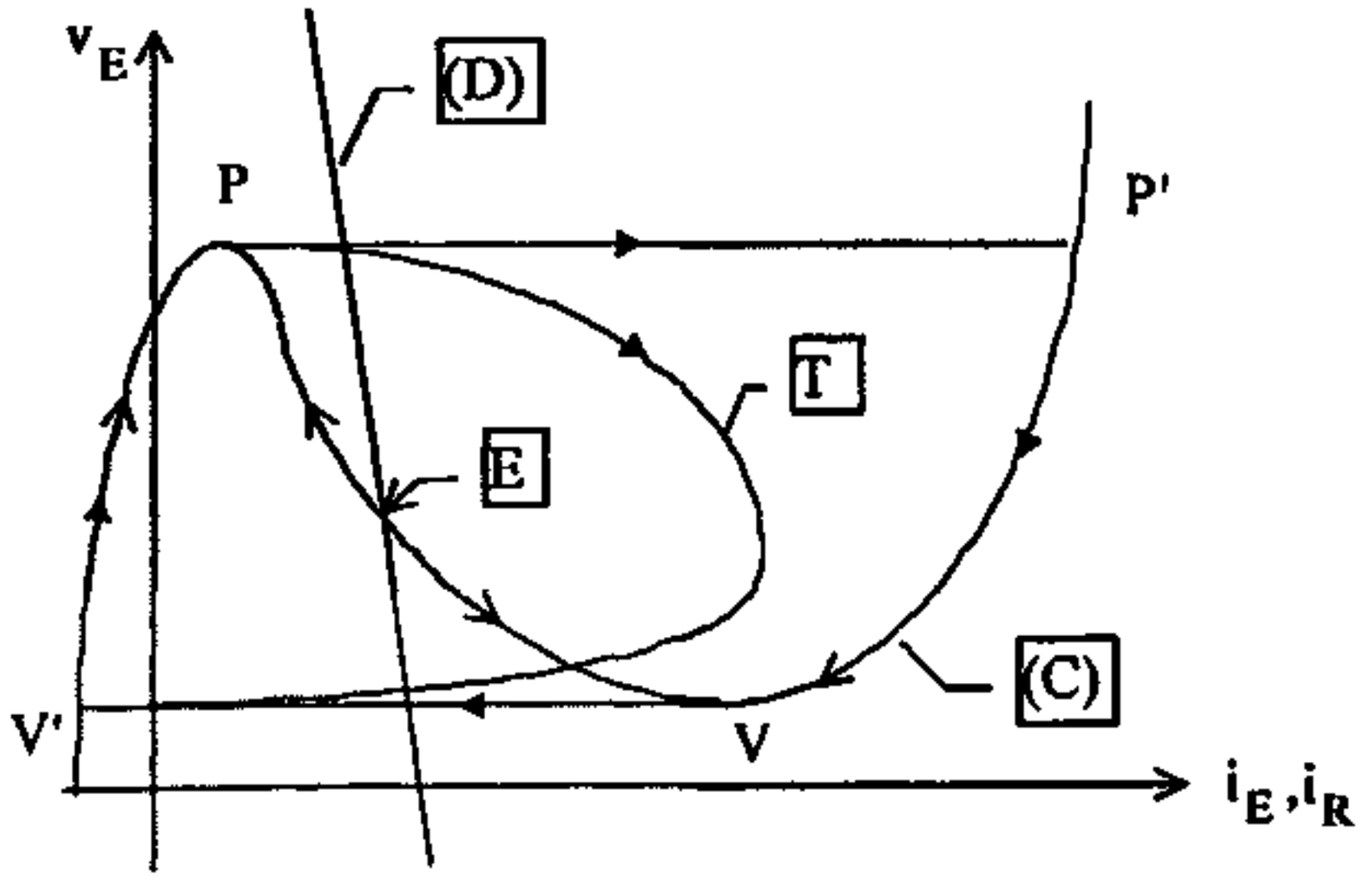


fig.47 - Description du fonctionnement de l'oscillateur à relaxation

On a aussi représenté la droite (D) d'équation : $v_E = V_E - R.i_R$ en supposant que (C) et (D) n'ont qu'un point d'intersection, noté E, situé dans la zone à résistance dynamique négative de l'UJT.

A l'équilibre : $v_E = Cte \Rightarrow i_C = Cdv_E/dt = 0 \Rightarrow i_E = i_R$, l'état d'équilibre est donc représenté par le point E mais il est facile de voir qu'il est instable :

- Si une petite perturbation augmente v_E : $i_R > i_E \Rightarrow i_C = i_R - i_E > 0$ et donc v_E augmente encore plus ...

- Si une petite perturbation diminue v_E : $i_R < i_E \Rightarrow i_C = i_R - i_E > 0$ et donc v_E diminue encore plus ...

Ces remarques élémentaires permettent de dessiner les flèches d'évolution (→) de part et d'autre de E ; elles montrent qu'il y a « impasse » en P et V (cf. § 3.1.2). D'un point de vue mathématique on pourrait admettre une solution dans laquelle i_E serait discontinue (la présence du condensateur C imposant à v_E d'être continue), on en déduirait l'existence d'oscillations selon le cycle : PP'VV'
En réalité notre modélisation de l'UJT en régime variable est incorrecte et un cycle plus réaliste (T) au cours duquel v_E et i_E sont continues est représenté fig .47.

Valeurs des éléments

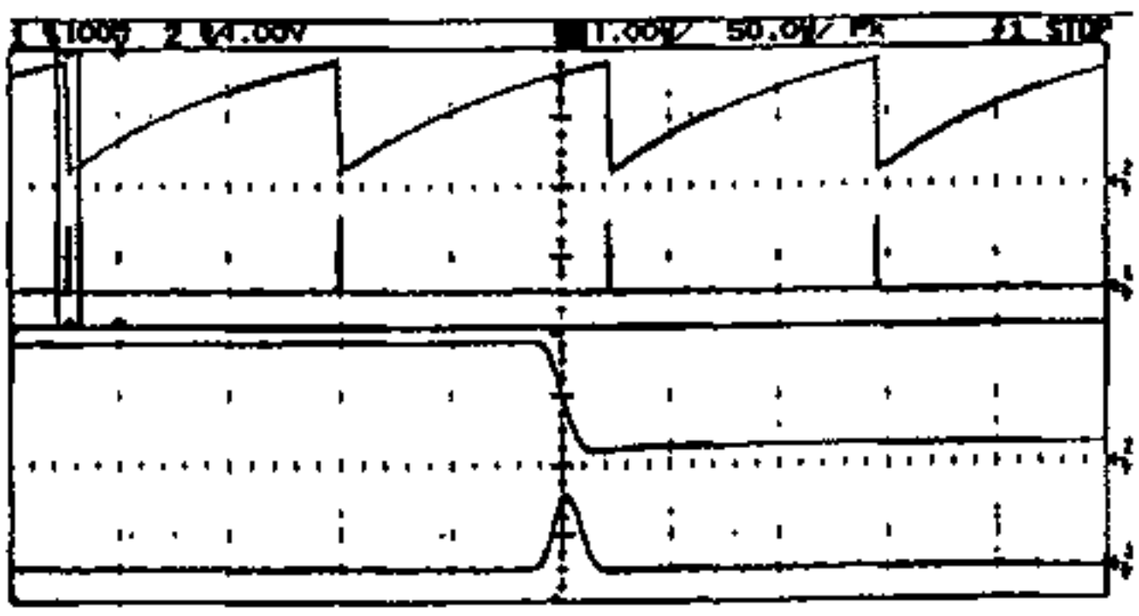
$V_B = 9$ V, C = 10 nF , R = 10 kΩ , V_E variable de 0 à 20 V , $R_l = 10\ \Omega$

Remarque

La condition d'existence d'un unique point d'intersection E dans la portion à résistance négative de (C) n'est pas difficile à satisfaire (il faut évidemment $V_E > V_P$!). Par exemple pour $V_E = 10$ V on vérifie la présence des oscillations pour R compris entre 4,7 et 310 kΩ.

Pour $V_E = 10$ V et R = 10 kΩ on a enregistré l'oscillogramme de la fig.48a donnant $v_E(t)$ et $i_E(t)$ (pour obtenir i_E on a utilisé une « sonde de courant » ce qui évite les problèmes de masse). L'utilisation de la double base de temps permet d'avoir une représentation précise des impulsions de courant dont l'amplitude est de l'ordre de 150 mA.
En passant en mode X-Y on a enregistré la fig.48b qui donne la trajectoire du point $M(i_E, v_E)$

a -



b -

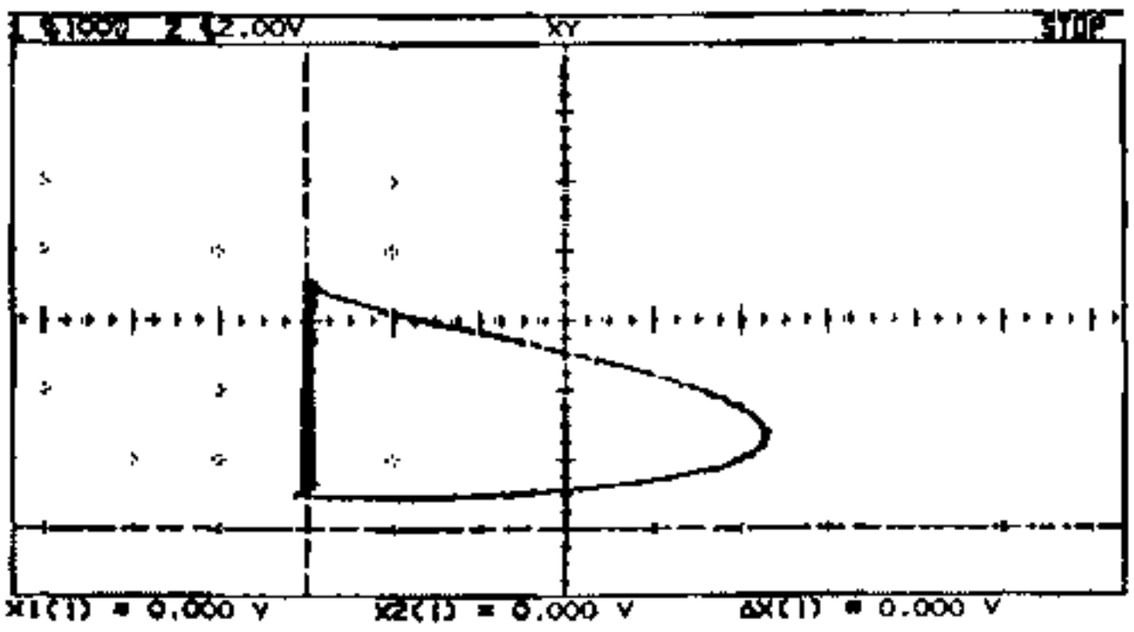


fig.48 - Oscillations de relaxation de l'oscillateur à UJT : $v_E(t)$ et $i_E(t)$

Ces résultats expérimentaux sont en bon accord avec l'approche théorique élémentaire précédente et l'on peut résumer le fonctionnement :

- Lorsque v_E est croissant de V_V à V_P, le courant dans l'UJT est négligeable (la diode de l'UJT étant bloquée) et le condensateur C se charge à travers R. La durée de cette phase de charge est : $T_+ = RC \ln\left(\frac{E - V_v}{E - V_p}\right)$.

- Lorsque v_E atteint V_P, l'UJT devient fortement conducteur et décharge très rapidement le condensateur ($i_E >> i_R$). La durée T. de cette phase peut être négligée devant T_+ qui s'identifie ainsi à la période T :

$$T \approx RC \ln\left(\frac{E - V_v}{E - V_p}\right) \qquad \text{(VIII - 39)}$$

Avec les données précédentes on a mesuré à l'oscilloscope :

$V_P = 7{,}16$ V , $V_V = 1{,}19$ V , $T_+ = 120$ µs , $T_- = 1{,}4$ µs ; $T_m \approx T_+ = 120$ µs

La relation (VIII-39) donne une période $T_c \approx 113$ µs L' accord est donc correct pour une modélisation aussi sommaire.

En plaçant la petite résistance R_1 en série avec B_1B_2 (fig.46) on peut obtenir en plus du signal en « dents de scie » $v_E(t)$, un signal impulsionnel : $v_1(t) = R_1(i_E + i_B)$ dont les variations sont dues, essentiellement, à celles de $i_E(t)$. En passant en mode X-Y on obtient un cycle voisin de celui de la fig.48b.
Pour rendre linéaires les « dents de scie » il faut charger le condensateur C à courant constant et non à travers R. Pour cela il suffit d'ajouter un générateur de courant qui peut se réduire à un transistor PNP (fig.49) dont le potentiel de base est fixé grâce aux deux diodes.

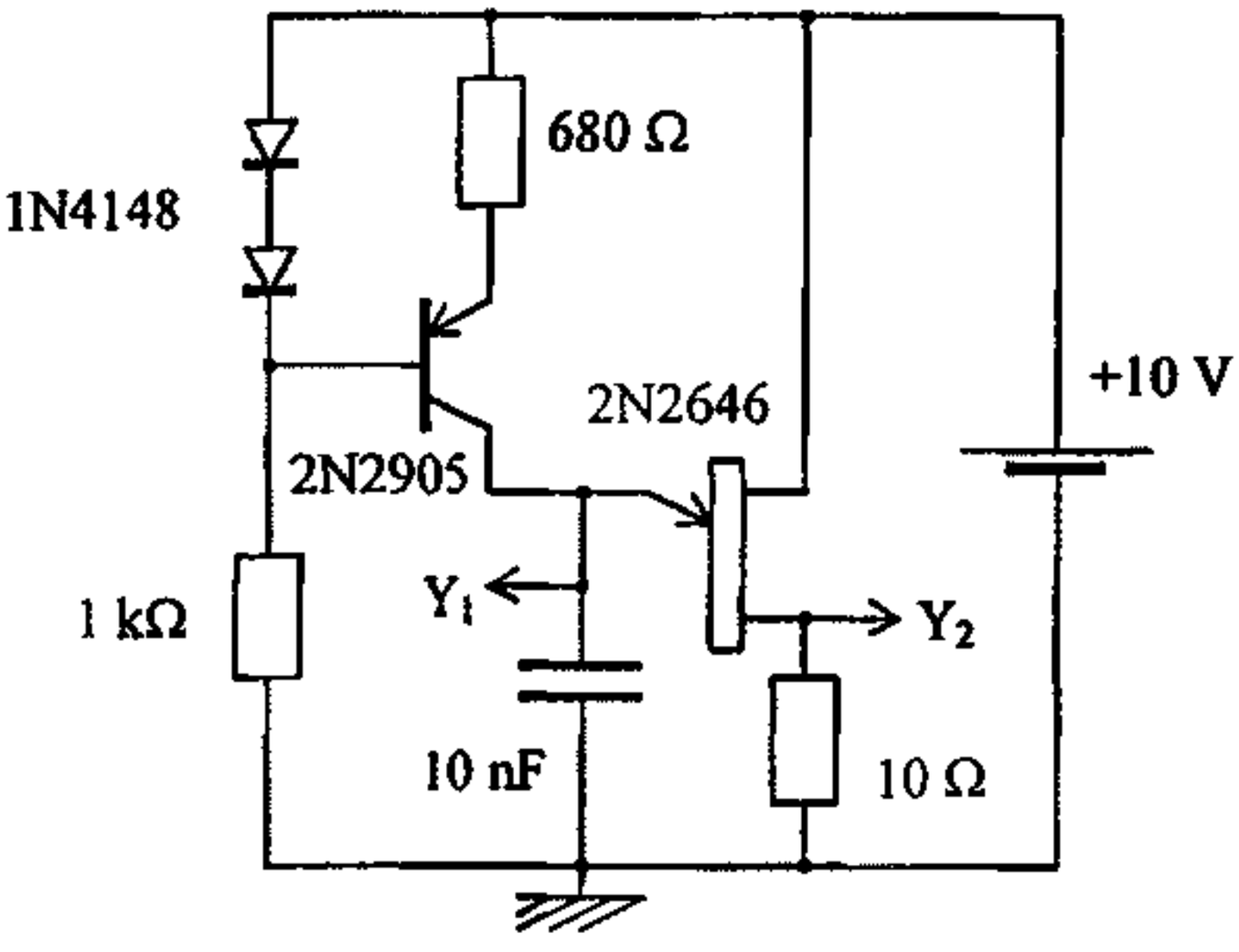


fig.49 - Oscillateur à relaxation modifié (« linéarisation » des dents de scie)

Avec les valeurs indiquées le courant I_{ch} de charge est voisin de 1mA et la période des oscillations est $T \approx \frac{C(V_P - V_V)}{I_{ch}} \approx 60$ µs.

3.3 - Utilisation de portes logiques

3.3.1 - Montage de base

Un oscillateur à portes logiques est représenté fig.50-a, les portes utilisées étant des inverseurs logiques (Chap.X). Pour simplifier l'analyse, on néglige leur résistance de sortie et on considère comme infinie leur résistance d'entrée. La caractéristique de transfert idéalisée des portes : $v_s = f(v_e)$ est donnée fig.50-b (V_b est la tension de basculement).

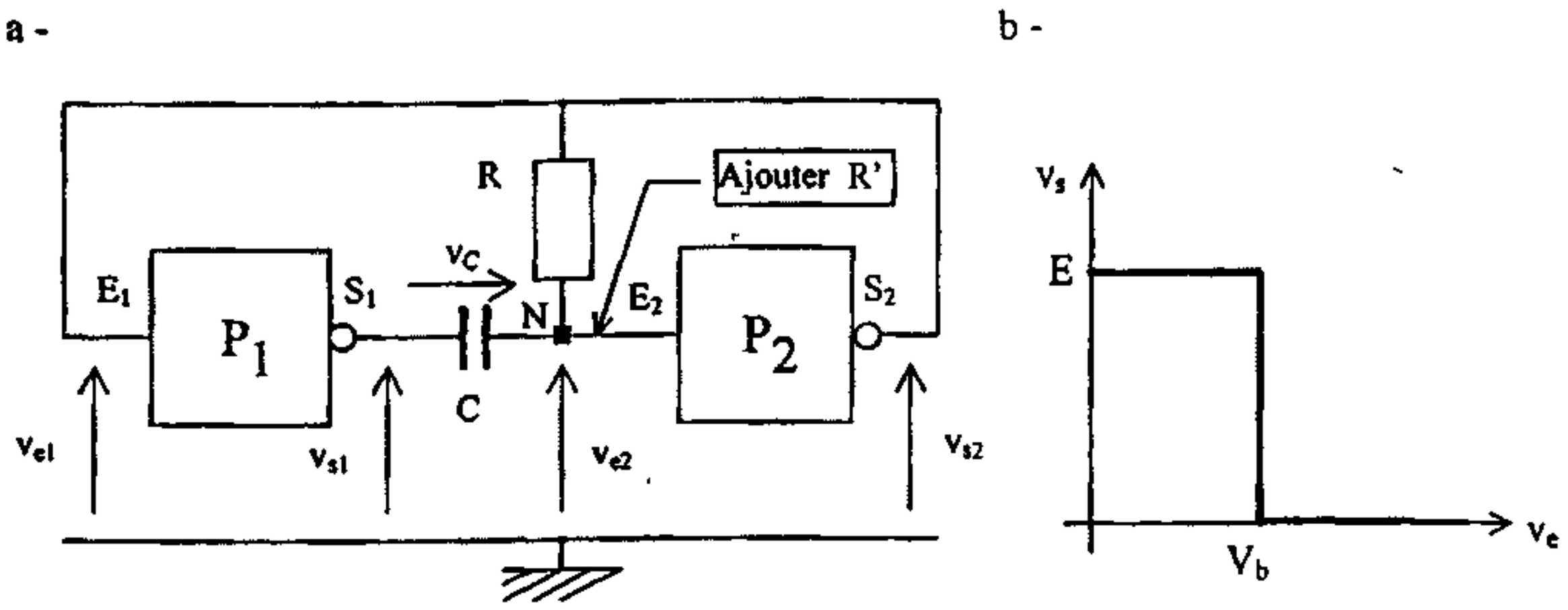


fig.50 - Oscillateur à relaxation à portes logiques

On peut tout d'abord montrer l'instabilité du seul état d'équilibre possible du montage : $v_{e1} = v_{s2} = v_{s1} = v_{e2} = V_b$ (cf. $v_C = Cte = 0$). Pour cela imaginons une perturbation qui tend à augmenter v_{e1} . Il en résulte une diminution rapide de v_{s1} (fig.50b), cette variation rapide est « transmise » par le condensateur C, d'où diminution de v_{e2} et donc augmentation de $v_{s2} = v_{e1}$. La perturbation initiale est donc « renforcée » et le système s'éloigne de l'équilibre initial de plus en plus (un raisonnement analogue peut être repris pour une perturbation qui tend à diminuer v_{e1}).
Finalement le montage va osciller en alternant des phases lentes où les deux portes sont dans des états opposés et où le condensateur se « charge » ($i_C > 0$) ou se « décharge » ($i_C < 0$) et des phases rapides au cours desquelles les deux portes basculent.

Considérons une phase lente où : $v_{s2} = v_{e1} = E$, $v_{s1} = 0$, le condensateur C étant en cours de charge. Cette phase s'achève lorsque v_{e2} atteint V_b et nous choisirons cet instant comme origine des temps :

- à $t = 0$. on a donc : $v_{s2} = v_{e1} = E$, $v_{s1} = 0$, $v_{e2} = V_b$; $v_C = V_b$

A cet instant il y a basculement des portes et en utilisant la continuité de $v_C(t)$ on déduit :

- à $t = 0_+$: $v_{s2} = v_{e1} = 0$, $v_{s1} = E$, $v_{e2} = V_b + E$; $v_C = V_b$

Dans la phase lente qui suit, il y a décharge du condensateur selon la loi :

$$v_C(t) = -E + (V_b + E)\exp(-t / RC)$$

$$\text{et} \quad v_{e2} = v_{s1} + v_C = (V_b + E)\exp(-t / RC)$$

Cette phase lente s'achève à T_B lorsque v_{e2} atteint à nouveau V_b d'où :

$$T_B = RC \ln\left(\frac{V_b + E}{V_b}\right) \qquad \text{(VIII - 40)}$$

- à $t = T_{B-}$: $v_{s2} = v_{e1} = 0$, $v_{s1} = E$, $v_{e2} = V_b$; $v_C = V_b - E$

A cet instant il y a à nouveau basculement et en utilisant à nouveau la continuité de v_C on déduit :

- à $t = T_{B+}$: $v_{s2} = v_{e1} = E$, $v_{s1} = 0$, $v_{e2} = V_b - E$; $v_C = V_b - E$

Dans la phase lente qui suit, il y a charge du condensateur selon la loi :

$$v_C(t) = E + (V_b - 2E)\exp\left(-(t - T_B)/RC\right)$$

$$\text{et} \quad v_{e2}(t) = v_{s1} + v_C = E + (V_b - 2E)\exp\left(-(t - T_B)/RC\right)$$

Cette phase lente s'achève à $T = T_B + T_H$ lorsque v_{e2} atteint V_b ce qui nous ramène à l'état initial :

$$T_H = RC \ln\left(\frac{2E - V_b}{E - V_b}\right) \qquad \text{(VIII - 41)}$$

La période des oscillations est :

$$T = T_B + T_H = RC\left[\ln\left(\frac{V_b + E}{V_b}\right) + \ln\left(\frac{2E - V_b}{E - V_b}\right)\right] \qquad \text{(VIII - 42)}$$

$$\text{Si : } V_b = E/2 : \; T = 2RC\ln 3 \approx 2{,}2\ RC \qquad \text{(VIII - 43)}$$

Valeurs des éléments :

$R = 100\ k\Omega$, $C = 10\ nF$; tension d'alimentation des portes : 10 V.

Les portes logiques doivent être du type C-MOS pour que leur résistance d'entrée puisse être considérée comme infinie (précisons que leur résistance de sortie est de quelques centaines d'ohms et qu'elles peuvent débiter quelques mA). On peut utiliser par exemple deux des 4 portes NON ET d'un circuit « 4011 », il suffit de relier leurs entrées pour qu'elles fonctionnent en inverseur NON.
Rappelons par ailleurs que les portes C-MOS sont pourvues d'un circuit de protection de leurs entrées vis-à-vis des trop fortes tensions. Dans notre montage v_{e2} peut atteindre la tension $E+V_p$ qui est, en général, supérieure à la valeur maximale possible. Pour que le circuit de protection ne perturbe pas le fonctionnement de l'oscillateur, on ajoute une forte résistance $R'(\approx 10\ R)$ à l'entrée E_2 (entre N et E_2 sur la figure 50), le courant d'entrée de la porte restera ainsi négligeable.
Avec les valeurs précédentes on a enregistré l'oscillogramme de la fig.51, donnant $v_{s2}(t)$ et $v_{e2}(t)$. On peut vérifier les résultats théoriques et mesurer :

E = 10 V (= tension d'alimentation) ; $V_b = 6$ V , $f_m = 429$ Hz

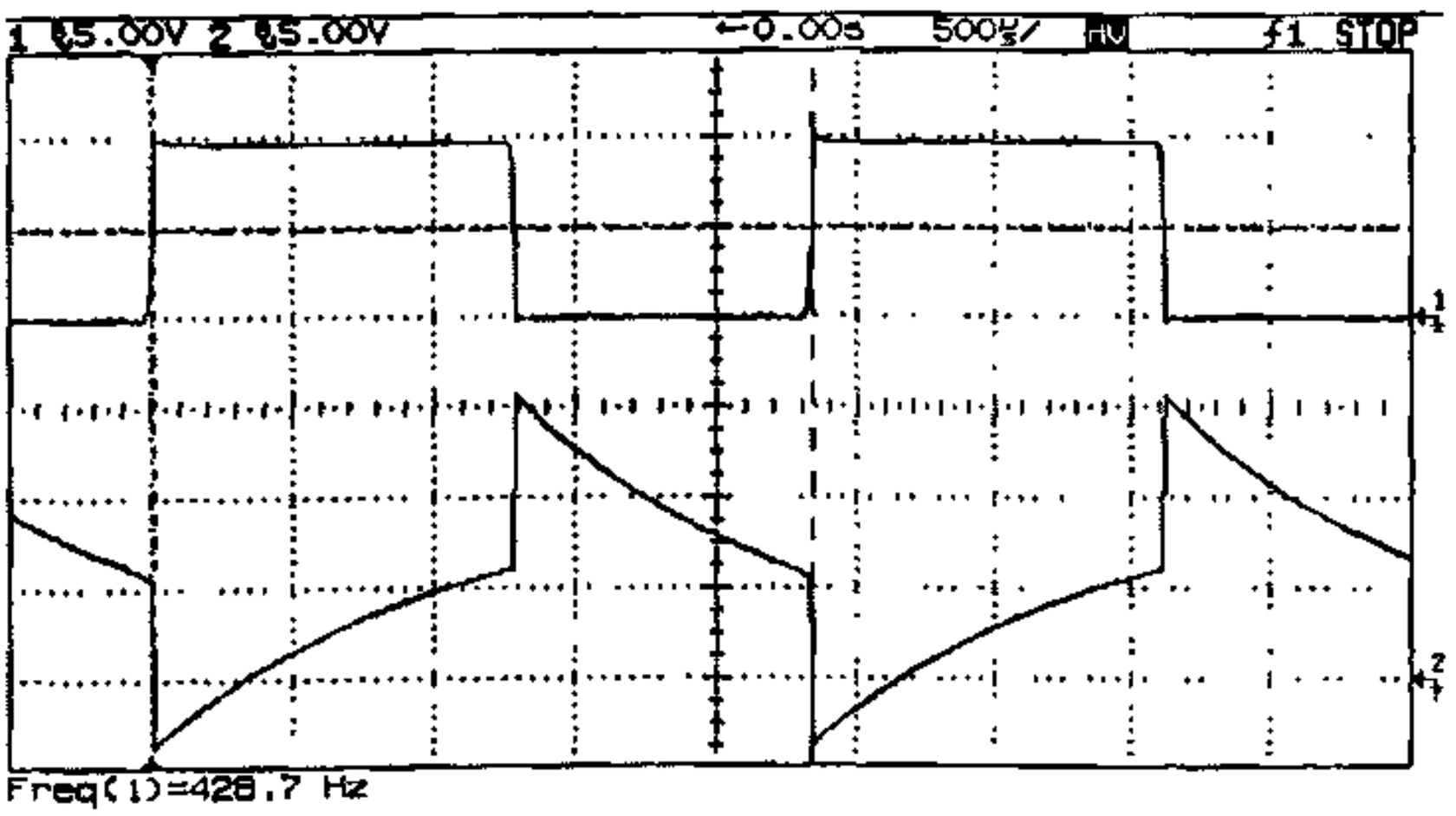


fig.51 - Oscillations de relaxation de l'oscillateur à portes logiques

La relation (VIII-42) permet d'obtenir $f_c = 448$ Hz, le modèle est donc correct ; on pourra constater que l'écart relatif entre f_m et f_c croit lorsqu'on abaisse R (f_m est systématiquement inférieure à f_c) : ceci est dû à la résistance de sortie des portes (négligées dans le modèle précédent).

3.3.2 - Montage « compact »

Le fonctionnement de l'oscillateur précédent est assez complexe car la porte P_2 qui commande la charge et la décharge du condensateur ne possède pas d'hystérésis. Le système ne fonctionne que grâce à la porte « auxiliaire » P_1 qui permet à la tension d'entrée v_e de se « décaler »dans un sens ou dans un autre selon le sens du basculement.

Il est évidemment bien plus simple (fig.52a) d'utiliser une porte inverseuse possédant de l'hystérésis (entrée du type « trigger de Schmitt »). On a rappelé fig.52b la caractéristique de transfert d'une telle porte (seuils de basculement : V_{b1} et V_{b2}).

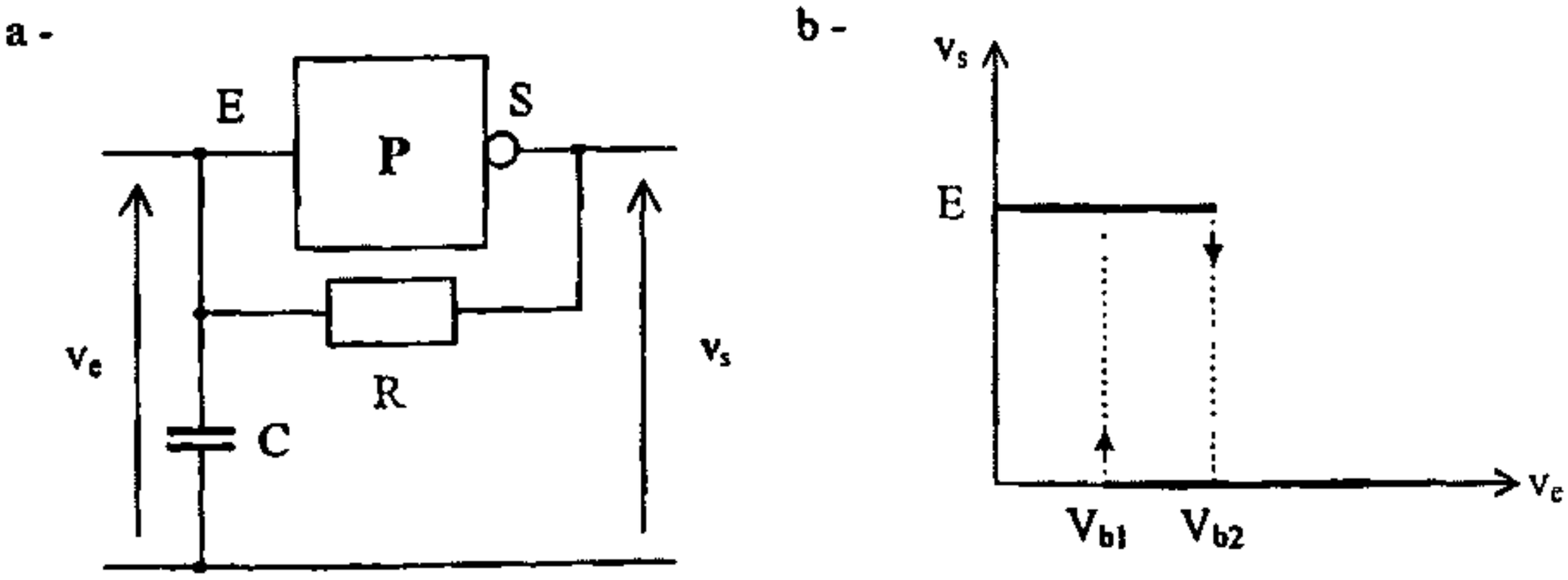


fig.52 - Oscillateur à porte logique à hystérésis

On vérifiera que les durées T_H et T_B durant lesquelles la sortie S est au niveau haut (+E) ou au niveau bas (0) sont :

$$T_H = RC \ln\left(\frac{E - V_{b1}}{E - V_{b2}}\right) \quad \text{et} \quad T_B = RC \ln\left(\frac{V_{b2}}{V_{b1}}\right) \qquad \text{(VIII - 44)}$$

d' où la période :

$$T = T_H + T_B = RC\left(\ln\left(\frac{E - V_{b1}}{E - V_{b2}}\right) + \ln\left(\frac{V_{b2}}{V_{b1}}\right)\right) \qquad \text{(VIII - 45)}$$

Valeurs des éléments

P = 1/6 de sextuple inverseur C-MOS tel que 74 HC 14

Tension d'alimentation (=E) : 5 V

R = 10 kΩ , C = 10 nF

Avec ces valeurs on a mesuré une période T_m = 970 µs, qui peut être comparée à la valeur calculée à partir de (VIII-45) et des tensions seuils mesurées sur un enregistrement de $v_e(t)$ soit : V_{b1} = 1,75 V et V_{b2} = 2,92 V. On calcule ainsi T_c = 958 µs : l'accord est bon (≈ 1%).

3.4 - Synchronisation d'un oscillateur à relaxation [11,12]

Un oscillateur à relaxation peut facilement se « synchroniser » sur un signal extérieur de fréquence f_{ex}, c'est-à-dire que sa fréquence d'oscillation f_{os} va se modifier pour que le rapport f_{os}/f_{ex} soit, en général, un nombre rationnel : m/n .

La synchronisation est dite harmonique si m = n = 1, superharmonique si n = 1 et m>1, sous harmonique si m = 1 et n>1, fractionnaire si m > 1 et n > 1 (dans ce dernier cas seules de «faibles » valeurs de m et n pourront être observées).

En général la dynamique de la synchronisation d'un oscillateur est très complexe ; pour simplifier nous n'envisagerons qu'un montage facile à étudier. Il dérive du multivibrateur astable (cf.§ 3.1.2), le comparateur à hystérésis étant modifié (fig.53) de manière à ce que la tension seuil « haute » puisse être modifiée par une tension extérieure $v_{ex}(t)$ de faible amplitude.

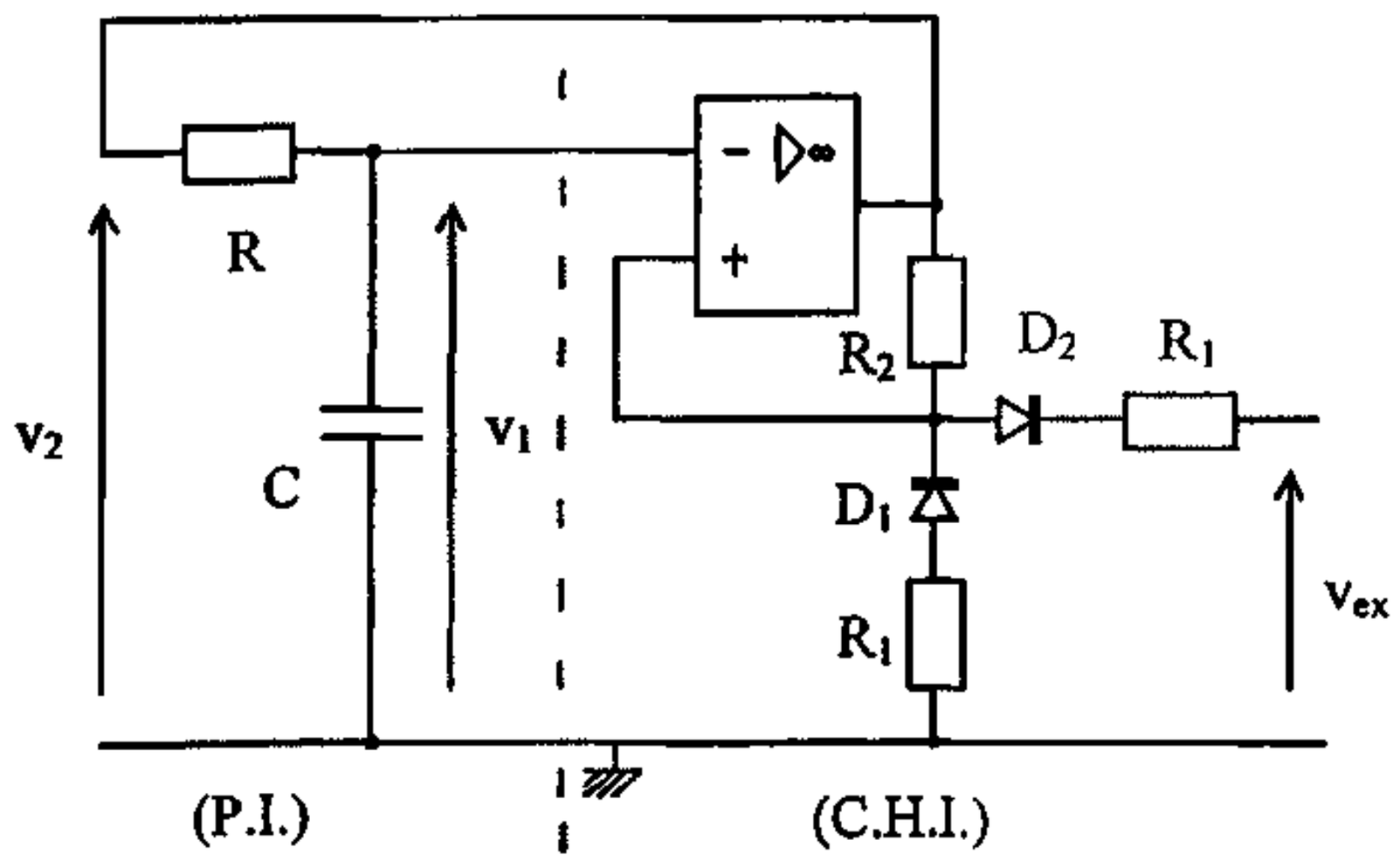


fig.53 - Oscillateur à relaxation synchronisable

- A saturation positive la diode D_2 est conductrice (cf. $|v_{ex}| << V_{sat}$), D_1 est bloquée et la tension seuil « haute » est :

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{ex} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{Do} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} = V_o^{'} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{ex} \qquad \text{(VIII - 46)}$$

où l'on a noté V_{Do} la tension seuil de la *diode*.

A saturation négative la diode D_1 est conductrice, D_2 est bloquée et la tension seuil « basse » est :

$$V_1 = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{Do} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat} = -V_o^{'} \qquad \text{(VIII - 47)}$$

Valeurs des élements

$R = 10\ k\Omega$, $C = 100\ nF$, $R_1 = 10\ k\Omega$, $R_2 = 100\ k\Omega$, $D_1 = D_2 = 1N\ 4148$.

Comme les tensions seuils sont faibles devant V_{sat} la tension $v_1(t)$ est pratiquement triangulaire et les pentes des parties croissantes et décroissantes sont approximativement : $+V_{sat}/RC$ et $- V_{sat}/RC$.

3.4.1 - Synchronisation par un signal sinusoïdal

La tension extérieure étant sinusoïdale : $v_{ex}(t) = A \cos(\omega_{ex} t + \varphi)$, la tension seuil « haute » varie elle même sinusoïdalement autour de $V_o^{'}$.

$$V_2(t) = V_o^{'} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} A \cos(\omega_{ex} t + \varphi) = V_o^{'} + \lambda \cos(\omega_{ex} t + \varphi) \qquad \text{(VIII - 48)}$$

Etudions graphiquement la possibilité de synchronisation harmonique (fig.54) en prenant l' origine des temps à un maximum de $v_1(t)$:

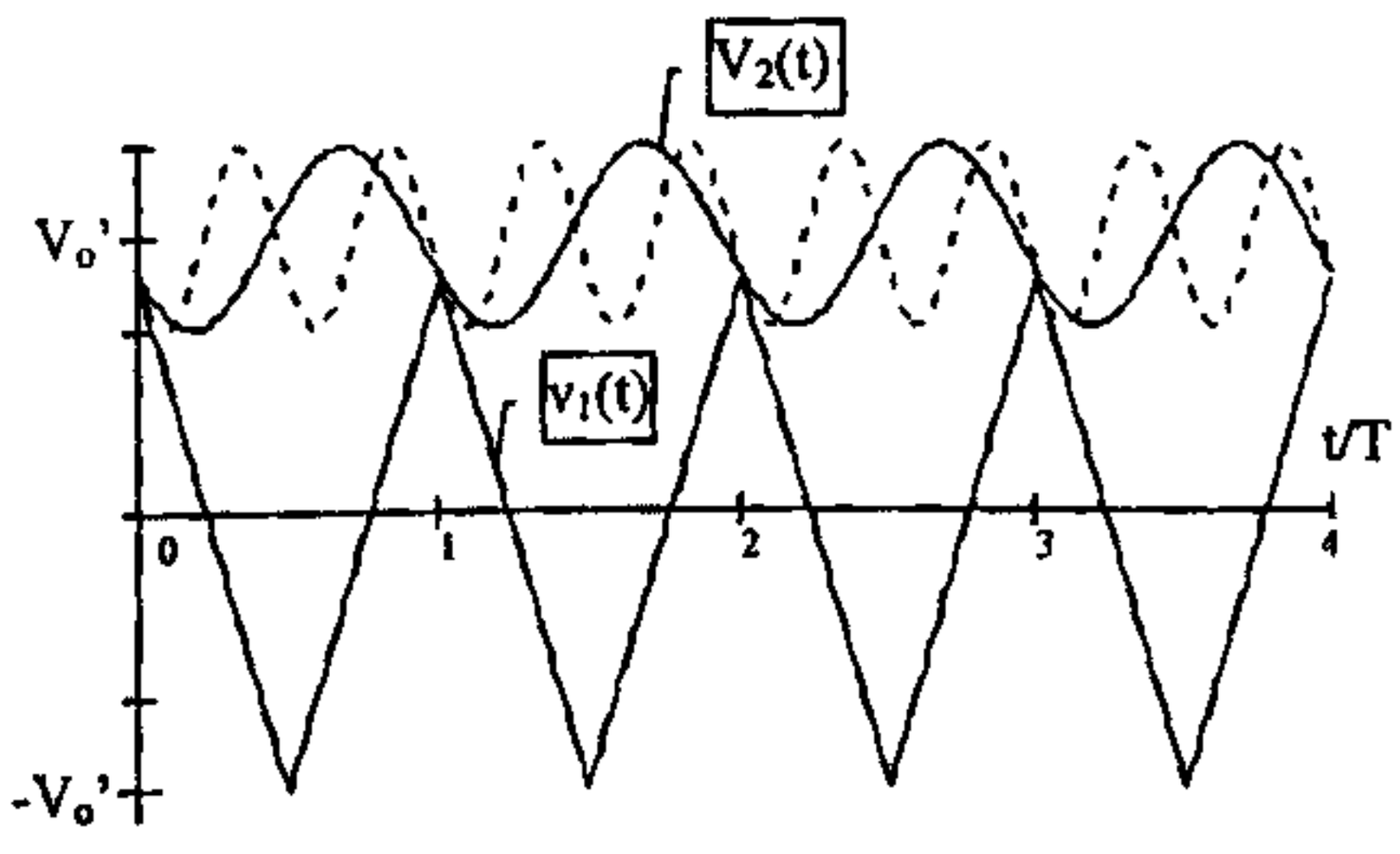


fig.54 - Synchronisation harmonique et sous harmonique

Le maximum suivant a lieu à la date : $T_{os} = T_{ex}$ telle que :

$$V_2(T_{ex}) = V_o^{'} + \lambda \cos(\omega_{ex} T_{ex} + \varphi) = V_o^{'} + \lambda \cos\varphi$$

et $$V_2(T_{os}) - (-V_o^{'}) = \frac{V_{sat}}{RC} \frac{T_{os}}{2}$$

D'où : $$T_{os} = \frac{2RC}{V_{sat}}(2V_o^{'} + \lambda\cos\varphi) = T_o(1 + \mu\cos\varphi) \qquad \text{(VIII - 49)}$$

où T_o est la période de l'oscillateur en l'absence de tension extérieure et où l'on a posé :

$$\mu = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\frac{A}{2V_o^{'}}$$

On peut vérifier que le régime n'est « stable » que si le seuil « haut » est atteint lorsque $v_{ex}(t)$ est décroissante, c'est à dire pour $\varphi \in (0,\pi)$.

Pour une amplitude A donnée (« faible ») la synchronisation n'est possible que sur une plage dont la largeur est : $\Delta T = 2\mu T_o$. La variation relative de période étant supposée faible devant l'unité, la variation relative de fréquence lui est égale : $\Delta f/f = \Delta T/T = 2\mu$ d'où la largeur de la plage de fréquence :

$$\Delta f_{ex} = \frac{2\mu}{T_o} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)T_o}\frac{A}{V_o^{'}} \qquad \text{(VIII - 50)}$$

A ce niveau d'approximation la largeur de la bande est proportionnelle à l'amplitude du signal extérieur.

Il est facile de montrer que la tension sinusoïdale permet aussi la synchronisation sousharmonique (cf. fig.54 où le cas n = 2 est représenté en pointillés), on vérifiera aussi que la largeur de la bande augmente avec la rang n (toujours aux faibles amplitudes).

Ces résultats s'observent très bien expérimentalement (avec par exemple A = 0,2 V) et l'observation est facilitée en opérant en mode X-Y ($v_{ex} \rightarrow X$, $v_1 \rightarrow Y$).

En général on obtient une courbe non fermée qui remplit entièrement un « trapèze » mais lorsqu'il y a synchronisation de fréquence la courbe est fermée et apparaît comme fixe. En modifiant la fréquence f_{ex} dans la plage de synchronisation on observera une « rotation » de la courbe qui est associée à la variation de φ (la courbe subit aussi une déformation).

La fig.55 représente ainsi l'enregistrement de courbes de ce type dans le cas de la synchronisation harmonique et pour 3 valeurs de φ (≈ 0, $\pi/2$ et π).

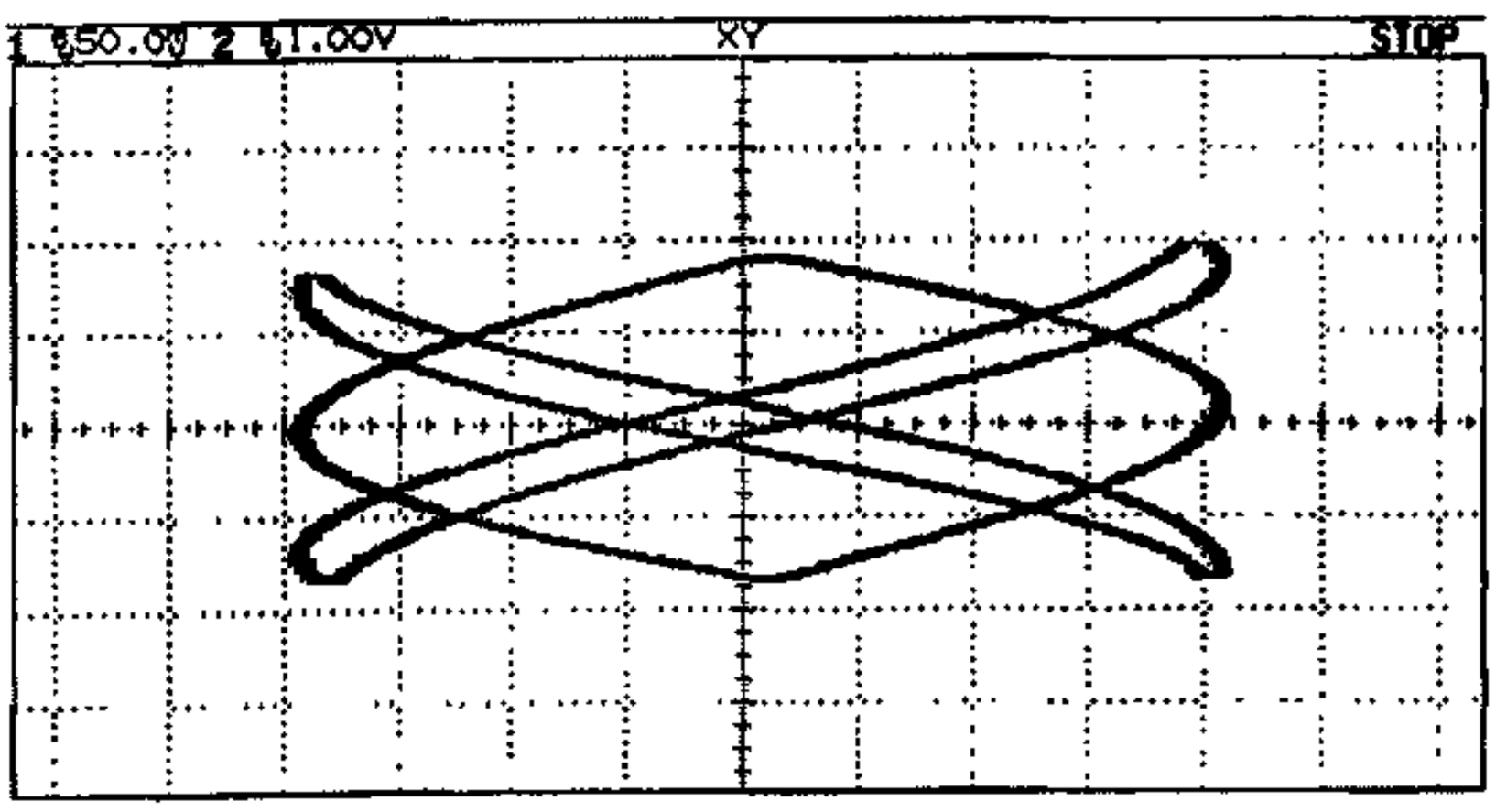


fig.55 - Synchronisation harmonique (mode X-Y)

Dans les mêmes conditions et pour $\varphi \approx \pi/2$ on a enregistré (fig.56) les tensions $v_1(t)$ et $v_{ex}(t)$:

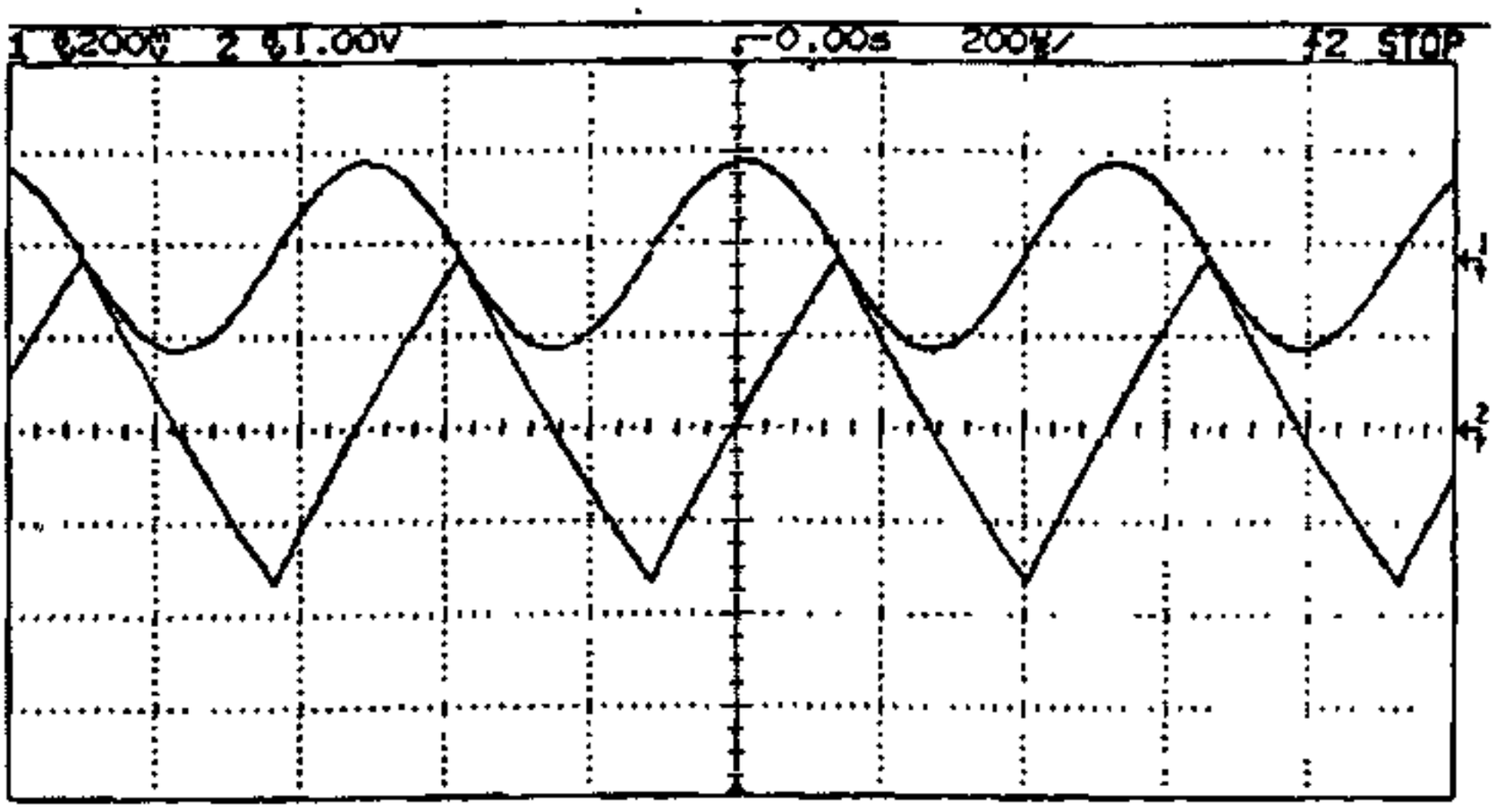


fig.56 - Synchronisation harmonique

3.4.2 - Synchronisation par impulsions (>0)

La tension extérieure $v_{ex}(t)$ peut aussi être un signal impulsionnel (>0) de fréquence f_{ex}, de très faible rapport cylique. Avec un tel signal il y a possibilité de synchronisation harmonique, sousharmonique mais aussi fractionnaire. L'enregistrement de la fig.57 montre le cas du rapport 2/3.

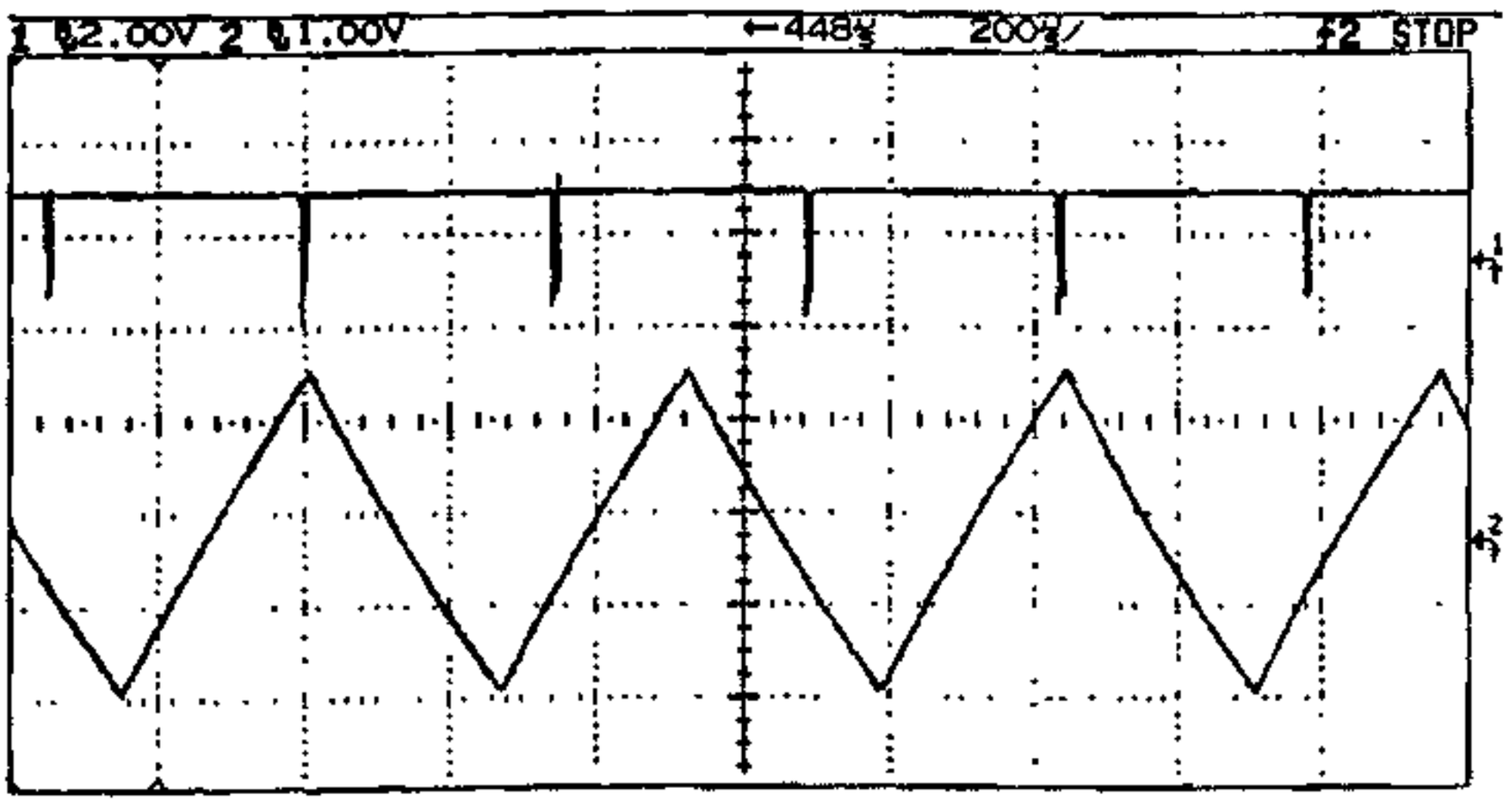


fig.57 - Synchronisation fractionnaire (par impulsions)

Une telle possibilité peut être justifiée par une méthode graphique analogue à celle du 3.4.1. (cf. fig.54). En toute rigueur les différents maximums du signal triangulaire peuvent avoir des amplitudes légèrement différentes mais ceci est en réalité inobservable si la largeur des impulsions est suffisamment faible (cf. fig.57).
La recherche des plages de synchronisation fractionnaire (très étroites !) peut être facilitée en faisant apparaître en mode X-Y le cycle-limite de l'oscillateur ($v_1 \rightarrow X$, $v_2 \rightarrow Y$) et en appliquant la tension $v_{ext}(t)$ à l'entrée Z de l'oscilloscope de manière à n'allumer le spot que lors des impulsions (Selon l'oscilloscope utilisé il sera éventuellement nécessaire, de modifier la polarité ou/et l'amplitude de l'impulsion avant de l'appliquer à l'entrée Z).

En l'absence de synchronisation on observe le cycle en entier, mais dès lors qu'il y a synchronisation on n'observe plus qu'un nombre n de points isolés et fixes (D'un point de vue mathématique cette représentation est celle de la section de Poincaré associée au système). L'ambiguïté sur m, commune à toutes les méthodes « stroboscopiques » analogues à la précédente, peut facilement être levée, vu que l'on peut mesurer simultanément f_{ex} et f_{os}.

Remarque : La possibilité de synchronisation sous harmonique des oscillateurs à relaxation a eu une grande importance pratique vu qu'elle permettait de réaliser l'opération de démultiplication de fréquence (l'opération inverse de multiplication de fréquence est au contraire très facile à réaliser au moyen d'un système non linéaire). Actuellement ces opérations se réalisent bien plus facilement grâce aux diviseurs numériques et aux boucles à asservissement de phase (Chap.IX et X).

REFERENCES

[1] P.Grivet, J.Legros ; Physique des circuits ; Masson
[2] C.Kovacic ; BUP n° 738 ; p.1379 (1991)
[3] J.P.Lievre ; Oscillations électriques et mécaniques ; Editions du CRDP de Lyon
[4] P.Hagedorn ; Non-linear oscillations ; Oxford
[5] D.Meier ; BUP n° 787 ; p.1475 (1996)
[6] Chronos ; La mesure de la fréquence des oscillateurs ; Masson
[7] A.Fruling BUP n° 695 ; p.687 (1987)
[8] G.Lavertu ; revue LED n° 144 ; p.34 (1997)
[9] J.Candau ; BUP n° 758 ; p.1393 (1993)
[10] R.Dugehault ; L'amplificateur opérationnel ; E.T.S.F
[11] J.Haag ; Les mouvements vibratoires ; PUF
[12] P.Bergé, Y.Pomeau,Ch.Vidal ; L'ordre dans le chaos ; Hermann

CHAPITRE IX

MODULATION ET DEMODULATION

1 - Introduction

Considérons le problème de la transmission à distance d'une « information », supposée représentée par le signal électrique i(t) (« signal informatif ») *analogique* ou *numérique*. Pour cette transmission on dispose de différents « canaux » qui peuvent transporter des signaux dans différents domaines de fréquences :

- lignes électriques (0 - 1 Ghz)
- support hertzien (kHz - 100 GHz)
- guides d'onde (1 GHz - 100 GHz)
- fibres optiques (I.R. ≈ 300 THz)

Les fréquences des signaux informatifs à transmettre ne coïncident pas nécessairement avec celles du canal de transmission choisi et, même si c'est le cas, il n'est pas possible de transmettre simultanément dans le même canal différents signaux informatifs occupant sensiblement le même domaine de fréquence (ils ne pourraient pas être séparés à l'arrivée). Pour résoudre ce problème on utilise, en général, un signal porteur p(t) bien adapté au canal de transmission choisi et qui va transporter l'information. Pour cela le signal informatif est utilisé pour modifier une (des) caractéristique(s) du signal porteur. Cette opération est appelée **modulation** du signal porteur qui devient un signal modulé.

A l'extrémité du canal de transmission le signal modulé est traité afin d'en extraire l'information initiale. Cette opération est appelée **démodulation** du signal modulé.

Cette méthode permet de transmettre plusieurs signaux informatifs dans le même canal à condition que les fréquences des signaux porteurs soient différentes. Plus précisément il faut que les spectres des différents signaux modulés de se recouvrent pas ; ils peuvent alors être séparés par simple filtrage. Le plus souvent la bande de fréquence occupée par le signal modulé : $f_{max} - f_{min}$ est très inférieure à la fréquence moyenne : $(f_{max}+f_{min})/2$. Nous verrons dans la suite que la fréquence maximale du spectre du signal informatif doit être très inférieure à la fréquence moyenne de la porteuse.

Dans la suite nous considérerons, essentiellement, le cas d'un signal porteur sinusoïdal de la forme :

$$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t+\varphi_p) \qquad (IX - 1)$$

(A l'occasion de l'étude des onduleurs de tension (Chap.XII § 5) nous verrons qu'il est aussi possible de moduler des signaux périodiques rectangulaires).

Par ailleurs nous envisagerons successivement le cas d'un signal informatif analogique, notamment sinusoïdal, puis celui d'un signal informatif numérique.

2 - Modulation analogique d'amplitude

2.1 - Signal modulé en amplitude [1]

Le signal porteur initial est : $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t+\varphi_p)$, le signal informatif i(t) est supposé « réduit » (par division par son amplitude maximale) de manière à avoir : $|i(t)|_{max} = 1$.

La forme générale d'un signal modulé en amplitude est :

$$s(t) = g(t)\, p(t) = A_p g(t) \cos(2\pi f_p t + \varphi_p) \qquad (IX - 2)$$

Il apparaît comme un signal « sinusoïdal » de fréquence f_p, de phase φ_p ($\varphi_p = 0$ dans la suite), dont l'amplitude $A_p g(t)$ est une fonction du signal informatif i(t), supposée lentement variable au cours du temps (à l'échelle de $T_p = 1/f_p$). La relation entre g(t) et i(t) sera supposée affine ou linéaire. On distingue ainsi :

2.1.1 - Signal modulé « avec porteuse »

On prend : $g(t) = 1 + m.i(t)$ (IX - 3)
le nombre m, appelé taux de modulation, est généralement compris entre 0 et 1, d'où :

$$s(t) = A_p(1 + m.i(t)) \cos(2\pi f_p t) \qquad (IX - 4)$$

Si le signal informatif est sinusoïdal de fréquence f_m : $i(t) = \cos(2\pi f_m t + \varphi_m)$ le signal modulé devient :

$$s(t) = A_p(1 + m \cos(2\pi f_m t + \varphi_m))\cos(2\pi f_p t) \qquad (IX - 5)$$

De tels signaux sont représentés fig.1 pour deux indices de modulation : (0,5 ; 1,5).

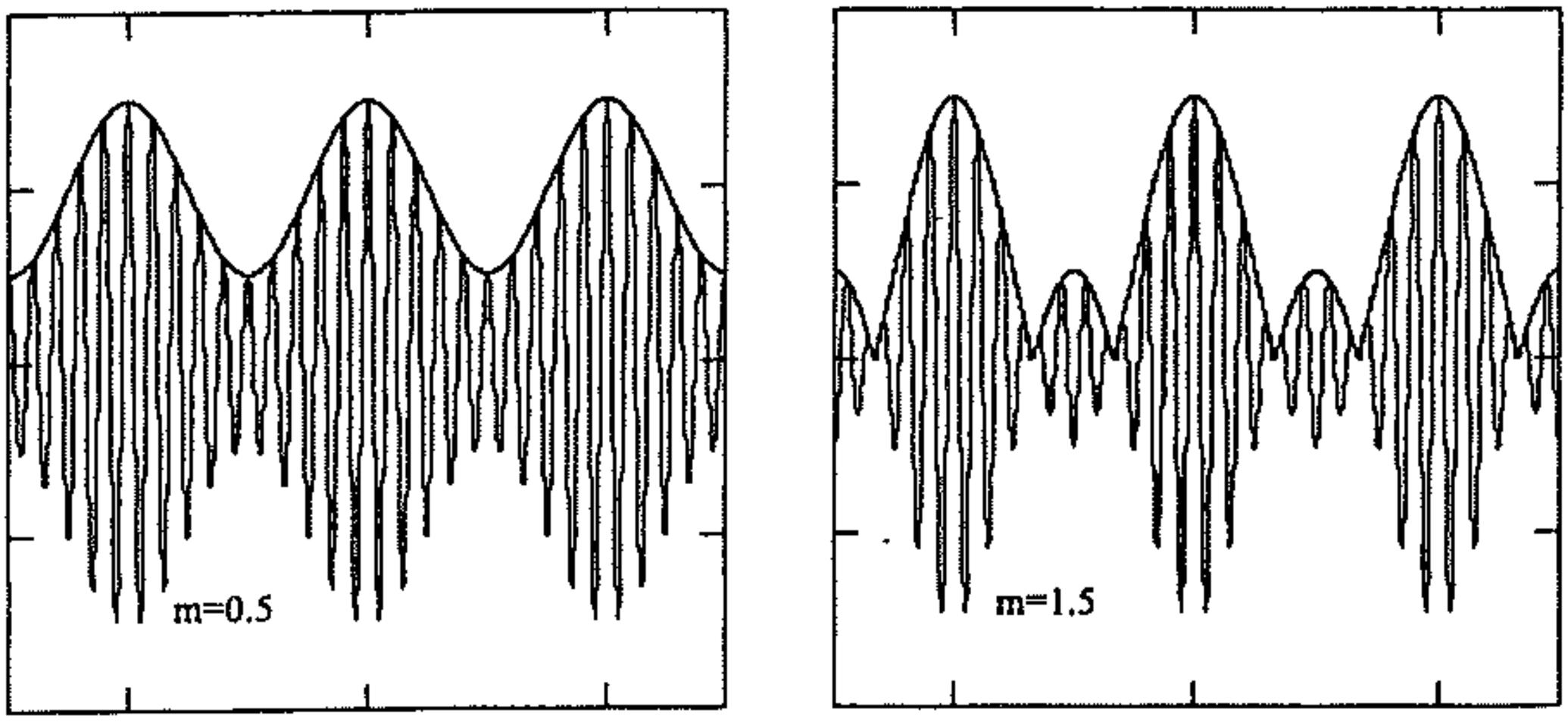


fig.1 - Signaux modulés en amplitude

Le principal intérêt de ce type de modulation réside dans la facilité de la démodulation . En effet si m < 1 les « enveloppes » du signal modulé (IX-4) : $\pm A_p(1+m.i(t))$ permettent de retrouver i(t) par simple élimination de la composante continue (cf § 2.3). Par contre si m > 1 (« surmodulation ») les enveloppes ne permettent pas, en général, de retrouver i(t). Sur la fig.1 on a aussi représenté l'enveloppe supérieure pour illustrer ces propriétés.
A partir de (IX - 5) on peut écrire :

$$s(t) = A_p\left(\cos(2\pi f_p t) + \frac{m}{2}\cos(2\pi(f_p + f_m)t + \varphi_m) + \frac{m}{2}\cos(2\pi(f_p - f_m)t + \varphi_m)\right) \qquad (IX - 6)$$

Le « spectre » de ce signal est donc composé de 3 raies : la « porteuse » de fréquence f_p et d'amplitude A_p et deux « bandes latérales » de fréquences : $f_p - f_m$, $f_p + f_m$ et de même amplitude $mA_p/2$; il est représenté fig.2-a. Plus généralement si le spectre du signal informatif i(t) occupe la bande : (f_{m1}, f_{m2}), le signal modulé occupe la bande ($f_p - f_{m2}$, $f_p + f_{m2}$), son spectre étant symétrique par rapport à f_p (fig.2-b).

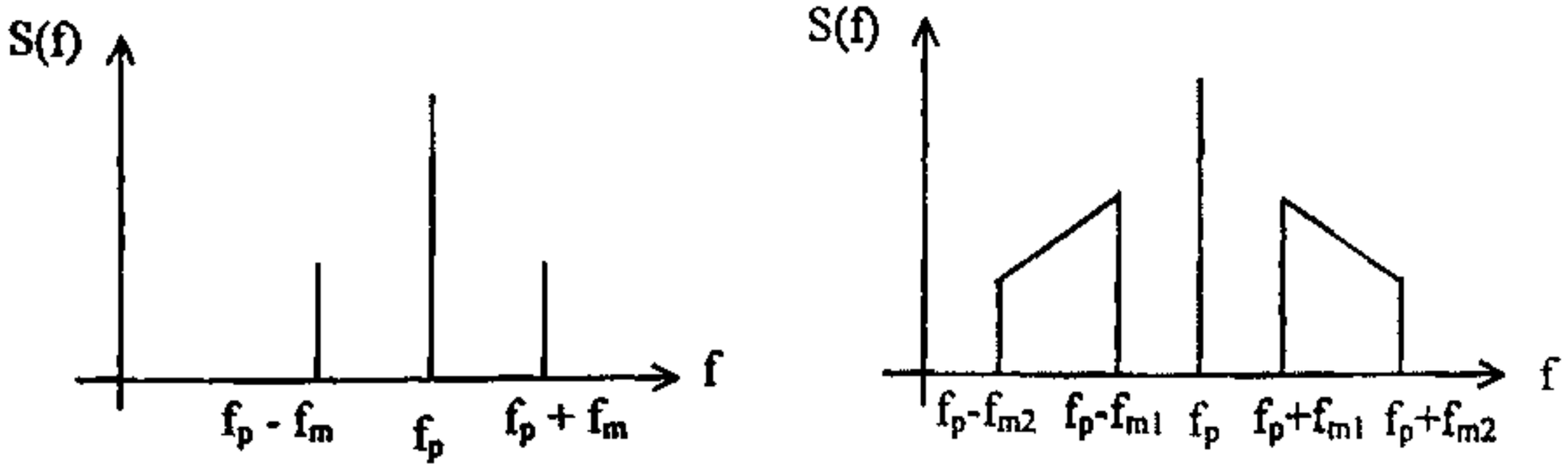


fig.2 - Spectres d'un signal modulé en amplitude

On peut remarquer qu'il est indispensable d'avoir : $f_p > f_{m2}$ pour éviter l'apparition du « repliement » du spectre qui empêcherait la démodulation ultérieure.

2.1.2 - Signal modulé « sans porteuse »

On prend : $g(t) = i(t)$ (IX - 7)

d'où : $s(t) = A_p.i(t).\cos(2\pi f_p t)$ (IX - 8)

Dans ce cas les « enveloppes » du signal modulé sont $\pm A_p|i(t)|$, elles ne permettent donc pas, en général, de déduire le signal informatif i(t).

Si le signal informatif est sinusoïdal :

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_m t + \varphi_m)\cos(2\pi f_p t)$$

$$= \frac{A_p}{2}\left(\cos(2\pi(f_p + f_m)t + \varphi_m) + \cos(2\pi(f_p - f_m)t + \varphi_m)\right) \quad \text{(IX - 9)}$$

Le spectre ne comporte alors que les raies $f_p - f_m$ et $f_p + f_m$ d'où le nom de modulation sans porteuse.

Remarques : Dans ces deux types de modulation on notera que l'information est présente à la fois dans la bande supérieure et dans la bande inférieure ce qui est à priori inutile. Dans le procédé de modulation dit « à bande latérale unique » (B.L.U. ou S.S.B.) on ne conserve que l'une des bandes latérales. Bien que le modulateur et surtout le démodulateur soient bien plus complexes à réaliser, ce procédé est utilisé dans le domaine des ondes courtes compte tenu de ses performances au niveau de la bande occupée et du rendement énergétique

2.2 - Modulateurs

Du point de vue fréquentiel, un modulateur est un dispositif qui engendre, à partir des fréquences f_p et f_m, les nouvelles fréquences f_p-f_m et f_p+f_m . Il ne peut donc pas s'agir d'un système du type L.T.I. (linéaire et invariant dans le temps) comme un sommateur par exemple. Dans ce qui suit, on étudie deux exemples de tels systèmes (non L.T.I.).

2.2.1 - Utilisation d'un multiplieur analogique

Un premier G.B.F fournit le signal porteur sous la forme de la tension de sortie : $v_p(t) = A_p\cos(2\pi f_p t)$. Un second G.B.F. fournit le signal informatif : $A_m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)$ et permet de lui ajouter une composante continue grâce à la commande de « décalage » (ou d' « offset ») ; sa tension de sortie est : $v_m(t) = A_o + A_m\cos(2\pi f_m t+\varphi_m)$. Ces deux tensions sont appliquées aux deux entrées d'un multiplieur analogique (réalisant l'opération : $z = k\,x.y$ où $k = 0{,}1\ V^{-1}$). On se reportera au chap.IX § 7 des détails sur les multiplieurs.

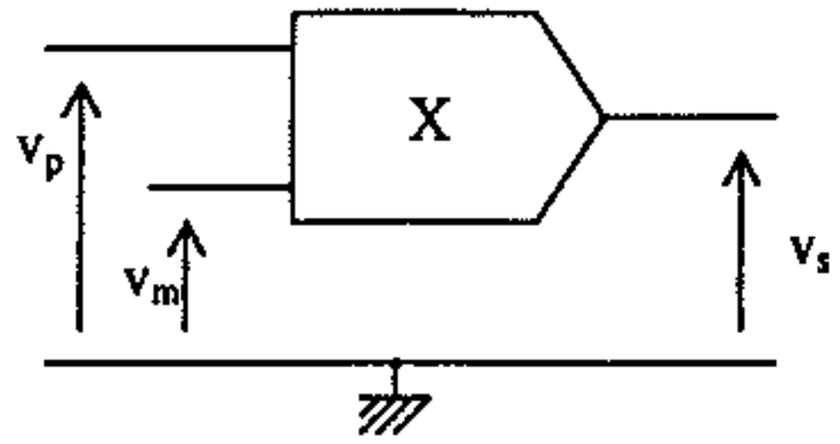


fig.3 - Modulateur à multiplieur analogique

La tension de sortie du multiplieur est :

$$v_s(t) = k\left(A_o + A_m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)\right)A_p\cos(2\pi f_p t)$$

$$= kA_oA_p\left(1+\frac{A_m}{A_o}\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)\right)\cos(2\pi f_p t) \qquad \text{(IX -10)}$$

$$= kA\left(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)\right)\cos(2\pi f_p t)$$

On a bien un signal de la forme voulue avec un taux de modulation $m = A_m/A_o$.

Valeurs des paramètres

$A_p = 5$ V , $f_p = 100$ kHz ; $A_o = 4$ V , $A_m = 2$ V , $f_m = 10$ kHz d'où : $m = 0{,}5$; $A = 2$ V

Avec ces valeurs et un multiplieur AD 633 on a enregistré l'oscillogramme de la fig.4a représentant $v_s(t)$ et son enveloppe supérieure.Le signal informatif $v_m(t)$ est utilisé pour synchroniser le balayage.
Remarque : Les fréquences choisies sont de l'ordre de grandeur de celles utilisées en radiodiffusion dans la bande des grandes ondes (G.O. ou L.W. : 150-280 kHz).

a - b-

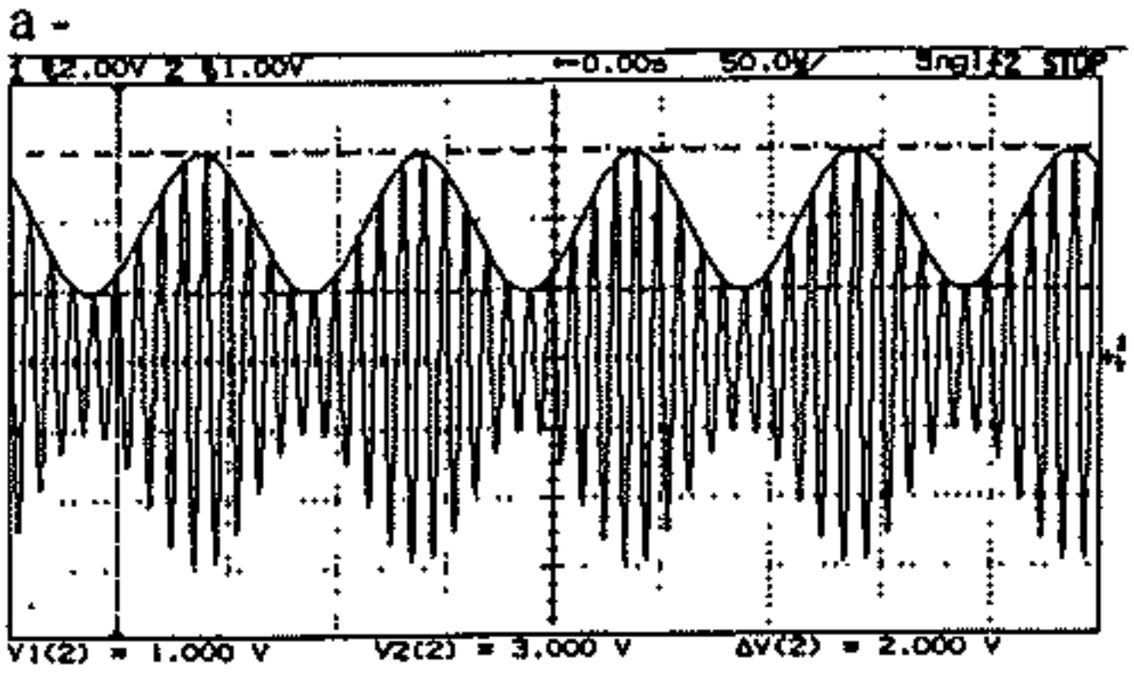


fig.4 - Signal modulé en amplitude

Les valeurs minimale et maximale de l'amplitude de $v_s(t)$ sont : $A_{min} = A(1-m)$ et $A_{max} = A(1+m)$ d'où : $m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$. On peut ainsi déduire l'indice de modulation du signal modulé (dans le cas de la fig.4a : $A_{min} = 1$ V , $A_{max} = 3$ V , d'où $m = 0,5$).

Une autre visualisation du signal modulé consiste à le représenter en fonction du signal informatif. Pour cela on passe en mode X-Y (v_s en Y, v_m en X, à noter que la composante continue ne gène pas), on obtient ainsi le « trapèze» de modulation dont les cotés verticaux AC et BD sont 2A(1-m) et 2A(1+m) ce qui permet à nouveau de déterminer m (fig.4b). Par ailleurs, la « linéarité » de la modulation peut être contrôlée à partir des limites AB et CD qui doivent être rectilignes.

Enfin en utilisant la fonction « analyseur de spectre » de l'oscilloscope numérique[1], on a enregistré le spectre de la fig.5 qui fait apparaître les 3 raies aux fréquences : f_p-f_m, f_p et f_p +f_m L'échelle verticale est logarithmique, les tensions étant affichées en dBV (= 20log(V/V_o) où V_o = 1 V). Une division représentant 10 dB, l'écart entre la porteuse et chacune des « bandes latérales » est d'environ 12 dB (≈ 20 log(m/2)).

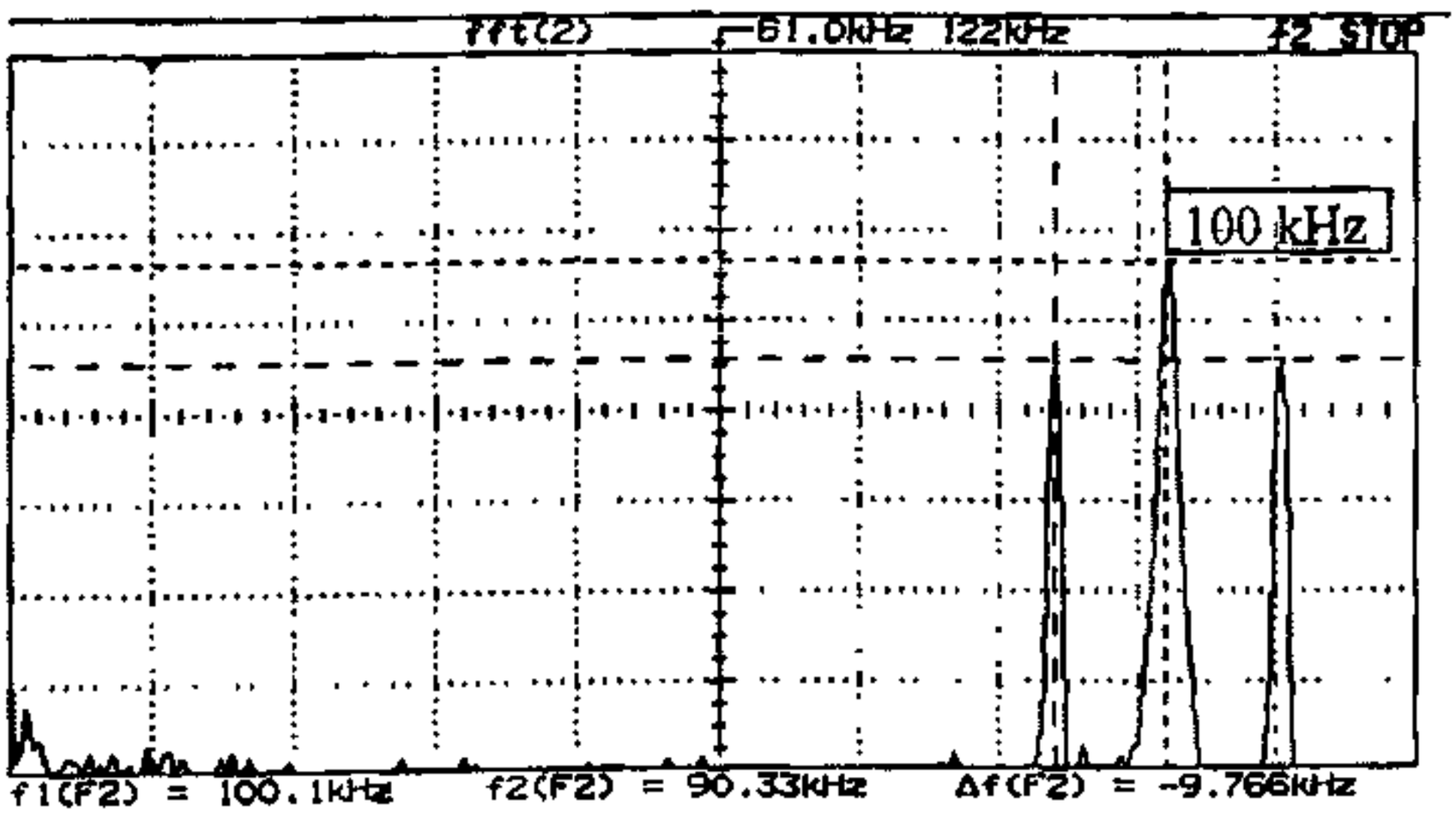


fig.5 - Spectre du signal modulé en amplitude

Remarques :

1) En annulant le terme de décalage ($A_o = 0$) on obtient un signal modulé « sans porteuse ».
2) Il est intéressant de remplacer le signal informatif sinusoïdal : $A_m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)$ par un signal carré ou triangulaire. On choisira $f_m << f_p$ pour ne pas être trop gêné par le repliement du spectre inévitable ici car les signaux carré et triangulaire sont à spectre non borné. Au repliement près, le spectre du signal modulé est symétrique par rapport à f_p et fait apparaître des raies de fréquences : f_p-(2n+1)f_m (bande inférieure) et f_p+(2n+1)f_m (bande supérieure).

2.2.2 - Utilisation d'un dipôle non linéaire

Remarquons tout d'abord que cette méthode est plus intéressante au niveau des principes que pour des applications pratiques.

---

[1] Hewlett Packard HP 54600 A

La porteuse et le signal informatif sont à nouveau les tensions sinusoïdales fournies par deux G.B.F. : $v_p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$, $v_i(t) = A_m \cos(2\pi f_m t + \varphi_m)$; ces tensions sont appliquées à l'entrée du montage de la fig.6.

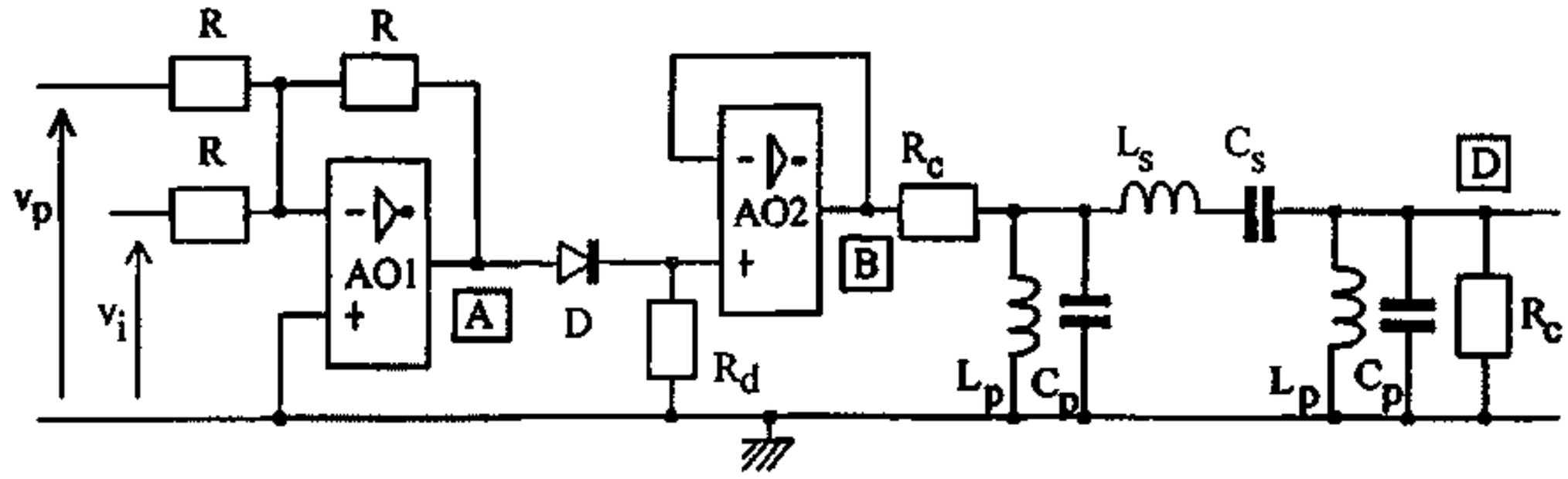


fig.6 - Modulateur à dipôle non linéaire

On a successivement :

- Un sommateur inverseur . Il fournit, en A, la tension : $-(v_p(t) + v_i(t))$; son spectre se réduit aux deux fréquences : f_p et f_m.
- Un redresseur monoalternance. Sous l'effet de la **non linéarité de la caractéristique i(v)** de la diode, le spectre du signal redressé en B, comporte, à priori, toutes les fréquences de la forme : $q.f_p + n.f_m$ où q et n sont des entiers.
- Un filtre passe-bande de fréquence centrale f_p et de réponse à peu près plate dans la bande :(f_p-f_m , f_p+f_m). Aux fréquences considérées, il est commode d'utiliser un filtre passif LC vu que l'on peut disposer facilement de petites bobines moulées de bonne qualité. Il est évidemment fastidieux d'étudier analytiquement de tels filtres ; on préférera une simulation à l'aide de logiciels spécialisés[2] (la simulation sera suivie d'une étude expérimentale au wobbulateur).

Le filtre utilisé est un « filtre en Pi » calculé à partir des relations suivantes pour une pulsation « centrale » ω_o, une bande passante de largeur totale $\Delta\omega$ et une résistance de charge R_c (voir référence [2]).

$$C_p = \frac{1}{R_c \Delta\omega} \quad , \quad L_p = \frac{1}{C_p \omega_o^2} \quad ; \quad L_s = \frac{2R_c}{\Delta\omega} \quad , \quad C_s = \frac{1}{L_s \omega_o^2} \qquad \text{(IX - 11)}$$

Bien entendu on peut se contenter d'utiliser un simple filtre LC parallèle, mais les bandes latérales seront un peu atténuées.

On remarquera que l'étude de ce système n'étant « simple » que dans le domaine fréquentiel, nous allons donc utiliser l'analyseur de spectre pour visualiser les tensions aux points A,B et D.

Valeurs des éléments et des paramètres

AO1 = AO2 = TL081 (les A.O. ne sont pas absolument indispensables mais permettent de bien séparer les différentes fonctions).

$R = 100\ k\Omega$, $R_d = 10\ k\Omega$, D = 1N 4148

Pour le filtre on a choisi : $f_o = f_p = 100$ kHz , $\Delta f = 60$ kHz et $R_c = 10\ k\Omega$ et on a retenu les valeurs normalisées les plus voisines pour les capacités et les bobines moulées utilisées, soit :

$C_p = 270$ pF , $L_p = 10$ mH , $L_s = 47$ mH , $C_s = 47$ pF

[2] PSPICE, ELEC ...

Compte tenu de la dispersion des composants, il sera peut-être nécessaire d'ajuster les capacités.
Remarque : Pour ne pas trop charger la sortie D on utilisera une sonde 1/10 ou on ajoutera un suiveur.
G.B.F 1 : $f_p = 100$ kHz , $A_p = 4$ V
G.B.F. 2 : $f_m = 10$ kHz , $A_m = 2$ V

On obtient ainsi les spectres suivants : fig.7 à 9

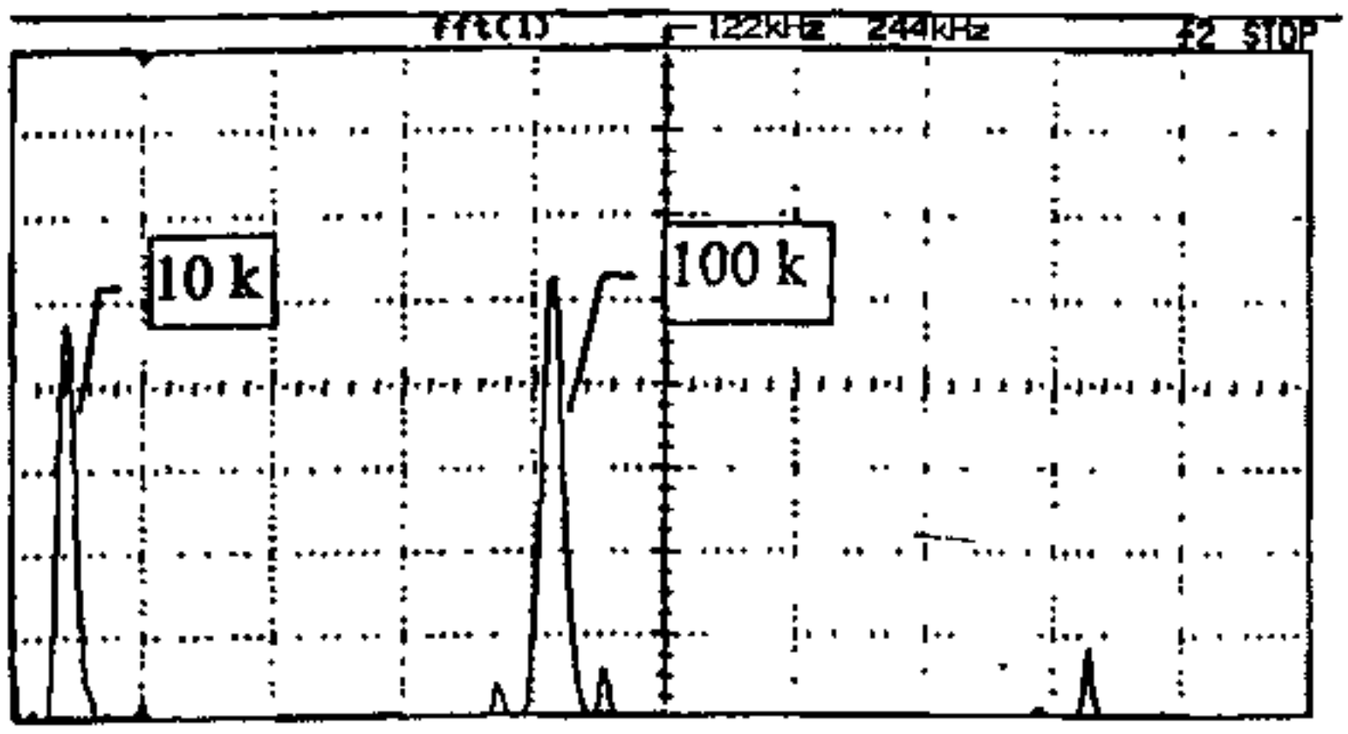


fig.7 - Spectre de la tension $v_A(t)$

- Le spectre comporte essentiellement les raies aux fréquences : f_m = 10 kHz et f_p = 100 kHz (ne pas oublier que les amplitudes sont données en dBV !)

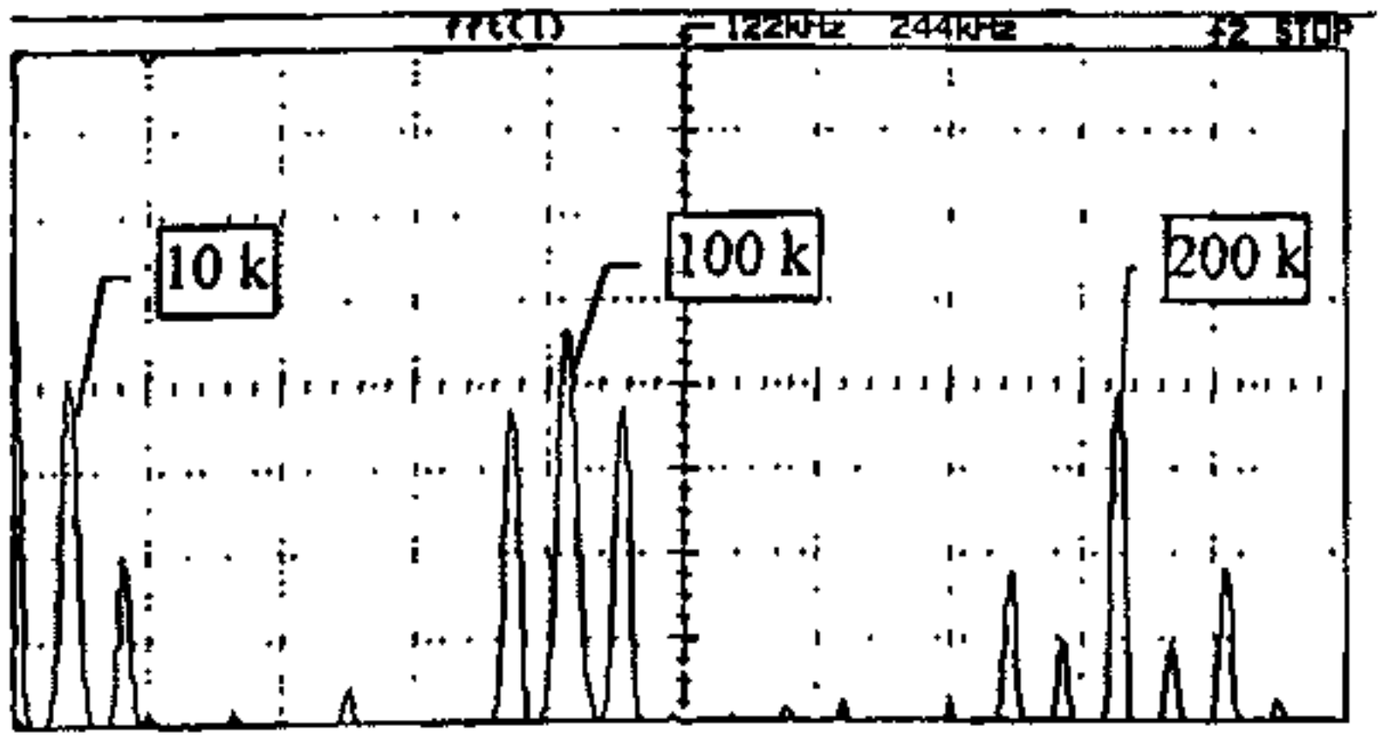


fig.8 - Spectre de la tension $v_B(t)$

- Le spectre comprend de nombreuses raies, principalement aux fréquences : $n.f_m$ = n.10 kHz, $f_m \pm n.f_m = (100 \pm n.10)$ kHz , $2.f_m \pm nf_m = (200 \pm n.10)$ kHz

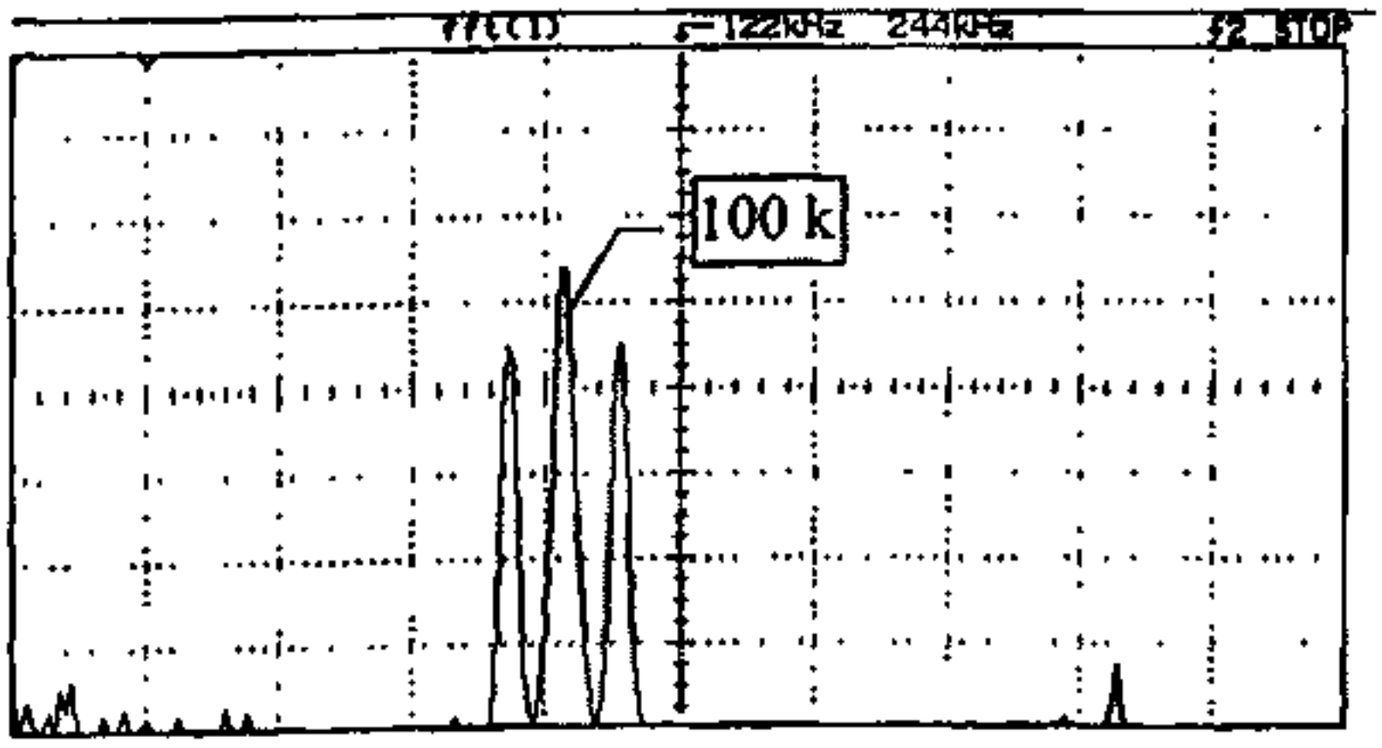


fig.9 - Spectre de la tension $v_D(t)$

- Le spectre comporte essentiellement les raies souhaitées à : $f_p - f_m = 90$ kHz, $f_p = 100$ kHz et $f_p + f_m = 110$ kHz.

2.3 - Démodulateurs

2.3.1 - Détecteur d'enveloppe

Pour une modulation avec porteuse et de taux de modulation m < 1, nous avons vu qu'il est possible d'extraire le signal informatif à partir de l'enveloppe du signal modulé (par exemple de l'enveloppe « supérieure »).

Le détecteur d'enveloppe le plus simple est représenté fig.10. Il s'agit d'un système essentiellement non linéaire dont nous rappelons le principe du fonctionnement en supposant, pour simplifier, la diode D idéale.

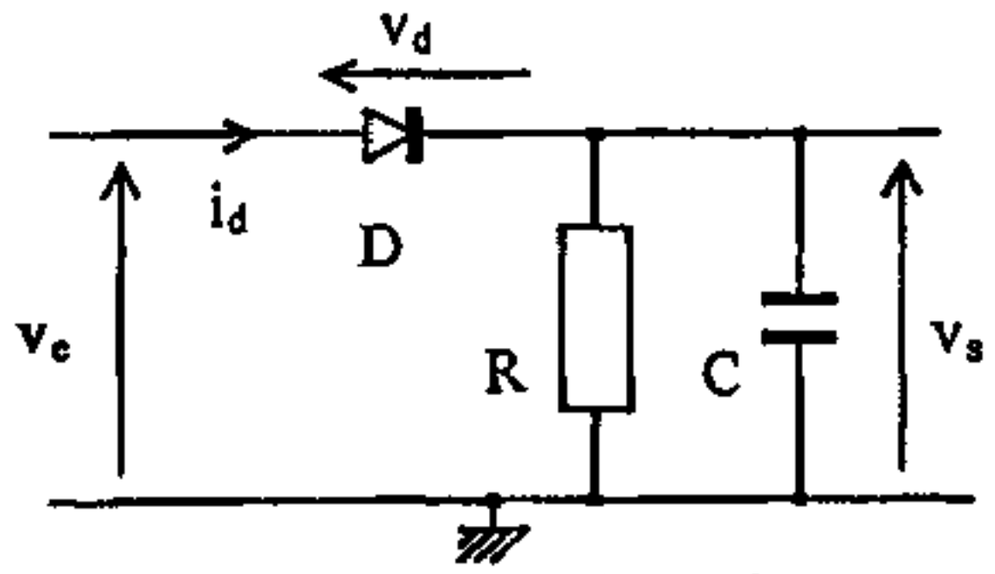


fig.10 - Détecteur d'enveloppe

a) tension d'entrée sinusoïdale

Le condensateur C étant initialement non chargé on applique (à t = 0) une tension d'entrée sinusoïdale $v_e(t) = A \sin(\omega t)$ de période $T = 2\pi/\omega$.

- dans une première phase ($0 \le t \le t_1$) la diode D est passante et la tension de sortie est égale à la tension d'entrée. Cette phase s'achève à la date t_1 à laquelle l'intensité $i_D(t) = \frac{v_e}{R} + C\frac{dv_e}{dt}$ s'annule.

On montre facilement (Chap.XII § 2.3) que : $\tan(\omega t_1) = -RC\omega$ (IX - 12)

- dans une deuxième phase ($t_1 \le t \le t_2$) la diode D est bloquée et le condensateur C se décharge dans la résistance R. La tension $v_s(t)$ décroît selon une loi exponentielle de constante de temps $\tau = RC$ (fig. 11).
- dans une troisième phase ($t_1 \le t \le t_1'$) la diode D est à nouveau conductrice et $v_s = v_e$.

A partir de la date $t_1' = t_1 + T$, les phénomènes se reproduisent périodiquement.

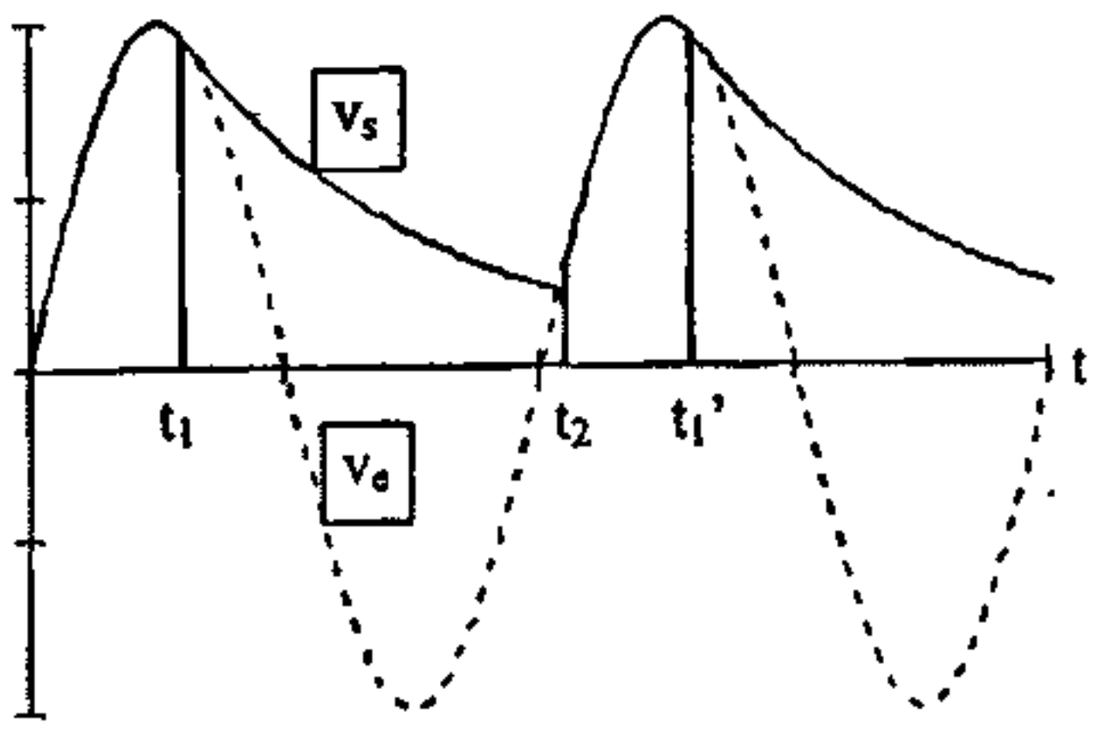


fig.11 - Fonctionnement théorique du détecteur d'enveloppe

Imposons alors la condition :

$$\tau = RC >> T \qquad \text{(IX - 13)}$$

Il en résulte deux conséquences :

- comme $RC\omega >> 1$, (IX-12) entraîne : $t_1 \approx T/4$ (date du premier maximum de v_e)
- comme la décroissance de v_s entre t_1 et t_2 est très faible : $t_2 \approx 5T/4$.

Ainsi à partir de la date $t_1 \approx T/4$ la tension de sortie reste pratiquement constante et égale à l'amplitude A de la tension d'entrée (d'où le nom de « détecteur de crête » souvent donné à ce montage).

b) tension d'entrée modulée en amplitude.

Nous supposons désormais que la tension d'entrée est de la forme :

$$v_e(t) = A(1 + m\cos(2\pi f_m t+\varphi_m))\cos(2\pi f_p t) \qquad \text{(IX -14)}$$

Rappelons : $m < 1$ et $f_m << f_p$, ceci permet de considérer v_e comme un signal « sinusoïdal » de fréquence f_p d'amplitude lentement variable : $\mathcal{A}(t) = A(1 + m\cos(2\pi f_m t+\varphi_m))$. Pour que le détecteur puisse détecter l'enveloppe $\mathcal{A}(t)$ il faut :

- qu'il ne puisse pas suivre les variations rapides de v_e « à la fréquence » f_p ; ceci est assuré si, comme précédemment, (§ a) on impose :

$$\tau = RC >> T_p = 1/f_p \qquad \text{(IX -15)}$$

- qu'il puisse suivre les variations lentes de l'amplitude $\mathcal{A}(t)$ à la fréquence f_m . Pour cela il faut que dans les phases de décroissance exponentielle de v_s, la décroissance soit suffisamment rapide pour qu'à chaque alternance la diode D soit à nouveau conductrice [3,4].

Quantitativement il s'agit de comparer les pentes du signal exponentiellement décroissant et de l'amplitude $\mathcal{A}(t)$. Un calcul approché [4] conduit à la condition :

$$\tau = RC < \frac{\sqrt{1-m^2}}{m}\frac{T_m}{2\pi} = \frac{\sqrt{1-m^2}}{m}\frac{1}{2\pi f_m} \qquad \text{(IX - 16)}$$

On notera que cette condition est d'autant plus difficile à satisfaire que le taux de modulation est plus voisin de 1 (et elle ne peut plus l'être si $m > 1$).

Valeurs des éléments et des paramètres

D = diode Ge (ex : OA90) , R = 10 kΩ , C = 2,7 nF

Avec les fréquences précédentes (cf. § 2.2.) : f_p = 100 kHz , f_m = 10 kHz et m = 0,5 les conditions (IX-15) et (IX-16) sont tout juste satisfaites mais par contre on peut très bien visualiser le fonctionnement du montage comme le montre l'oscillogramme de la fig.12 qui fait apparaître $v_e(t)$ et $v_s(t)$.

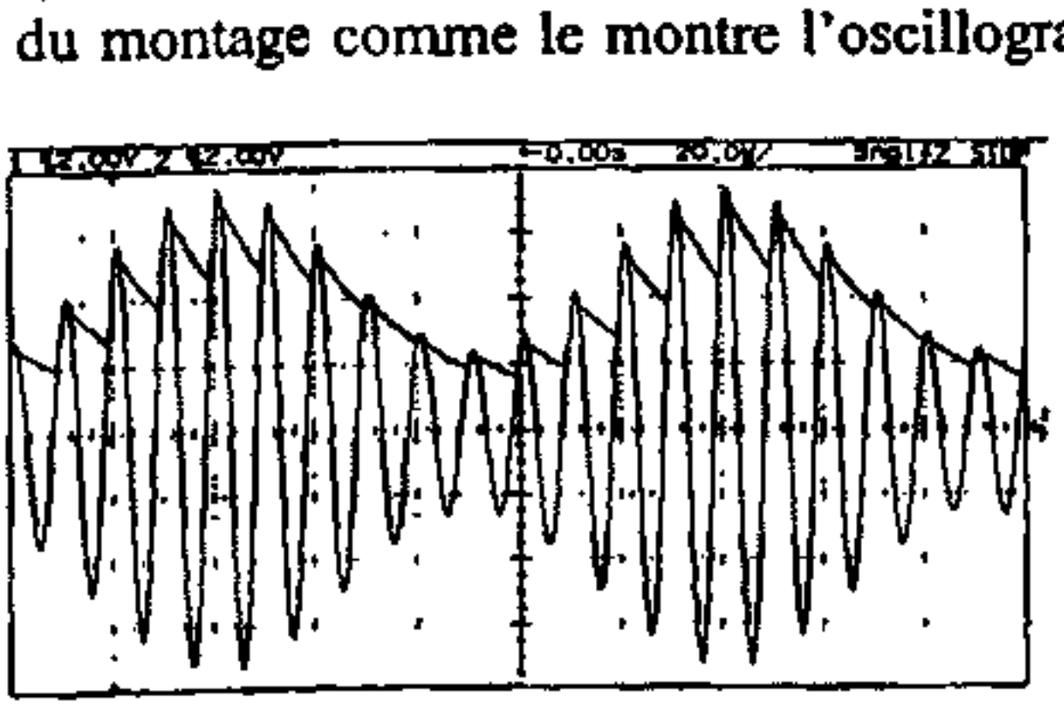


fig.12 - Fonctionnement pratique du détecteur

Le fonctionnement s'améliore si les fréquences f_p et f_m sont bien plus différentes, par exemple : f_p = 100 kHz et f_m = 1 kHz. On peut alors augmenter C à 22 nF ; on obtient ainsi les oscillogrammes des fig.13a et 13b qui correspondent respectivement à m = 0,5 et m = 1 (pour faciliter la lecture on a un peu décalé le signal enveloppe). Il est clair que la démodulation n'est plus correcte aux forts taux de modulation ; il apparaît une distorsion importante du signal détecté.
Si cela est nécessaire on élimine la composante continue de $v_s(t)$ pour obtenir un signal proportionnel au signal informatif $v_i(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$.
Remarque : Le signal modulé utilisé étant de « grande amplitude » la tension seuil de la diode est peu gênante. Dans d'autres conditions il peut être envisagé d'ajouter un Ampli. Op. de manière à « éliminer » le seuil.

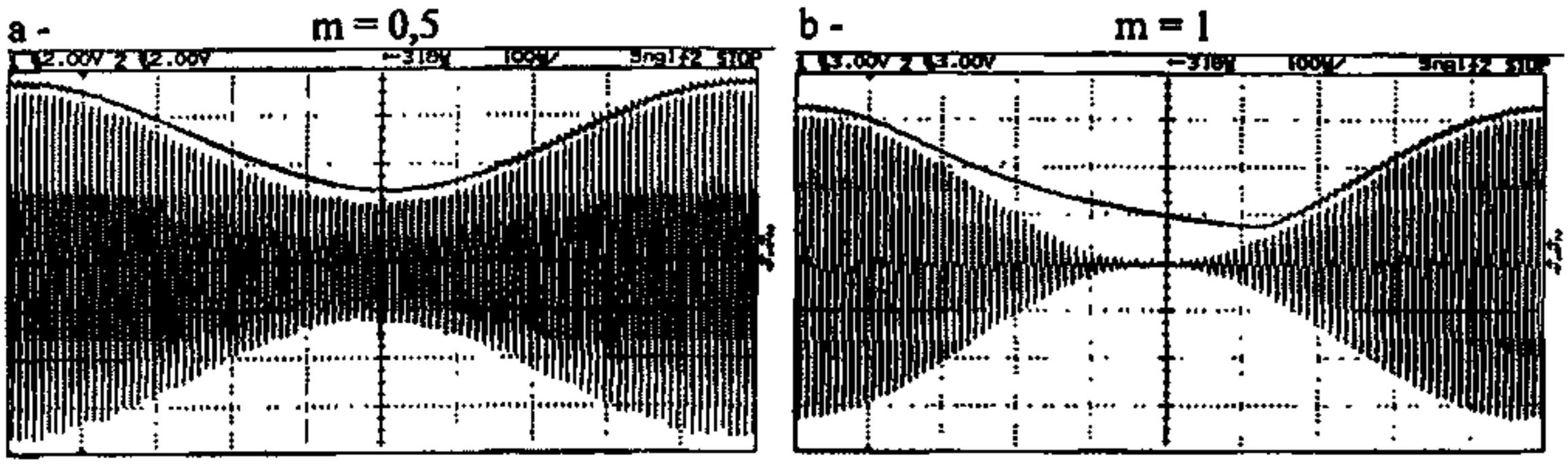


fig.13 - Démodulation d'un signal modulé

2.3.2 - Démodulation synchrone

Considérons à nouveau la démodulation d'un signal modulé en amplitude de la forme :

$$v_e(t) = A(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m))\cos(2\pi f_p t) \qquad \text{(IX - 17)}$$

Dans la méthode de la démodulation synchrone ce signal est multiplié par un signal de même fréquence que la porteuse et en phase avec celle-ci :

$$v_c'(t) = A'\cos(2\pi f_p t) \qquad \text{(IX - 18)}$$

A la sortie du multiplieur (cf. § 221 et Chap.IV § 7) la tension est :

$$v_s(t) = kv_e v_c' = kAA'(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m))\cos^2(2\pi f_p t)$$

$$= \frac{kAA'}{2}(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m))(1 + \cos(2\pi 2 f_p t))$$

$$= B\Big[\ 1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m) + \cos(2\pi 2 f_p t)$$

$$+ \frac{m}{2}\cos(2\pi(2f_p - f_m)t + \varphi_m) + \frac{m}{2}\cos(2\pi(2f_p + f_m)t + \varphi_m)\ \Big] \qquad \text{(IX - 19)}$$

L'expression (IX-19) montre que le spectre de $v_s(t)$ comprend une composante continue et des raies de fréquences : f_m, 2 f_p, $2f_p$-f_m et $2f_p$+f_m . On peut donc récupérer le signal informatif au moyen d'un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est comprise entre f_m et $2f_p$-f_m. A la sortie d'un tel filtre le signal est :

$$v_s' = B(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)) \qquad \text{(IX - 20)}$$

L'élimination ultérieure de la composante continue conduit à :

$$v_s'' = Bm\cos(2\pi f_m t + \varphi_m) \qquad (IX - 21)$$

Le calcul précédent est valide en toute généralité : on peut donc démoduler par ce procédé des signaux de taux de modulation m > 1. Par ailleurs il est facile de vérifier que l'on peut aussi démoduler des signaux modulés sans porteuse ; il n'y a alors dans le spectre de v_s que les raies aux fréquences : f_m, $2f_p - f_m$ et $2f_p + f_m$.

Remarque : Si $v_e'(t)$ présente un déphasage φ par rapport à la porteuse on pourra vérifier que $v_s''(t)$ est multiplié par cos φ. Il est donc essentiel que φ reste bien constant au cours du temps (et le plus voisin de 0 possible). En optique on parlerait de cohérence temporelle ; en radiodiffusion le signal $v_e'(t)$ est fourni par un oscillateur « local » asservi en phase sur la porteuse cf § 3.3.2).

Le schéma pratique d'un tel démodulateur est donné fig.14 :

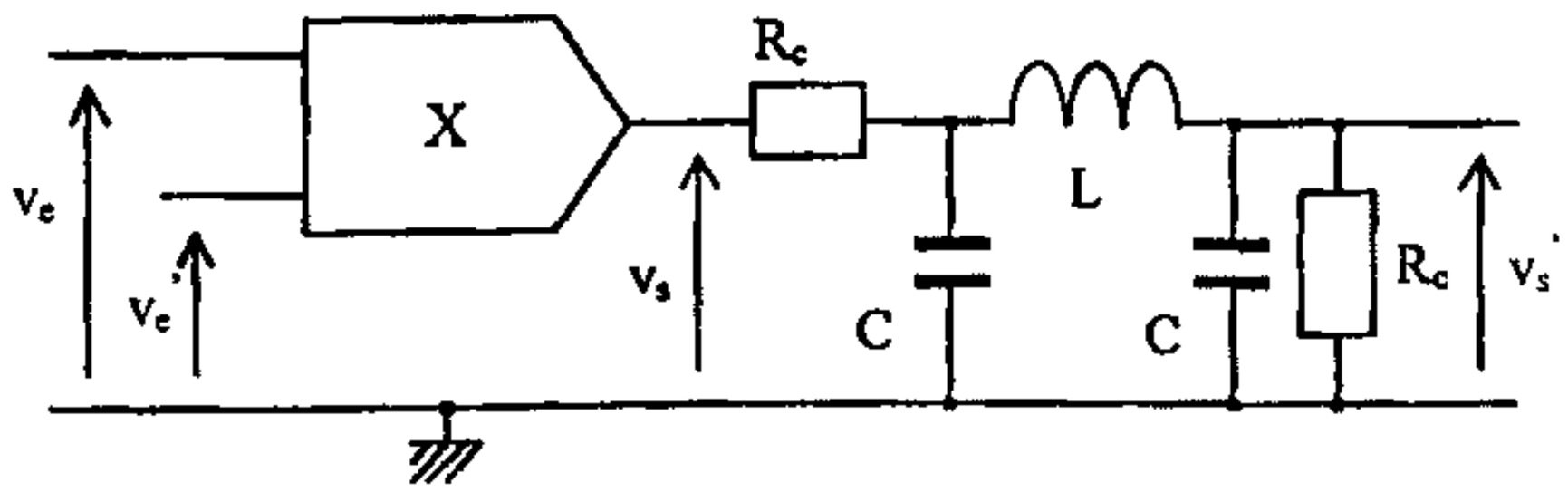


fig.14 - Démodulateur synchrone

Le filtre passe-bas de sortie (du 3ième ordre) est calculé à partir des relations suivantes (cf.[2]) ; pour une résistance de charge R_c et une pulsation de coupure ω_c :

$$C = \frac{1}{R_c \omega_c} \quad ; \quad L = 2\frac{R_c}{\omega_c} \qquad (IX - 22)$$

(Ici encore on pourrait se contenter d'un filtre plus simple cf § 2.2.2)

Valeurs des éléments et des paramètres

Multiplieur = AD 633
$R_c = 4{,}7\ k\Omega$, $C = 2{,}2\ nF$, $L = 100\ mH$ (bobine moulée) d'où $f_c \approx 15\ kHz$

Le signal modulé est élaboré comme au § 2.2.1. avec :
$f_p = 100\ kHz$, $A_p = A_p' = 5\ V$ $(v_p(t) = v_e'(t))$; $f_m = 10\ kHz$, $A_o = 4\ V$, $A_m = 4V$

Avec ce montage on a enregistré le spectre du signal $v_s(t)$ à la sortie du multiplieur de la fig.14. Il est donné fig.15 et il est bien conforme aux prévisions (les « petites » raies supplémentaires sont dues aux imperfections des générateurs et multiplieurs utilisés et en particulier à leurs tensions de décalage).

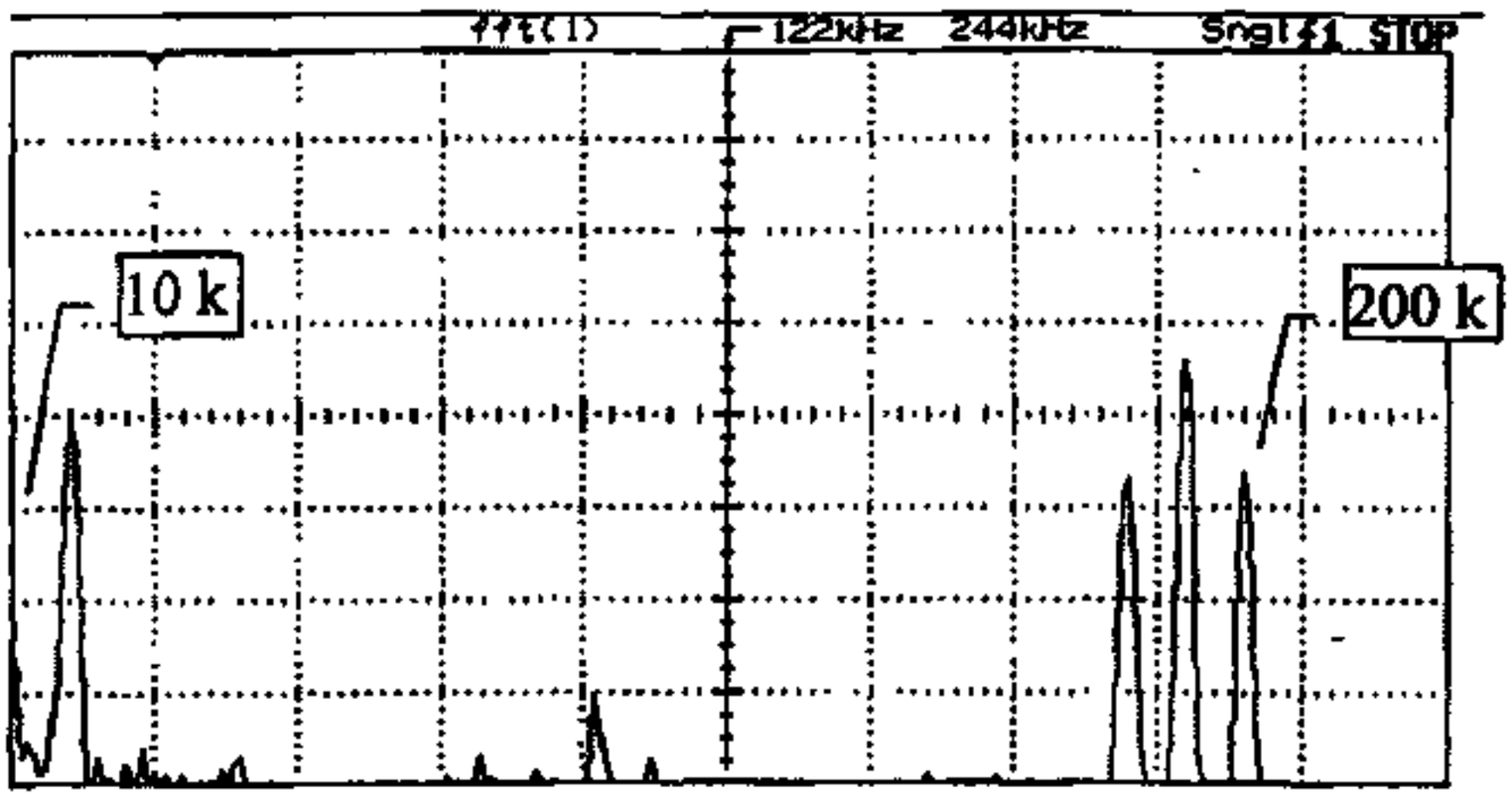


fig.15 - Spectre de la tension $v_s(t)$ (voir fig.14)

On a aussi enregistré l'oscillogramme de la fig.16 qui représente le signal informatif : $v_i(t) = A_m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m)$ et le signal démodulé $v_s'(t)$ qui (du point de vue théorique) est : $B(1 + m\cos(2\pi f_m t + \varphi_m))$ .On voit que la démodulation est correcte (la composante continue de $v_s'(t)$ peut être éliminée au niveau de l'oscilloscope en utilisant le couplage AC).

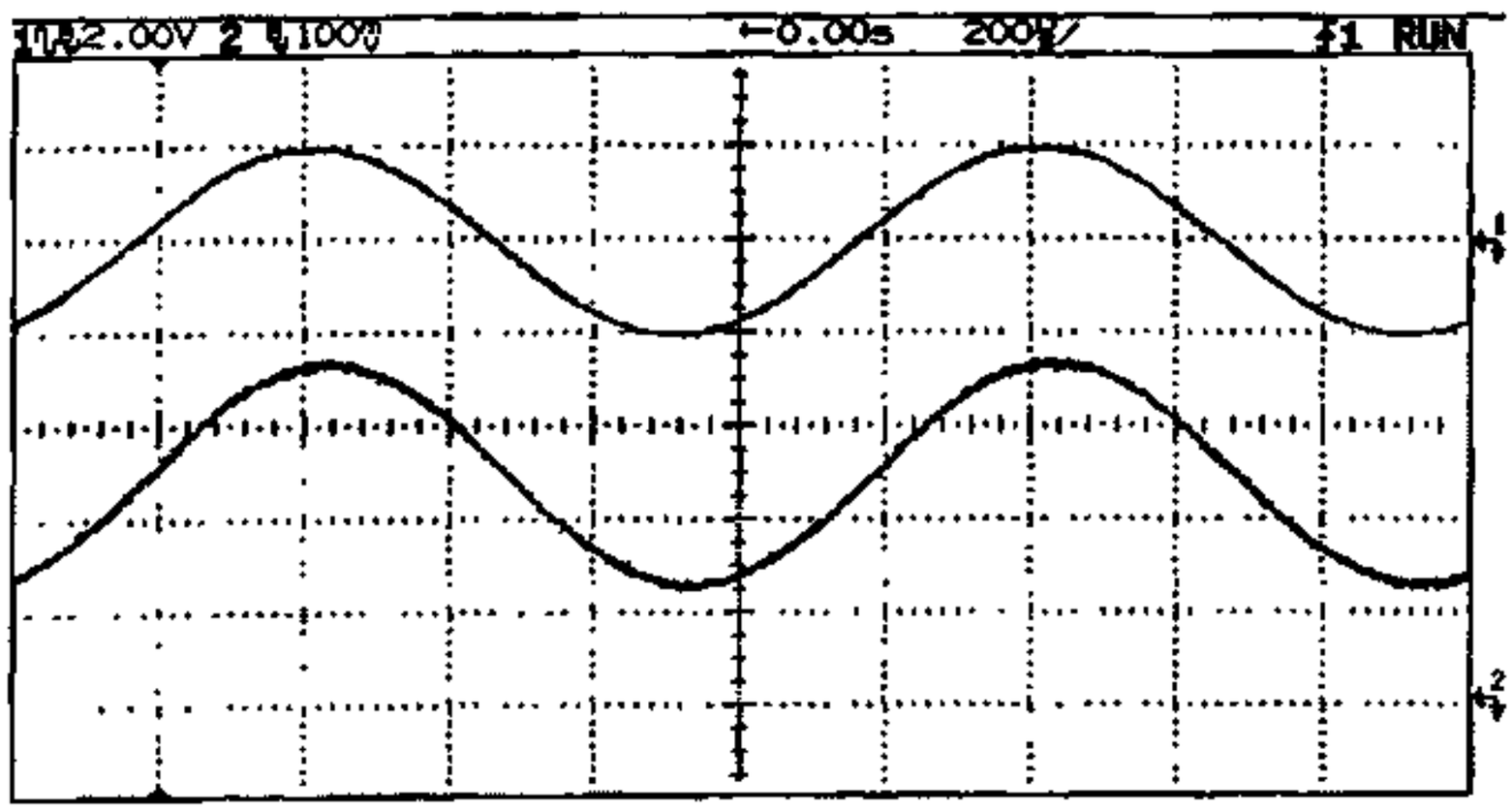


fig.16 Signal informatif et signal démodulé

Sans rien changer au montage et aux autres paramètres on peut choisir une fréquence plus basse pour le signal informatif (1 kHz par exemple). La démodulation est évidemment améliorée et on peut alors envisager la démodulation de signaux informatifs non sinusoïdaux (triangulaires ou carrés), le fonctionnement est à nouveau correct.
Enfin on pourra vérifier le bon fonctionnement du système à divers taux de modulation m (prendre m > 1 en particulier) et en l'absence de porteuse (faire $A_0 = 0$) ; dans ce dernier cas il n'y a plus de composante continue pour $v_s'(t)$.

2.3.3 - Démodulation synchrone et instrumentation

La démodulation synchrone (ou détection synchrone) est une technique utilisée en instrumentation pour améliorer le rapport signal/bruit ; elle est en particulier utilisée dans les spectrophotomètres. Des appareils spécialisés permettent aussi de réaliser cette opération (amplificateur à détection synchrone ou Lock-in amplifier). Nous ne ferons qu'en illustrer le principe.

Supposons que nous souhaitions mesurer l'amplitude A_x (ou la valeur efficace $A_x / \sqrt{2}$) d'un signal sinusoïdal (le signal « informatif ») : $v_x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$ mais que ce signal soit superposé à un signal «de bruit $v_b(t)$ dont la valeur efficace est (très) supérieure à celle de v_x.

De manière générale on appelle « signal de bruit » tout signal considéré comme non informatif dans un cadre donné. Le plus souvent le bruit occupe une large bande de fréquence. C'est en particulier le cas du « bruit blanc » dont la densité spectrale de puissance est indépendante de la fréquence.
Pour améliorer le rapport signal/bruit (défini comme le rapport des puissances associées au signal informatif et au signal de bruit) on peut évidemment utiliser un filtre passe bande à bande étroite centrée autour de f_x (c'est le principe des voltmètres sélectifs). Mais si le filtre est très sélectif et si la fréquence f_x varie un peu on risque de se retrouver en dehors de la bande passante !
La démodulation synchrone réalise un changement de fréquence sur les signaux qui ramène les fréquence utiles au voisinage de la fréquence nulle où il suffit de procéder à un filtrage passe-bas à très faible bande passante (et donc à grande constante de temps).

Précisément on « multiplie » le signal bruité : $v_t(t) = v_x t) + v_b(t)$ par un signal de référence de même fréquence que v_x , en phase avec lui et de grande amplitude A_y : $v_y(t) = A_y \cos(2\pi f_x t)$.
On obtient ainsi :

$$v_s(t) = k\, v_t(t).v_y(t) = k(A_x \cos(2\pi f_x t) + v_b(t)).\, A_y \cos(2\pi f_x t)$$

$$= k\left(\frac{A_x A_y}{2} + \frac{A_x A_y}{2}\cos(2\pi\, 2f_x t) + A_y v_b(t).\cos(2\pi f_x t)\right) \qquad \text{(IX - 23)}$$

Cette tension est appliquée à un filtre passe bas qui peut se réduire à un filtre passe-bas RC de fréquence de coupure $f_c = 1/2\pi RC << f_x$. A la sortie de ce filtre on récupère la composante continue : $\frac{kA_y}{2}A_x$ proportionnelle à la grandeur à mesurer et on élimine le terme de fréquence $2f_p$. Quant au « bruit » on n'en retient que les composantes fréquentielles, situées sensiblement dans l'intervalle $(f_x - f_c\ ,\ f_x + f_c)$ qui, après multiplication par $\cos(2\pi f_x t)$, se retrouvent dans la bande passante du filtre passe-bas.
Ce système est donc équivalent à un filtre passe bande de fréquence centrale f_x (donc automatiquement adaptée au signal) et de bande passante $2f_c = 1/\pi RC$. Son « facteur de qualité » est $Q = f_x/\Delta f = f_x/2f_c = \pi RC f_x$.
Dans la manipulation proposée on a : $f_x = 1$ kHz , $f_c = 1{,}59$ Hz d'où $Q = 314$ et il est possible de faire beaucoup mieux !

Le montage (fig.17) destiné à illustrer les principes précédents est donné fig.17. Le diviseur de tension d'entrée permet d'obtenir, à partir d'un GBF sinusoïdal, le signal d'étude : $v_x = A_x.\cos(2\pi f_x t)$ et d'en faire varier l'amplitude A_x à mesurer. Avec les valeurs choisies et une amplitude de sortie du BF égale à 5 V, A_x peut varier par incréments de 100 mV grâce à la boîte de résistance B (cf . $5\frac{n.10}{390+110} = n.0{,}1\ V = n.100\ mV$).
Le sommateur permet d'ajouter à $v_x(t)$ la tension de bruit $v_b(t)$ produite par un générateur de fonctions (tq HP 33120 A) ou à défaut par un générateur de bruit simplifié[3]

[3] Tel que celui décrit dans le BUP n° 675 p.1169

Le GBF fournit aussi la tension de référence v_y ($A_y = 5$ V).

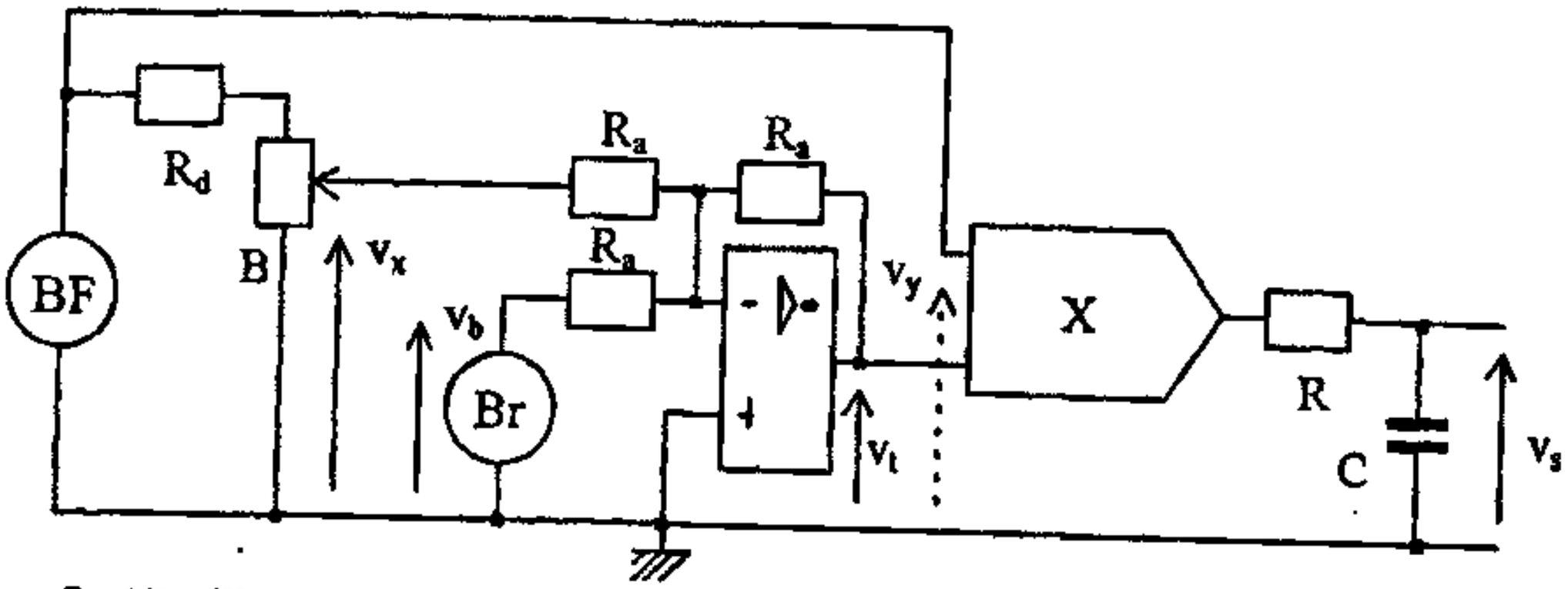


fig.17 - Illustration de la démodulation synchrone en instrumentation

Valeurs des éléments :

$R_d = 390\Omega$, B = boîte A.O.I.P. x 10Ω , $R_a = 100$ kΩ ; A.O. = TL 081

Multiplieur = AD 633 ; $R = 10$ kΩ , $C = 10$ μF

Avec ce montage on a enregistré successivement :

- Le signal v_x et le signal « bruité » $v_t(t)$ (fig.18) ; on remarque que v_x est « noyé » dans le bruit.

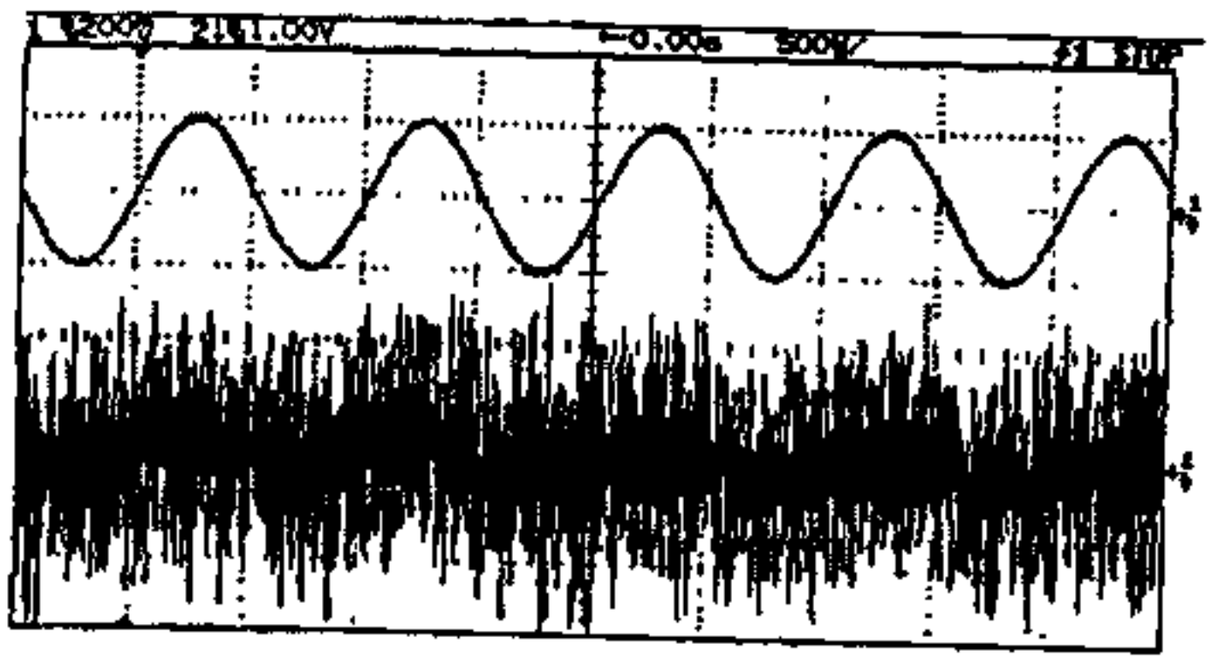


fig.18 - Démodulation synchrone et instrumentation

- Le signal v_x et le signal v_s' à la sortie du filtre passe-bas (fig.19). Ce dernier est proportionnel à A_x qui peut ainsi être mesuré (on pourra vérifier cette proportionnalité en faisant varier n ; à noter que la voie 2 a été inversée).

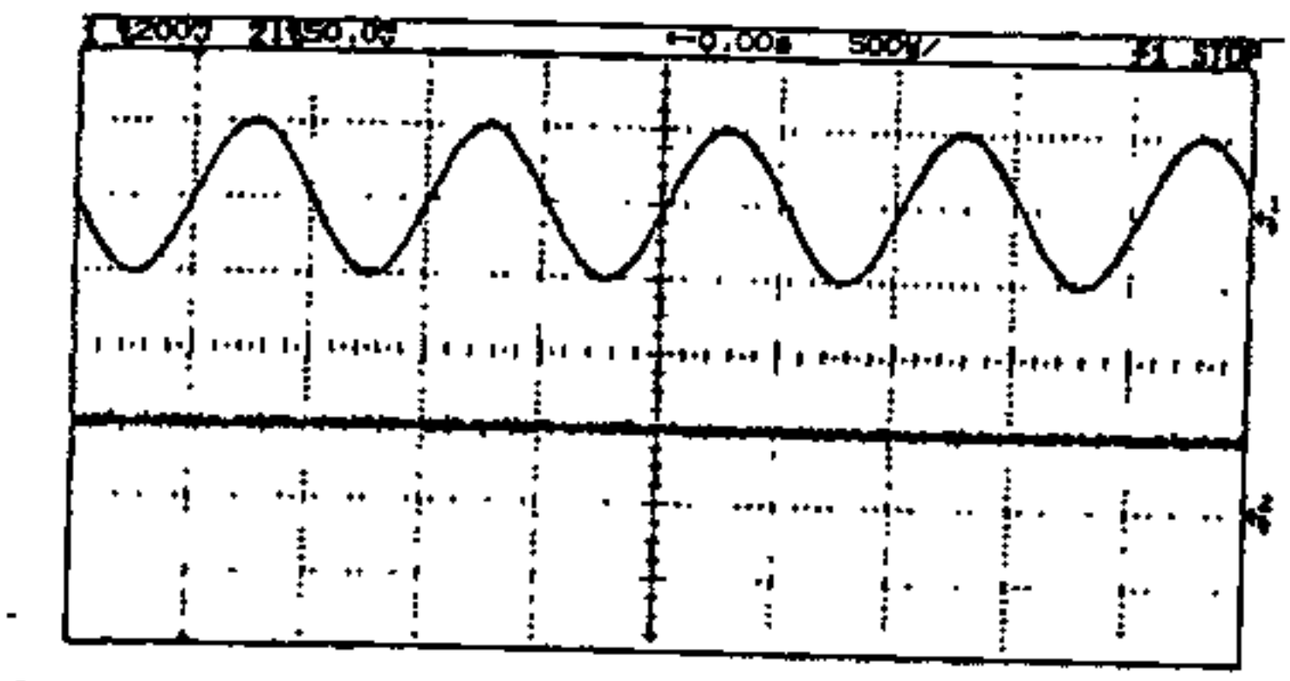


fig.19 - Signal à mesurer v_x et signal démodulé v_s'

Remarques :

- Pour en revenir au spectrophotomètre on peut préciser que la grandeur à mesurer est ici l' intensité lumineuse transmise par l'échantillon. Pour utiliser la méthode précédente le faisceau incident est découpé en créneaux (souvent par un « hacheur » mécanique) et simultanément on élabore le signal de référence. Le fait que v_x et v_y soient plutôt rectangulaires que sinusoïdaux ne change pas grand chose à ce qui précède.
- Cette méthode est aussi utilisée dans certains amplificateurs opérationnels dits « à choppers » qui permettent d'amplifier de très petites tensions continues sans que l'on soit gêné par les problèmes de décalage. La tension continue est découpée puis le signal alternatif obtenu est amplifié par un amplificateur à couplage alternatif (souvent sélectif). Le signal de sortie est alors démodulé de manière synchrone puis filtré ce qui permet d'obtenir le signal amplifié (on notera que son signe est préservé).

3 - Modulation analogique de fréquence

3.1 - Signal modulé en fréquence

Le signal porteur initial est, comme précédemment, $p(t) = A_p\cos(2\pi f_p t + \varphi_p)$ mais ici c'est φ_p et non A_p qui va être modifié par le signal informatif i(t). Nous considérerons, essentiellement, un signal informatif sinusoïdal : $i(t) = A_m\cos(2\pi f_m t)$ $(f_m << f_p)$.
On définit alors :

$$\Psi(t) = 2\pi f_p t + \varphi_p(t) : \quad \text{phase instantanée} \qquad \text{(IX - 24)}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Psi}{dt} \quad : \text{ fréquence instantanée} \qquad \text{(IX - 25)}$$

Pour un signal modulé en fréquence la fréquence instantanée est fonction affine du signal informatif soit :

$$f(t) = f_p + k.i(t) = f_p + k.A_m\cos(2\pi f_m t) \qquad \text{(IX - 26)}$$

où k est un facteur de proportionnalité s'exprimant en $Hz.V^{-1}$ (i(t) étant une tension).

Cette fréquence f(t) varie donc sinusoïdalement dans l'intervalle $[f_p-\Delta f, f_p+\Delta f]$ où $\Delta f = kA_m$ est l'excursion maximale de fréquence qui est proportionnelle à l'amplitude du signal informatif.
En intégrant (IX-26) et en choisissant convenablement l'origine des temps on déduit la forme du signal modulé en fréquence :

$$s(t) = A_p\cos\left(2\pi f_p t + \frac{kA_m}{f_m}\sin(2\pi f_m t)\right) \qquad \text{(IX - 27)}$$

On voit apparaître le rapport (sans dimension) de l'excursion maximale de fréquence à la fréquence de modulation, rapport appelé indice de modulation m :

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{kA_m}{f_m} \qquad \text{(IX - 28)}$$

d'où :

$$s(t) = A_p\cos\left(2\pi f_p t + m\sin(2\pi f_m t)\right) \qquad \text{(IX - 29)}$$

Remarque : Il est possible de réaliser des signaux modulés en phase dont la phase instantanée varie au voisinage de $2\pi f_p t$ sous l'action du signal informatif ; précisément selon la loi :

$$\Psi(t) = 2\pi f_p t + k'.i(t) = 2\pi f_p t + k'.A_m\cos(2\pi f_m t)$$

On vérifiera facilement qu'il est possible de produire un signal à modulation de phase à partir d'un modulateur de fréquence en procédant à une dérivation du signal informatif avant son application au modulateur et inversement on peut produire un signal à modulation de fréquence à partir d'un modulateur de phase en procédant à une intégration préalable du signal informatif (cf 3.2.1).
De manière générale il est beaucoup plus difficile de déterminer le spectre d'un signal modulé en fréquence que celui d'un signal modulé en amplitude (cf [5]). On remarquera en particulier que s(t) ne dépend plus linéairement de i(t) si bien que l'on ne peut pas procéder par superposition.

3.1.1 - Modulation à bande étroite (NBFM)

En supposant $m << 1$ on peut écrire, au premier ordre en m :

$$s(t) \approx A_p \cos(2\pi f_p t) - A_p m \sin(2\pi f_p t) \sin(2\pi f_m t) \qquad (IX - 30)$$

$$\text{d'où : } s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{A_p m}{2}\cos\left(2\pi(f_p + f_m)t\right) - \frac{A_p m}{2}\cos\left(2\pi(f_p - f_m)t\right) \qquad (IX - 31)$$

Le signal modulé en fréquence (NBFM) est la somme de 3 composantes spectrales : une « porteuse » de fréquence f_p, d'amplitude A_p et de deux composantes « latérales » de fréquences f_p-f_m et f_p+f_m de même amplitude $A_p m/2$. Le spectre d'amplitude de ce signal est donc identique à celui du signal modulé en amplitude (cf § 2.1). Par contre, on notera que les composantes latérales sont ici en opposition de phase alors qu'elles étaient en phase dans le cas de la modulation d'amplitude (le spectre de phase est donc différent). Une représentation vectorielle des ces deux signaux (au moyen de vecteurs tournants) est instructive pour bien comprendre leur différence (cf. [6]).

La largeur de la bande occupée est : $B = 2f_m$ bien supérieure au double de l'excursion maximale de fréquence $2\Delta f = 2\, mf_m << 2f_m$! En modulation de fréquence il est essentiel de bien distinguer entre les deux notions de fréquence :

- fréquence instantanée f(t), dépendante du temps, et associée à la représentation temporelle du signal.
- fréquence spectrale f_i, indépendante du temps, et associée à la représentation fréquentielle du signal.

Ces deux notions ne coïncident que pour un signal sinusoïdal pur.

3.1.2 - Modulation à large bande (WBFM)

En ne supposant plus m petit devant 1, le développement de s(t) nécessite l'utilisation des fonctions de Bessel d'ordre entier n, $J_n(x)$, qui permettent d'écrire l'identité

$$e^{jm\sin(x)} = \sum_{-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{jnx} \qquad (IX - 32)$$

En utilisant la propriété : $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$, on obtient après quelques calculs :

$$s(t) = A_p\Big\{J_o(m)\cos(2\pi f_p t) + J_1(m)\Big(\cos(2\pi(f_p + f_m)t) - \cos(2\pi(f_p - f_m)t)\Big) + J_2(m)\Big(\cos(2\pi(f_p + 2f_m)t) + \cos(2\pi(f_p - 2f_m)t)\Big) + J_3(m)\Big(\cos(2\pi(f_p + 3f_m)t) - \cos(2\pi(f_p - 3f_m)t)\Big) + \ldots \ldots\Big\} \quad (IX - 33)$$

Le signal modulé comporte, théoriquement, une infinité de composantes spectrales de fréquences : f_p, $f_p \pm f_m$, $f_p \pm 2f_m$, ... leurs amplitudes dépendent de l'indice de modulation m par l'intermédiaire des $J_n(m)$. Comme les fonctions de Bessel possèdent une infinité de zéros il est possible d'annuler telle ou telle composante du spectre par un choix convenable de l'indice de modulation m.

A titre de référence les 5 premières fonctions de Bessel sont représentées (fig.20), sommairement tabulées (tab.1) ainsi que leurs zéros (tab.2).

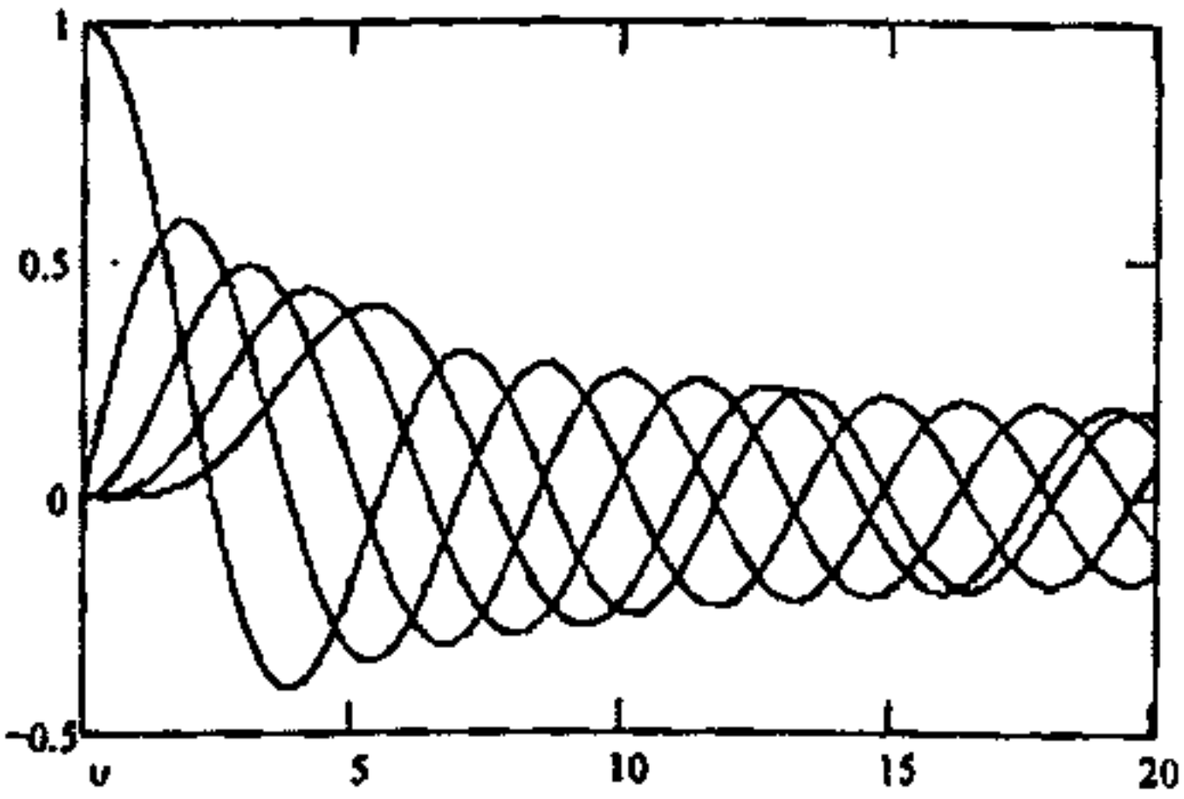


fig.20 - Allure des premières fonctions de Bessel

m	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}
0,00	1,00										
0,25	0,98	0,12									
0,50	0,94	0,24	0,03								
1,00	0,77	0,44	0,11	0,02							
1,50	0,51	0,56	0,23	0.06	0,01						
2,00	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03						
2,50	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02					
3,00	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01				
4,00	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02			
5,00	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02		
6,00	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,06	0,02	
7,00	0,30	0 ,00	-0,30	-0,17	0,16	0,35	0,34	0,23	0,13	0,06	0,03
8,00	0,17	0,23	-0,11	-0,29	-0,10	0,19	0,34	0,32	0,22	0,13	0,06
9,00	-0,09	0,24	0,14	-0,18	-0,27	-0,06	0,20	0,33	0,30	0,21	0,12
10,0	-0,25	0,04	0,25	0,06	-0,22	-0,23	-0.01	0,22	0,31	0,29	0,20

tab.1 - Valeurs des premières fonctions de Bessel

zéros de :	J_o	J_1	J_2	J_3	J_4
n°1	2,41	3,83	5,14	6,38	7,59
n°2	5,52	7,02	8,42	9,76	11,1
n°3	8,65	10,2	11,6	13,0	14,4
n°4	11,8	13,3	14,8	16,2	17,6

tab.2 - Premiers zéros des fonctions de Bessel

D'un point de vue pratique, la largeur B de la bande occupée est fixée par les composantes spectrales « significatives » ; différents critères peuvent être retenus, en particulier la « règle de Carson » qui consiste à ne garder que les composantes qui contiennent 98 % de la puissance totale et qui s'écrit :

$$B \approx 2(1+m)f_m \approx 2f_m + 2\Delta f \qquad (IX - 34)$$

On retrouve l'expression approchée : $B \approx 2f_m$ si $m << 1$ et on remarque que $B \approx 2\Delta f$ si $m >> 1$, c'est-à-dire que c'est l'excursion maximale qui fixe alors B.
Dans le cas d'un signal informatif non sinusoïdal le calcul de la largeur B est évidemment bien plus complexe (voir en particulier la remarque ci-dessous). On se contente souvent d'une règle empirique qui consiste à remplacer dans la règle de Carson la fréquence f_m par la fréquence maximale du spectre du signal i(t).
Dans la bande de radiodiffusion F.M. (88-108 MHz) l'excursion maximale autorisée est fixée à $\Delta f = 75$ kHz et la fréquence maximale des signaux informatifs à 15 kHz (normes « Hi-Fi »). On déduit $m = \Delta f/f_m(max) = 5$, d'où : $B \approx 180$ kHz. Les porteuses des stations devraient donc être distantes d'environ 200 kHz pour qu'il n'y ait pas de problème d'interférences (...).

Remarque : Un calcul analogue avec un signal informatif de la forme : $i(t) = A_{m1}\cos(2\pi f_{m1}t) + A_{m2}\cos(2\pi f_{m2}t)$ montre que le spectre comporte les fréquences : $f_p \pm n_1 f_{m1}$ et $f_p \pm n_2 f_{m2}$ ainsi que les fréquences : $f_p \pm n_1 f_{m1} \pm n_2 f_{m2}$, illustrant le caractère « non linéaire » de la modulation de fréquence et la difficulté de calculer B pour un signal quelconque !

3.2 - Modulateurs

Nous considérerons deux types de modulateurs : le premier est limité aux faibles indices de modulation et procède de manière « indirecte » en s'appuyant sur la relation approchée (IX-30) établie au § 3.1.1 ; le second permet d'obtenir des indices quelconques et procède de manière « directe » à partir d'un oscillateur dont on commande la fréquence.

3.2.1 - Méthode indirecte

La méthode indirecte est due à Armstrong, le « père » de la modulation de fréquence. Aux faibles indices de modulation ($m << 1$) on a vu que le signal modulé en fréquence peut s'écrire approximativement :

$$s(t) \approx A_p\left(\cos(2\pi f_p t) - m\sin(2\pi f_p t)\sin(2\pi f_m t)\right) \qquad (IX - 35)$$

Le signal porteur étant : $p(t) = A_p\cos(2\pi f_p t)$, le signal informatif : $i(t) = A_m\cos(2\pi f_m t)$ et l'indice de modulation $m = kA_m/f_m$ (cf § 3.1).

Plus généralement pour un signal informatif i(t) quelconque on aurait :

$$s(t) \approx A_p\left(\cos(2\pi f_p t) - 2\pi k(\sin(2\pi f_p t)) \int_0^t i(t)dt\right) \qquad \text{(IX - 36)}$$

On déduit directement de la relation (IX-36) le schéma de principe du modulateur (fig.21) :

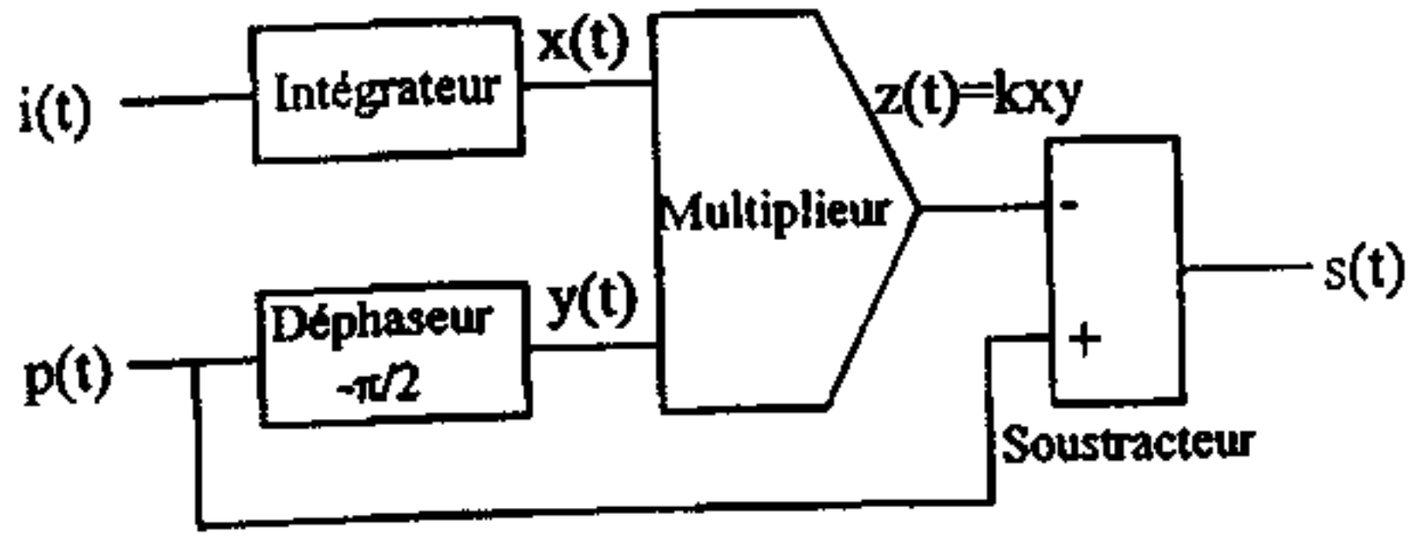


fig.21 - Schéma de principe d'un modulateur d'Armstrong

En utilisant des A.O. et un multiplieur analogique (réalisant $z = K\,x.y$ où $K = 0{,}1\ V^{-1}$) on passe au montage « pratique » de la fig.22. On notera que l'on a remplacé le soustracteur de sortie par un sommateur (inverseur), car l'intégrateur à A.O. est aussi inverseur.

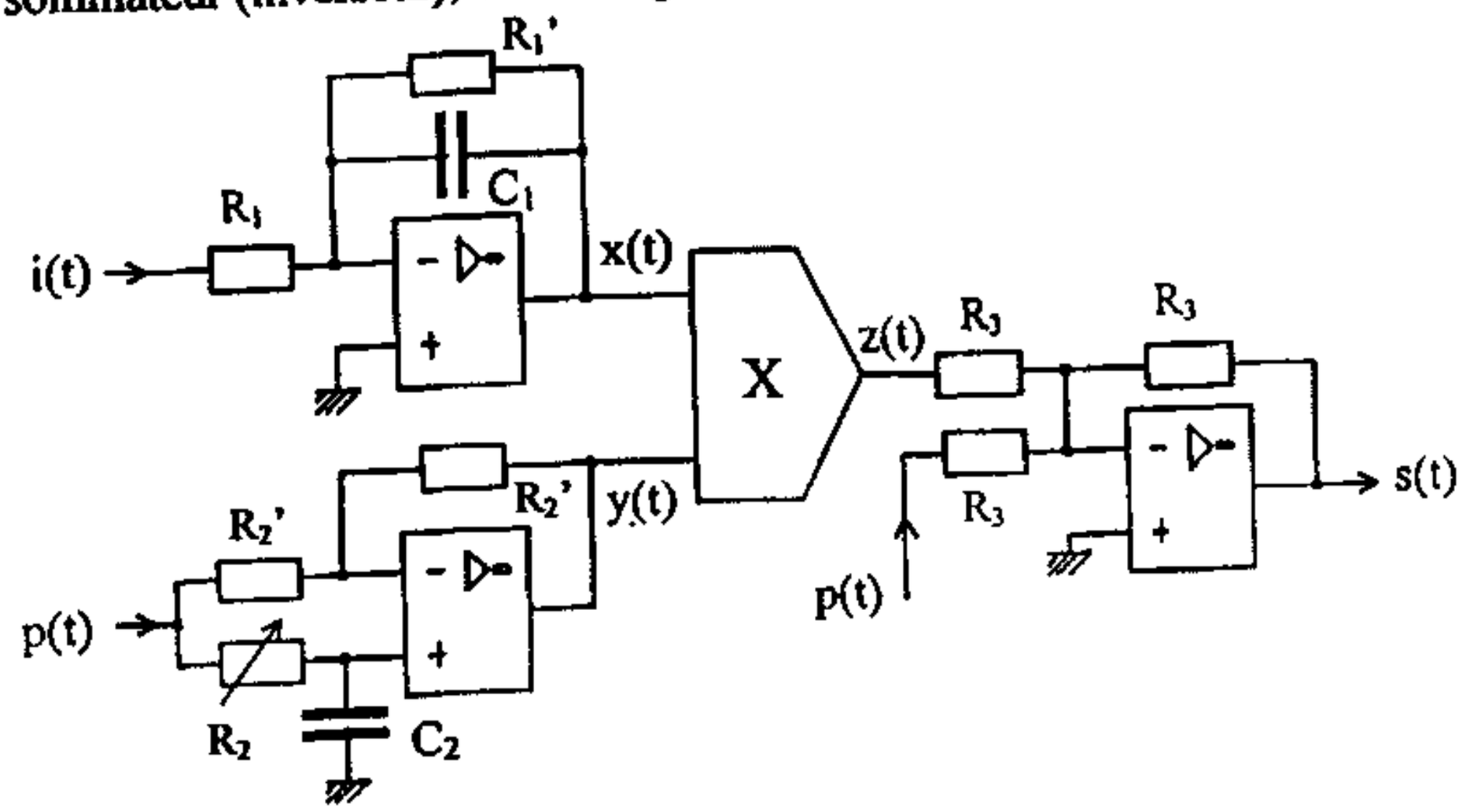


fig.22 - Schéma pratique d'un modulateur d'Armstrong

Les différents sous-ensembles ayant été étudiés par ailleurs, nous nous contentons d'un brève description :

- AO_1 est monté en intégrateur (inverseur). La condition d'intégration : $R_1'C_1\omega_m >> 1$ étant supposée satisfaite on a :

$$x(t) = -\frac{1}{R_1C_1}\int_0^t i(t)dt \quad \text{en supposant } x(0) = 0 \qquad \text{(IX - 37)}$$

- AO_2 est monté en déphaseur. Le déphasage entre le signal de sortie et le signal d'entrée est $\varphi = -2\arctan(R_2C_2\omega_p)$; ayant été réglé à $-\pi/2$ on a :

$$y(t) = A_p\cos(2\pi f_p t - \pi/2) = A_p\sin(2\pi f_p t) \qquad \text{(IX - 38)}$$

- AO_3 est monté en sommateur (inverseur). Il délivre un signal s(t) tel que :

$$s(t) = -\left(z(t) + p(t)\right) = -\left(A_p \cos(2\pi f_p t) - \frac{K}{R_1 C_1} A_p \sin(2\pi f_p t) \int_0^t i(t)dt \right)$$

$$s(t) = -A_p \left(\cos(2\pi f_p t) - \frac{K}{R_1 C_1} \sin(2\pi f_p t) \int_0^t i(t)dt \right) \qquad (IX - 39)$$

Ce signal a bien la forme demandé (à un changement de signe près sans importance). En particulier si $i(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$, l'indice de modulation est :

$$m = \frac{K A_m}{2\pi R_1 C_1 f_m} \qquad (IX - 40)$$

Remarque : On notera que le modulateur d'Armstrong peut aussi être utilisé comme modulateur de phase. Pour cela il suffit de ne pas intégrer le signal i(t) avant de l'appliquer au multiplieur.

Valeurs des éléments et des paramètres

On a choisi les mêmes fréquences que pour la modulation d'amplitude :

porteuse : $f_p = 100$ kHz , $A_p = 4$V ; **modulation :** $f_m = 10$ kHz , $A_m = 1$ V

$R_1 = 1\ k\Omega$, $R_1' = 100\ k\Omega$, $C_1 = 10$ nF ($R_1' C_1 \omega_m = 62{,}8 \gg 1$)
$R_2 = 2{,}2\ k\Omega$ (ajustable) , $C_2 = 1$ nF , $R_2' = 10\ k\Omega$
$R_3 = 10\ k\Omega$

Avec les valeurs précédentes l'indice de modulation donné par (IX -40) est m = 0,16 (<<1). L'oscilloscope numérique a permis d'enregistrer le signal modulé s(t), l'excursion de fréquence, bien que faible ($\Delta f = 1{,}6$ kHz), est nettement visible (fig.23) :

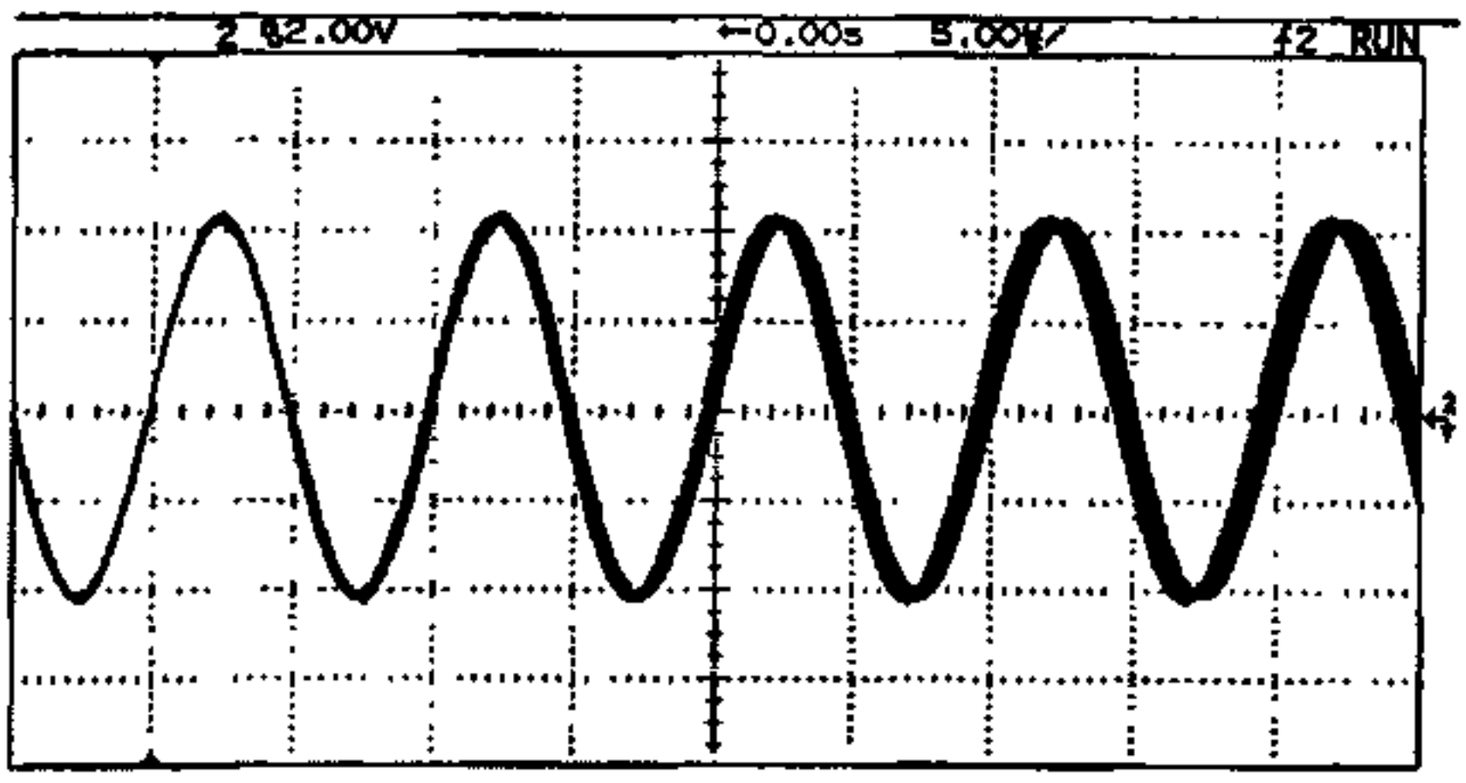


fig.23 - Signal modulé en fréquence à faible indice (NBFM)

Dans les mêmes conditions, on a enregistré le spectre du signal (fig.24). Les 3 raies sont bien visibles aux fréquences : 90, 100 et 110 kHz. Par ailleurs l'amplitude des raies latérales se situent à environ - 22,5 dB de la porteuse (cette mesure a été faite avec un réglage de l'analyseur différent de celui de la fig.24, réglage qui permet d'avoir une meilleure précision sur les amplitudes (cf Chap.III § 4).
Cette valeur expérimentale est à comparer avec la valeur théorique : 20log(m/2) déduite du § 2.1.1 et qui conduit à : - 22 dB, l'accord est donc bon.

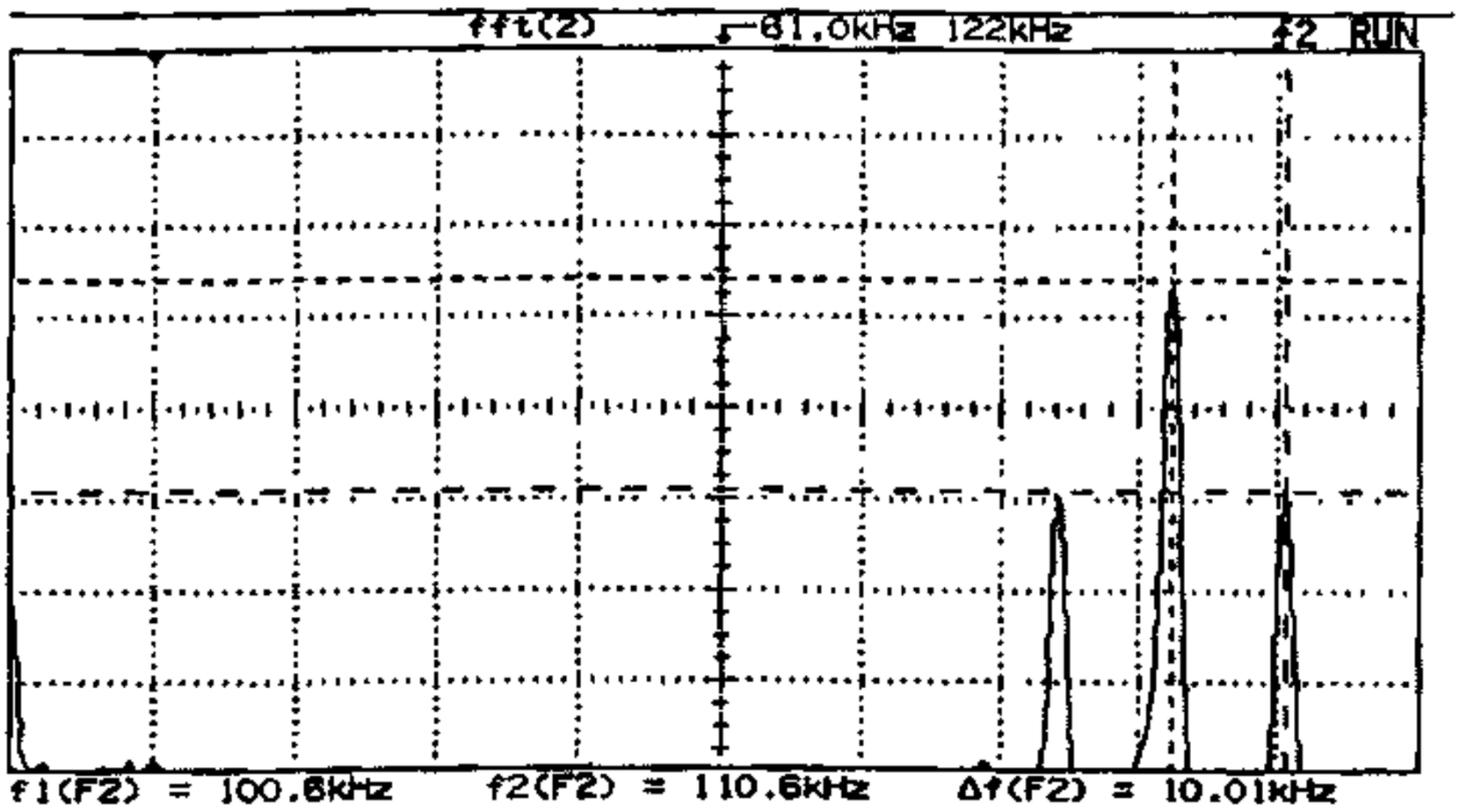


fig.24 - Spectre du signal modulé à faible indice m (NBFM)

3.2.2 - Méthode directe

La méthode directe est bien plus simple que la précédente : elle consiste à utiliser un oscillateur dont la fréquence f (instantanée !) peut facilement être commandée ; c'est en particulier le cas des oscillateurs « commandés en tension » (O.C.T. ou V.C.O.). Un tel oscillateur a été décrit au Chap.VIII § 3 ; comme on l'a alors signalé, un tel O.C.T. constitue le « cœur » des générateurs de fonctions analogiques habituels.
Le plus pratique est donc d'utiliser un tel générateur qui possède une entrée « modulation » permettant la commande de la fréquence f par une tension v_{mod} (fig.25).

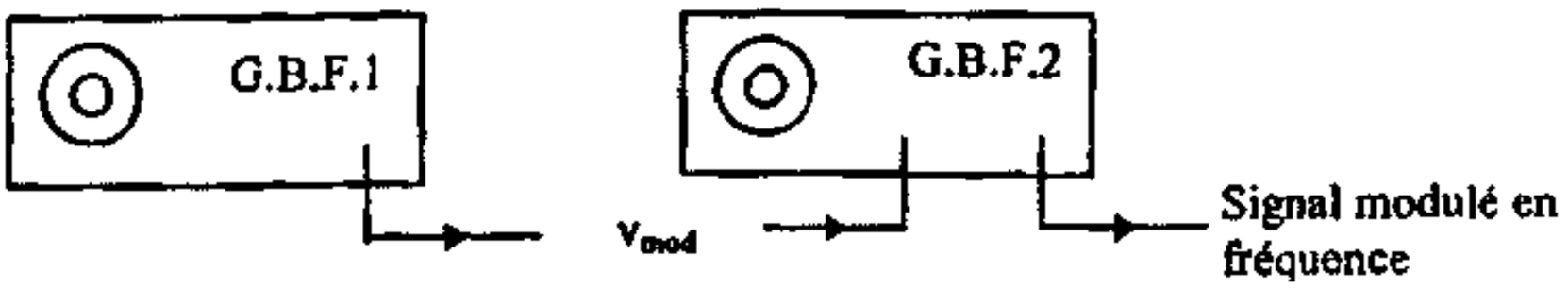


fig.25 - Modulateur de fréquence à O.C.T.

La loi de variation : $f = f(v_{mod})$ est souvent affine de la forme :

$$f(t) = f_p + k.v_{mod}(t) \qquad \text{(IX - 41)}$$

f_p est la fréquence lorsque $v_{mod} = 0$. Ce sera pour nous la fréquence porteuse ; elle peut être réglée au moyen du bouton de réglage de fréquence du générateur. Pour le générateur utilisé[4], sur la gamme x 100 k, le facteur $k = 10^5$ Hz.V^{-1}.

En prenant $v_{mod}(t) = i(t) = V_m\cos(2\pi f_m t)$ on obtient :

$$f(t) = f_p + k\,V_m\cos(2\pi f_m t) = f_p + \Delta f\cos(2\pi f_m t) \qquad \text{(IX - 42)}$$

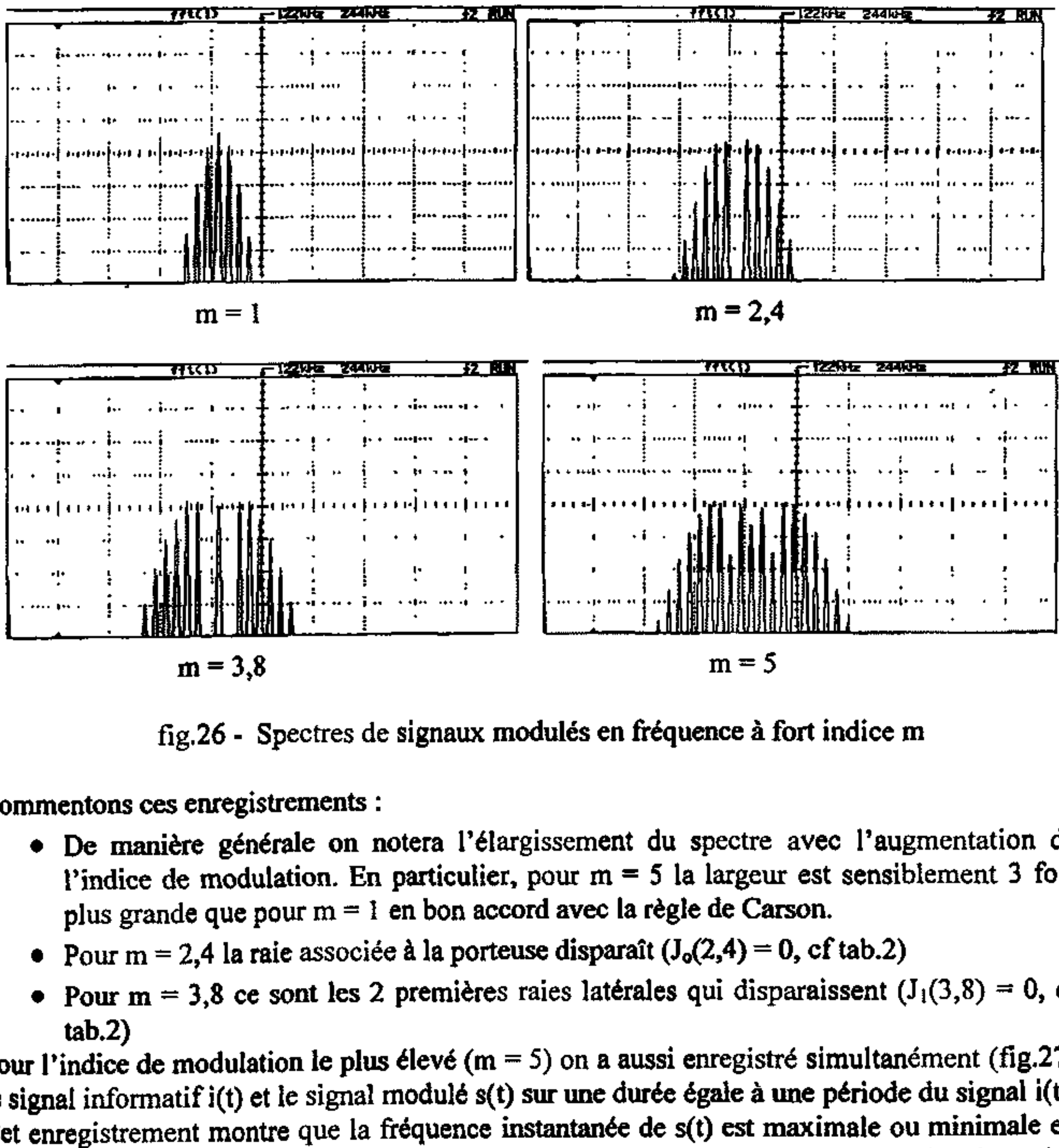
$$\text{d'où :}\quad m = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{kV_m}{f_m} \qquad \text{(IX - 43)}$$

[4] Schlumberger 4415

En pratique, le signal informatif sera délivré par un second générateur. Un tel système est donc très souple : tous les paramètres peuvent aisément être modifiés (fréquences, amplitudes, formes d'onde).

Pour ne pas perturber le fonctionnement de l'O.C.T. il faut que la fréquence f_m ne soit pas trop élevée : $f_p << f_m$. Dans ce qui suit, on a abaissé f_m à 5 kHz en conservant $f_m = 100$ kHz.

On a ainsi enregistré (fig.26) les spectres des signaux modulés en fréquence pour les indices de modulation : m = 1 ; 2,4 ; 3,8 et 5 (V_m variant de 50 à 250 mV).



m = 1 m = 2,4

m = 3,8 m = 5

fig.26 - Spectres de signaux modulés en fréquence à fort indice m

Commentons ces enregistrements :

- De manière générale on notera l'élargissement du spectre avec l'augmentation de l'indice de modulation. En particulier, pour m = 5 la largeur est sensiblement 3 fois plus grande que pour m = 1 en bon accord avec la règle de Carson.
- Pour m = 2,4 la raie associée à la porteuse disparaît ($J_0(2,4) = 0$, cf tab.2)
- Pour m = 3,8 ce sont les 2 premières raies latérales qui disparaissent ($J_1(3,8) = 0$, cf tab.2)

Pour l'indice de modulation le plus élevé (m = 5) on a aussi enregistré simultanément (fig.27) le signal informatif i(t) et le signal modulé s(t) sur une durée égale à une période du signal i(t). Cet enregistrement montre que la fréquence instantanée de s(t) est maximale ou minimale en même temps que i(t). Il est même possible, grâce aux curseurs de mesure, d'estimer les valeurs des fréquences : maximale : $f_{max} \approx 125$ kHz, minimale : $f_{min} \approx 76$ kHz et moyenne $f_p \approx 100$ kHz (cf fig.8). On déduit de ces estimations l'excursion maximale $\Delta f \approx 24,5$ kHz, valeur très voisine de celle prévue ($kV_m = 25$ kHz).

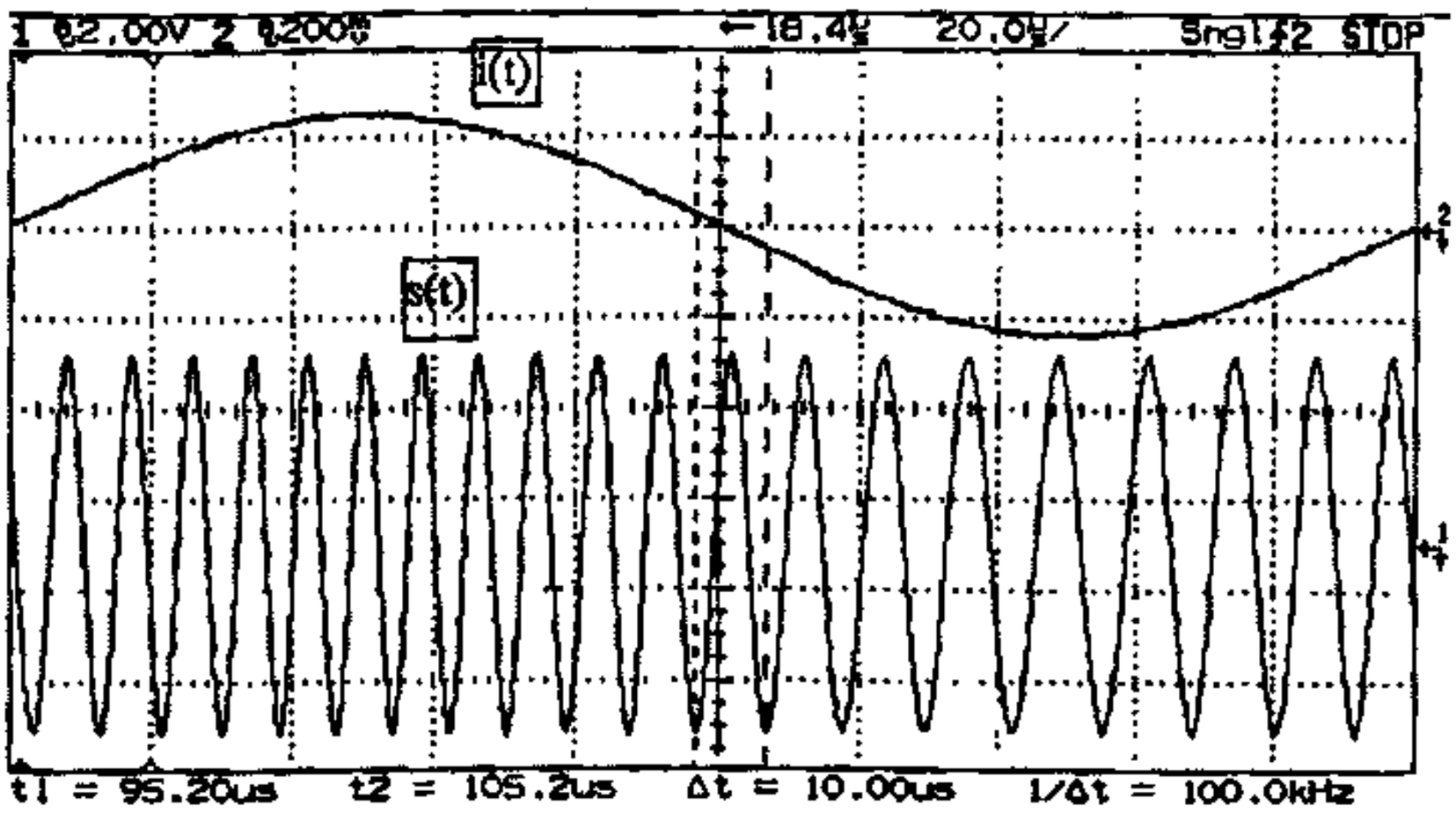


fig.27 - Signal modulé s(t) et signal modulant i(t)

3.3 - Démodulateurs

Nous considérerons deux démodulateurs : le premier est un « discriminateur » basé sur la conversion du signal modulé en fréquence en un signal modulé en amplitude qui est lui même démodulé grâce à un détecteur d'enveloppe (cf § 2 .3.1) ; le second utilise une « boucle à verrouillage de phase » basée sur un système bouclé qui réalise l'opération inverse de celle utilisée lors de la modulation.

3.3.1 - Discriminateur simplifié

Le principe général d'un « discriminateur » de fréquence est donné fig.28 : il se compose d'un filtre (F) et d'un détecteur d'enveloppe (D). Dans la bande de fréquence considérée, la fonction de transfert du filtre dépend linéairement de la fréquence. Le filtre transforme donc le signal modulé en fréquence en un signal modulé en amplitude (et aussi en fréquence !). Comme précédemment (cf § 2 .3.1) le détecteur d'enveloppe permet de reconstituer le signal modulant (à une composante continue près facile à éliminer).

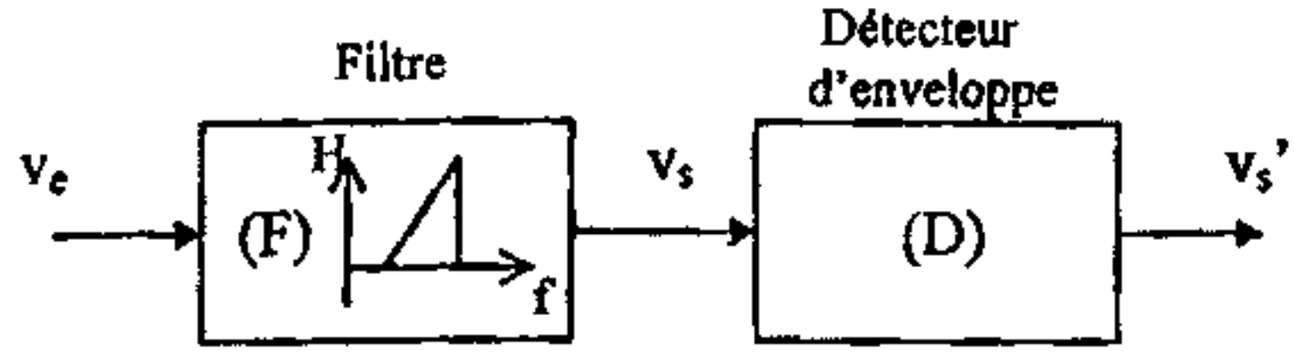
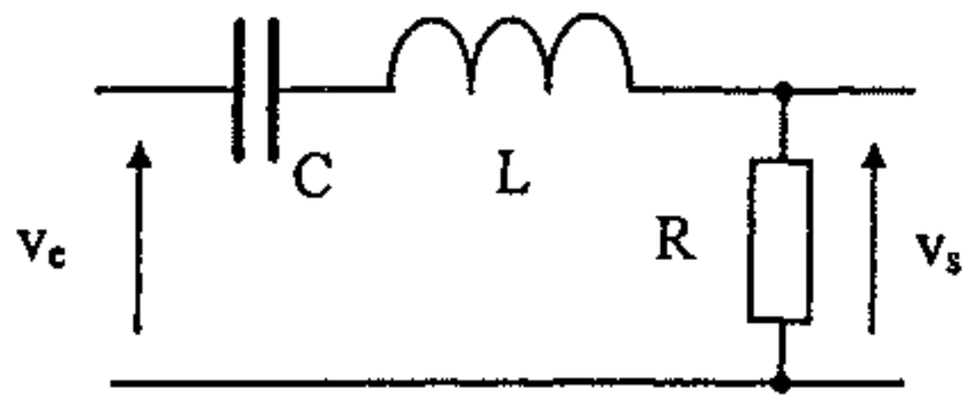


fig.28 - Schéma de principe d'un discriminateur

Pour simplifier la réalisation pratique, le filtre choisi est un filtre passe bande passif du second ordre (fig.29a), de fréquence de résonance f_o ($= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$), et de facteur de qualité Q ($=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$). L' allure de la fonction de transfert du filtre : $H(f) = |\underline{V_s}/\underline{V_e}|$ est rappelée fig.29b.

Le filtre est utilisé sur l'un de ses « flancs » dans un domaine de fréquence ou la courbe repésentative de H(f) peut être assimilée à sa tangente. On se place donc au voisinage d'un point d'inflexion (I par exemple).

a -



b -

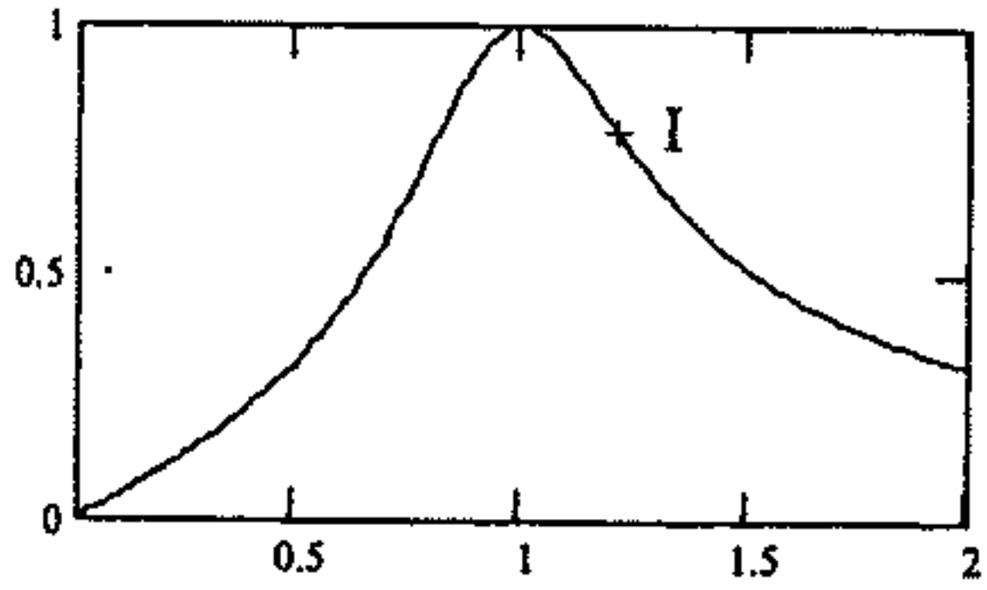


fig.29 - Filtre passe-bande

La bande passante du filtre B_{filtre} doit évidemment être (très) supérieure à la bande de fréquence B du signal modulé en fréquence. Ceci fixe une valeur maximale pour le facteur de qualité du filtre (par contre la « sensibilité » du détecteur diminue avec Q) :

$$B_{filtre} = f_o/Q >> B = 2(1+m)f_m \quad \Rightarrow \quad Q << \frac{1}{2(1+m)}\frac{f_o}{f_m} \qquad (IX - 44)$$

Le filtre est suivi d'un détecteur d'enveloppe identique à celui étudié précédemment (cf § 2.3.1.). La fig.30 donne le schéma complet du démodulateur ; pour « séparer » les deux éléments on a intercalé entre eux un suiveur de tension.

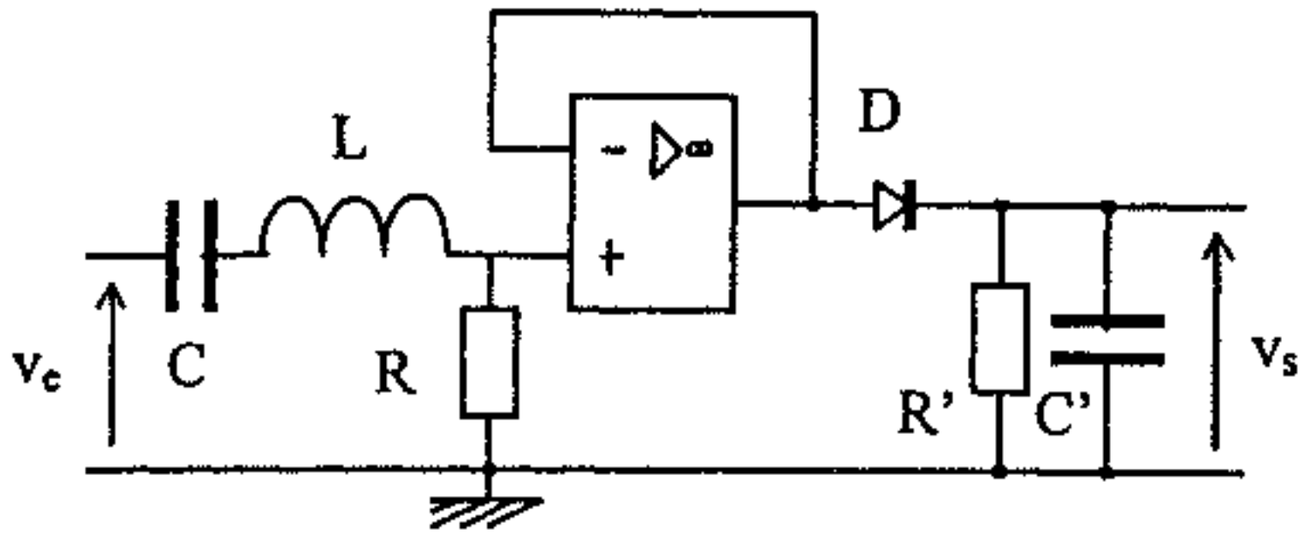


fig.30 - Démodulateur de fréquence

Valeurs des éléments et des paramètres :

Le signal modulé en fréquence est élaboré grâce au modulateur décrit au § 3.2.2. avec :

$$f_p = 100 \text{ kHz} ; f_m = 1 \text{ kHz} , V_m = 50 \text{ mV}$$

On a donc : $\Delta f = kV_m = 5$ kHz , $m = \Delta f/f_m = 5$ et $B = 2(1+m)f_m = 12$ kHz
On a choisi un facteur de qualité $Q \approx 2$ si bien que la condition (IX-44) est sensiblement satisfaite. Une étude numérique de dH/df (pour Q = 2) montre que le point d'inflexion correspond à : $f_p/f_o \approx 1{,}2$; ceci fixe la valeur de la fréquence de résonance : $f_o \approx 83$ kHz.
A partir des valeurs de f_o et Q et d'une valeur choisie de R (ici 470 Ω) on peut calculer L et C. En pratique on choisit des valeurs normalisées voisines (compte tenu de la dispersion des composants, il sera peut -être nécessaire de retoucher un peu les valeurs données) :

$$R = 470 \ \Omega ; L = 2{,}2 \text{ mH} ; C = 1{,}8 \text{ nF}$$

Pour le détecteur d'enveloppe, les éléments R' et C' doivent satisfaire aux conditions (IX-15) et (IX-16) établies au § 2.3.1. On pourra vérifier que le taux de modulation m' du signal modulé en *amplitude* sortant du filtre (F) est très faible : $m' \approx \frac{B}{2H(I)}\left|\frac{dH}{df}(I)\right| \approx 0{,}1$; la condition (IX-16) est donc relativement peu contraignante.

Finalement on a choisi : $R' = 10\ k\Omega$; $C' = 47\ nF$

Avec ces valeurs on a enregistré la tension $v_s(t)$ à la sortie du filtre (fig.31). En utilisant la base de temps retardée de l'oscilloscope, on a analysé le signal à deux vitesses de balayage de manière à bien mettre en évidence la modulation d'amplitude et la modulation de fréquence.

Un tel enregistrement de $v_s(t)$ permet aussi de mesurer le taux de modulation : $m' = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \approx 0{,}1.$

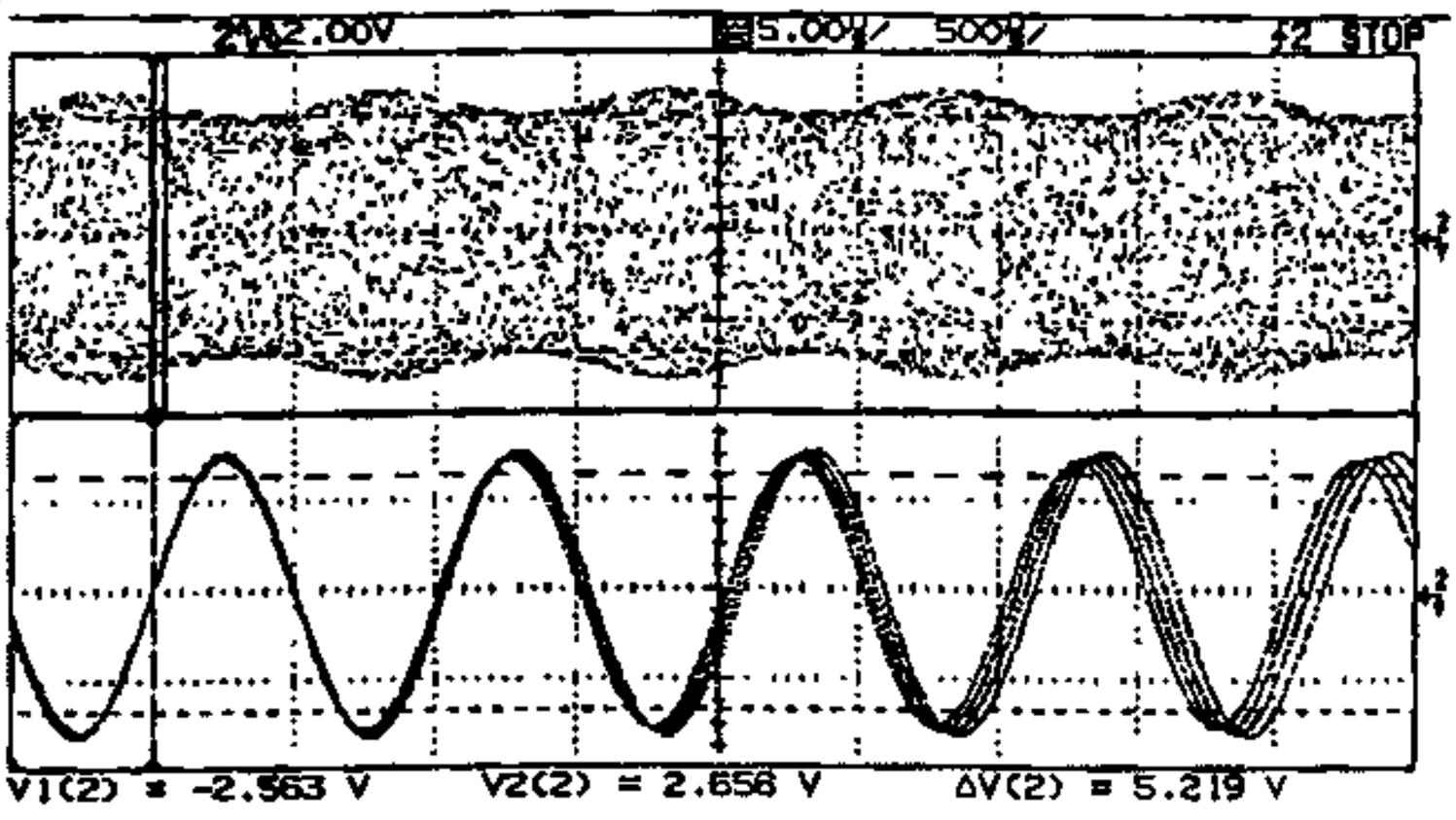


fig.31 - Action du filtre (F) sur un signal modulé en fréquence

Pour mettre en évidence la démodulation on a enregistré (fig.32-a) le signal modulant, à la sortie du GBF correspondant : $i(t) = V_m \cos(2\pi f_m t)$ ($f_m = 1$ kHz et $V_m = 50$ mV) et le signal $v_s(t)$ à la sortie du démodulateur (la voie 2 est en couplage AC pour éliminer la composante continue). On a réalisé un enregistrement analogue pour un signal modulant triangulaire (fig.32-b).

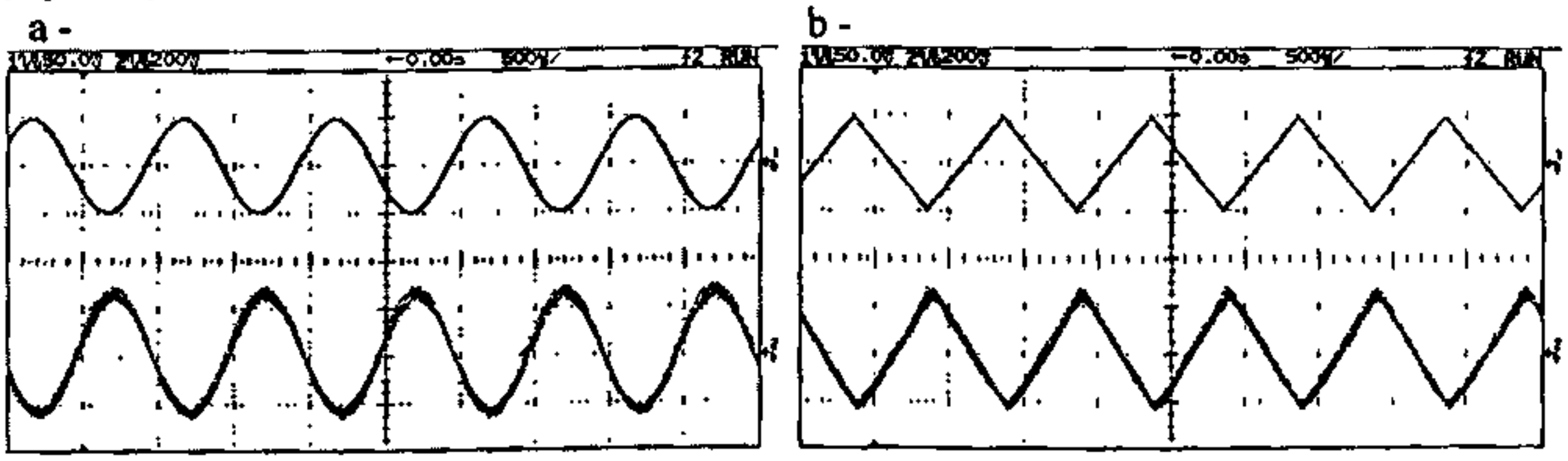


fig.32 - Signal modulant et signal démodulé (discriminateur)

On notera la présence sur les signaux démodulés de bruit haute fréquence que l'on pourrait évidemment éliminer par filtrage passe-bas.

Remarquons enfin que l'on peut améliorer la linéarité de la fonction de transfert du filtre en utilisant deux circuits accordés ou des montages un peu plus complexes à circuits couplés (discriminateur de Foster et Seeley ou détecteur de rapport, cf. [3 ,7].

3.3.2 - Boucle à verrouillage de phase

a) Principe général

Une boucle à verrouillage de phase (ou « P.L.L. »[5]) est un système bouclé (fig.33) composé d'un comparateur de phase (C.P.Φ.), d'un filtre passe-bas (F) et d'un oscillateur commandé en tension (O.C.T.) :

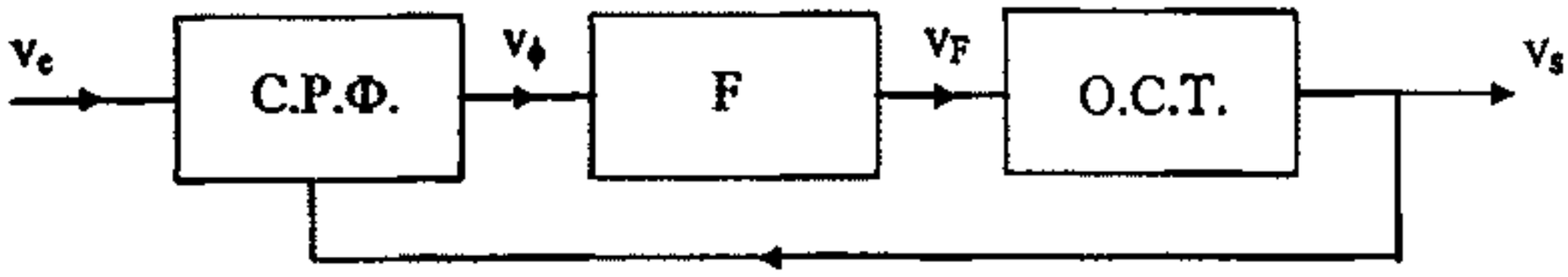


fig.33 - Schéma de principe d'une boucle à verrouillage de phase

Qualitativement le fonctionnement est le suivant :

- Le comparateur de phase (C.P.Φ.) délivre une tension $v_\phi(t)$ qui dépend de la différence des phases instantanées $\Psi_s(t)$ et $\Psi_e(t)$ du signal de sortie $v_s(t) = V_s\cos\Psi_s(t)$ et du signal d'entrée $v_e(t) = V_e\cos\Psi_e(t)$.
- Le filtre (F) élimine les composantes à haute fréquence de la tension $v_\phi(t)$ et fournit une tension à « basse fréquence » qui agit sur la fréquence instantanée $f_s = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Psi_s}{dt}$ du signal délivré par l'O.C.T. de manière à la rapprocher de la fréquence $f_e = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Psi_e}{dt}$ du signal d'entrée.
- Lorsque les fréquences f_s et f_e sont égales on dit que la boucle est verrouillée ; il ne subsiste plus qu'un déphasage φ entre les signaux de sortie et d'entrée : $v_s(t) = V_s\cos(2\pi f_e t + \varphi)$ et $v_e(t) = V_e\cos(2\pi f_e t)$. Une fois verrouillée, la boucle peut suivre les variations de la fréquence d'entrée f_e dans un intervalle de fréquence $2\Delta f_v$ appelé **plage de verrouillage.**
- Par ailleurs, l'évolution analysée précédemment qui conduit au verrouillage de la boucle n'est possible que si la fréquence d'entrée f_e appartient à un intervalle de fréquence $2\Delta f_c$ appelé **plage de capture** qui est inférieure ou égale à la plage de verrouillage. Sa détermination est complexe et Δf_c dépend à la fois du type de comparateur de phase et du filtre passe-bas.

Les boucles à verrouillage de phase sont des éléments essentiels des systèmes actuels de télécommunications en particulier des démodulateurs (AM et FM) et des synthétiseurs de fréquence. D'un point de vue pratique les boucles à verrouillage de phase existent sous forme de circuits intégrés et font appel à des techniques analogiques ou numériques ; un exemple d'application d'un tel circuit sera donné au § 4.

b) Etude d'un cas particulier

Pour illustrer ce qui précède de manière élémentaire, considérons le montage représenté fig.34 :

---

[5] P.L.L. pour « phase lock loop »

- Le comparateur de phase est un multiplieur analogique qui réalise l'opération : $v_\varphi = k_m v_e v_s$ avec $k_m = 0{,}1\ V^{-1}$.
- Le filtre passe-bas est un simple filtre RC de fréquence de coupure $f_F = \dfrac{1}{2\pi RC}$.
- L'oscillateur commandé en tension est un générateur de fonctions possédant une entrée « modulation » (cf § 3.2.2). Il délivre une tension de sortie dont la fréquence f_s est fonction affine de la tension de commande $v_F(t)$: $f_s = f_o + k_o v_F(t)$ (f_o est la fréquence d'oscillation « libre » du générateur en l'absence de tension de commande).
- On notera enfin la présence d'un suiveur de tension entre le filtre RC et l'entrée « modulation » du générateur car celle-ci peut être à « faible » impédance (≈ 2 kΩ dans le cas du générateur utilisé).

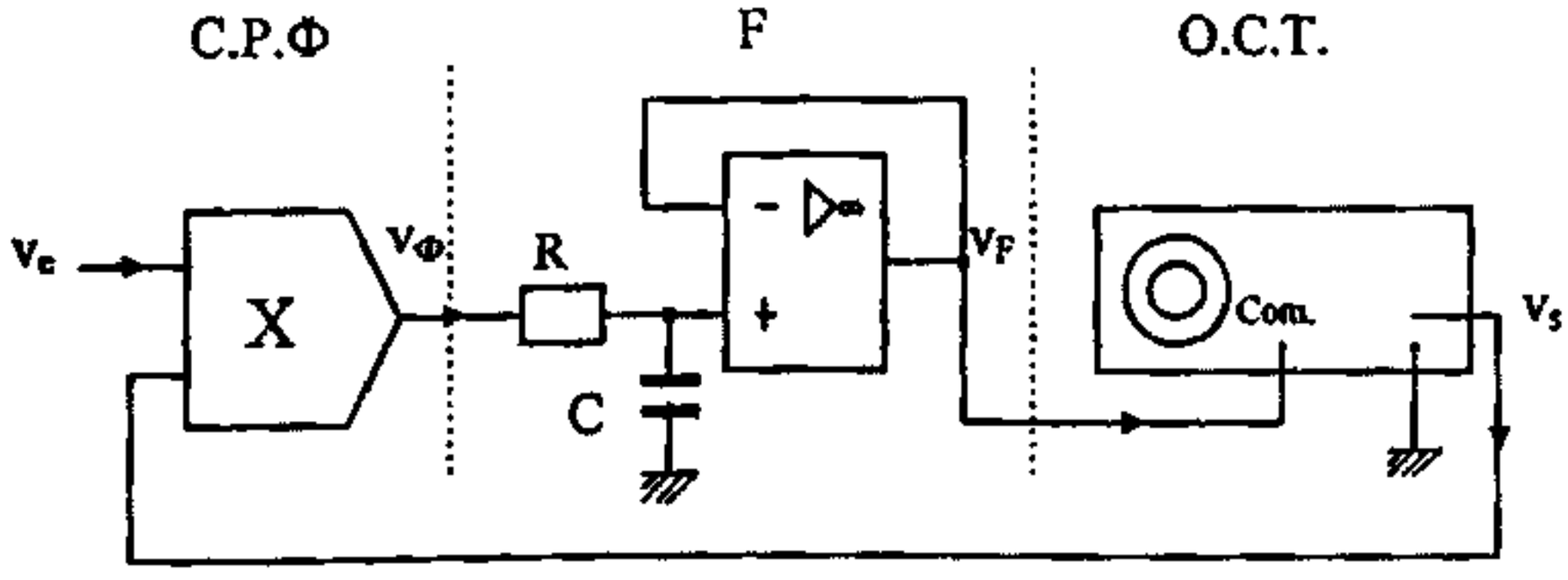


fig.34 - Exemple pratique de boucle à verrouillage de phase

En supposant la boucle verrouillée ($f_s = f_e$), on peut écrire :

$$v_e(t) = V_e \cos(2\pi f_e t) \quad \text{et} \quad v_s(t) = V_s \cos(2\pi f_e t + \varphi) \qquad \text{(IX - 45)}$$

$$v_\varphi(t) = k_m v_e(t) v_s(t) = \frac{k_m V_e V_s}{2}\cos\varphi + \frac{k_m V_e V_s}{2}\cos\left(2\pi(2f_e t) + \varphi\right) \qquad \text{(IX - 46)}$$

Le filtre (F) ayant une fréquence de coupure f_F très inférieure à $2f_e$ il délivre la tension continue :

$$v_F = \frac{k_m V_e V_s}{2}\cos\varphi \qquad \text{(IX - 47)}$$

d'où la fréquence de sortie f_s de l'O.C.T. :

$$f_s = f_o + \frac{k_o k_m V_e V_s}{2}\cos\varphi \qquad \text{(IX - 48)}$$

Comme cosφ varie entre -1 et +1, la plage de verrouillage de la boucle est, à priori, limitée par les fréquences : $f_{s,mini} = f_o - \dfrac{k_o k_m V_e V_s}{2}$ et $f_{s,maxi} = f_o + \dfrac{k_o k_m V_e V_s}{2}$, d'où :

$$2\Delta f_v = k_o k_m V_e V_s \qquad \text{(IX - 49)}$$

(Cette expression n'est valide qu'en l'absence d'autres limitations dues au C.P.Φ. ou à l'O.C.T.).

Pour $f_e = f_o$ le déphasage φ est donc égal à $-\pi/2$ ou à $+\pi/2$; en fait pour des raisons de stabilité du point de fonctionnement c'est la solution $+\pi/2$ qui est retenue par le système (il est facile de vérifier que f_s doit être fonction décroissante de φ pour qu'il y ait stabilité).

En ce qui concerne la plage de capture une étude simplifiée (cf [8,9]) montre que si : $\Delta f_v >> f_F$ elle est approximativement déterminée par :

$$2\Delta f_c \approx 2\sqrt{\Delta f_v f_F} \qquad \text{(IX - 50)}$$

Valeurs des éléments et des paramètres

Il est prudent de vérifier le bon fonctionnement de la boucle avant de l'utiliser en démodulateur !

On réalisera donc le montage de la fig.37 avec les valeurs suivantes :

(O.C.T.) = G.B.F. : $V_s = 4$ V , $f_o = 100$ kHz (on rappelle : $k_o = 100$ kHz.V^{-1})
(F) : $R = 10$ kΩ , $C = 15$ nF d'où : $f_F \approx 1$ kHz

Un second générateur fournit un signal d'entrée sinusoïdal d'amplitude $V_e = 4$ V et de fréquence f_e. Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser v_e et v_s et donc de détecter le verrouillage de la boucle.

Avec les valeurs précédentes : $\Delta f_v = 80$ kHz ; $\Delta f_c \approx 9$ kHz

En ajustant f_e au voisinage de $f_o = 100$ kHz on constate le verrouillage de la boucle. Pour $f_e = f_o$ on a enregistré l'oscillogramme de la fig.35 qui représente $v_e(t)$ et $v_s(t)$; comme prévu v_s est en avance de $\pi/2$ par rapport à v_e. En faisant varier lentement f_e on peut déterminer la plage de verrouillage, on observe simultanément la variation du déphasage φ de v_s par rapport à v_e (φ varie dans l'intervalle $[0,\pi]$). Mesurer également (voltmètre continu) la tension v_F ; elle s'annule pour $f_e = 100$ kz.

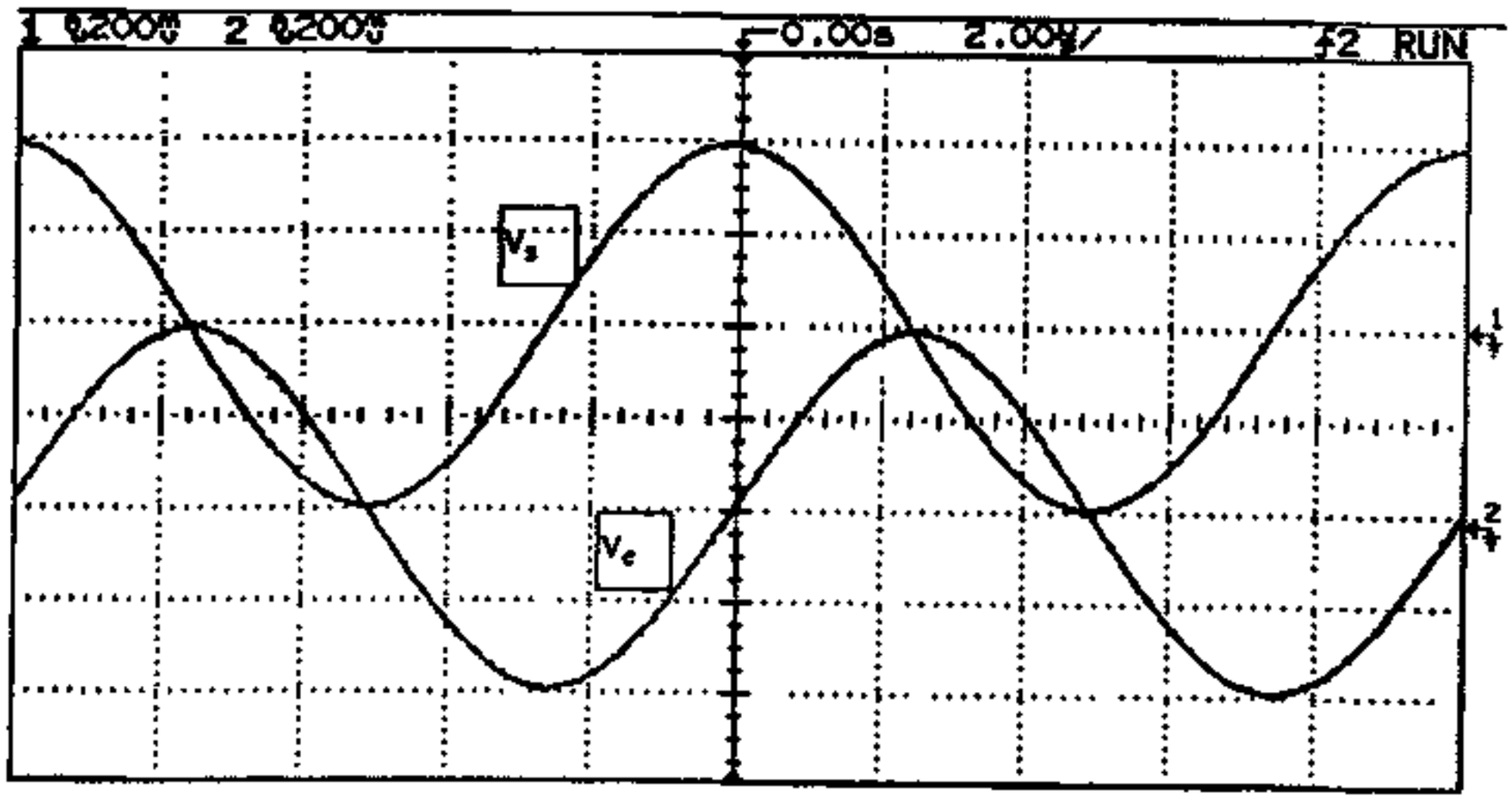


fig.35 - Tensions $v_s(t)$ et $v_e(t)$ pour $f_e = f_o$ (boucle verrouillée)

Expérimentalement on a obtenu : $(f_e)_{mini} \approx 20{,}5$ kHz ($\varphi \approx \pi$) ; $(f_e)_{maxi} \approx 177{,}5$ kHz ($\varphi \approx 0$) en assez bon accord avec les valeurs prévues ($f_o \pm \Delta f_v$).

La boucle étant verrouillée, elle se déverrouille si l'on sort de l'intervalle précédent. On peut alors déterminer la plage de capture qui est ici bien plus réduite que celle de verrouillage.
Expérimentalement on a obtenu : $(f_e')_{mini} \approx 90{,}5$ kHz ; $(f_e')_{maxi} \approx 109$ kHz en bon accord avec les valeurs prévues ($f_o \pm \Delta f_c$).

c) Application à la démodulation de fréquence

Supposons maintenant que le signal d'entrée $v_e(t)$ soit un signal modulé en fréquence, autour de la fréquence moyenne f_p, par un signal informatif sinusoïdal de fréquence f_m. La fréquence instantanée $f_e(t)$ varie selon :

$$f_e(t) = f_p + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \qquad (IX - 51)$$

Si la vitesse de variation de la fréquence df_e/dt n'est pas trop grande (cf relation (IX-53)) on peut supposer que la boucle reste verrouillée à chaque instant ($f_s(t) = f_e(t)$) si bien que le signal v_F de commande de l'O.C.T.vérifie :

$$v_F(t) = \frac{f_s - f_o}{k_o} = \frac{f_e - f_o}{k_o} = \frac{f_p - f_o + \Delta f \cos(2\pi f_m t)}{k_o} \qquad (IX - 52)$$

A une composante continue près que l'on peut annuler en prenant : $f_o = f_p$ (condition supposée satisfaite dans le suite), le signal v_F est proportionnel au signal informatif de fréquence f_m, on notera au passage que son amplitude est proportionnelle à l'excursion de fréquence Δf .
Ce procédé de démodulation d'un signal modulé en fréquence est linéaire pour autant que l'O.C.T. utilisé est lui-même linéaire.
Comme précédemment on peut montrer, de manière approchée (cf [9]), que la démodulation est correcte si la condition suivante est satisfaite :

$$(\Delta f\, f_F)_{max} \leq \Delta f_v\, f_F = (\Delta f_c)^2 \qquad (IX - 53)$$

On satisfait d'ailleurs cette condition en imposant simultanément :

$$(\Delta f)_{max} \leq \Delta f_v \quad \text{et} \quad (f_m)_{max} \leq f_F \qquad (IX - 54)$$

Ces conditions signifient, respectivement, que la fréquence instantanée reste à l'intérieur de la plage de verrouillage et que la fréquence de modulation reste dans la bande passante du filtre passe-bas.

Valeurs des éléments et des paramètres

On applique à l'entrée de la boucle à verrouillage de phase décrite en b) (fig.34) un signal modulé en fréquence élaboré comme au § 3.2.2. (fig.25) grâce à deux générateurs : GBF_2 modulant GBF_1 avec les réglages suivants :

GBF_1 : $V_e = 4$ V , $f_p = f_o = 100$ kHz (signal « porteur »), rappel : $k = 100\ kHz.V^{-1}$

GBF_2 : $V_m = 100$ mV , $f_m = 1$ kHz (signal « informatif »)

On a donc : $\Delta f = k\, V_m = 10$ kHz et on peut vérifier que la condition (IX-53) est satisfaite.

Avec ces valeurs on a enregistré l'oscillogramme de la fig.36-a représentant le signal informatif : $v_m(t) = V_m \cos(2\pi f_m t)$ issu de GBF_1 et le signal démodulé $v_F(t)$ à la sortie du filtre passe-bas (fig.34). On notera que la démodulation est correcte avec, comme précédemment, un peu de « bruit » haute fréquence dans v_F, bruit qu'il serait facile d'éliminer par filtrage ultérieur (en dehors de la boucle !). En abaissant la fréquence f_m à 100 Hz on peut même démoduler correctement un signal triangulaire (fig.36-b).

a) b)

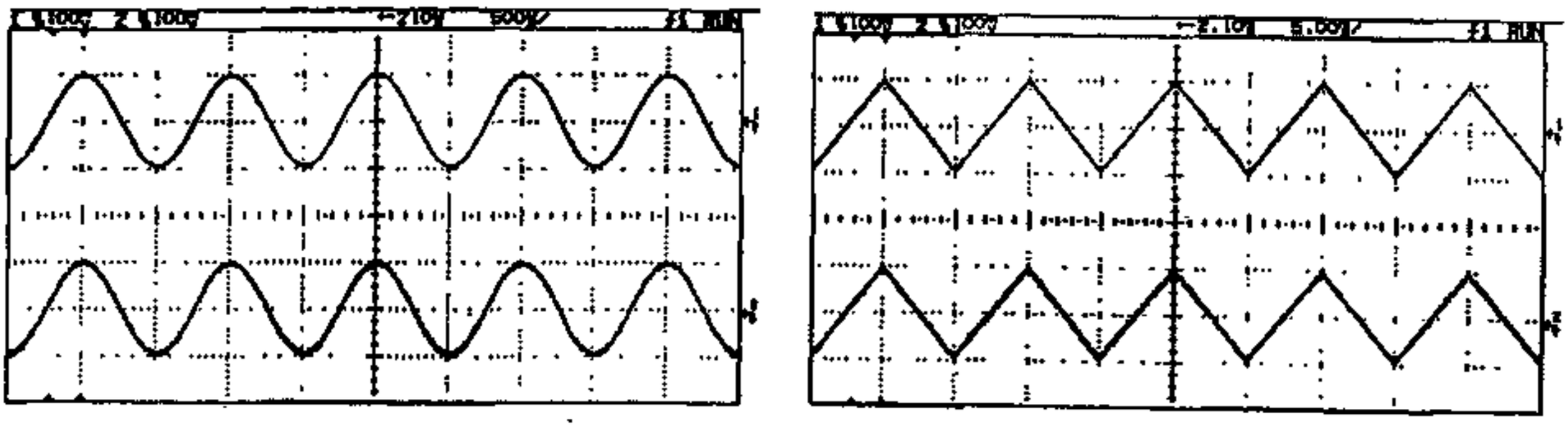


fig.36 - Signal modulant et signal démodulé (P.L.L.)

4 - Modulation numérique de fréquence. Principe d'un « modem »

Dans ce dernier paragraphe, nous étudions les principes de fonctionnement d'un « modem » très simple. De manière générale les « modems »[6] sont utilisés pour transmettre, dans le domaine de l'informatique en particulier, des signaux numériques (en mode série) sur une ligne de transmission à faible bande passante (300-3300 Hz pour une ligne téléphonique habituelle).
Notre étude porte sur un dispositif utilisant une modulation numérique de la fréquence d'une porteuse sinusoïdale. Précisément, à chaque niveau logique 0 ou 1, on associe une fréquence f_o ou f_1 de la porteuse. Ce procédé de modulation est connu sous la dénomination « F.S.K. » pour « frequency shift keying ».

4.1 - Modulateur F.S.K.

Un modulateur F.S.K. peut être réalisé à partir d'un oscillateur commandé en tension (O.C.T.) dont la fréquence f dépend d'une tension de commande v_{com} par exemple de manière affine : $f = f_o + k\, v_{com}$.
Le signal informatif numérique i(t), après adaptation de niveau, est appliqué à l'entrée de commande : au niveau logique 0 correspond donc la fréquence f_o, au niveau 1 la fréquence f_1.
Dans une manipulation de démonstration, le plus commode est d'utiliser comme O.C.T. un générateur de fonctions GBF_1 possédant une entrée de commande de la fréquence (cf § 3.2.2.).
Le signal informatif est délivré par un second générateur GBF_2 possédant une sortie « T.T.L. » dont il suffit de réduire l'amplitude au moyen d'un diviseur de tension résistif (fig.37) :

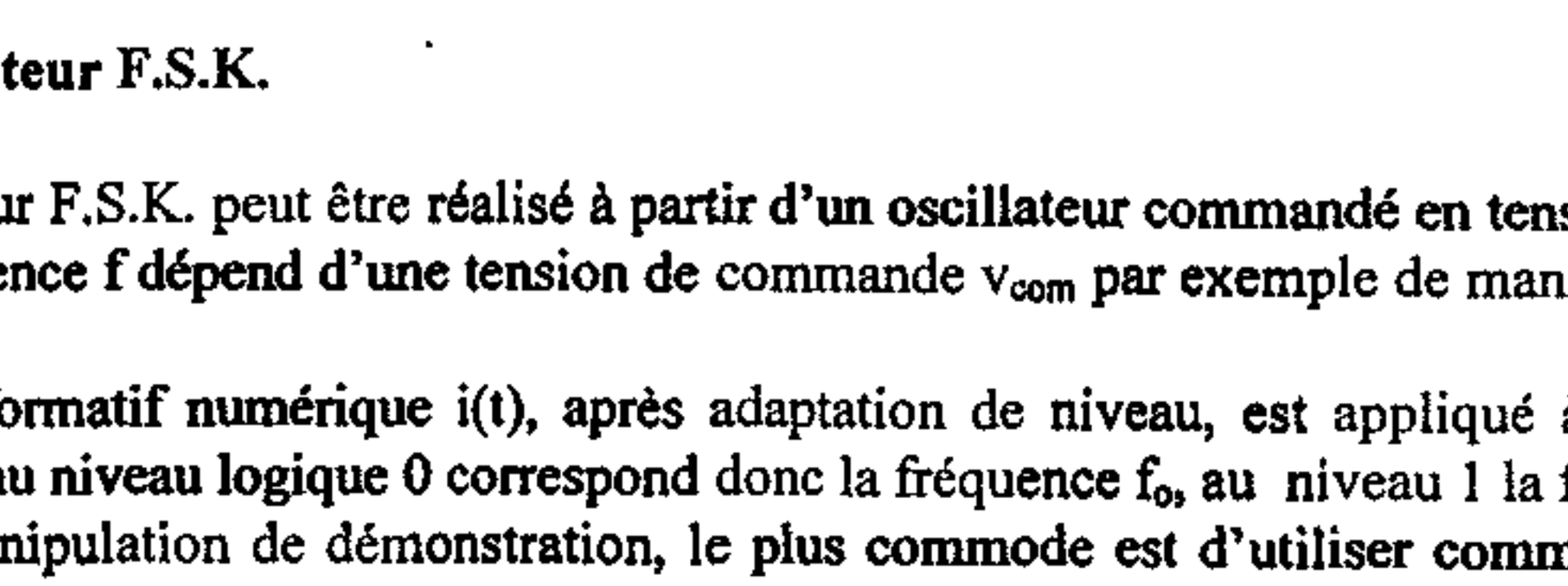


fig.37 - Modulateur F.S.K.

[6] « modem » pour modulateur démodulateur

Valeurs des éléments et des paramètres

On a choisi les fréquences suivantes : $f_0 = 900$ Hz ; $f_1 = 1100$ Hz
(Ces valeurs sont « réalistes » : du même ordre de grandeur que celles effectivement utilisées dans certains standards utilisés par les modems commerciaux).
Pour le générateur utilisé : $k = 10^3$ Hz.V^{-1}, il faut donc une tension de 200 mV pour réaliser un décalage de fréquence $\Delta f = f_1 - f_0 = 200$ Hz.
Le signal T.T.L. (Chap.X) ayant un niveau haut voisin de 4 V, il faut réduire son amplitude d'un facteur 20. Le diviseur de tension R_1,R_2 doit être calculé en tenant compte de l'impédance de l'entrée de commande de GBF_2 (≈ 2 kΩ dans le cas considéré).
On a choisi $R_1 = 10$ kΩ et pour R_2 une résistance ajustable de 1 kΩ qu'il suffit de régler pour obtenir les 200 mV souhaités.
Avec ce dispositif et une fréquence du signal T.T.L. : $f_m = 50$ Hz ($T_m = 1/f_m = 20$ ms) on a enregistré l'oscillogramme de la fig.38 représentant le signal T.T.L. à transmettre et le signal modulé F.S.K.

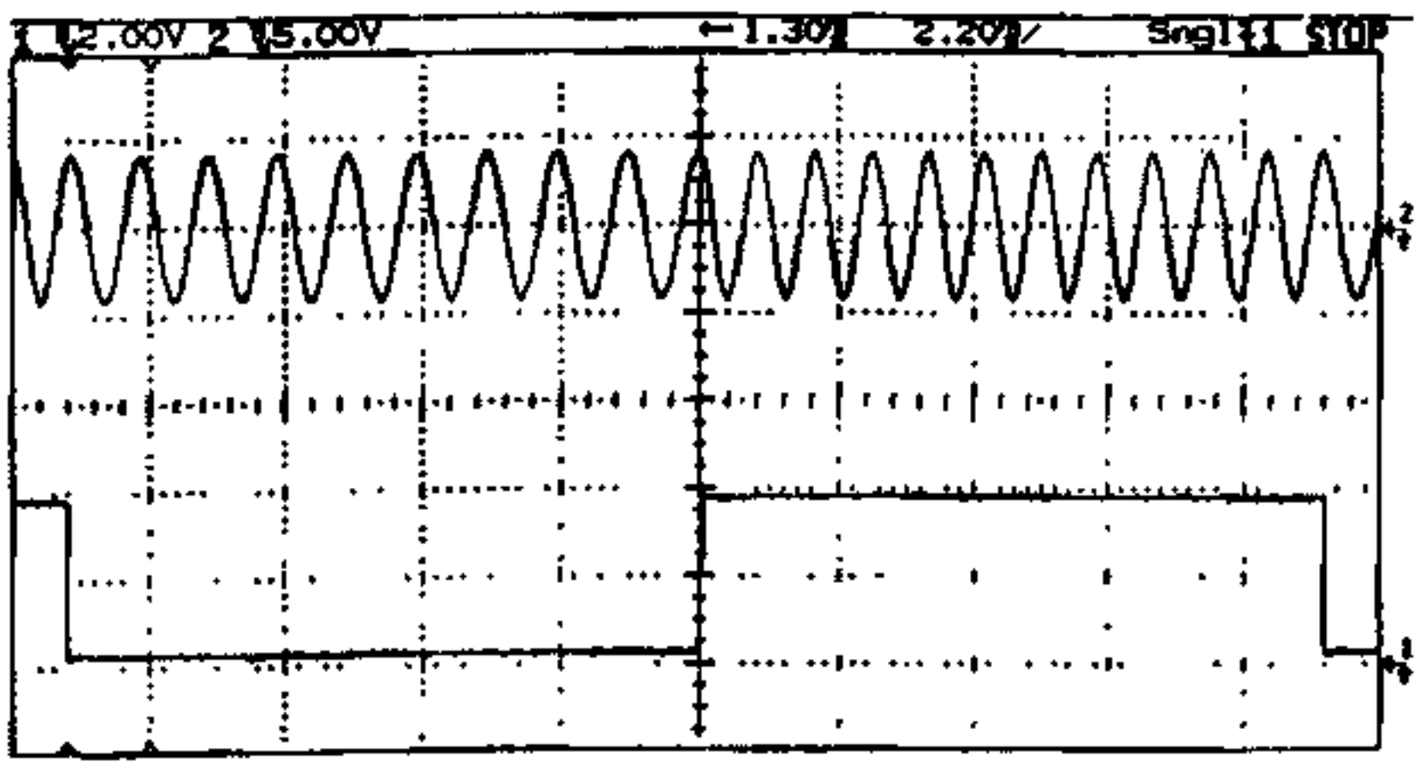


fig.38 - Signal informatif T.T.L. et signal modulé F.S.K.

Bien que la variation relative de fréquence soit faible (≈ 20 %) on notera l'augmentation de fréquence lors du passage du niveau 0 au niveau 1. Une analyse attentive de la figure montre que le signal F.S.K. comporte respectivement ≈ 9 et ≈ 11 périodes pour les niveaux 0 et 1, en accord avec les valeurs choisies de f_0 et f_1 ($T_m/2 = 9/f_0$ et $T_m/2 = 11/f_1$).

4.2 - Démodulateur F.S.K.

Différentes méthodes sont utilisables pour démoduler un signal F.S.K.. On pense immédiatement à utiliser deux filtres sélectifs passe-bande de fréquence de résonance f_0 et f_1, mais on a choisi de présenter un procédé différent utilisant une boucle à verrouillage de phase (fig.39).

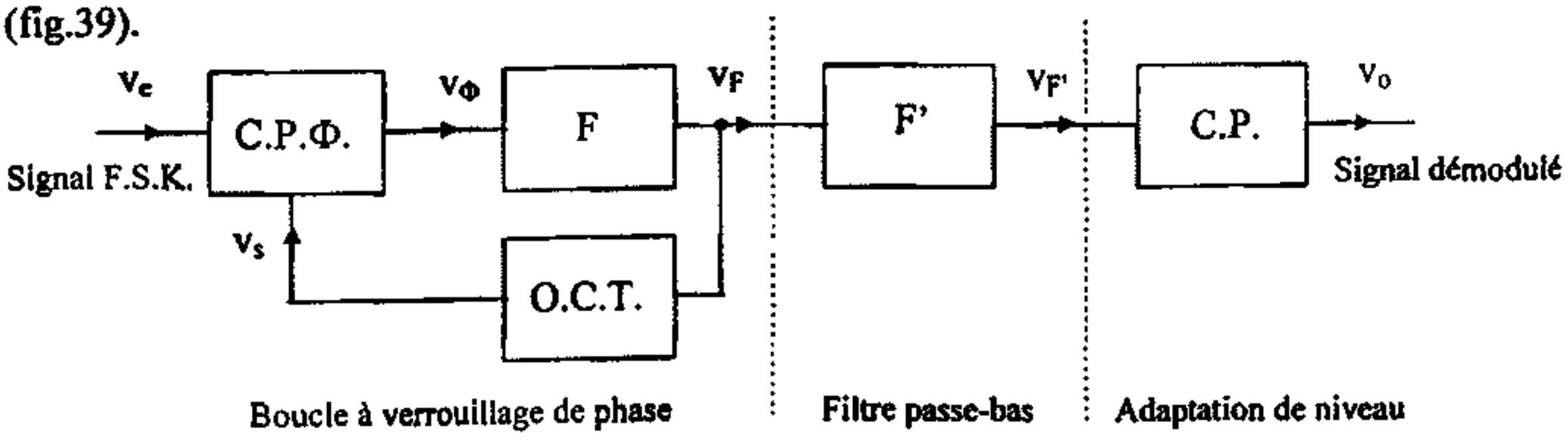


fig.39 - Schéma de principe d'un démodulateur F.S.K.

Remarque :
De telles boucles à verrouillage de phase peuvent être utilisées comme « détecteur de tonalité » pour décoder les signaux émis dans les systèmes de numérotation à fréquence vocale des claviers téléphoniques. Dans ces systèmes, chaque touche (1,..9,*,0,#) provoque l'émission d'un signal somme de deux signaux sinusoïdaux de fréquences différentes, l'un correspondant à la ligne (697, 770, 852 et 941 Hz) l'autre à la colonne (1209, 1336, 1477 Hz). Un système de 7 boucles et quelques portes logiques permettent de décoder le signal et retrouver la touche qui a été activée.

Comme précédemment (cf § 3.3.2), la boucle à verrouillage de phase (P.L.L.) fournit un signal v_s de même fréquence que le signal d'entrée F.S.K. soit : f_0 ou f_1.
Pour l'OC.T. utilisé, la fréquence du signal de sortie v_s est liée à la tension de commande v_F par une relation affine de la forme : $f_s = f_{mini} + k\, v_F$; ainsi la tension v_F (en fait sa moyenne) ne va prendre que deux valeurs possibles :

$$v_{F0} = \frac{f_0 - f_{mini}}{k} \quad \text{et} \quad v_{F1} = \frac{f_1 - f_{mini}}{k} \qquad \text{(IX-55)}$$

A priori il semble suffisant d'adapter les niveaux de la tension v_F pour reconstituer un signal logique « identique » au signal informatif. En réalité les choses sont plus complexes car on doit tenir compte du régime transitoire de la boucle à verrouillage de phase qui est soumise à son entrée à un « échelon de fréquence ».
Une étude détaillée [8] d'une boucle telle que celle étudiée au § 3.2.2. montre que sa réponse transitoire est analogue à celle d'un système passe-bas du second ordre dont l'amortissement est inversement proportionnel à $\sqrt{\tau}$ où $\tau = RC$ est la constante de temps du filtre (F),

Le choix de la constante de temps τ est ainsi associé à deux exigences contradictoires :

- d'une part τ doit être suffisamment grande pour que la fréquence de coupure du filtre f_F ($f_F = \frac{1}{2\pi\tau}$) soit très inférieure aux fréquences des composantes à haute fréquence à éliminer (de l'ordre de 2 f_e).
- d'autre part τ doit être suffisamment petite pour que l'amortissement soit suffisant pour éviter lors du régime transitoire des « dépassements » importants vis à vis de la réponse permanente.

Pour que le comparateur C.P. puisse fonctionner correctement, on est amené à privilégier la seconde condition et à choisir τ pas trop grand de manière à avoir un amortissement suffisant (une valeur de m voisine de 0,5 est un bon ordre de grandeur, le dépassement maximal est alors inférieur à 15 %). Dans ces conditions le signal v_F est insuffisamment filtré, il contient encore d'importantes composantes à haute-fréquence ce qui empêche de le relier directement au comparateur ! Par contre, il est facile d'éliminer ces composantes grâce à un nouveau filtre passe-bas (F') disposé à l'extérieur de la boucle juste avant le comparateur (fig. 39).

Les principes précédents conduisent au schéma pratique de la fig.40. La boucle à verrouillage de phase est réalisée autour d'un circuit intégré spécialisé, de technologie C.MOS et de référence « 4046 ». Il renferme dans un même boîtier :

a) Un oscillateur commandé en tension fournissant un signal rectangulaire dont la fréquence dépend des éléments C et R et de la tension de commande v_F qui peut varier entre 0 et V_{alim} La résistance ajustable R sera réglée de manière à ce que la fréquence du signal v_s soit la moyenne f_a des fréquences f_o et f_1 (soit 1 kHz) pour une tension $v_a = V_{alim}/2$.
b) Deux comparateurs de phase de type numérique :

- C.P.Φ_1 fonctionne de manière « combinatoire » et est équivalent à un « OU exclusif » (Chap.X). Il fournit une tension dont la valeur moyenne est proportionnelle à la différence de phase des tensions d'entrée (à ceci près il est essentiellement équivalent au comparateur de phase analogique étudié au § 3.2.2)
- C.P.Φ_2 fonctionne de manière « séquentielle » et ne sera pas utilisé ici.

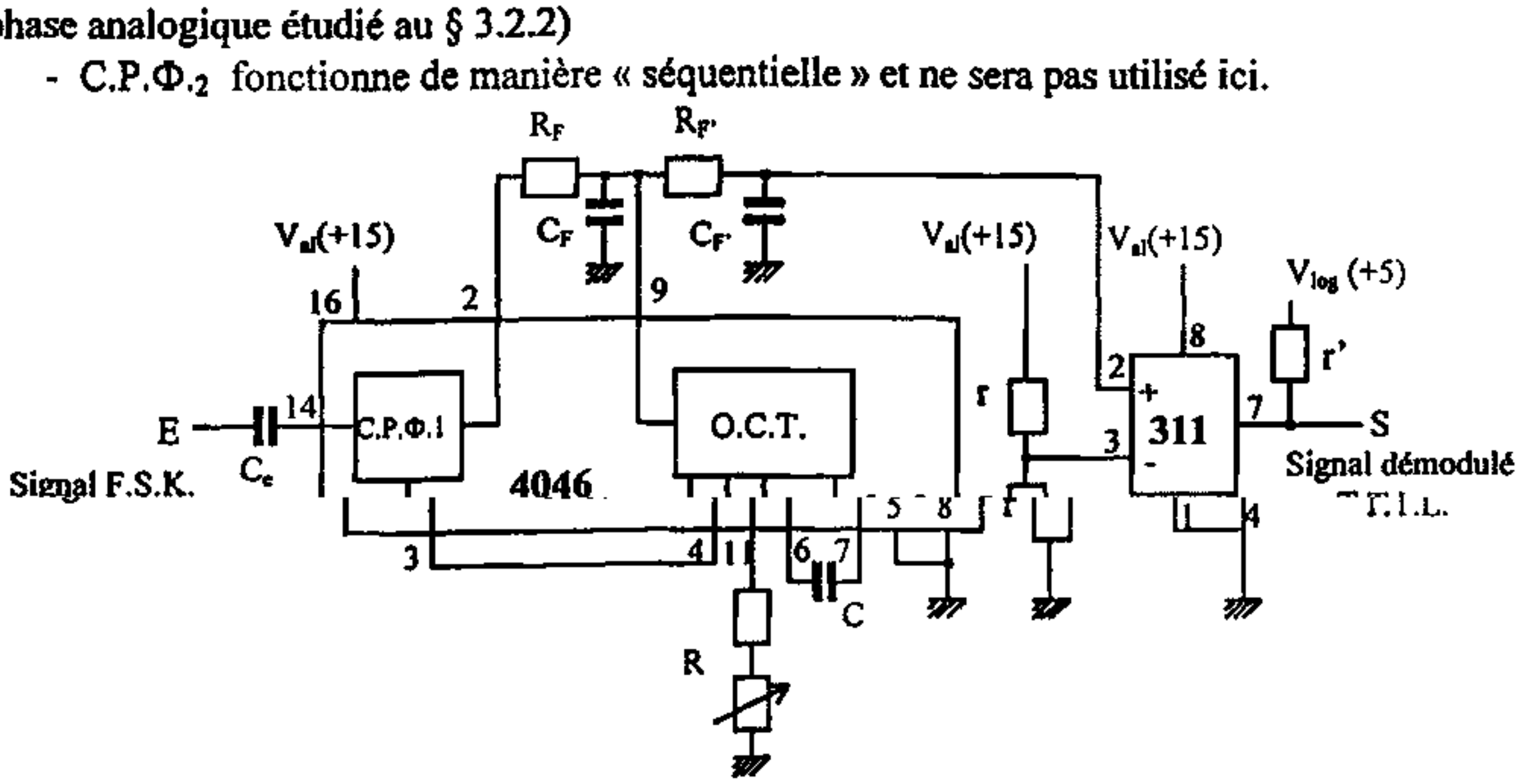


fig.40 - Schéma pratique d'un démodulateur F.S.K.

A noter qu'une polarisation interne du circuit d'entrée permet d'appliquer un signal d'entrée sinusoïdal à condition d'utiliser un couplage capacitif (par C_e).
L'adaptation des niveaux s'effectue grâce au comparateur de type LM 311 dont la sortie est à collecteur ouvert ce qui permet d'obtenir facilement un niveau de sortie compatible T.T.L (en reliant sa sortie 7 au potentiel V_{log} par la résistance r').
Son entrée inverseuse est portée au potentiel moyen $v_a \simeq V_{alim}/2$ et son entrée non inverseuse est reliée à la sortie du filtre (F'). Ainsi lorsque $f_e \simeq f_o$: $v_{F'} < v_a$ et le comparateur est au niveau bas, lorsque $f_e = f_1$: $v_{F'} > v_a$ et le comparateur est au niveau haut.

Valeurs des éléments et des paramètres :

- Le signal F.S.K. à démoduler est celui élaboré précédemment (cf § 4.1). Initialement le signal informatif est un signal carré T.T.L. de fréquence $f_m = 50$ Hz. Le signal F.S.K. a une amplitude de l'ordre de 4V (non critique)

- **Pour la boucle :** $C = 22$ nF, $R = 39$ kΩ (fixe) + 22 kΩ (ajustable) ; $C_e = 10$ nF
- **Filtre (F) :** $C_F = 0{,}1$ µF , $R_F = 10$ kΩ ($\tau = 1$ ms, $f_F = 160$ Hz)
- Filtre (F') : $C_{F'} = 0{,}1$ µF, $R_{F'} = 10$ kΩ
- Comparateur (C) : $r = 10$ kΩ , $r' = 1$ kΩ

Tensions d'alimentation : V_{al} = + 15 V pour le 4046
V_{al} = + 15 V et V_{log} = + 5V pour le 311

Avec ces éléments on a enregistré l'oscillogramme de la fig.41 où figurent les tensions v_F et $v_{F'}$: On voit clairement l'importance de l'amortissement et la nécessité du filtrage de v_F. C'est à partir d'une telle visualisation que l'on règle R de manière à ce que les deux niveaux de $v_{F'}$ aient pour valeur moyenne $v_s = V_{alim}/2$ = 7,5 V (cf fig.41).

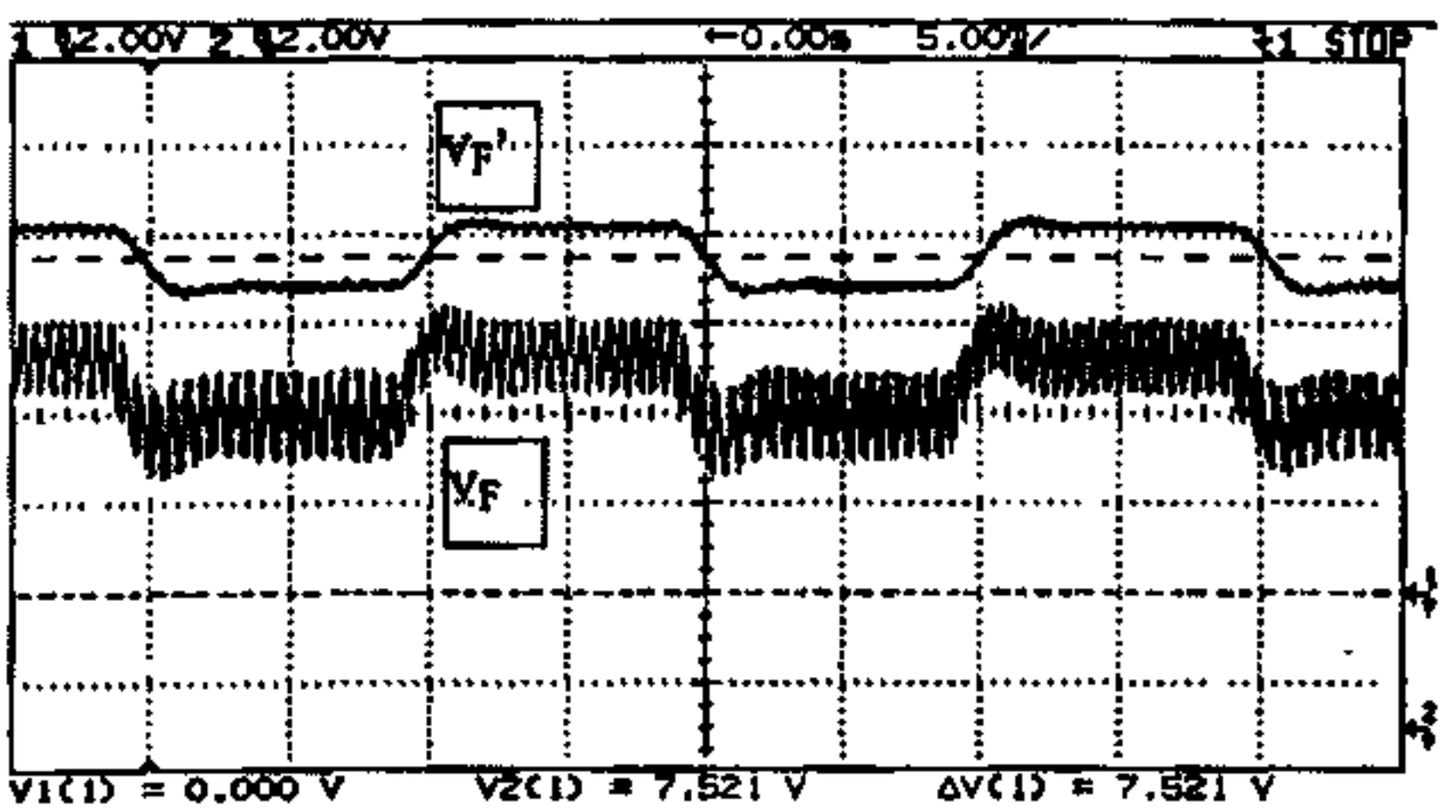


fig.41 - Tensions filtrées v_F et $v_{F'}$

On a aussi enregistré (fig.42) le signal informatif et le signal démodulé en sortie de comparateur, signaux T.T.L. pratiquement identiques à un petit décalage temporel près lié à la réponse des filtres.

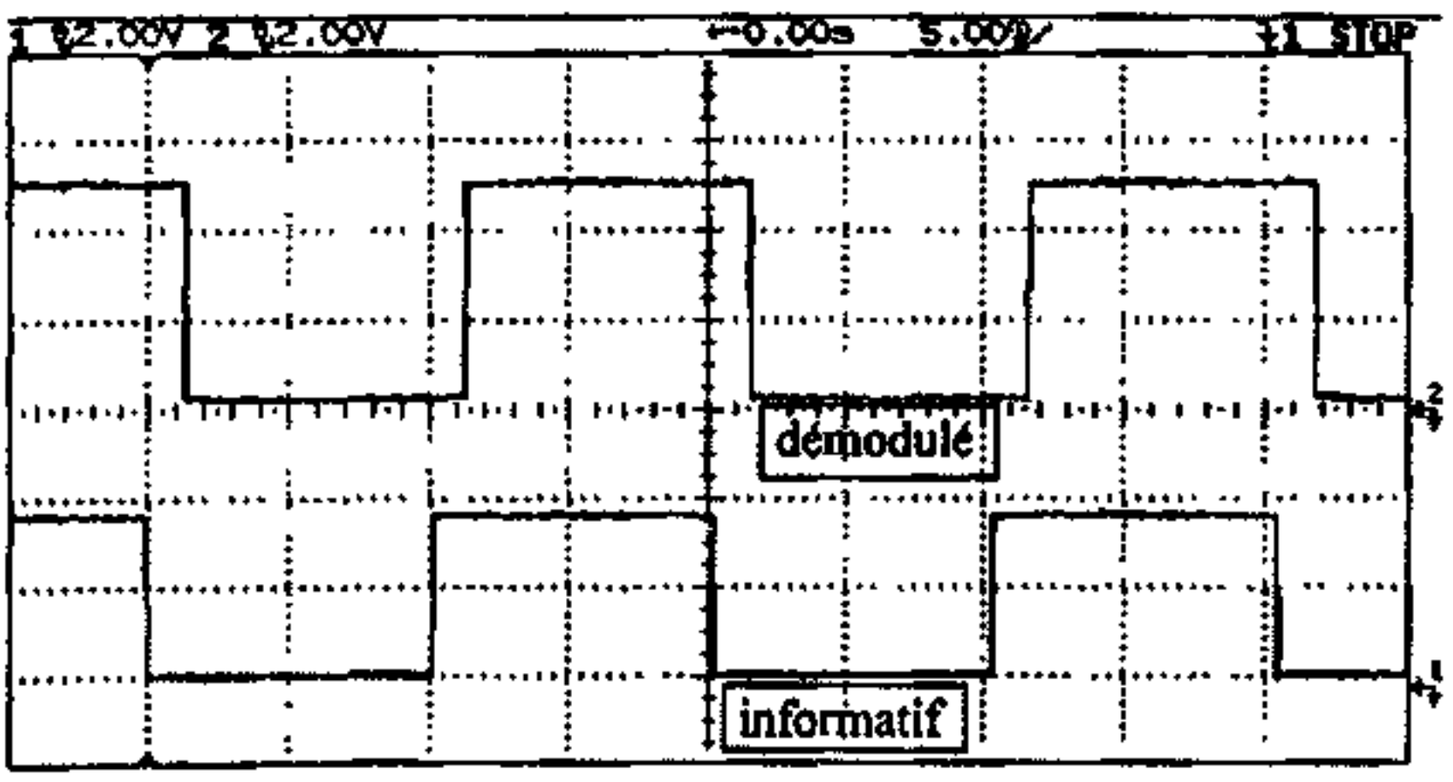


fig.42 - Signal informatif et signal démodulé

Pour terminer on peut mieux illustrer le principe de la transmission de données numériques (mode série) en utilisant un signal informatif plus réaliste que le simple signal rectangulaire précédent. On a choisi un signal « pseudo-aléatoire » qu'il est facile de produire au moyen d'un registre à décalage (Chap.X) comprenant m « cases » auquel on adjoint un circuit de réaction réinjectant à l'entrée du registre la somme (modulo-2, noté {2} dans la suite) des sorties d'un certain nombre de cases. L'ensemble du système est activé par un signal d'horloge qui à chaque période produit le décalage.

Le schéma de principe du dispositif est représenté fig.43. Le circuit de réaction ne met en jeu que les sorties des deux cases de rangs m et n dont l'addition, modulo-2, est réalisé par une porte OU exclusif.

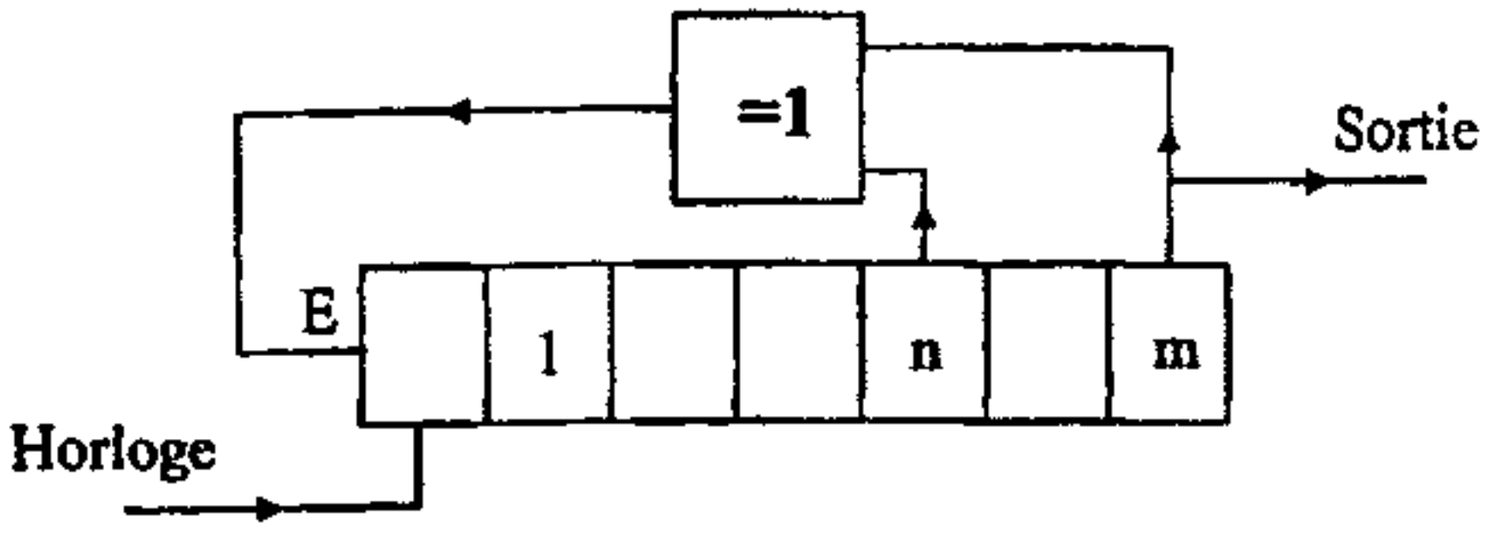


fig.43 - Principe d'un générateur pseudo-aléatoire

Un registre à décalages à m cases possède, à priori, 2^m états différents, y compris l'état « nul » où toutes les sorties sont à zéro. Un circuit de réaction adéquat permet de faire parcourir au registre les $2^m - 1$ états autres que l'état nul (le système ne peut évidemment pas sortir de cet état) : on obtient ainsi la suite binaire maximale possible.

Une étude mathématique assez complexe (cf Ref [10,11,12]) permet de déterminer, pour toute valeur de m, quels sont les rangs des cases dont les sorties doivent être ajoutées {2} pour obtenir la suite maximale. Dans les cas les plus simples, il suffit d'ajouter {2} les sorties des deux cases de rangs m et n (cf fig.43). Dans les autres cas il faut en considérer un plus grand nombre.
Pour simplifier la réalisation pratique (fig.44), on a choisi un circuit 74LS164, registre à 8 bits, dont on utilise les 7 premières cases (m =7) de manière à simplifier le circuit de réaction. Il suffit en effet d'additionner la sortie m = 7 à une autre sortie : 6 ou 1 ou 3 ou 4.

L'addition {2} des deux sorties m = 7 et n = 6 est réalisée par l'une des 4 portes OU exclusif contenues dans un circuit 74LS86. Une autre porte dont l'une des entrées est maintenue au niveau 1 sert d'adaptateur de sortie ; comme précédemment le niveau de sortie pourra être ajusté au moyen d'un diviseur de tension résistif avant d'attaquer le générateur sinusoïdal qui fournit le signal F.S.K. (revoir la fig.37).Le signal d'horloge est fourni par un générateur B.F possédant une sortie T.T.L. (f_H = 50 Hz dans ce qui suit).
Si la tension de sortie du générateur ne varie pas, c'est que le registre est bloqué dans l'état nul : il suffit d'ouvrir, un court instant, la boucle de réaction pour qu'il puisse « démarrer » (il n'a pas été jugé nécessaire d'adjoindre au montage un circuit permettant de forcer le démarrage).

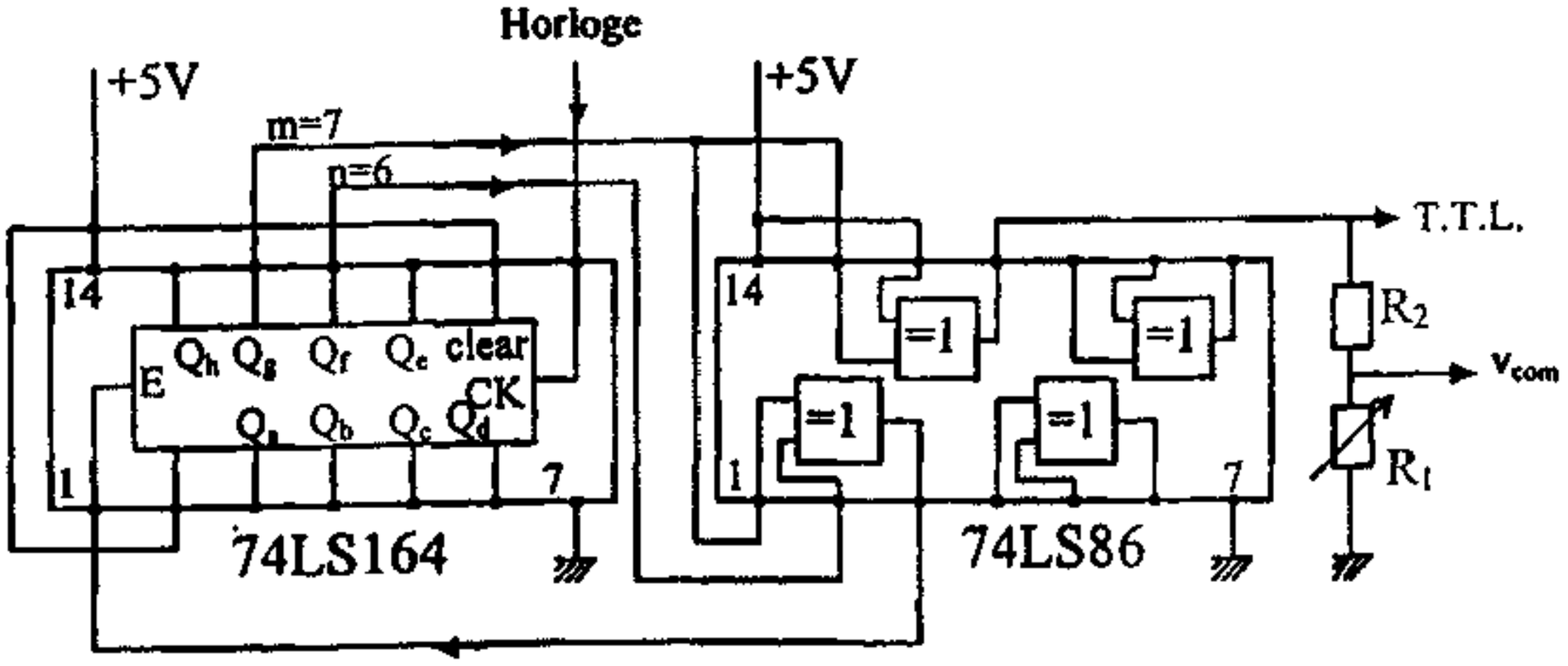


fig.44 - Schéma pratique d'un générateur pseudo-aléatoire

Grâce à ce système on a enregistré l'oscillogramme de la fig.45 qui représente le signal informatif T.T.L. issu du générateur pseudo-aléatoire et le signal démodulé. Notons enfin qu'il est tout à fait possible d'insérer, entre le générateur fournissant le signal F.S.K. et le démodulateur, une ligne de transmission de plusieurs dizaines de mètres.

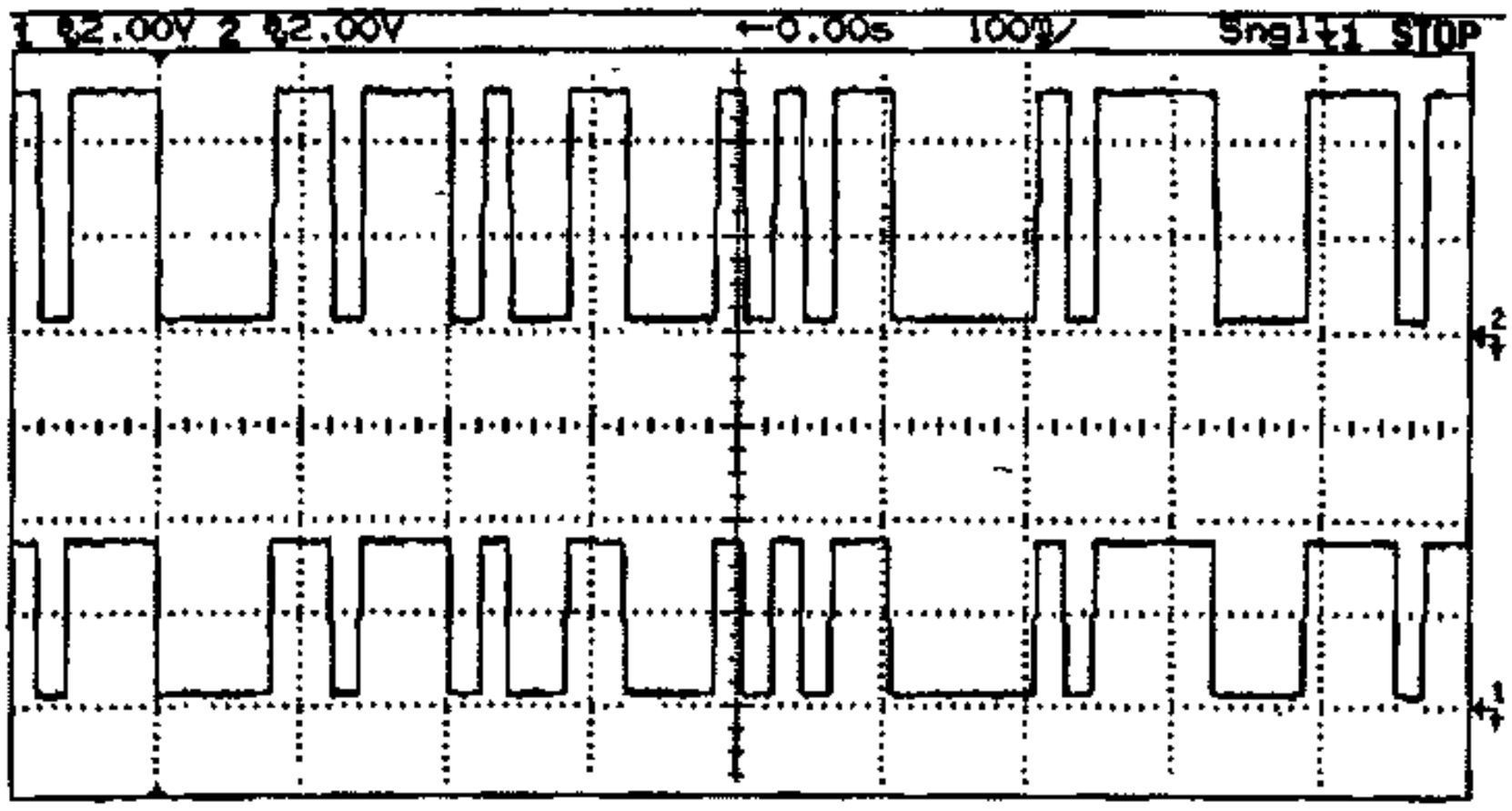


fig.45 - Signal informatif pseudo-aléatoire et signal démodulé correspondant

Remarque : Les modems actuels utilisent des systèmes de modulation bien plus complexes, ce qui leur permet d'atteindre des débits de transmission très supérieurs.

REFERENCES

[1] R.Duffait ; Expériences de Physique au CAPES ; Bréal
[2] J.Ortusi ; Etude mathématique des circuits électriques (tome II) ; Masson
[3] J.Hervé ; Electronique appliquée à la transmission de l'information ; Masson
[4] R.Manneville, J.Esquieu ; Electronique (systèmes de communication) ; Dunod
[5] D.Ventre ; Communications analogiques ; ellipses
[6] M.Schwartz ; Information transmission, modulation and noise ; McGraw-Hill
[7] D.Aubert ; Dictionnaire de Physique Expérimentale Tome 3 Electronique ; Pierron
[8] M.Girard ; Boucles à verrouillage de phase ; McGraw-Hill
[9] S.Socloff ; Design and applications of analog integrated circuits ; Prentice-Hall
[10] J.Auvray ; Electronique des signaux échantillonnés et numériques ; Masson
[11] M et F.Biquard ; Signaux, Systèmes linéaires et bruit en Electronique ; ellipses
[12] A.Spataru ; Fondements de la théorie de la transmission de l'information
Presses Polytechniques Romandes

CHAPITRE X

CIRCUITS LOGIQUES

1 - Electronique logique

Dans la partie précédente, l'information (fournie par un capteur) à transmettre et à transformer (par amplification et filtrage) est représentée par une tension variable au cours du temps, qui peut prendre toute valeur dans une plage considérée. C'est le domaine de l'électronique analogique.

L'électronique logique (ou digitale) fait appel à un codage de l'information et n'utilise que 2 états électriques nettement séparables, HAUT et BAS, qui représenteront les chiffres 1 et 0 (en logique dite positive)
Cette manière de transmettre l'information présente une grande immunité aux parasites (bruit, déformation du signal) puisqu'il suffit de reconnaître, non pas la forme du signal mais des niveaux électriques nettement séparés. Par exemple, une tension supérieure à 3 volts sera interprétée comme le chiffre 1, une tension inférieure à 0,5 V représentant le chiffre 0 (et on s'arrange pour qu'il ne puisse y avoir de valeurs de tensions comprises entre ces 2 valeurs).

La manipulation de cette information fait appel à des fonctions logiques qui vérifient les relations de l'algèbre de Boole.
Toute variable ne pouvant prendre que les valeurs 0 et 1 représente un bit (binary unit of information). Cette variable peut être l'état d'un système physique (par exemple le fait qu'un interrupteur soit ouvert ou fermé, qu'une tension soit supérieure ou inférieure à une autre...). Ce peut être également un des chiffres qui représentent, en base 2, la valeur numérique d'une grandeur physique. Par exemple, le nombre 13 (en base 10) s'écrit 1 1 0 1 en base binaire : il faut donc 4 bits pour le représenter.

On distingue
- la logique combinatoire dans laquelle l'état de sortie ne dépend que de l'état des variables d'entrée (décodeurs, multiplexeurs).
- la logique séquentielle où l'état de sortie dépend, en plus, de l'état antérieur (bascules, compteurs, registres à décalage, mémoires).

1.1 - Algèbre de Boole

1.1.1 - Table de vérité des différentes fonctions logiques

x	y	$\overline{x}$	x+y	x.y	$\overline{x+y}$	$\overline{x.y}$	$x \otimes y$
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0
		NON	OU	ET	NON OU	NON ET	OU excl.
					NOR	NAND	

1.1.2 - Quelques propriétés de l'algèbre de Boole

Les fonctions OU (somme logique) et ET (produit logique) vérifient des relations de l'algèbre de Boole pouvant être différentes de celles de l'algèbre habituelle :

$x+0 = x$ $\quad x.0 = 0$

$x+1 = 1$ $\quad x.1 = x$

$x+\bar{x} = 1$ $\quad x+x = x$ $\quad x.\bar{x} = 0$ $\quad x.x = x$

$x+y = y+x$ $\quad x.y = y.x$ (commutativité)

$x+(y+z) = (x+y)+z$ $\quad x.(y.z) = (x.y).z$ (associativité)

$x.(y+z) = x.y + x.z$ (distributivité du produit par rapport à la somme)

$x+y.z = (x+y).(x+z)$ (distributivité de la somme par rapport au produit)

1.1.3 - Relations de De Morgan

$$\overline{x+y} = \bar{x} \,.\, \bar{y}$$

$$\overline{x \,.\, y} = \bar{x} + \bar{y}$$

Le complément (ou négation) d'une expression s'obtient :

- en remplaçant chacun des termes par son complément
- en remplaçant chaque opération ET par l'opération OU - et vice-versa.

1.2 - Représentation des circuits logiques

Les normes européennes (qui sont celles de la commission internationale IEC) de la fig.1 seront utilisées dans cet ouvrage d'enseignement. On trouve encore fréquemment (en particulier dans les catalogues des fabricants de composants) les anciennes normes américaines indiquées dans l'encart.

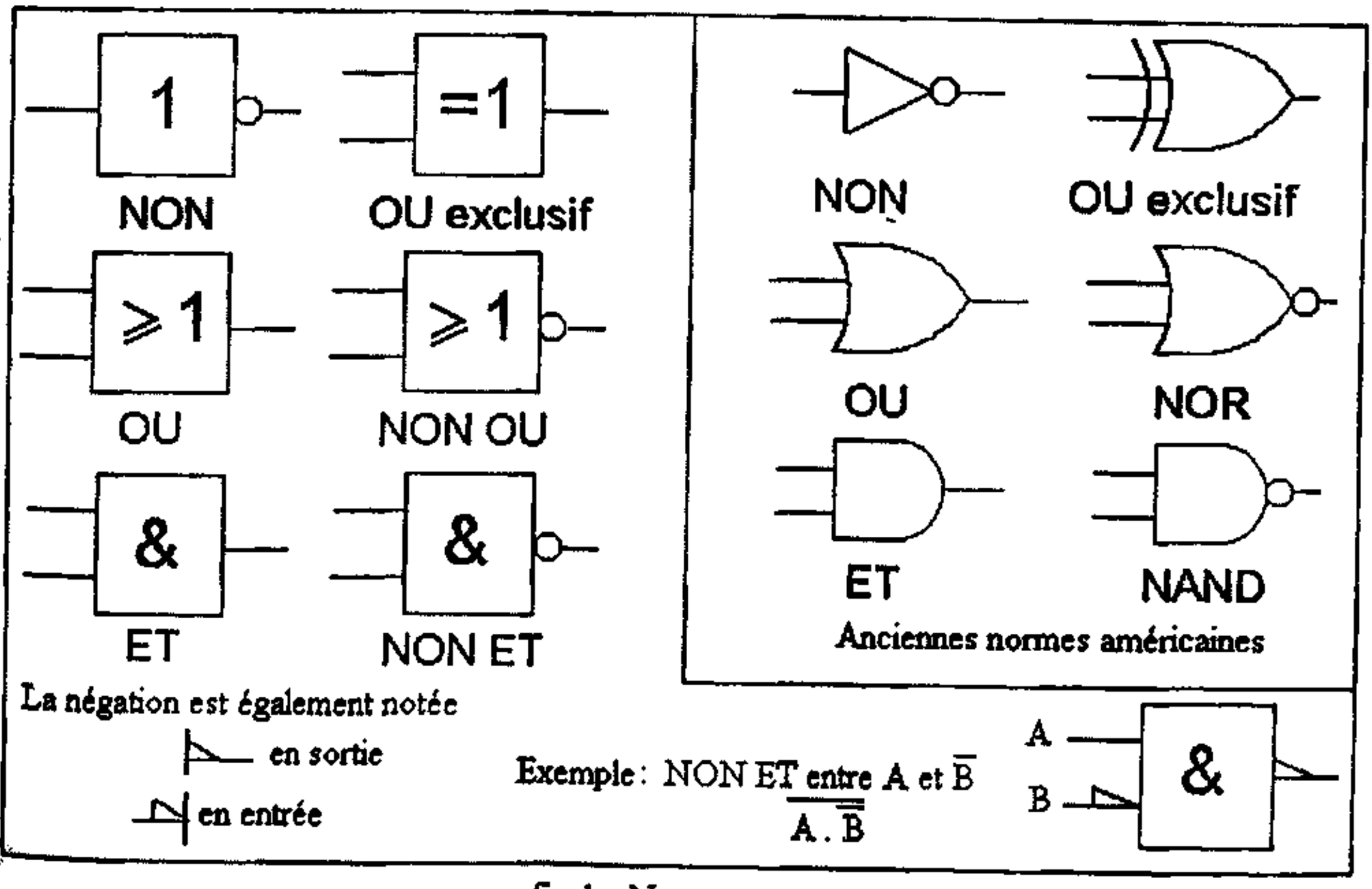


fig.1 - Normes IEC

1.3 - Les différentes familles de circuits logiques

Il existe deux grandes familles de circuits logiques basées sur deux technologies différentes, chacune de ces familles étant elle-même présente sous plusieurs variantes qui privilégient suivant le cas la rapidité ou la consommation :

- la logique TTL (Transistor-Transistor-Logique) utilise des transistors à jonctions. Il en existe plusieurs variantes (LS, S, FAST), la plus répandue étant la série 74LSxx (L comme faible - Low - consommation, S comme Schottky - type de transistor). La tension d'alimentation est de 5 V (à ± 0,2V), la consommation de l'ordre de quelques mW, le temps de propagation de l'ordre de 10 ns.
- la logique CMOS utilise des transistors MOS complémentaires. Elle existe en plusieurs séries :
  - la série 4000 (4yyy) de très faible consommation (<< mW) avec, en contrepartie, une vitesse médiocre (50 - 100 ns). Ces circuits peuvent être alimentés sous une tension de 3 à 15 V.
  - la série 74HCxx (H comme Haute performance) qui combine les qualités de consommation de la série 4000 et la vitesse des TTL. La tension d'alimentation est comprise entre 2 et 6 V (la variante 74 HCTxx demande une tension de 5 V).

Les codes et brochages des circuits 74 sont identiques. En revanche, la série 4000 possède un code et un brochage particulier. Le tableau ci-dessous présente quelques codes de portes logiques dans chaque série (on consultera les catalogues des fabricants ou des distributeurs pour une liste exhaustive).

Séries 74 LS et 74 HC		Série 4000	
00	4 NAND à 2 entrées	4000	2 NOR à 3 entrées + inv.
02	4 NOR à 2 entrées	4002	2 NOR à 4 entrées
04	6 NON	4009	6 NON
08	4 ET à 2 entrées	4011	4 NAND à 2 entrées
10	3 NAND à 3 entrées	4012	2 NAND à 4 entrées
14	6 Triggers inverseurs	4023	3 NAND à 3 entrées
20	2 NAND à 4 entrées	4030	4 OU EXCL à 2 entrées
32	4 OU à 2 entrées	4081	4 ET à 2 entrées
86	4 OU EXCL. à 2 entrées	4093	6 Triggers inverseurs

D'autres fonctions (bascules, compteurs, décodeurs) seront décrites plus loin.

1.4 - Platines d'étude

L'étude et l'utilisation de circuits logiques nécessite d'accéder aux nombreuses entrées et sorties et de visualiser l'état de ces différentes bornes. Le plus commode est de disposer d'un simulateur logique. Il comporte :

- une plaquette type LAB au pas de 2,54 mm pour recevoir les circuits, les composants passifs (résistances, condensateurs) et réaliser les nombreuses connexions.
- des inverseurs permettant de réaliser des entrées à 0 (0 V) ou 1 (5 V). Des dispositifs « anti-rebonds » (voir plus loin) évitent des défauts de fonctionnement en logique séquentielle.
- des voyants de visualisation des états logiques (avec des LED faible consommation - 2mA- en série avec une résistance de 1000 Ω, on est sûr de ne pas faire « chuter » la tension haute de plus de 0,3 V).

■ des bornes de raccordement aux appareils extérieurs (générateurs, oscillo).
Une alimentation + 5 V intégrée ou non au simulateur permet d'alimenter les circuits. De même, l'horloge peut être intégrée ou non ; sinon, elle peut être constituée de la sortie dite TTL des générateurs de fonctions.

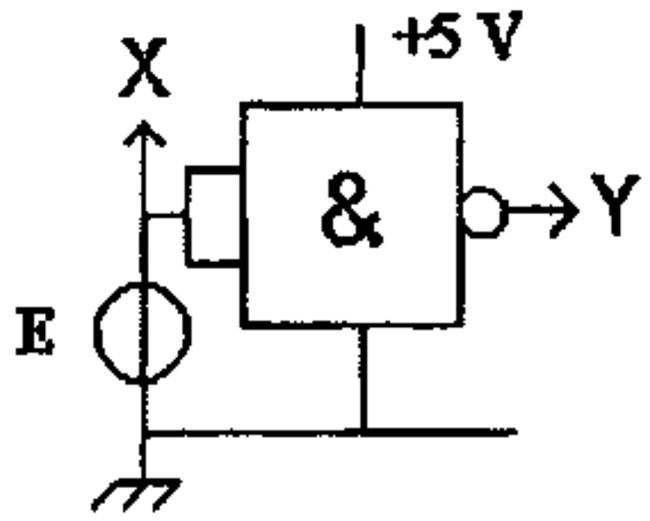
2 - Caractéristiques électriques des portes logiques

Elles seront étudiées sur la porte NON, cette fonction étant réalisée au moyen d'un NON ET dont les deux entrées sont reliées : $s = x.x = x$. En annexe 1, on trouvera les structures internes des portes NAND TTL et CMOS qui permettent de comprendre les caractéristiques électriques.

2.1 - Caractéristique de transfert en tension $U_s(U_e)$

On utilise 2 générateurs, un fixe (5 V) constituant l'alimentation du composant (rarement représentée sur les schémas) et un variable appliqué à l'entrée logique du NON (fig.2).

fig.2



On trace alors point par point ou avec une table traçante XY la caractéristique. On peut aussi la visualiser à l'oscillo en mode XY en prenant un générateur BF (limiter la fréquence à quelques 100 Hz et décaler le signal de sortie pour qu'il varie entre 0 et 5 V) mais on observe souvent une oscillation de haute fréquence au voisinage de la tension de basculement.
Les résultats sont présentés en fig.3 pour un 74LS00 (TTL), un 74HC00 (CMOS) et un trigger inverseur (74HC14).

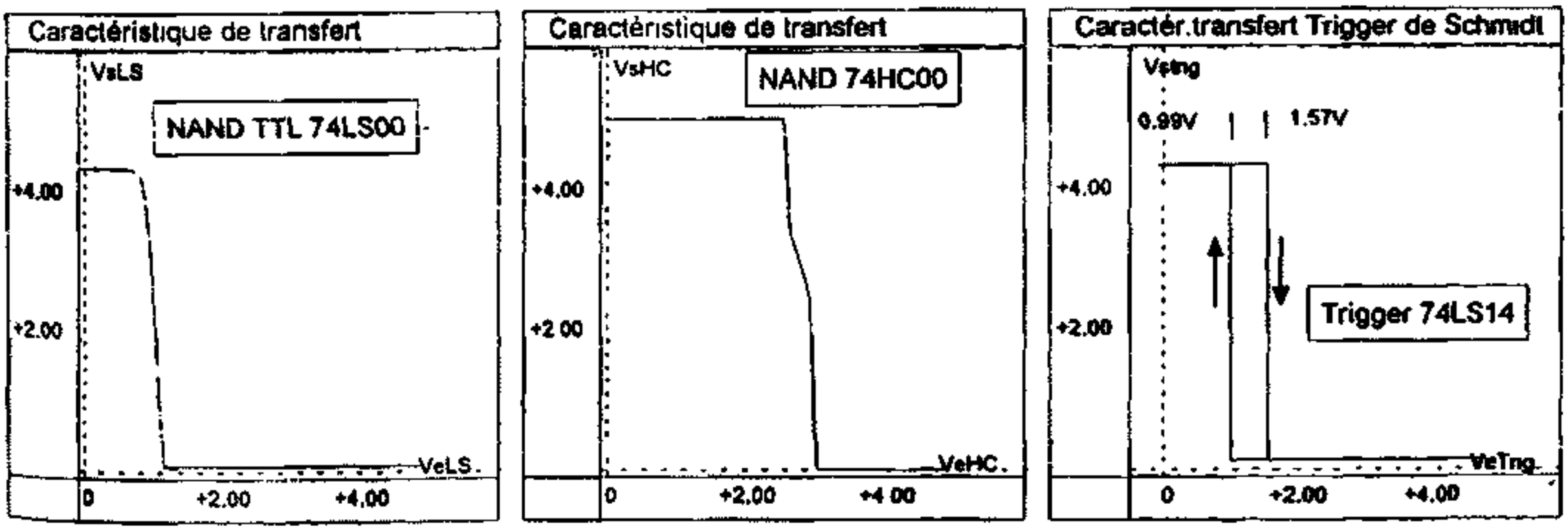


fig.3 - Caractéristiques de transfert en tension

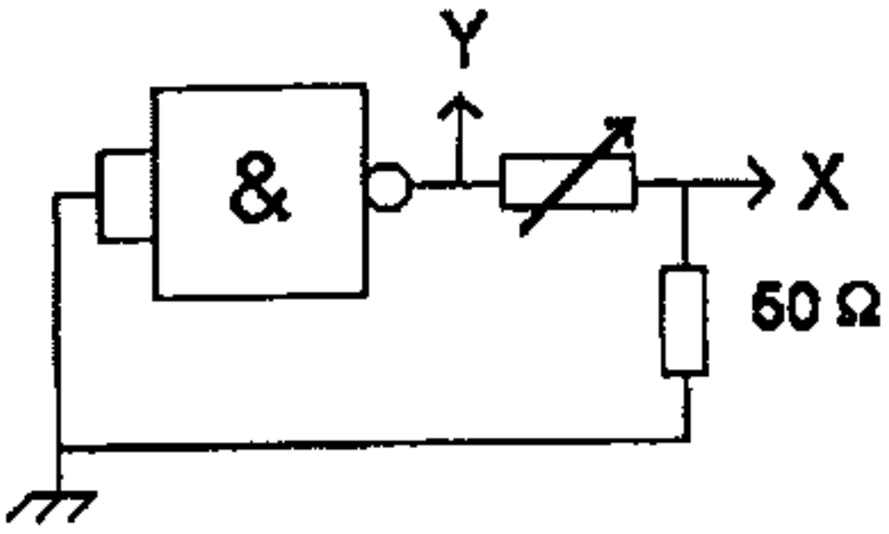
A noter la tension de basculement de l'inverseur :
■ pour un circuit TTL, elle est de l'ordre de 1 -1,2 V
■ pour un circuit CMOS, elle est voisine de la moitié de la tension d'alimentation (2,5 V pour 5 V).

Dans les deux cas, il y a fréquemment un petit effet d'hystérésis : le basculement à la montée ne se produit exactement à la même tension qu'à la descente. On dispose de circuits sur lesquels cet effet est justement recherché : le trigger inverseur (74LS14 ou 74HC14) ; il a été utilisé pour réaliser un oscillateur (voir Chap VIII § 3.3.2).

2.2 - Caractéristique de sortie à l'état haut

Pour que la sortie soit à l'état haut, il faut que l'entrée soit au potentiel 0. Faire varier la résistance de charge et relever Vs et Is. La résistance de 50 Ω sert de protection (talon) et permet aussi de visualiser le courant (pour un relevé avec une table traçante ou avec un ordinateur en acquisition pas à pas - fig.4).
Pour des intensités faibles, la sortie se comporte comme un générateur de tension en série avec une résistance faible (de l'ordre de 120 Ω en TTL et 70 Ω en HCMOS sur l'enregistrement de la fig.5).
La conséquence de ce comportement est que la sortie d'une porte logique ne doit pas débiter un courant trop élevé car on risque d'avoir une tension haute qui passe en dessous de la valeur pour laquelle le circuit suivant l'interprète correctement comme un état haut (voir caractéristique de transfert).

fig.4



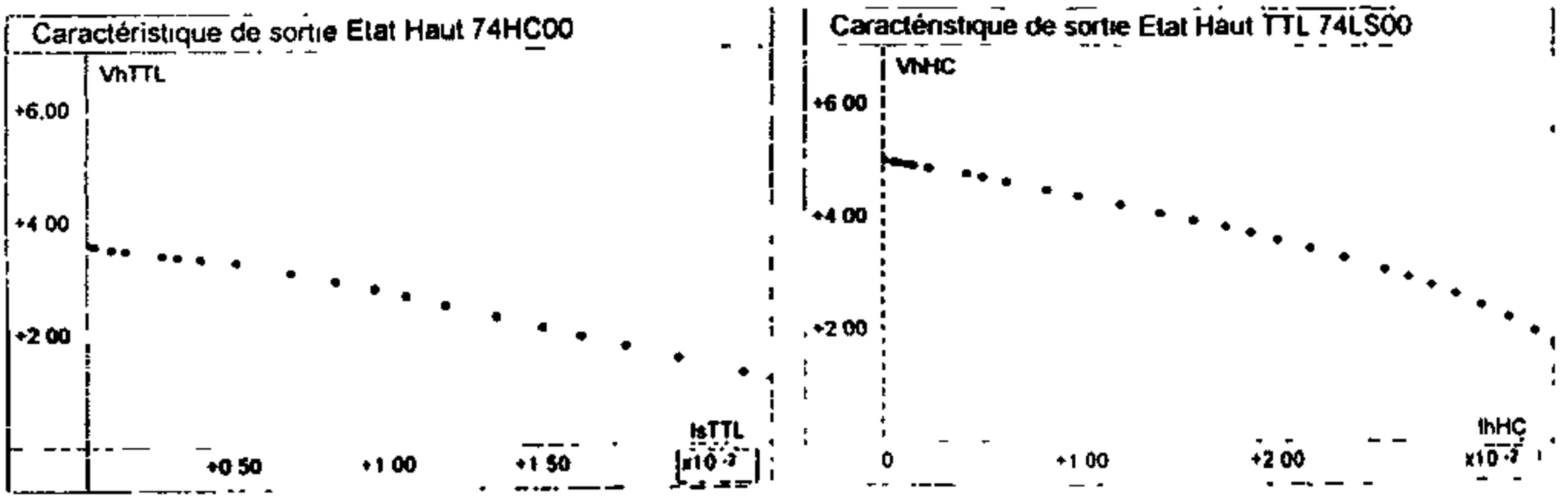
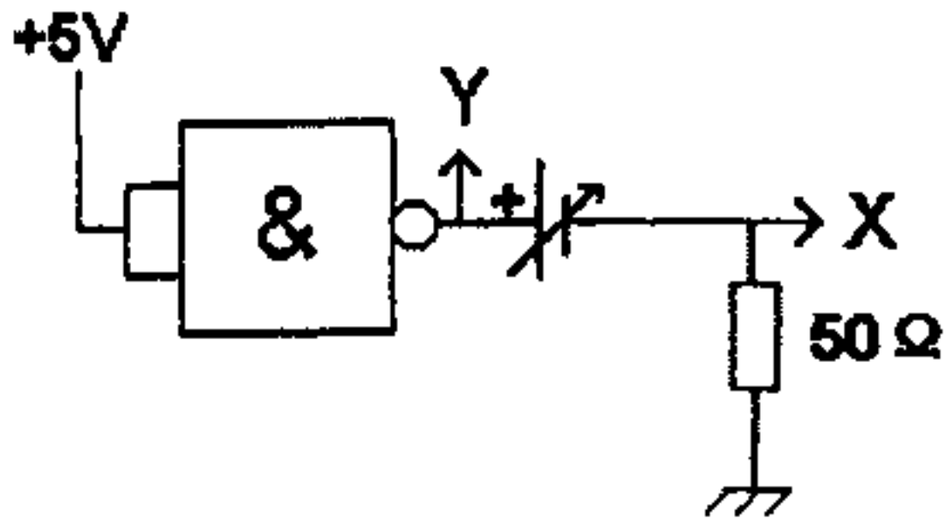


fig.5 - Enregistrement de caractéristiques

2.3 - Caractéristique de sortie à l'état bas

On utilise cette fois un générateur auxiliaire (à masse flottante pour pouvoir le placer comme indiqué sur la fig.6) pour tracer la caractéristique (fig.7) qui est celle d'un récepteur se comportant presque comme une résistance ohmique (de l'ordre de 20 à 50 Ω).

fig.6



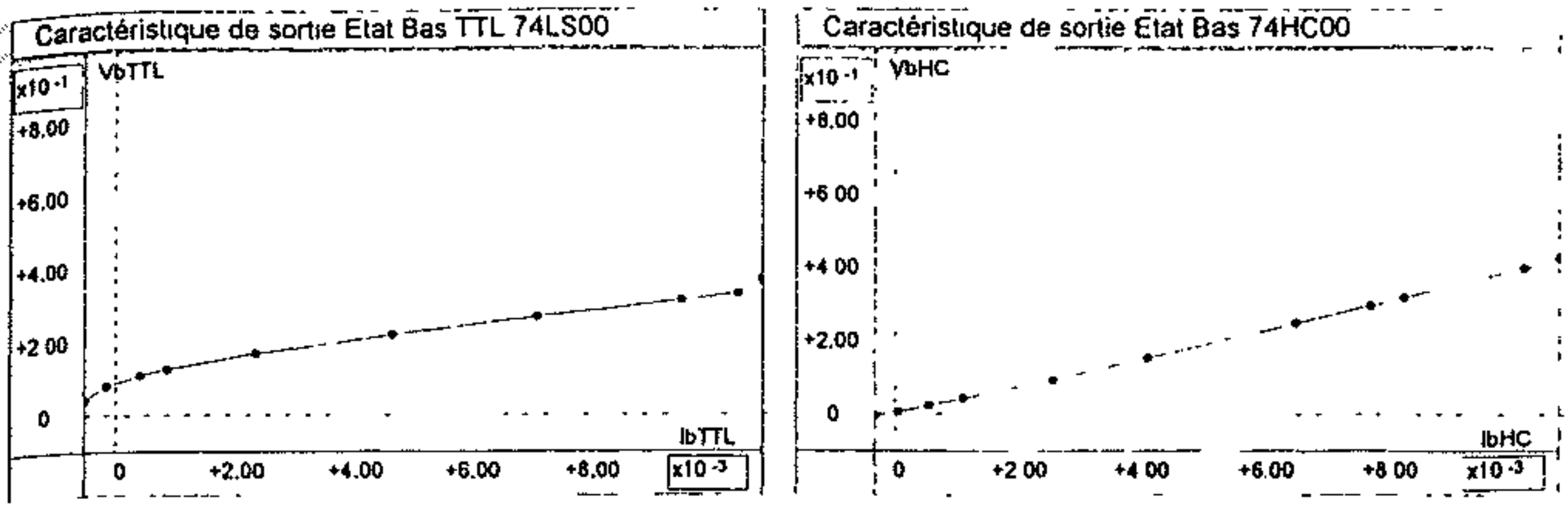


fig.7 - Caractéristiques de sortie Etat Bas

2.4 - Caractéristique d'entrée

On mesure le courant d'entrée lorsqu'on fait varier la tension V_e (fig.8). On constate pour un circuit TTL :

- un courant négatif pour V_e<1,2 V (état bas à l'entrée, état haut en sortie) de l'ordre de 0,2 mA pour un TTL 74LS00 : l'entrée injecte du courant dans ce qui précède.
- après la commutation, le courant est pratiquement nul.

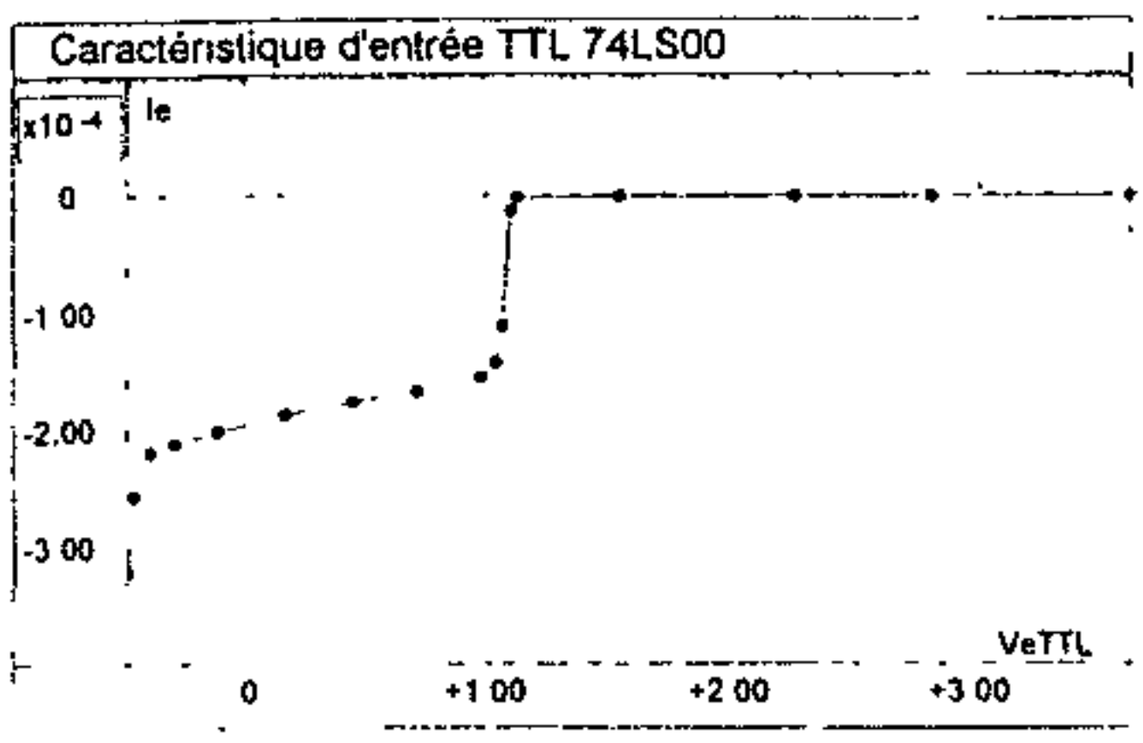


fig.8

Pour un circuit CMOS, le courant d'entrée est négligeable : la porte ne consomme en entrée que lors de la commutation.

Ces considérations associées à celles sur les caractéristiques de sortie définissent la sortance (ou fan-out) d'une porte logique comme le nombre d'entrées que peut commander une seule sortie (en respectant les niveaux associés aux états haut et bas sans ambiguïté). En TTL série LS, la sortance est de plusieurs dizaines. En HC MOS, elle est encore plus grande mais lorsqu'on panache différents types, il faut s'assurer de respecter ces limites courant-tension.

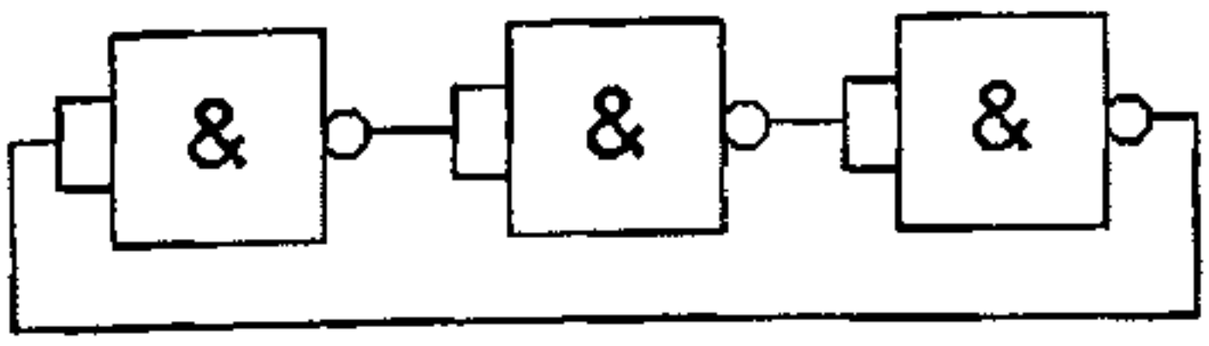
A retenir qu'une entrée non connectée (« en l'air ») impose un courant d'entrée nul et est comprise en général comme un état haut. Pour garantir un fonctionnement correct, **il ne faut jamais laisser d'entrées non connectées**. Par sécurité, on impose un niveau en reliant au + 5V (quelquefois au 0 V selon la fonction).

2.5 - Vitesse de commutation

Elle se mesure en constituant un circuit bouclé comprenant un nombre impair **n** d'inverseur (fig.9). Il n'y a pas de situation stable et l'on observe une oscillation (non sinusoïdale) de

haute fréquence (un oscillo de bande passante trop basse peut la « rendre » sinusoïdale). La période de cette oscillation est de l'ordre de $T = 2\,n\,\tau$ où τ est le temps de commutation.

fig.9



On trouve typiquement :

- τ = 7 ns pour une porte TTL LS (inverseur 7404 ou NAND 7400 monté en inverseur)
- τ = 4 ns pour une porte HCMOS
- τ = 70 ns pour une porte CMOS 4011

2.6 - Interfaces TTL - CMOS et CMOS - TTL

TTL →CMOS

Lorsque tous les circuits sont alimentés sous 5 V, il n'y a pas de problèmes particuliers (il faut seulement s'assurer que le niveau haut du TTL est suffisant : on peut alors placer une résistance dite de rappel - 10 kΩ - entre la sortie et le +5 V).

Lorsqu'on utilise des CMOS sous 15 V (série 4000), le niveau haut de sortie du TTL (autour de 4 V) est insuffisant pour faire commuter le CMOS (la tension de basculement est voisine de $V_{alim}/2$). On utilise alors une porte TTL à collecteur ouvert (voir annexe 1) : on relie la sortie au +15 V par l'intermédiaire d'une résistance (typ.10 kΩ) qui porte l'état haut à cette valeur (alors que le circuit lui-même est alimenté sous 5 V fig.10). Consulter le catalogue d'un fournisseur pour trouver les références de ces circuits à collecteur ouvert (par exemple le 74LS03 est un quadruple NAND à C.O.).

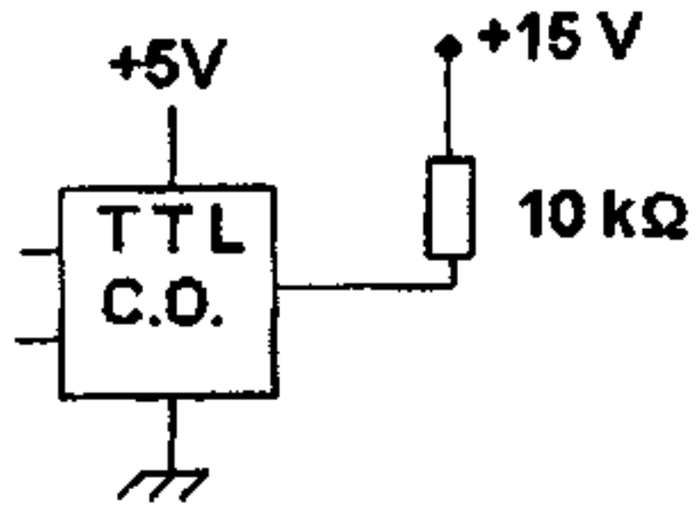


fig.10 - Porte TTL à collecteur ouvert

CMOS → TTL

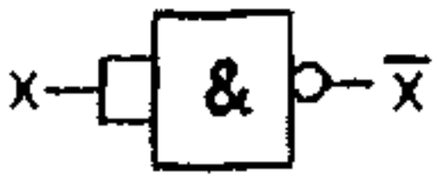
Le problème essentiel est celui du courant émis par la TTL à l'état bas et qui doit être absorbé par la sortie de la porte CMOS. Le plus simple est d'utiliser un CMOS de la série HCT directement compatible.

3 - Logique combinatoire

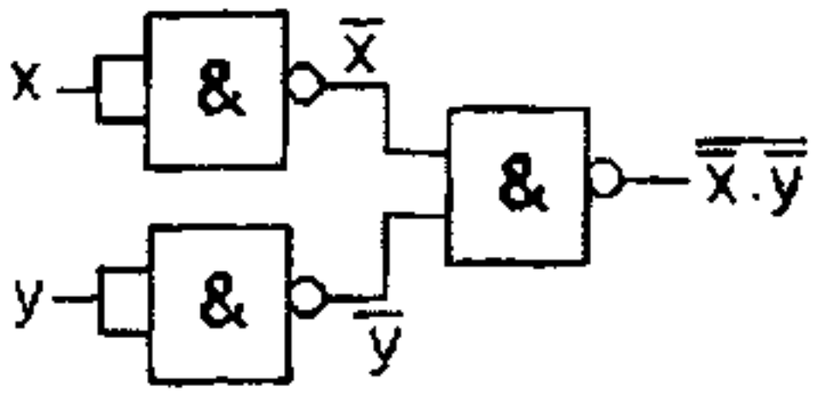
3.1 - La fonction NAND est une fonction complète

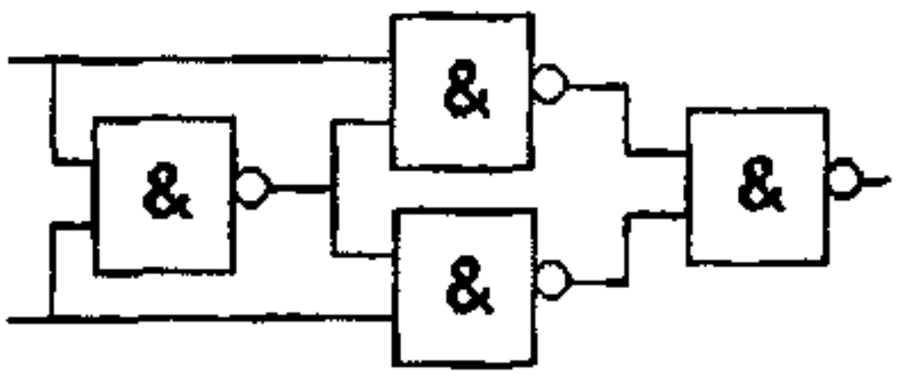
Il est possible de réaliser toutes les fonctions avec seulement des portes NAND. On dit que c'est une fonction complète (c'est le cas également de la porte NOR).

Vérifier les tables de vérité des différentes fonctions réalisées à partir de NAND (74 LS00, CMOS 4011 ou 74HC00).

NON 

ET

OU 

OU exclusif 

3.2 - Semi additionneur binaire

Ajouter 2 nombres binaires A et B revient à constituer 2 nombres S (chiffre des unités) et R (retenue) suivant le tableau suivant

A	B	R	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

On constate que $S = A \otimes B$

$R = A.B$

On constitue un semi-additionneur avec un ET et un OU exclusif. Lorsqu'on additionne 2 nombres de plusieurs bits chacun, l'opération ci-dessus sur le bit de rang n peut être modifiée par la retenue de l'addition de rang n-1. Le schéma logique de l'additionneur est alors (fig.11)

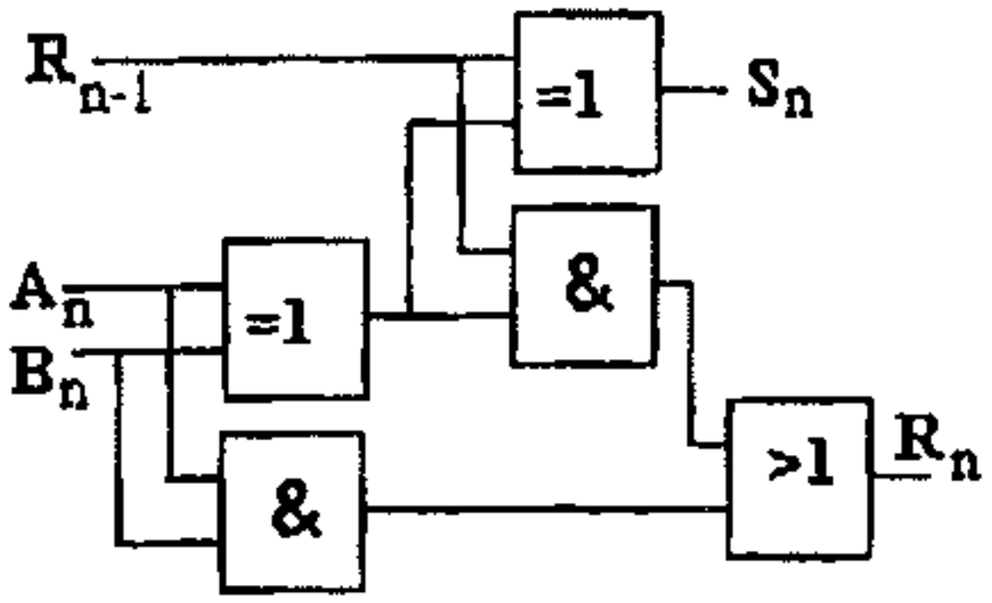


fig.11

On reconnaît 2 semi-additionneurs (suivis d'un OU)

3.3 - Transcodage : Affichage 7 segments

Les chiffres décimaux de 0 à 9 peuvent être représentés par 4 chiffres binaires (de 0000 -0- à 1001 -9-). Le but du transcodage envisagé ici est de rendre lumineux les segments

convenables pour que le nombre binaire à 4 bits (DCB décimal codé binaire) affiche le chiffre décimal correspondant.
Le nombre binaire est repéré par les bits ABCD., les segments par les lettres a,b,c...g, (fig.12a). Chacun de ces segments est une diode électroluminescente et l'on trouve des modèles

- à cathode commune reliée au - de l'alimentation (il faut porter l'anode à 1 pour que le segment s'allume).
- à anode commune reliée au + 5V (il faut appliquer 0 à la cathode pour que le segment s'allume)

La table de vérité s'établit comme suit :

DCBA	décimal	a	b	c	d	e	f	g
0000	0	1	1	1	1	1	1	0
0001	1	0	1	1	0	0	0	0
0010	2	1	1	0	1	1	0	1
0011	3	1	1	1	1	0	0	1
0100	4	0	1	1	0	0	1	1
0101	5	1	0	1	1	0	1	1
0110	6	0	0	1	1	1	1	1
0111	7	1	1	1	0	0	0	0
1000	8	1	1	1	1	1	1	1
1001	9	1	1	1	0	0	1	1

Pour montrer le principe, on se contente, dans un premier temps, de visualiser les nombres de 0 à 3 (BA variant de 00 à 11).
De la table de vérité des 4 premières lignes, on tire

$a = B + \overline{A}$ $\quad b = 1$ $\quad c = \overline{B} + A$ $\quad d = B + \overline{A} = a$

$e = \overline{A}$ $\quad f = \overline{B + A}$ $\quad g = B$

On peut réaliser toutes ces relations avec 3 OU et 3 NAND donc avec 2 circuits intégrés seulement (chaque circuit à 2 entrées comprend 4 portes). B et A sont donnés par l'état de 2 inverseurs, $\overline{B}$ et $\overline{A}$ par 2 NAND etc.

Câbler ces relations et les appliquer à l'afficheur.(placer une résistance de 500 ou 1000 Ω en série avec chaque segment).
Pour afficher les chiffres de 0 à 9, le nombre de portes est beaucoup plus élevé et l'on utilise des décodeurs intégrés. C'est le cas du 74LS47 qui commande les afficheurs à anode commune (74LS48 pour les afficheurs à cathode commune). Réaliser les branchements de la fig.12b. Cet afficheur servira ensuite lors de la réalisation du compteur .

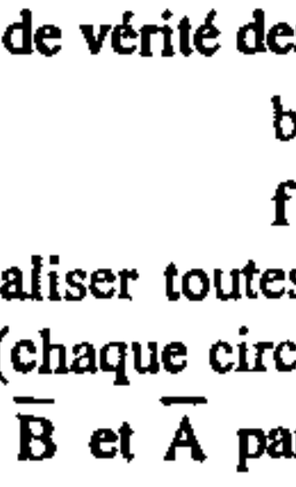


fig.12a

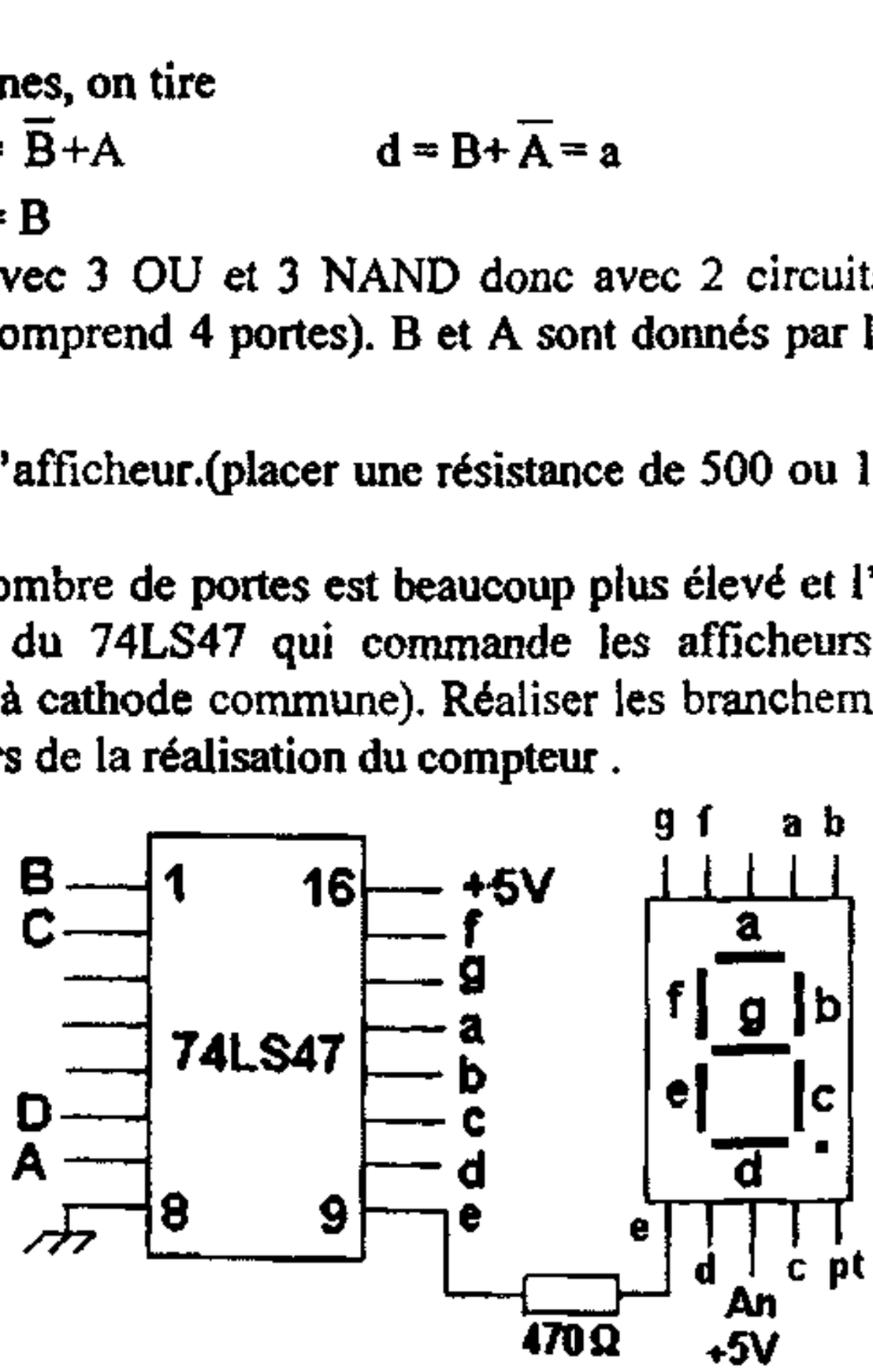


fig.12b

3.4 - Réalisation d'un phasemètre

A partir de deux signaux analogiques déphasés (utiliser un déphaseur à AO), on commence par fabriquer des signaux logiques [0, +5 V] au moyen d'un comparateur analogique type LM339 (les signaux d'entrée étant centrés sur 0, il faut alimenter le comparateur en ± 10 V et placer une résistance de quelques centaines d'ohms entre le +5V et chaque sortie à collecteur ouvert).
Les 2 signaux logiques décalés sont appliqués sur un OU Exclusif (fig.13) qui délivre un signal créneau dont le rapport cyclique dépend linéairement du déphasage des signaux de départ selon l'oscillogramme de la fig.14a. Un filtrage passe-bas permet de mesurer la valeur moyenne sur un multimètre. Un étalonnage complémentaire (avec les déphasages 0 et π) permet de calibrer le phasemètre. La fig.14b présente la comparaison entre les valeurs données par un phasemètre commercial (ou un oscillo possédant cette fonction de mesure) et les valeurs du phasemètre de la fig.13.

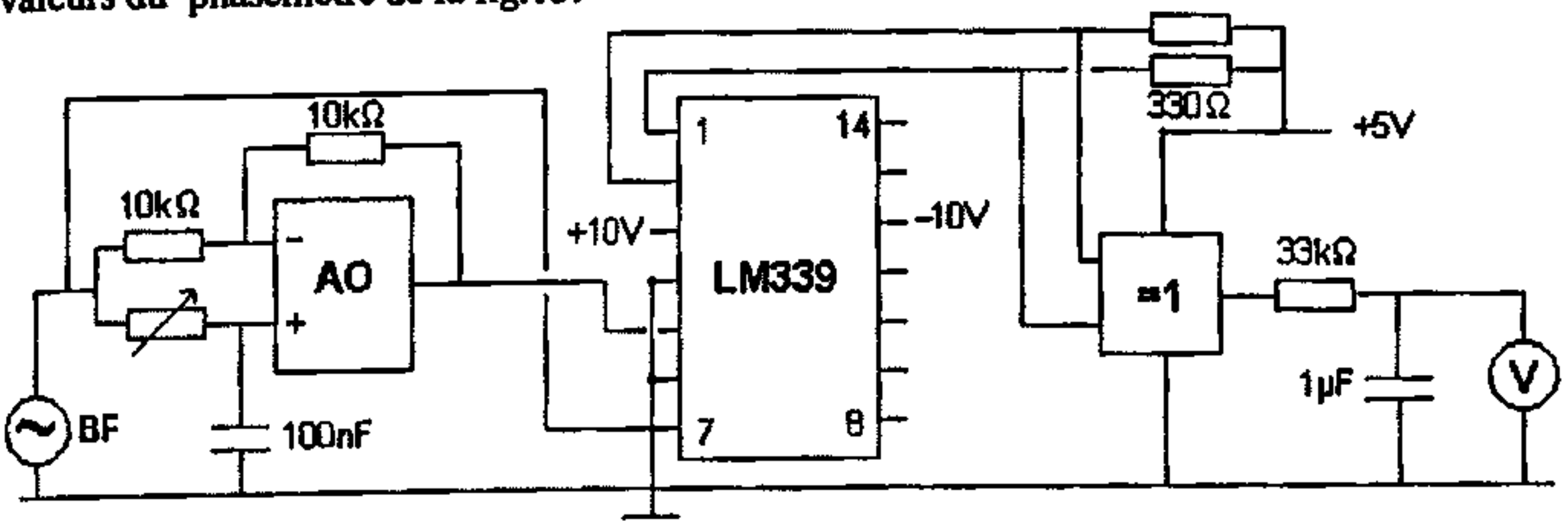


fig.13 - Phasemètre

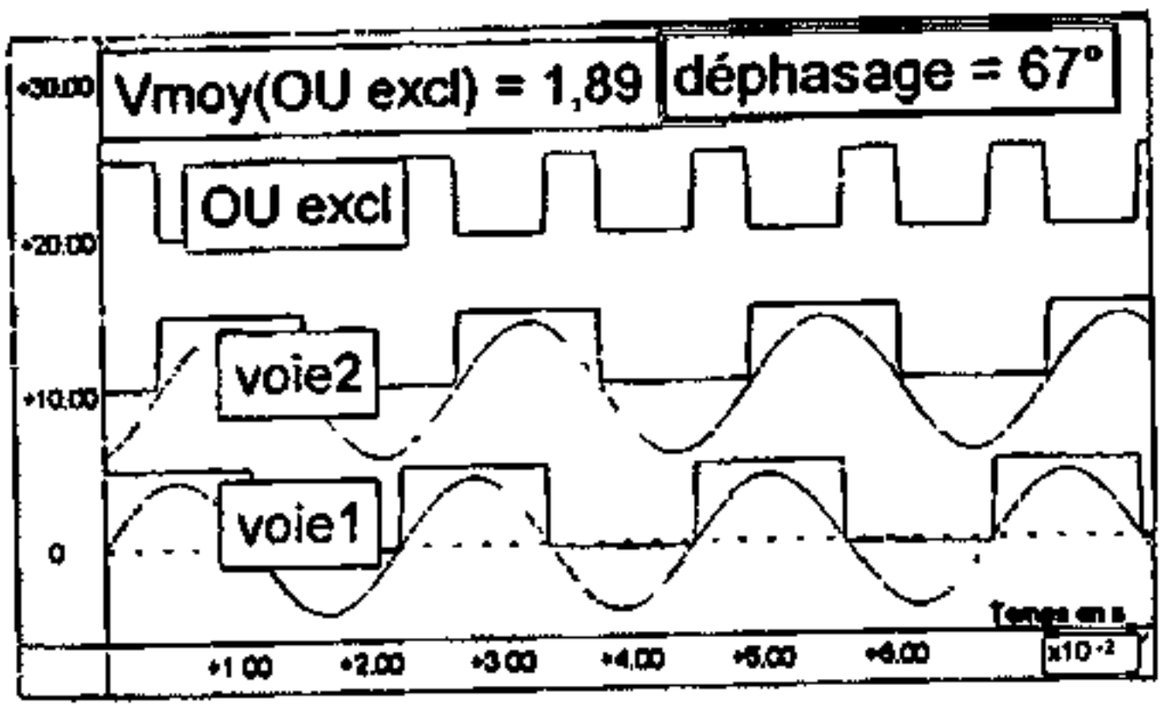


fig.14a - Enregistrement

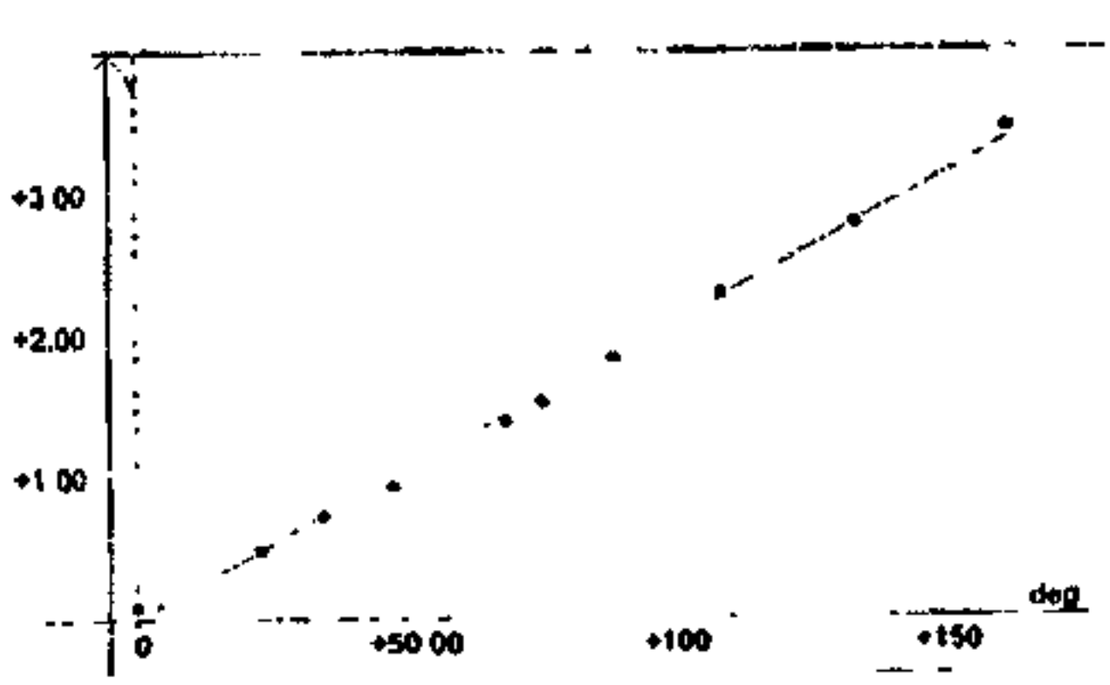


fig.14b - Linéarité du phasemètre

3.5 - Multiplexage

Le but du multiplexeur est de sélectionner une entrée parmi plusieurs pour l'appliquer à la suite du circuit.
De même, un démultiplexeur permet d'aiguiller une entrée à une sortie parmi plusieurs.
Cette opération prend tout son intérêt en télécomunications puisqu'elle permet de faire transiter par la même ligne des entrées multiples vers des sorties multiples selon le schéma de principe de la fig.15.

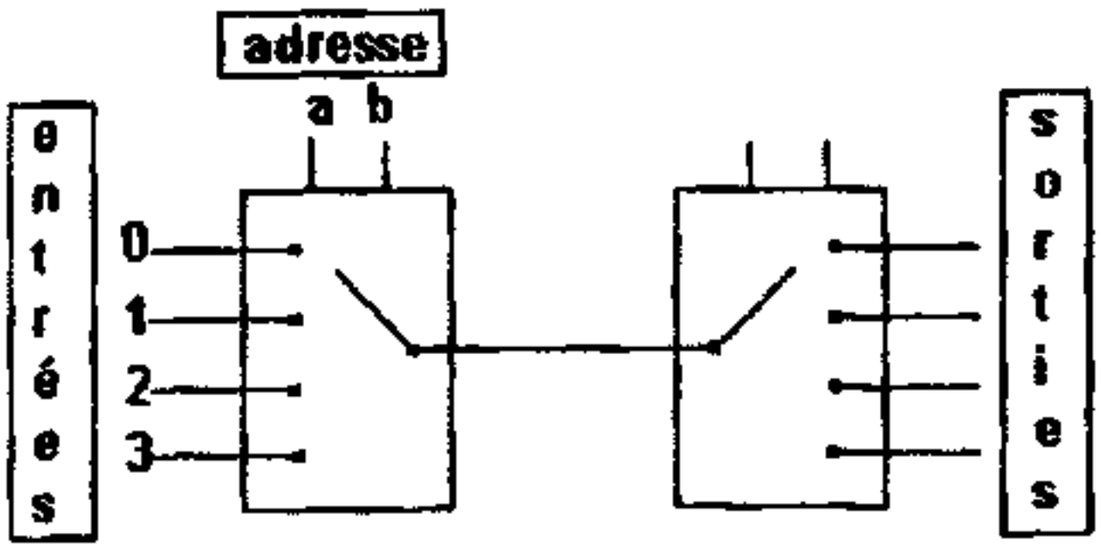


fig.15

Principe : dans le cas de signaux logiques, on veut que la sortie S soit égale à A ou à B selon que le bit de commande X soit égal à 0 ou à 1 selon la table de vérité :

X	A	B	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

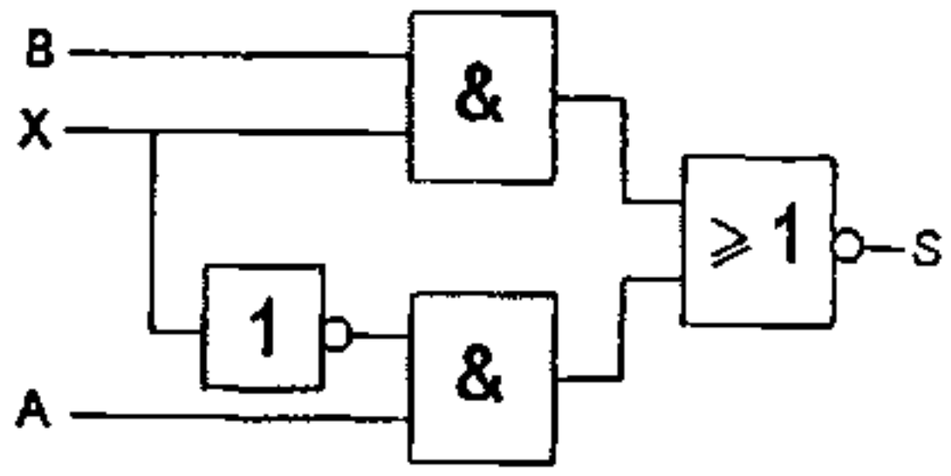


fig.16 - multiplexeur

L'équation logique est donc $S = A \cdot \overline{X} + B \cdot X$

Câbler cette opération avec 1 inverseur, 2 portes ET et 1 porte OU (fig.16) et vérifier la table de vérité.

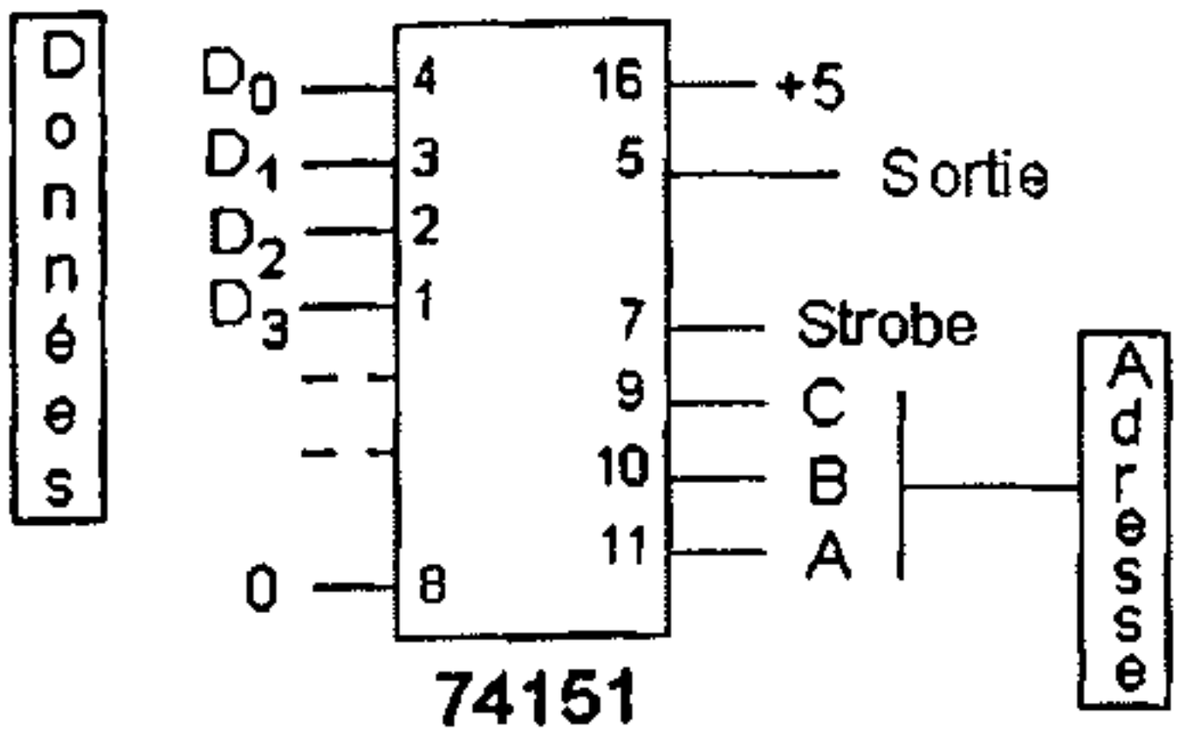
L'intérêt de cet aiguilleur à un bit de commande est naturellement réduit (il sera cependant utilisé en 4.2.4). En revanche, il est facile de montrer qu'une commande à n bits permet d'aiguiller 2^n entrées : le gain est rapidement très grand. On dispose de circuits permettant différentes combinaisons ; par exemple :

74LS 151 : 8 entrées à 1 bit aiguillées sur une sortie au moyen d'un mot d'adresse à 3 bits

74LS 157 : 2 entrées à 4 bits aiguillées sur une sortie au moyen d'un mot d'adresse à un bit

Les circuits dont le mot d'adresse est à plusieurs bits possèdent de plus une entrée d'autorisation (strobe) qui permet de ne rendre actif l'aiguillage que lorsque l'adresse est bonne (cela évite des aiguillages incorrects au moment du changement d'adresse).

Câbler le circuit 74151 en se limitant à 4 entrées variables (les autres étant fixées à +1 par exemple) et vérifier la table de vérité : la sortie prend l'état de l'entrée dont l'adresse est affichée :



3.6- Monostable

Réaliser le montage de la fig.18. Si le condensateur est déchargé et l'entrée A est à 1, la sortie du premier NAND est à 0, la sortie de l'inverseur à 1. Les potentiels sont ceux de la figure 18 : la situation est stable.

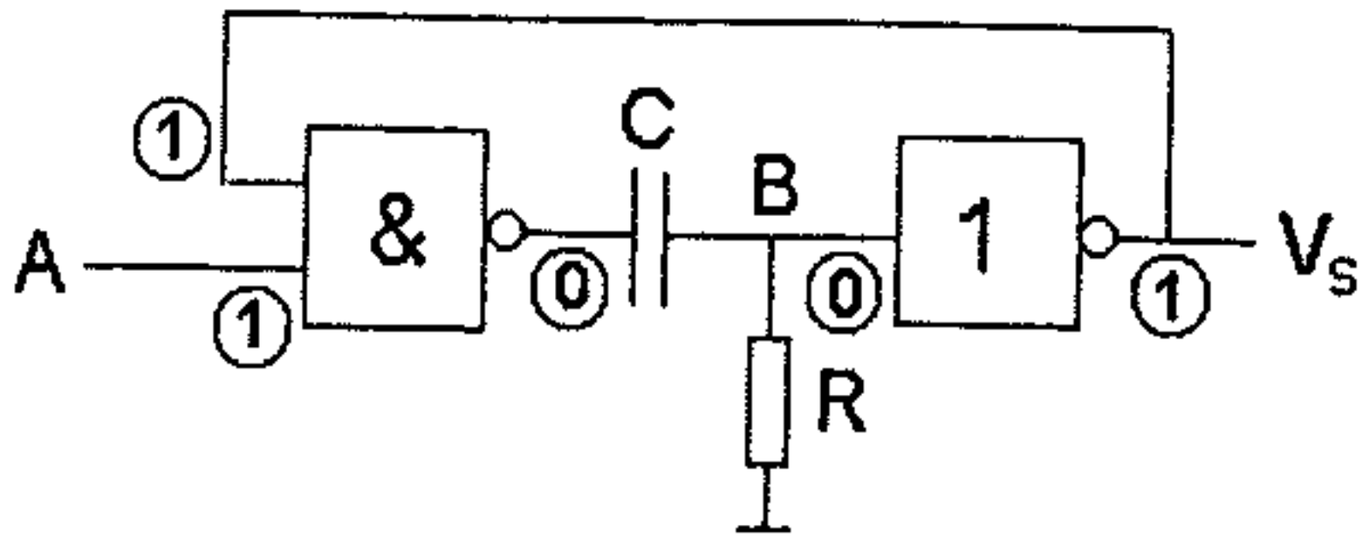


fig.18

On applique un court instant une entrée à 0 (impulsion négative) : la sortie du NAND passe à 1 ainsi que l'entrée B de l'inverseur (le condensateur ne peut se charger instantanément : continuité de la ddp à ses bornes). La sortie de l'inverseur passe à 0.
La situation du montage à cet instant est celle de la fig.19.

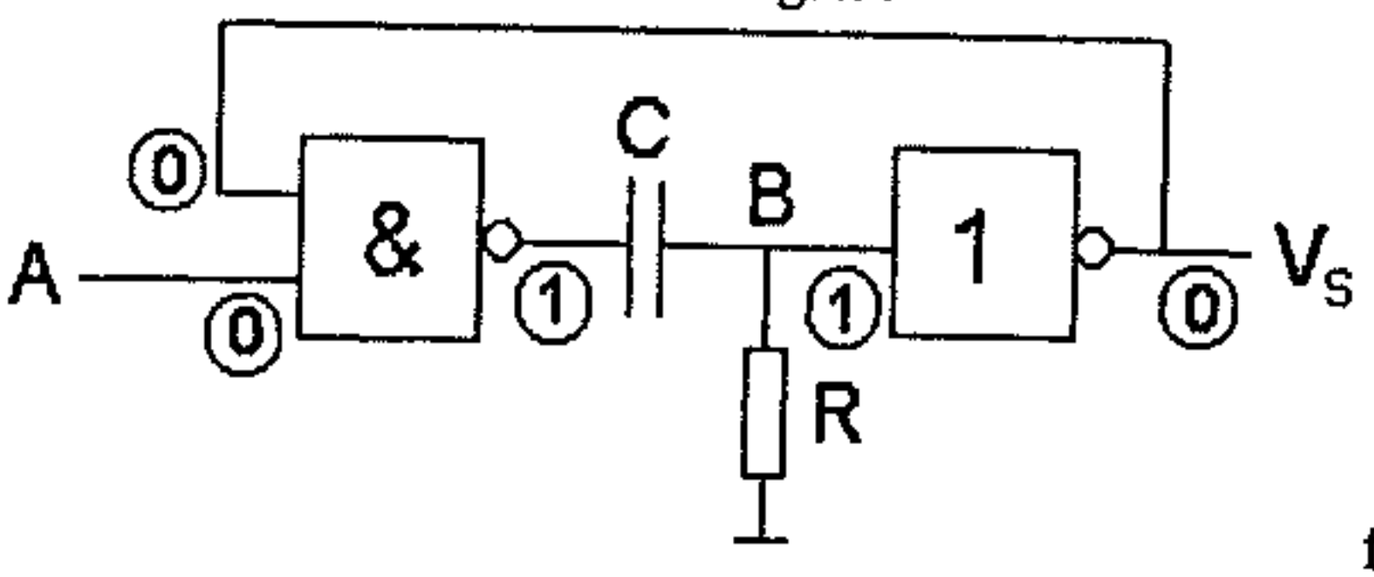


fig.19

Un courant s'établit à travers R : le potentiel du point B (armature droite du condensateur) décroît avec la constante de temps RC.
Lorsque le potentiel passe en dessous de la tension de basculement de l'inverseur, la sortie de celui-ci repasse à 1 et si, entre temps, l'entrée est repassée à 1, la sortie du NAND repasse à 0.
La durée de l'état 0 à la sortie de l'inverseur ne dépend pas de la durée de l'impulsion négative de départ : le résultat est une mise en forme du signal d'entrée (fig.20). La durée de mise en forme est liée à RC et à la tension de basculement. Si $V_b = V_{alim}/2$ (CMOS), elle vaut théoriquement $\tau = RC \ln(2)$.
Si l'on veut mettre en forme des impulsions positives, il faut ajouter 2 inverseurs (un à l'entrée, l'autre en sortie) ou utiliser un NON OU à la place du NAND.
A noter qu'à l'entrée de l'inverseur (point B), la tension devient passagèrement négative au moment où la sortie du NAND repasse à 0 (une diode interne protège le circuit).

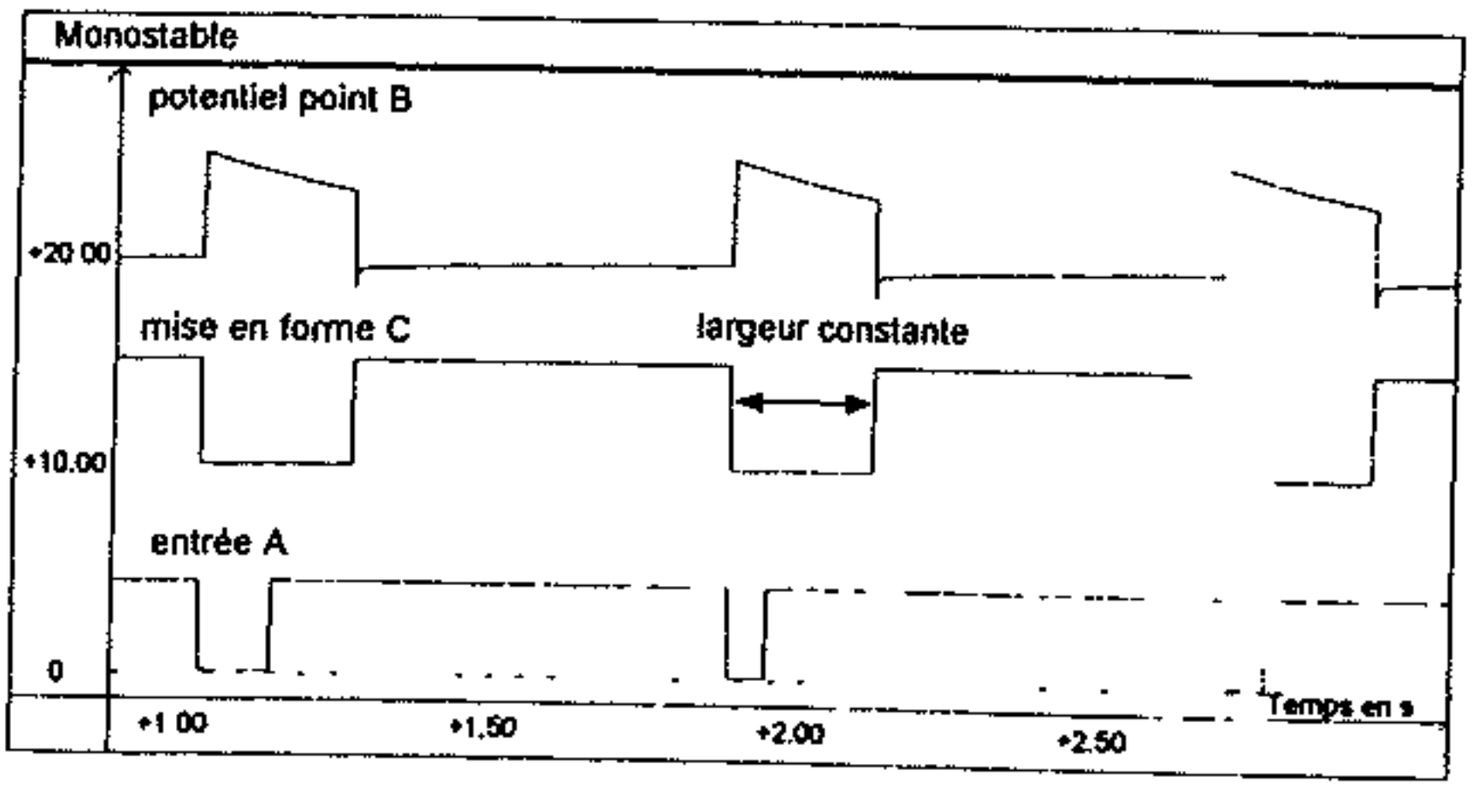


fig.20

A noter que la valeur moyenne du signal est proportionnelle au nombre d'impulsions par unité de temps donc à la fréquence : ce montage peut servir à construire un convertisseur fréquence-tension (voir aussi chap XIII § 3.2). Il suffit de le faire suivre d'un filtre passe-bas qui permet de mesurer la valeur moyenne du signal de sortie.

4 - Logique séquentielle

Cette fois, le signal de sortie dépend non seulement de l'état présent des entrées mais aussi de l'état précédent de la sortie : à une combinaison des variables d'entrée correspondent plusieurs états possibles du système.
On distingue

- les systèmes séquentiels asynchrones dans lesquels l'état des sorties évolue spontanément à la suite d'un changements des entrées. Cette évolution peut passer par une série de régimes transitoires très brefs.
- les
- systèmes séquentiels synchrones dans lesquels l'évolution est contrôlée par une commande appelée horloge. On s'affranchit alors de ces états transitoires.

De même que les portes sont à la base de la logique combinatoire, les bascules constituent la base de la logique séquentielle.

4.1 - Bascule RS

Le schéma de principe est représenté en fig.21 où, après inversion, les signaux R et S sont appliqués à deux NAND , la sortie de chacun étant ramenée à l'entrée de l'autre (on utilise les 4 NAND d'un 74LS00 par exemple) .

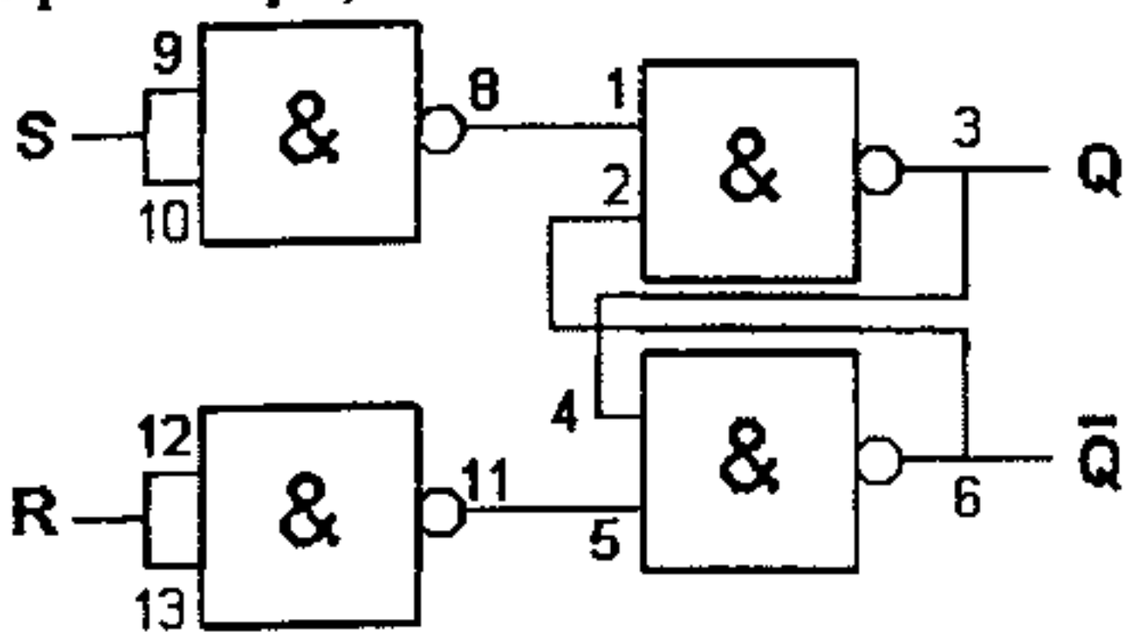


fig.21 - Bascule RS

On porte S à 1 et R à 0 : la sortie Q est à 1 , l'autre sortie étant à 0 (c'est donc $\overline{Q}$).Vérifier au moyen de la table de vérité des NAND que cette situation est stable.
Mettre S à 0 : les sorties ne changent pas et ceci tant qu'on n'agit que sur S. La sortie est verrouillée.
Mettre R à 1 alors que S est à 0 : la sortie Q passe à 0 (et $\overline{Q}$ à 1). Maintenant, tant qu'on n'agit que sur R , les sorties restent dans le même état.
Partir de R = S =0 : si l'on porte S et R « simultanément » à 1, on arrive à Q = $\overline{Q}$= 1 mais selon les valeurs de Q et $\overline{Q}$ initiales et selon l'ordre précis de l'action sur S et R, il peut y avoir un régime transitoire instable : cette situation est appelée interdite car ne conduisant pas à 2 valeurs complémentaires.
La table de fonctionnement donne la relation entre les entrées et la sortie à l'instant (n-1) et la valeur à l'instant n.

S	R	Q_n	$\overline{Q_n}$
0	0	Q_{n-1}	$\overline{Q_{n-1}}$
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	1	0

La première ligne correspond à la mise en mémoire $Q_n = Q_{n-1}$
La deuxième ligne R = 1 est la remise à 0 de la sortie (reset)
La quatrième ligne S = 1 est la mise à 1 de la sortie (set)
La troisième ligne R = S = 1 est interdite car on ne peut forcer la sortie à la fois à 0 et à 1.
Un oscillogramme des états d'entrée et de sortie est représenté en fig.22

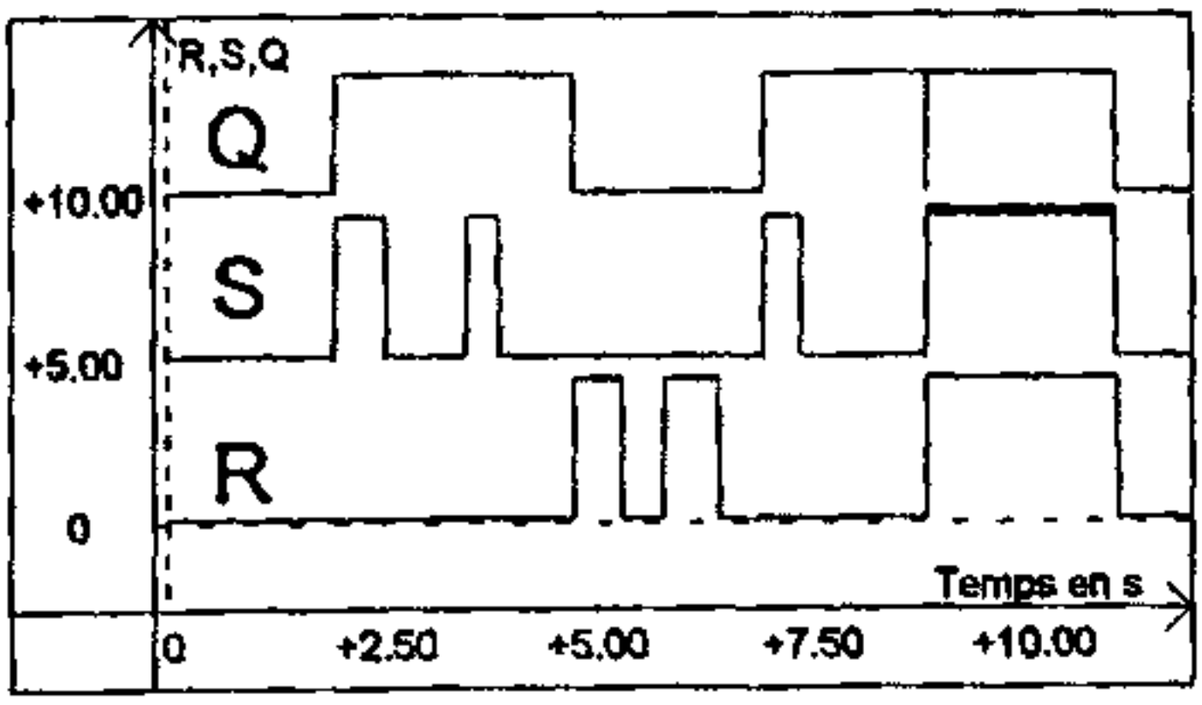


fig.22

Application : bascule anti-rebond
La bascule RS permet de mémoriser un état passager. On utilise cette propriété pour mettre en forme les signaux issus d'interrupteurs mécaniques. Ceux-ci présentent fréquemment de nombreux rebonds. Pour s'en convaincre, visualiser avec un oscillo numérique une tension continue appliquée par l'intermédiaire d'un tel interrupteur.
Ensuite, faire de même en passant par la bascule RS précédente : le premier contact est le bon... (fig.23).Ceci est particulièrement intéressant pour compter une succession d'ouverture et de fermeture de contacts.

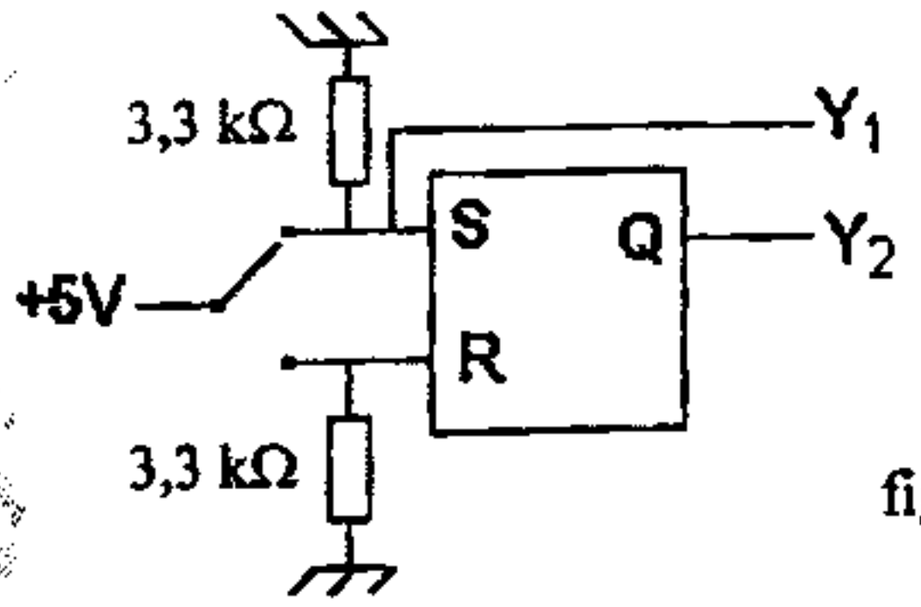
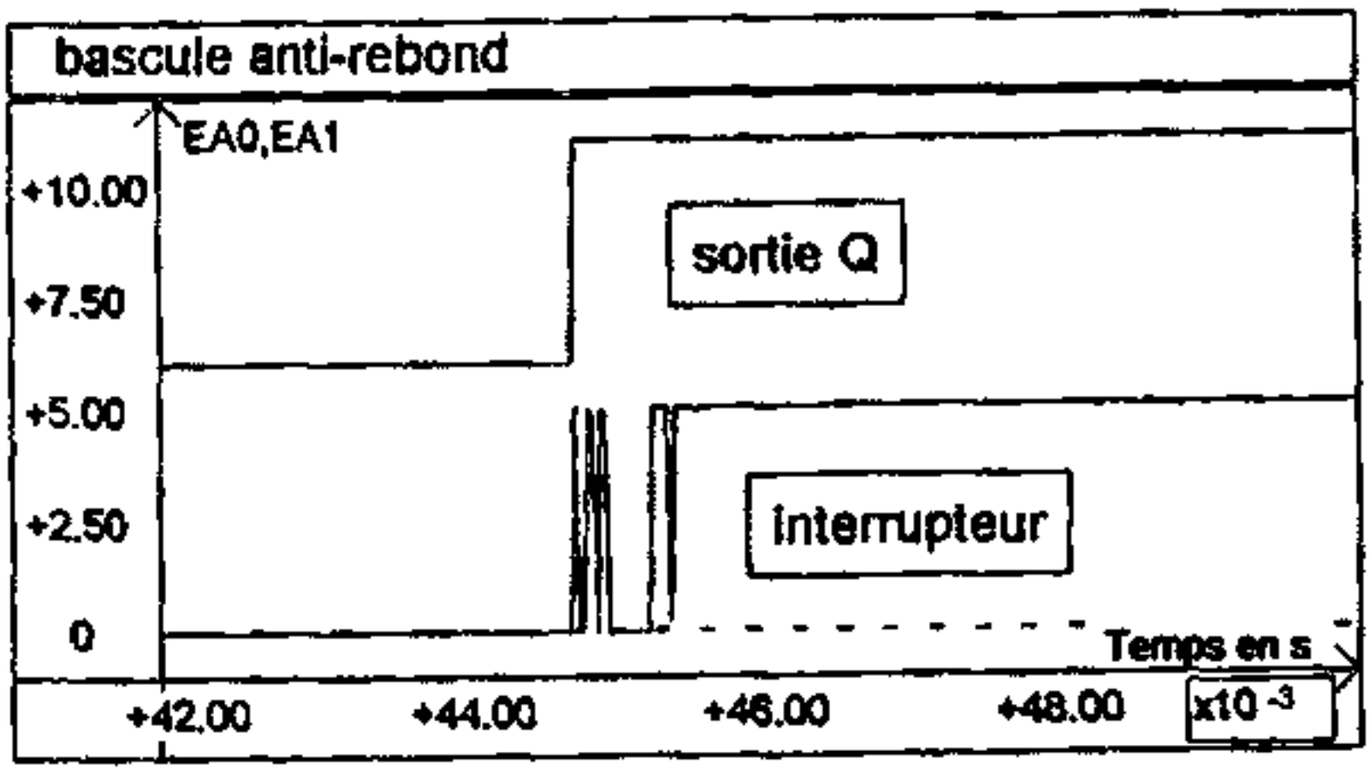


fig.23



4.2 - Logique séquentielle synchronisée

4.2.1 - Bascule RSH

Le schéma est voisin de la bascule précédente. Le signal d'horloge H est appliqué sur les deux premiers NAND (fig.24).
Lorsque le signal d'horloge est à 0, on a , quels que soient R et S , la même situation qu'à la première ligne de la bascule RS : pas de changements de la sortie (mise en mémoire).
Lorsque le signal d'horloge est à 1 , on retrouve la même situation que pour la bascule RS.

L'oscillogramme résume le fonctionnement : pour mettre la **sortie à 1 ou à 0** , il faut que S ou **R soient à 1 mais ce changement d'état ne se produit qu'au front montant** de l'horloge.

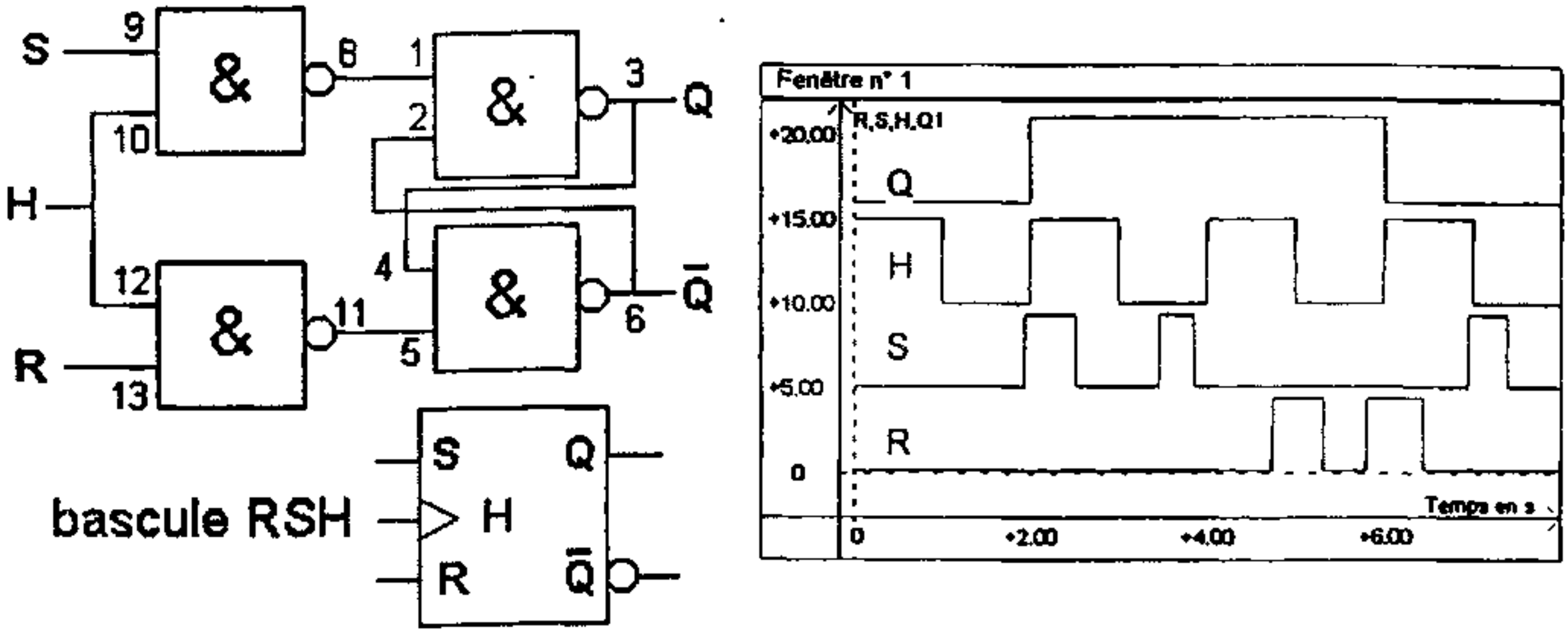


fig.24 - Bascule RSH

4.2.2 - Bascule et verrou D

Les 2 bascules précédentes présentent toujours une combinaison interdite R = S = 1.

On utilise alors une seule entrée (en plus de l'horloge) D = S = $\overline{R}$ (il suffit d'ajouter un inverseur entre S et R : fig.25).

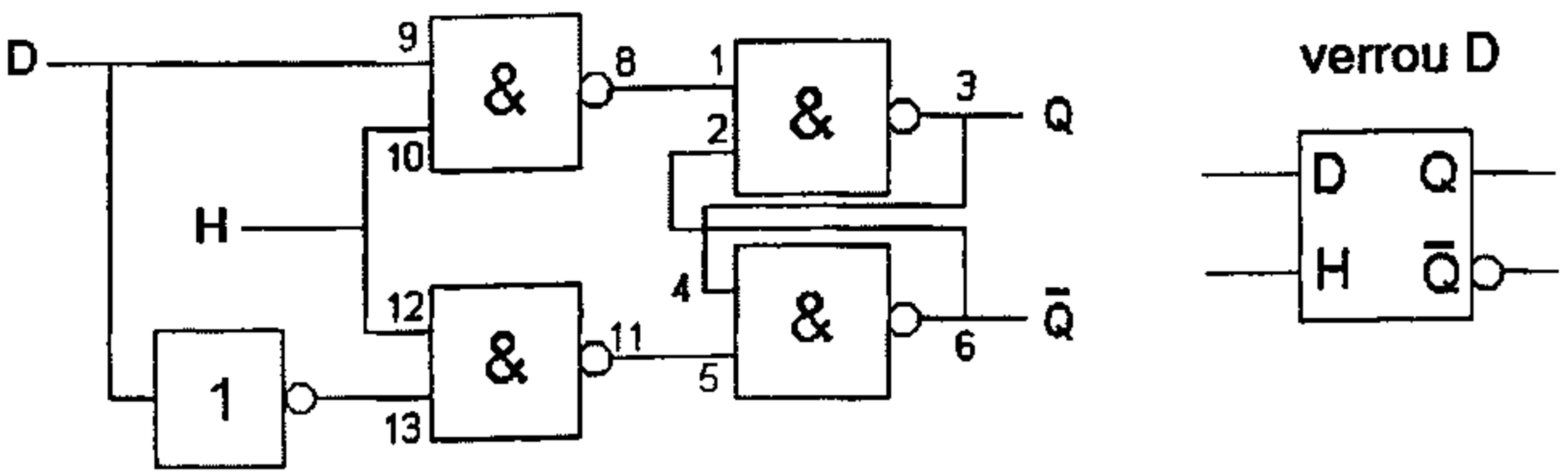


fig.25 - Verrou D

Quand l'horloge est au niveau bas, l'entrée D **n'a aucun effet** sur la sortie Q : on dit que la **bascule est verrouillée (mode mémoire).**

Si D = 0 (S = 0 ; R = 1) , la sortie passe à 0 lorsque l'horloge passe à 1 (donc sur le front **montant du signal d'horloge).**

Si D = 1 (S= 1 ; R = 0) la sortie passe à 1 sur le front montant de l'horloge.

Tant que l'horloge est **en 1, la sortie** recopie l'**entrée (mode écriture). Ce type de bascule est appelé verrou D** (ou « latch »).

Il **existe** un autre **type de bascule** dans lequel **la sortie recopie l'entrée D uniquement sur le front montant du signal d'horloge.(dans le verrou D, il ne faut pas que l'entrée varie** pendant **toute la durée où H = 1). Pour cela, on utilise** une **structure** avec deux **verrous à** entrées **d'horloge complémentées (structure maître-esclave -fig.26)** : la donnée D **présente au** moment **où H passe de 0 à 1 (c'est-à-dire la dernière valeur recopiée** par le premier verrou lorsque $\overline{H}$ **passe de 1 à 0) est mémorisée tout le temps où** H = 1. C'**est** donc celle qui **sera recopiée** en Q. Cet **ensemble** est appelé **bascule D** (D pour delay).

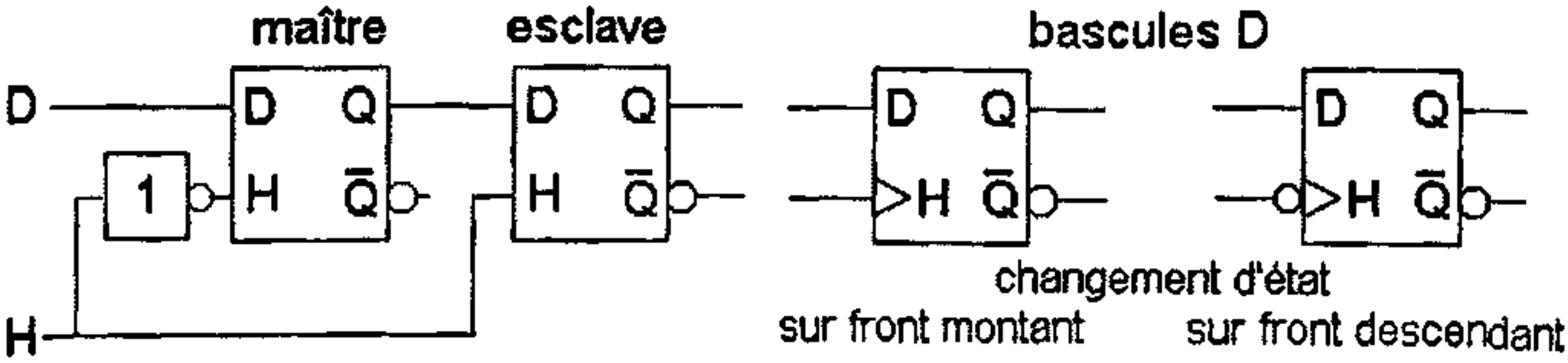
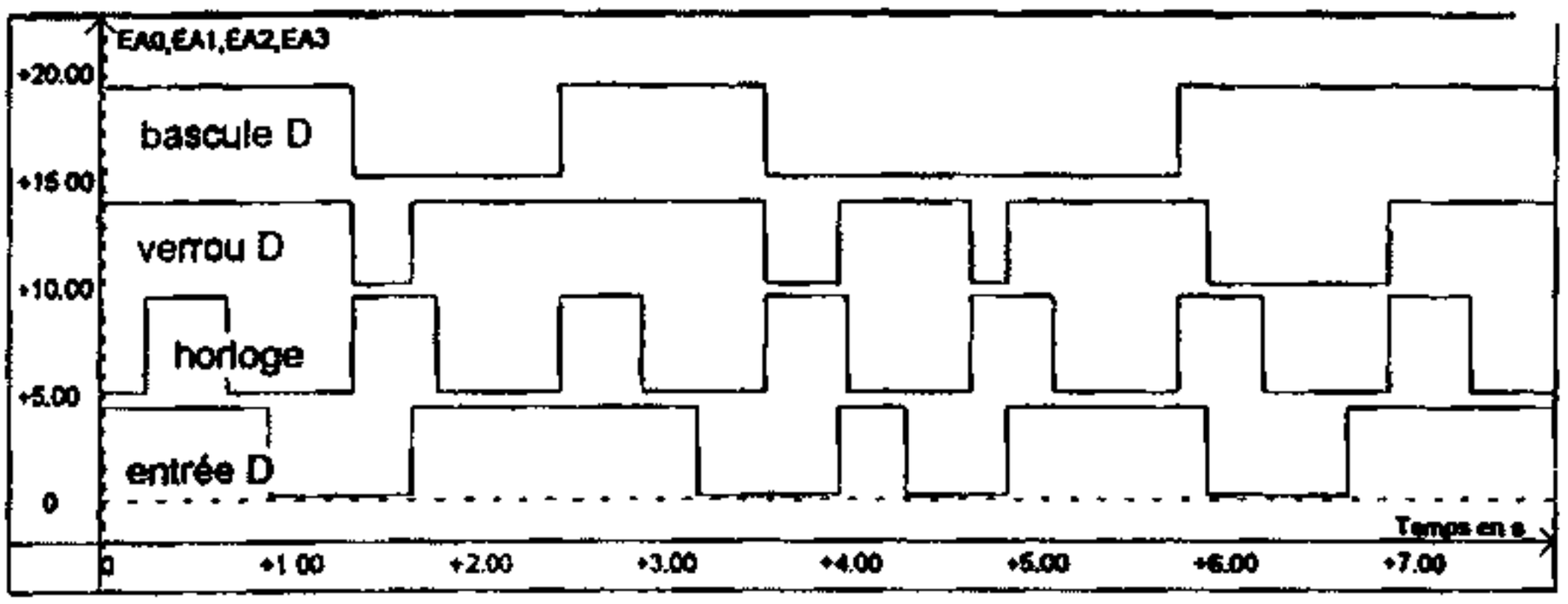


fig.26 - Bascule D

Le symbole indique si le changement d'état s'effectue sur le front montant ou le front descendant. La fig 27 compare les réponses d'un verrou D et d'une bascule D pour les mêmes entrées D et Horloge.
Dans la pratique, on utilise des circuits intégrés : le type 74LS75 comprend 4 verrous commandés 2 à 2 par 2 horloges et le type 74LS74 comprend 2 bascules D pourvues, de plus, de 2 entrées de mise à 0 et à 1 (R et S ou CLEAR et PRESET).

fig.27



Un cas particulier de fonctionnement se produit lorsqu'on applique la sortie $\overline{Q}$ sur l'entrée D : la sortie Q change d'état sur chaque top d'horloge (selon le modèle, sur le front descendant ou sur le front montant). Ce type de bascule est appelé bascule T et produit un signal de sortie de fréquence moitié de celle du signal d'entrée : c'est la base des compteurs (voir plus loin bascule JK).

4.2.3 - Registres

Les bascules D sont utilisées pour constituer un **registre** qui est un ensemble de nombres binaires (bits) formant un **mot.**
Un registre est formé d'autant de bascules D que de bits à mémoriser.
Dans un **registre parallèle**, ces bascules sont indépendantes mais commandées par la même horloge (fig.28). Les données D0,D1,D2,D3 sont chargées sur un front montant de l'horloge H. Elles sont présentes en sortie jusqu'à l'arrivée d'une nouvelle impulsion d'horloge.

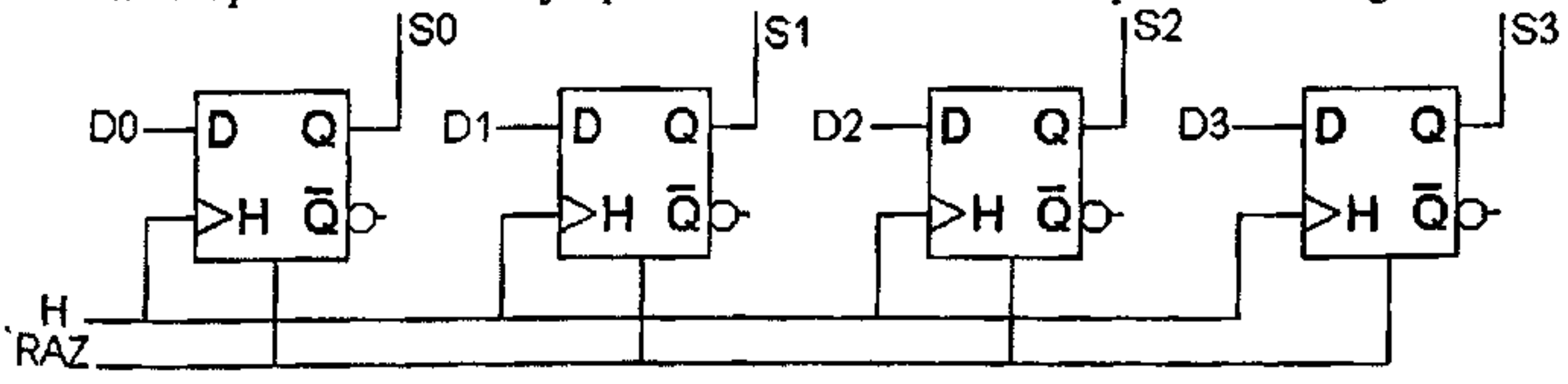


fig.28 - Registre

Dans un **registre à décalage,** les bascules sont en série et commandées par la même horloge (fig.29 a). Après une remise à 0 générale, la première impulsion d'horloge charge D0 sur la première bascule . A la deuxième impulsion, , cette donnée est transférée dans la bascule suivante tandis que la première est chargée avec D1. A chaque nouvelle impulsion, on a un décalage des données.
Dans ce fonctionnement, la première donnée entrée est aussi la première perdue. Un bouclage de la sortie sur l'entrée permet de réaliser un **registre en anneau**. Après une première phase de chargement, les données circulent de mémoire en mémoire de manière cyclique. Pour distinguer ces 2 phases, on peut utiliser un multiplexeur à 2 voies (voir 3.5 fig.16) représenté en fig 29 b. C'est le principe des chenillards qui permettent de déplacer les informations dans les afficheurs.

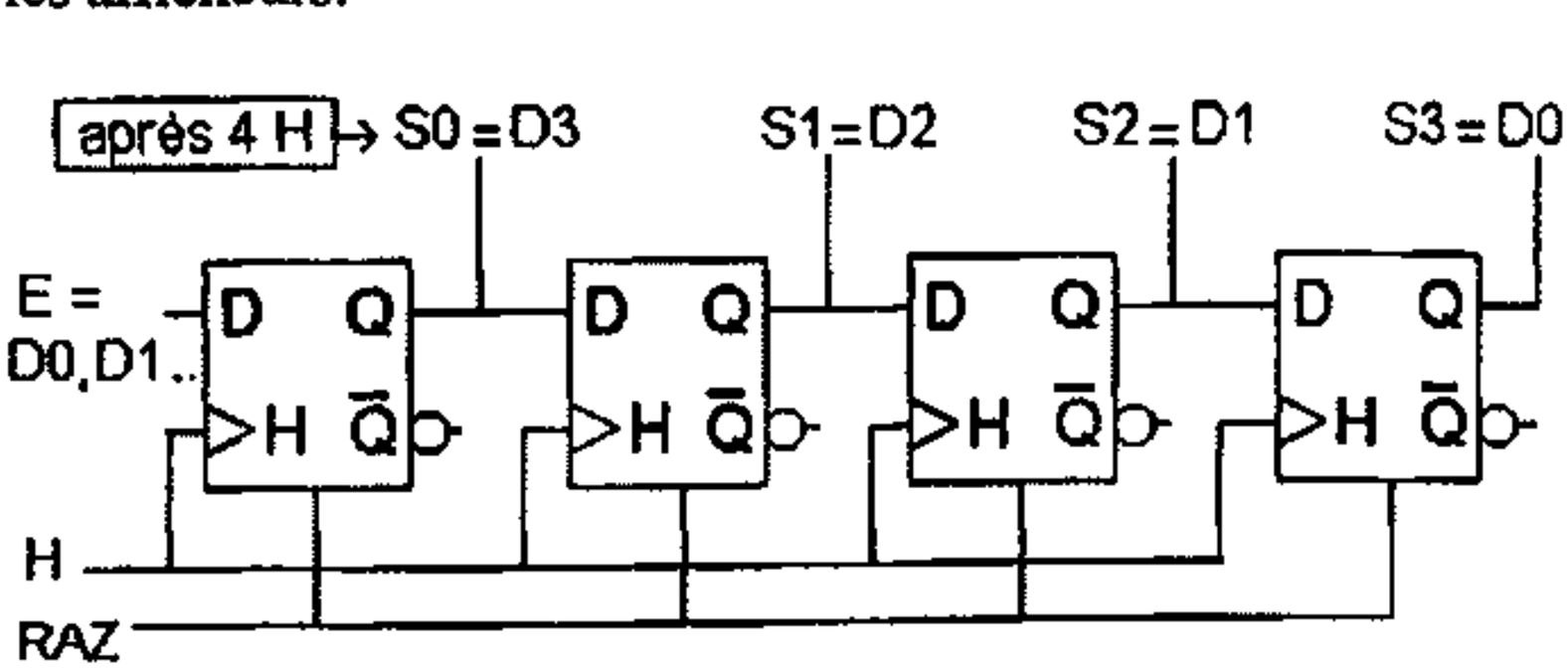


fig.29 a

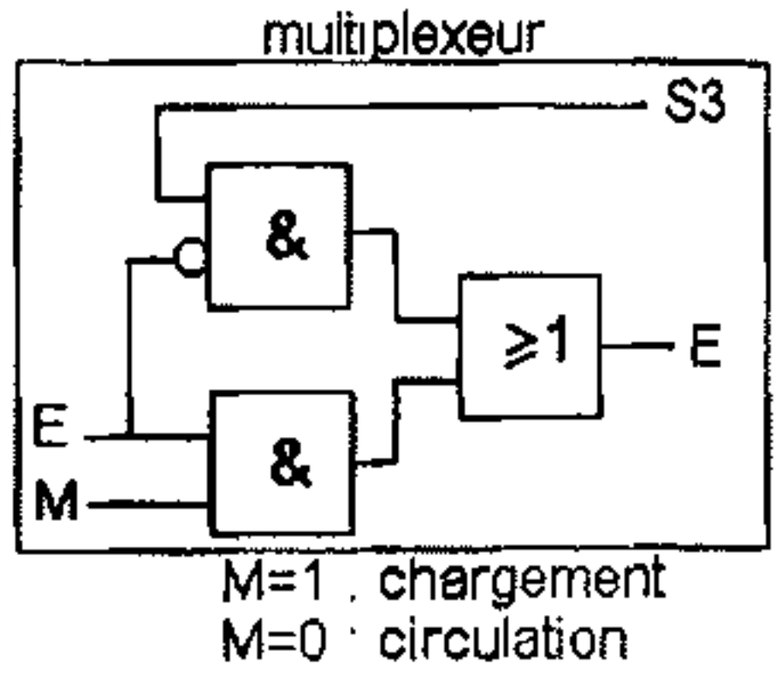


fig.29 b

Applications des registres à décalage :

- un décalage de bit à gauche ou à droite revient à multiplier ou à diviser un nombre binaire par 2.
- les données entrées sous forme série sur la première bascule se retrouvent sous forme parallèle sur les sorties.

Il existe des registres à décalage intégrés dits « universels »(par exemple 74LS194) qui permettent de décaler à gauche ou à droite et de réaliser la conversion série-parallèle selon l'état de 2 entrées de commande (voir Annexe 2).

4.2.4 - Bascule JK

Elle est constituée d'une structure maître-esclave comme la bascule D mais possède 2 entrées J et K. Sa table de fonctionnement est la suivante :

H	J	K	Q_{n+1}	$\overline{Q_{n+1}}$
↑	0	0	Q_n	$\overline{Q_n}$
↑	0	1	0	1
↑	1	0	1	0
↑	1	1	$\overline{Q_n}$	Q_n

Pour J = K = 0, la sortie conserve son état antérieur : mode mémoire.
Pour $J = \overline{K}$ (JK = 01 ou 10), le fonctionnement est celui d'une bascule D. On peut ainsi s'en servir pour construire des registres à décalage.

Pour J = K = 1 , la sortie change d'état à chaque front montant de l'horloge (dans le cas du circuit 74LS76, c'est le front descendant). Ce fonctionnement est aussi celui d'une bascule D où l'on fait D = $\overline{Q}$ (appelée aussi bascule T).
Ce dernier fonctionnement est à la base des compteurs.

4.2.5 - Compteur binaire

Réaliser le montage de la fig.30 en utilisant 4 bascules JK où l'on a mis J = K = 1. On utilisera 2 circuits 74LS76 (chacun comprend 2 bascules JK actives sur front descendant et possède 2 entrées de mise à 0 et à 1 actives au niveau 0 (représentées par $\overline{CLR}$ et $\overline{PRE}$). Les 4 sorties Q sont visualisées sur des LED.
La sortie Q de la première bascule sert d'horloge pour la deuxième etc...

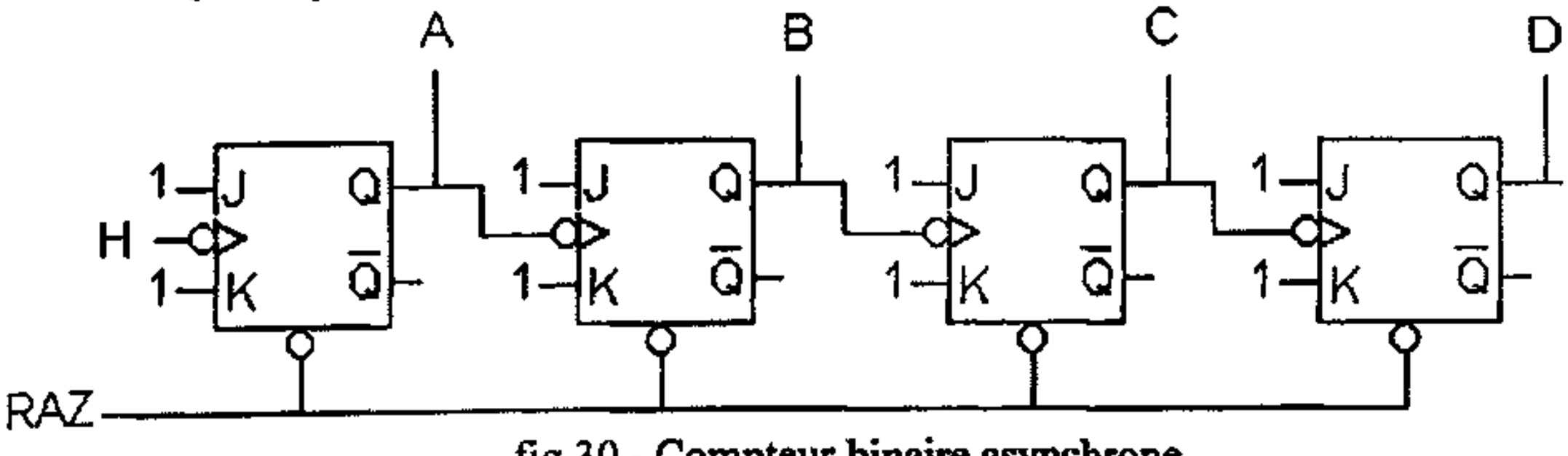


fig.30 - Compteur binaire asynchrone

Considérons une série de n tops d'horloge et examinons les états de sortie des 4 bascules (fig.31). Chacune change d'état à chaque front descendant de celle qui la précède. Si l'on examine la situation au bout de 5 impulsions (par exemple), on voit que les bascules 4,3,2 et 1 sont dans les états respectivement 0,1,0,1 ce qui est l'écriture binaire (en 4 bits) du nombre 5 (décimal).

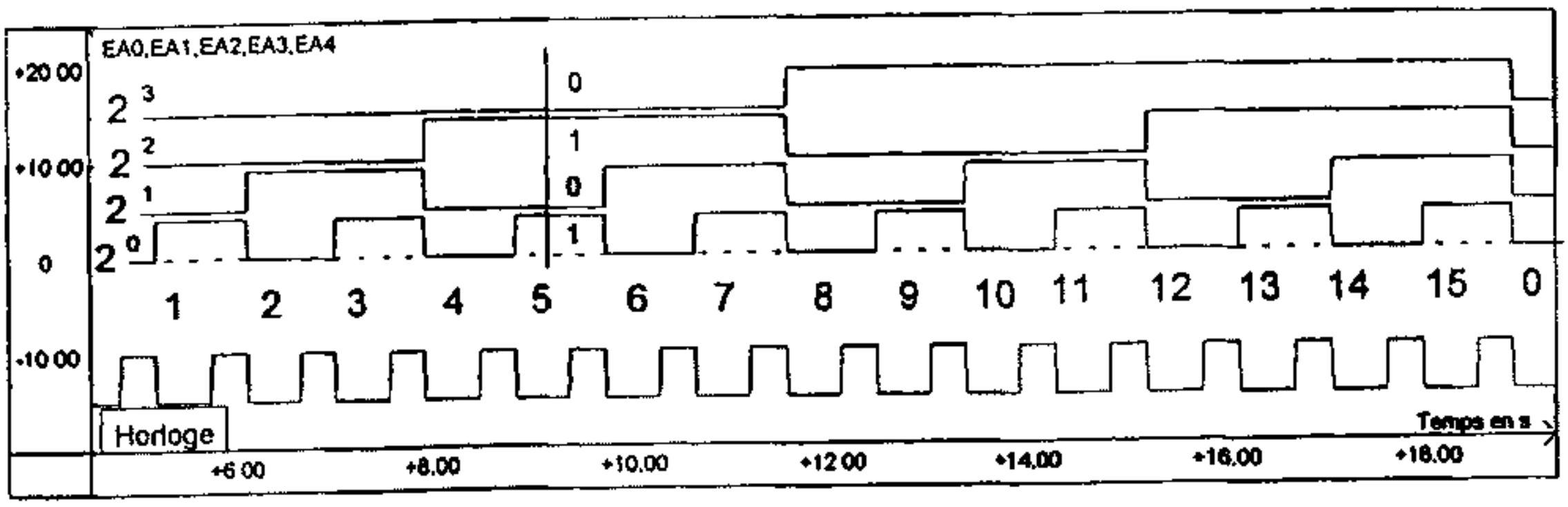


fig.31 - Enregistrement des sorties du compteur

Ce compteur est de type asynchrone et les différentes bascules ne changent pas d'état en même temps puisqu'elles sont en série et qu'il intervient des retards introduits par chaque porte. Il peut apparaître alors des états fugitifs indésirables..
On préfère le compteur de type synchrone dans lequel les bascules changent d'état en même temps sur un front d'horloge. La fig.32 donne le schéma d'un compteur 3 bits (comptage de 0 à 8). Les entrées J et K de la bascule 0 sont toujours à 1 ; celles de la bascule 1 le sont une impulsion sur 2, celle de la bascule 2 une fois sur 4 et le comportement de la bascule change en conséquence. Analyser pas à pas pour vérifier le fonctionnement.

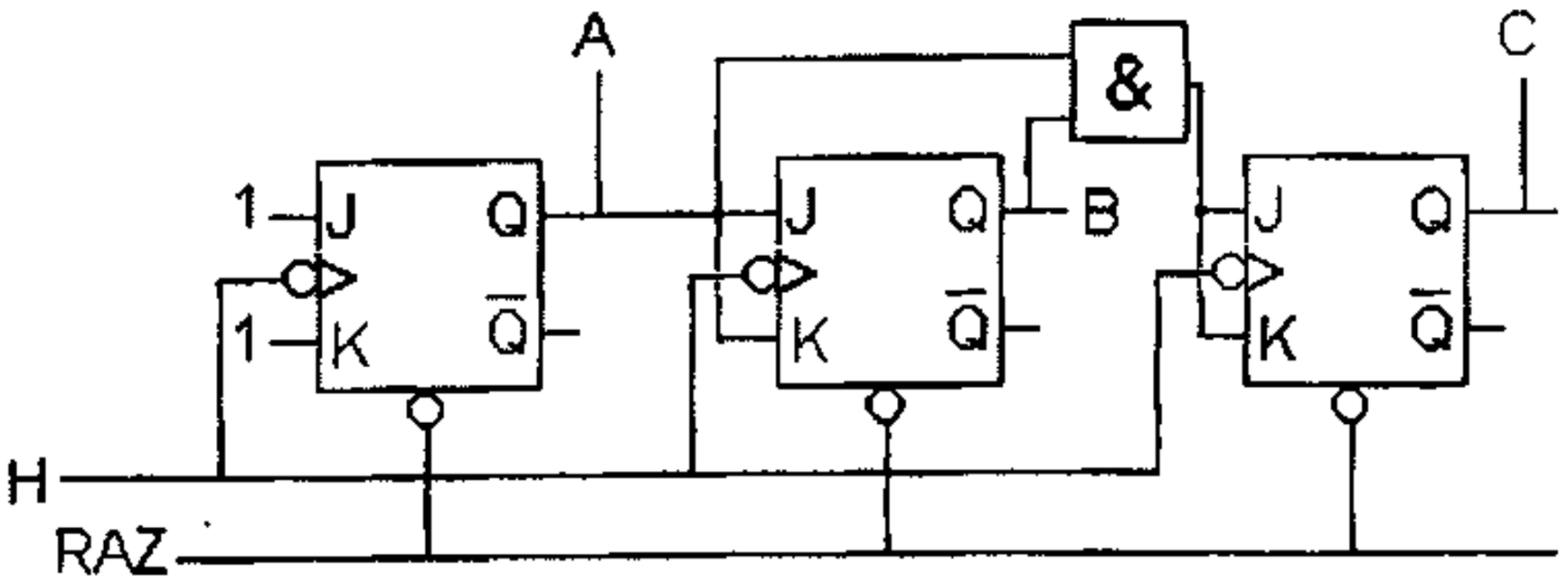


fig.32 - Compteur synchrone

Dans la pratique, on utilise des compteurs intégrés. Le circuit 74LS90 est un compteur décimal sur 4 bits. Des portes logiques intégrées permettent de plus de réaliser des comptages modulo N (c'est-à-dire que le compteur repasse à 0 sur la Nième impulsion) en réalisant des liaisons externes (un exemple en compteur modulo 8 sera donné au chap XI.6.1 fig.22).

Application.

On peut réaliser un compteur avec affichage décimal en clair (sur un afficheur 7 segments) en associant un compteur (74LS90 , un décodeur (74LS47 ou 48) et un afficheur.(anode ou cathode commune)(fig.33 a - le signal D peut servir d'horloge sur un autre compteur pour faire 2 décades).

On dispose aussi de circuits compteur-décodeur BCD qui simplifient le cablage (par exemple CMOS 4033 pour afficheur à cathode commune)(fig.33 b).

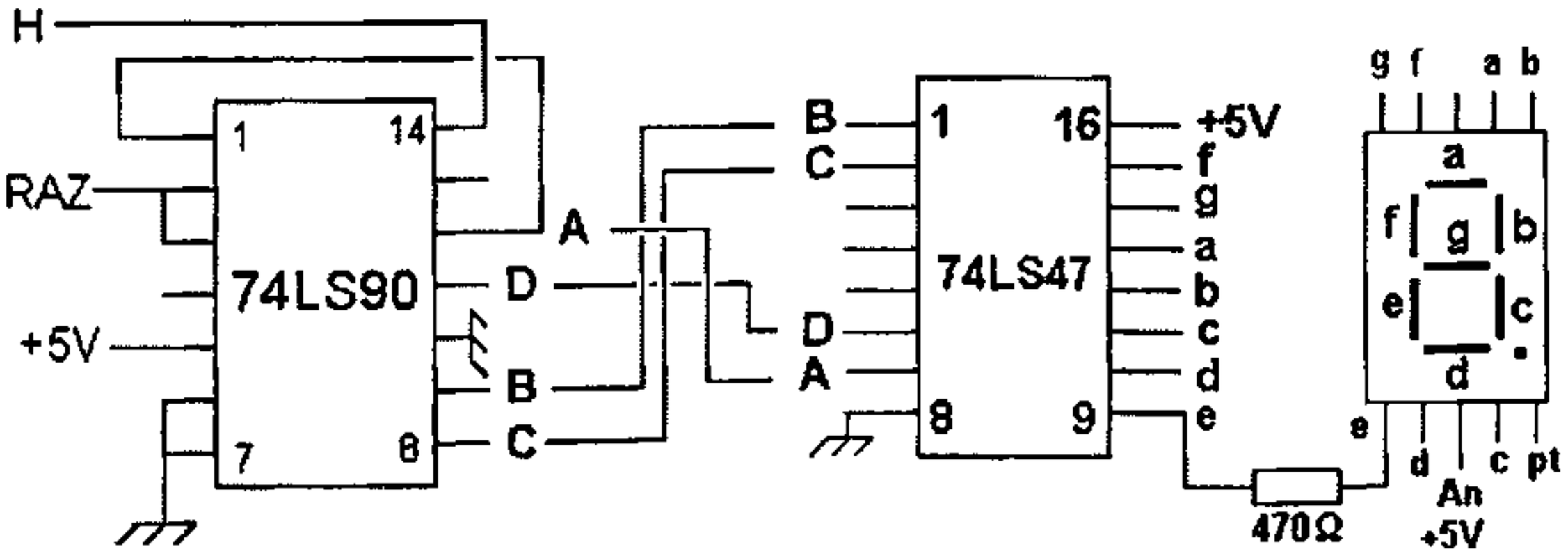


fig.33 a - Compteur et circuit de commande de l'afficheur

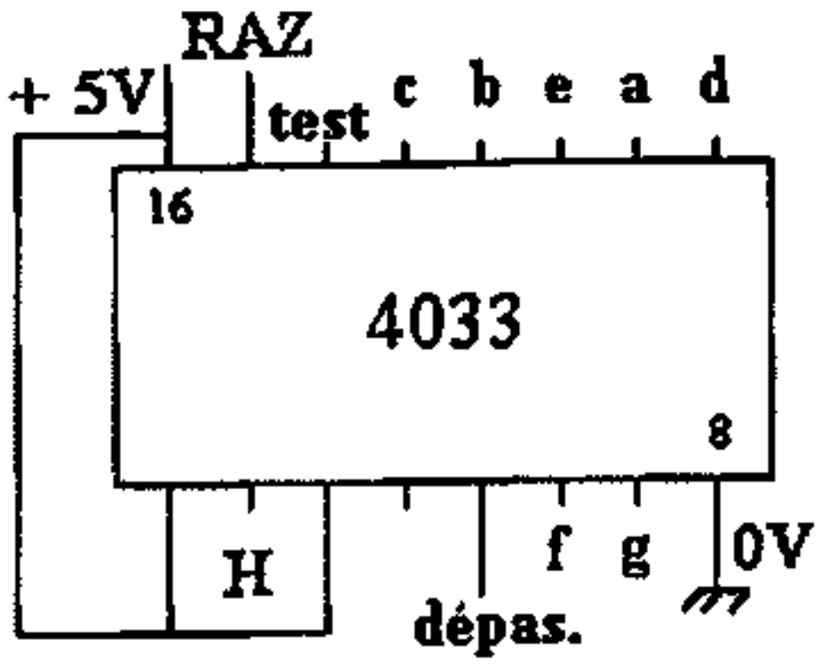
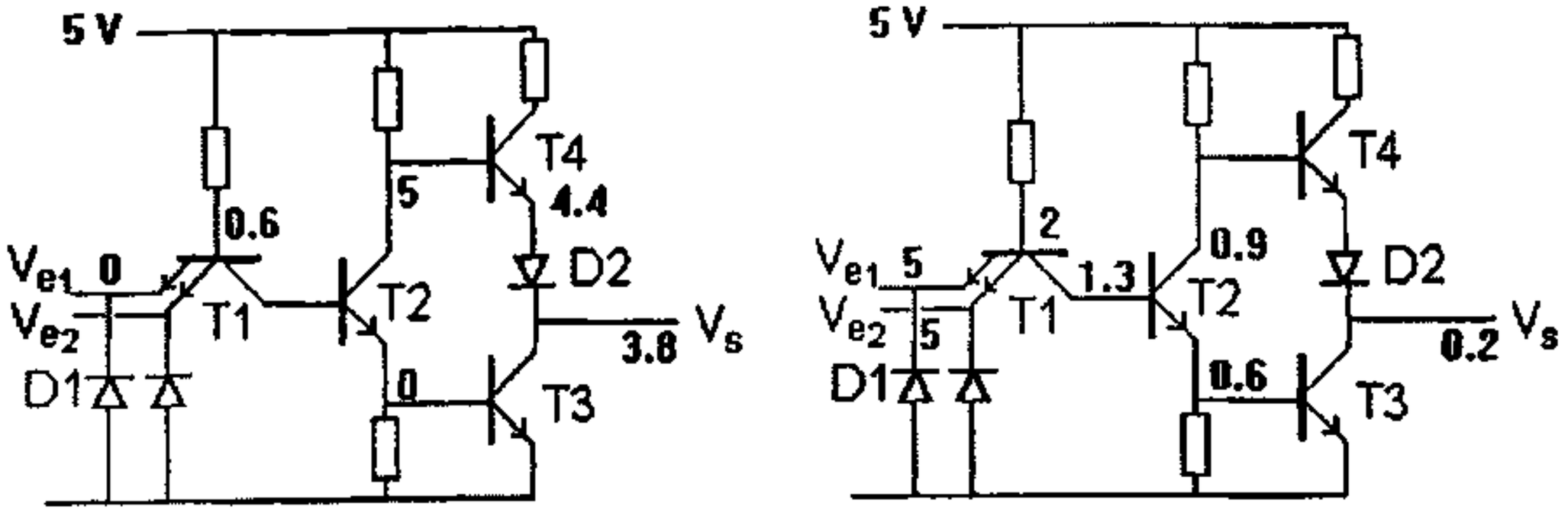


fig.33 b - Compteur - décodeur 4033 pour afficheur à cathode commune

ANNEXE 1 - Structure interne des circuits logiques

1 - TTL Sortie « totem pole »

Prenons l'exemple d'une porte NAND (7400)
fig.A1



T1 est un transistor multi-émetteurs (ici à 2 entrées)
Si l'une, au moins, des entrées, est à bas niveau (0 ou inférieur à V_b), ce transistor est passant (et même saturé loin du basculement) à condition que la résistance R_c du générateur d'entrée soit faible et permette de recevoir le courant émis par T1. La tension V_{CE} de ce transistor est faible si bien que le transistor T2 est bloqué. La base de T3 est à potentiel nul donc T3 est bloqué. En revanche T4 est passant et $V_{BE4} = 0,6$ V. La présence de la diode D2 entraîne une chute supplémentaire de 0,6 V et $V_S = 5 - (0,6 \times 2) = 3,8$ V

Si les 2 entrées sont au potentiel haut, la jonction BE de T1 est bloquée. En revanche, la jonction BC de T1 est passante ce qui rend passant (et même saturé) T2 et T3 : le potentiel de la sortie est voisin de 0 ($\approx 0,2$ V). Le potentiel de la base de T1 est voisine de 2V (3 fois la tension des jonctions pn de $T1_{BC}$, T2 et T3). Le potentiel de la base de T4 est de l'ordre de 0,9 V. La présence de la diode D2 rend T4 bloqué ($V_{BE4} \approx 0,9-0,6-0,2 < 0,6$ V).
La présence de ces transistors T3 et T4 en opposition de conduction est appelée sortie totem pôle.
Dans la série LS, les transistors sont de type Schottky : la présence de diodes d'antisaturation Schottky (métal-semiconducteur) améliore le temps de commutation passant bloqué (et diminue la chute de tension dans T4 et D2).
On comprend ainsi la forme des caractéristiques des portes TTL :

- l'état d'entrée bas injecte un courant dans le circuit qui précède.
- si l'entrée est « en l'air » la jonction BE de T1 est bloquée : cela se comporte comme une entrée à 1 et la sortie est à 0.
- la tension de sortie à l'état haut est de l'ordre de 3,8 V (4,2 V pour un LS).
- La tension de basculement V_b est atteinte quand le potentiel de la base de T1 ($=V_c+0,6$) approche 2V. D'où $V_b \approx 1,3$V (un peu moins pour un LS).

2 - TTL Sortie Collecteur Ouvert

L'étage de sortie ne contient que le transistor T3. Pour que la porte puisse fonctionner, il faut que le collecteur de T3 soit connecté par une résistance extérieure à une source de tension V+ pouvant être différente de la tension d'alimentation (5V) du reste du circuit (fig.A2).

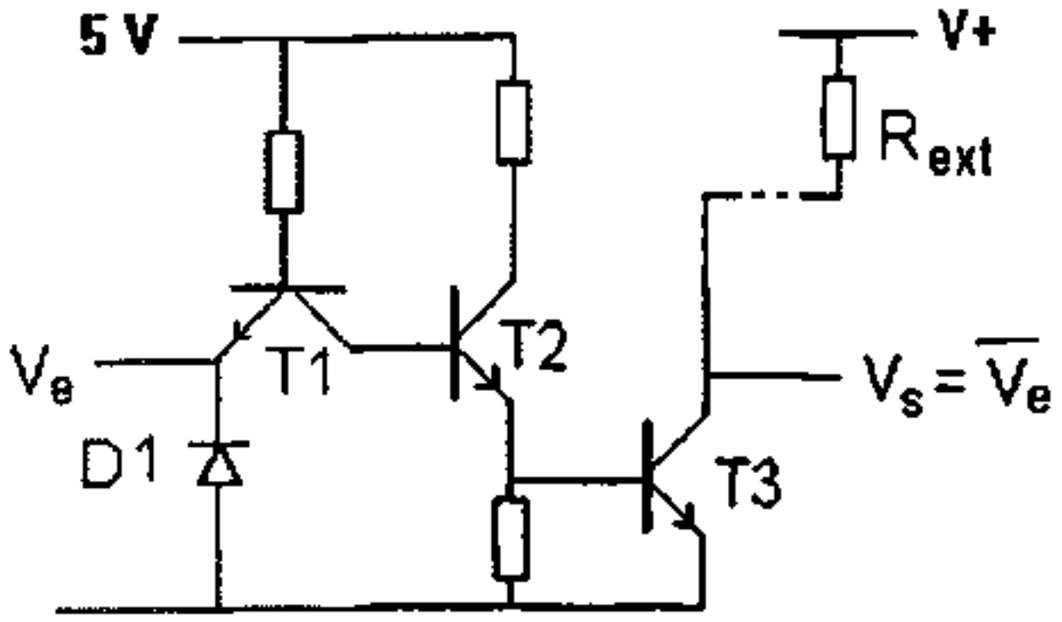


fig.A2
Inverseur Collecteur Ouvert

L'état logique 0 en sortie est assuré par la saturation de T3 (il passe alors un courant dans la résistance extérieure), l'état 1 par son blocage.

3 - Sortie « 3 états »

La logique étudiée précédemment est une logique 2 états HAUT et BAS. Dans certains cas, on utilise une sortie « 3 états » dans laquelle le 3ème état représente une sortie haute impédance : la sortie est déconnectée de la suite du circuit. Cette propriété est intéressante lorsque plusieurs sorties sont reliées entre elles (liaisons par « bus ») alors qu'une seule doit être active (et ne doit pas modifier les états des autres).
Dans la sortie totem pôle, l'un des transistors T3 ou T4 est passant alors que l'autre est bloqué. La sortie « 3 états » est obtenue en rendant ces 2 transistors simultanément bloqués au moyen d'une entrée supplémentaire qui agit sur la base de T4(fig.A3). Par exemple, le circuit 74LS368 est un (quadruple) inverseur amplificateur (buffer ou tampon) : il possède une entrée de contrôle qui isole la sortie.

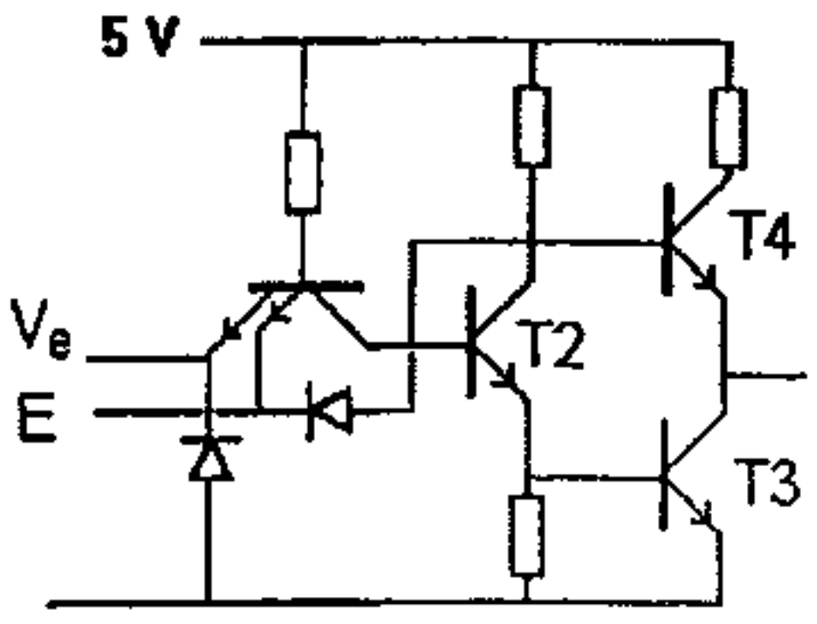
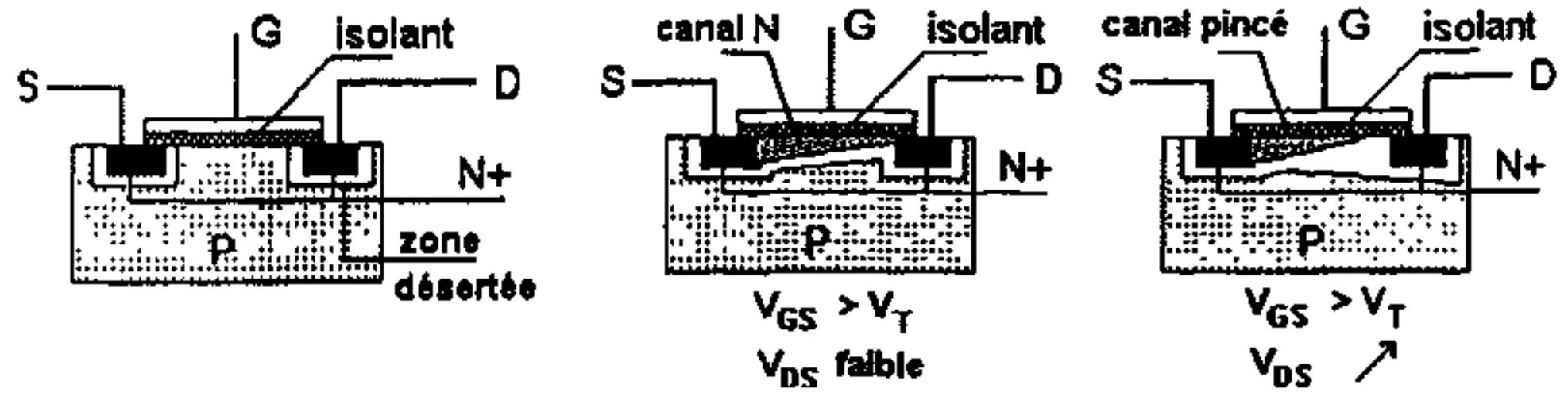


fig.A3
Inverseur sortie 3 états

4 - Circuit CMOS

Quelques mots d'abord sur les transistors à effet de champ de type MOS (métal - oxyde-semiconducteur).
Dans un transistor NMOS à enrichissement, le substrat P (faiblement dopé) est isolé de la grille métallique par une couche isolante très fine (quelques dizaines de nm !) d'oxyde de silicium SiO_2. Le drain et la source correspondent à 2 îlots N+ très rapprochés (une dizaine de µm).

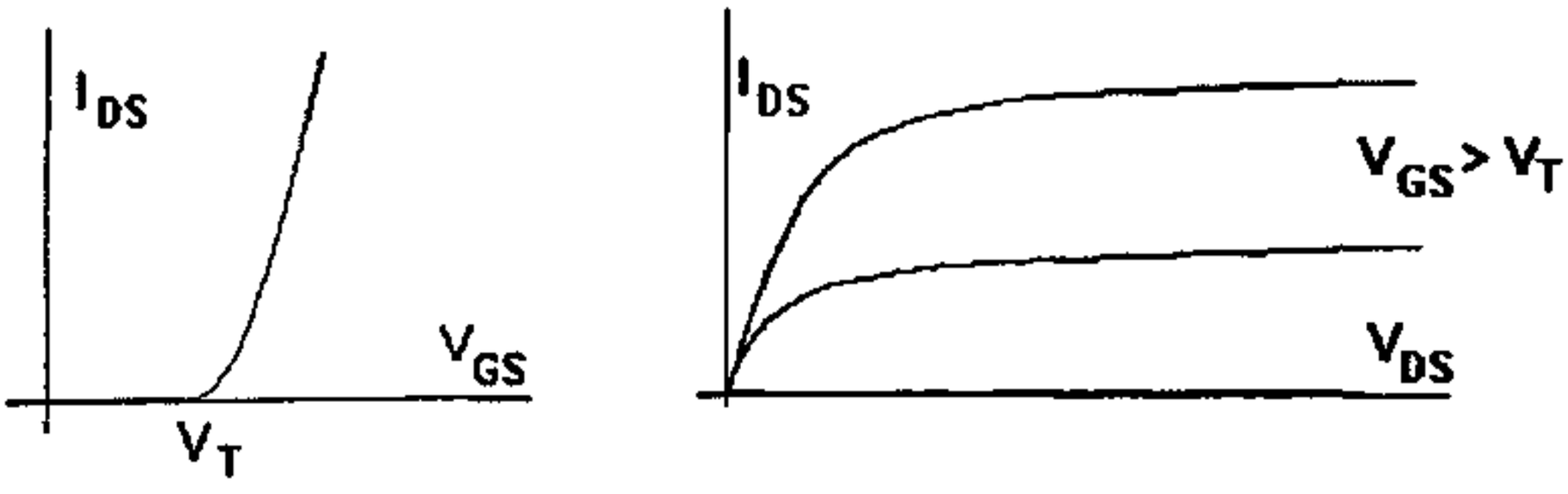
fig.A4



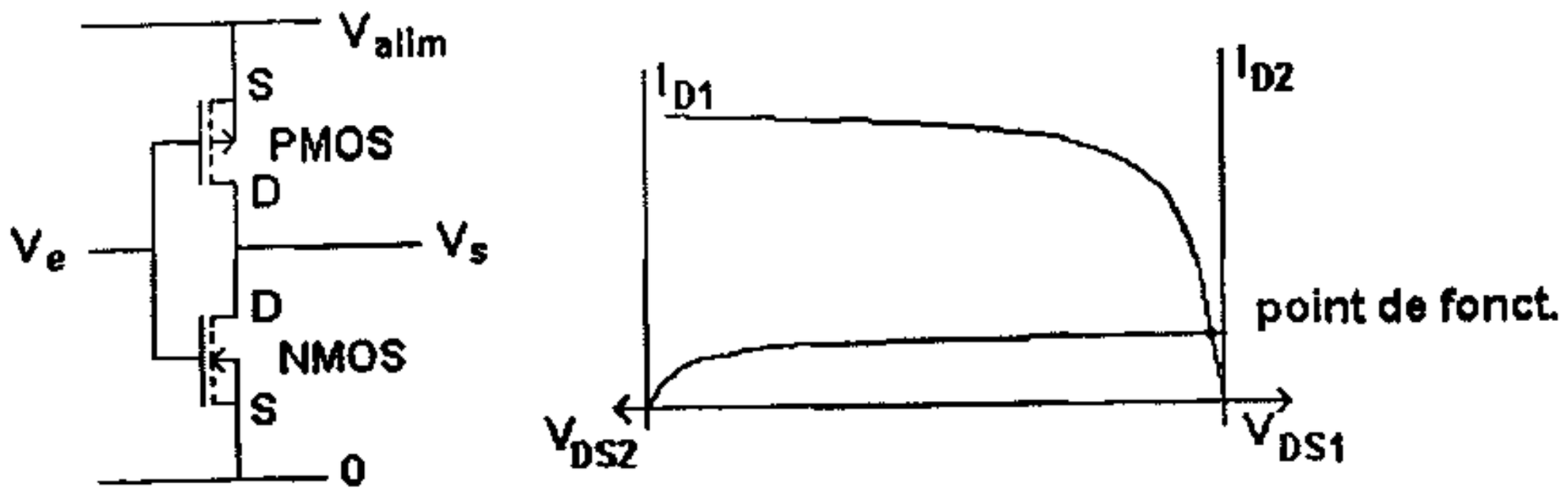
Lorsque la tension V_{GS} est nulle (ou inférieure à une tension de seuil V_T), il n'y a pas de conduction possible entre drain et source (2 diodes tête-bêche).
Lorsque V_{GS} augmente et au-delà d'une tension V_T, l'attraction d'électrons minoritaires de P au voisinage de l'isolant conduit à une inversion des porteurs dans un canal de faible épaisseur qui est alors de type N. La conduction entre drain et source devient possible. Le comportement en fonction de la tension V_{DS} est d'abord celui d'une résistance (régime linéaire), puis, lorsque la tension V_{DS} augmente, le canal N se « pince » (à cause de l'augmentation de la zone neutre autour de D) et le courant I_{DS} atteint une valeur dite de saturation (voir aussi Composants Transistor à effet de champ). Le réseau de caractéristiques du MOSFET est représenté en A5 : il est très analogue à celui du FET à jonctions mais

- la tension V_{GS} de seuil au-dessus de laquelle le transistor peut être passant est positive
- la tension de commande V_{GS} agit par effet capacitif sur un condensateur dont le diélectrique est la mince couche d'isolant. Il en découle une très grande impédance d'entrée et une grande vulnérabilité aux tensions électrostatiques qui peuvent faire « claquer » l'isolant.

fig.A5



Les opérateurs logiques CMOS sont basés sur l'association de transistors à grille isolée MOSFET à enrichissement , NMOS et PMOS (C comme complémentaire). Le schéma essentiel d'un inverseur ainsi que les caractéristiques utiles sont représentés en fig.A6



La caractéristique du transistor T2 PMOS est représentée en tenant compte de ce que $V_{DS1}+V_{DS2} = V_{alim}$. Le point de fonctionnement pour une valeur V_{GS1} donnée est représenté par l'intersection des 2 caractéristiques correspondantes. Lorsque la tension V_{GS1} est faible, le transistor T1 est bloqué ou peu passant. et la tension V_{DS1} est voisine de V_{alim}. Symétriquement, lorsque V_{GS1} est voisin de V_{alim}, c'est T2 qui est bloqué (ou presque) et V_{DS1} est voisin de 0. Le maximum de conduction se produit lorsque $V_{GS1}=-V_{GS2} = V_{alim}/2$. C'est aussi la valeur pour laquelle la variation dV_{DS}/dV_{GS} est maximale (d'où une tension de basculement des CMOS voisine de $V_{alim}/2$).
Les circuits réels comprennent de plus des diodes de protection aux entrées pour limiter les effets des tensions électrostatiques. Les séries HC et HCT sont caractérisées par une diminution des dimensions (canal de 3µm) diminuant les capacités parasites et améliorant la vitesse. Cet effet est encore plus marqué dans des séries plus récentes (FACT).

Toutes ces technologies se développent afin d'améliorer

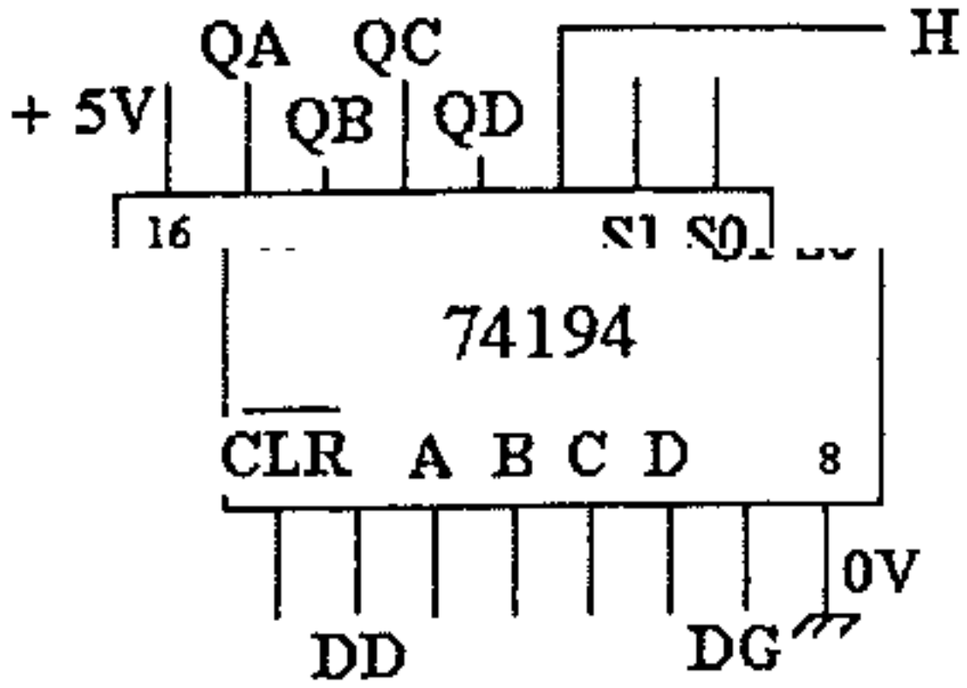
- la rapidité
- la consommation
- la densité d'intégration (VLSI very large scale integration)
- la « versatilité » des circuits (logique programmable ; circuits spécifiques ASIC)

ANNEXE 2 - Utilisation d'un registre à décalage universel

On décrit ici l'utilisation du circuit 74194 (LS ou HC). Ce registre à décalage à 4 bits possède deux entrées de contrôle S0 et S1 qui permettent de sélectionner le mode de fonctionnement :

- entrée parallèle → sortie parallèle (S1 = S0 = 1) : au top d'horloge, les valeurs présentes aux entrées A, B, C, D sont transférées en QA, QB, QC, QD
- entrée série → sortie parallèle avec décalage à droite (S1=0 , S0 = 1) : au 1er top d'horloge, la valeur présente à l'entrée D (d1) passe en QA, tandis que les valeurs précédentes des sorties sont décalées à droite. Après 4 tops d'horloge, la sortie a pris la valeur QA,QB,QC,QD = d4,d3,d2,d1.
- entrée série → sortie parallèle avec décalage à gauche (S1=1, S0 = 0). L'entrée active est maintenant l'entrée G. Après 4 tops d'horloge, la sortie a pris la valeur g1,g2,g3,g4.
- dans le fonctionnement précédent, on trouve en QA, successivement, à chaque top, les valeurs initiales présentes en QA, QB, QC et QD : entrée parallèle → sortie série.

Le brochage du 74194 et les différents modes de fonctionnement sont résumés dans la fig.A7 et les tableaux suivants :



1 - Remise à 0 et transfert parallèle - parallèle

CLR	H	S1	S0	A	B	C	D	QA	QB	QC	QD
0	x	x	x	x	x	x	x	0	0	0	0
1	↑	1	1	a	b	c	d	a	b	c	d

2 - Chargement puis décalage à droite : entrée série (en DD)→ sortie parallèle

CLR	H	S1	S0	DD	A	B	C	D	QA	QB	QC	QD
1	↑	1	1	x	a	b	c	d	a	b	c	d
1	↑	0	1	d1	x	x	x	x	d1	a	b	c
1	↑	0	1	d2	x	x	x	x	d2	d1	a	b
1	↑	0	1	d3	x	x	x	x	d3	d2	d1	a
1	↑	0	1	d4	x	x	x	x	d4	d3	d2	d1

3 - Chargement puis décalage à gauche : entrée série (en DG) → sortie parallèle
entrée parallèle (en ABCD) → sortie série en QA

CLR	H	S1	S0	DG	A	B	C	D	QA	QB	QC	QD
1	↑	1	1	x	a	b	c	d	a	b	c	d
1	↑	1	0	g1	x	x	x	x	b	c	d	g1
1	↑	1	0	g2	x	x	x	x	c	d	g1	g2
1	↑	1	0	g3	x	x	x	x	d	g1	g2	g3
1	↑	1	0	g4	x	x	x	x	g1	g2	g3	g4

REFERENCES

1 - M. Girard ; Composants actifs discrets 2 ; Edisciences Int 1990
2a - M. Gindre, D. Roux ; Logique combinatoire ; McGraw Hill 1987
2b - M. Gindre, D. Roux ; Logique séquentielle ; McGraw Hill 1987
3 - L. Bacza, D. Bohn ; Initiation à l'électronique numérique ; Ed. SAEP 1992
4 - G. Pinson, J.P. Bessueille ; Modules d'essais Log-Elec ; Ed. Tabelec 1987
5 - J.M. Rolando ; BUP 690 (1987) 1
6 - M. Henry ; BUP 693 (1987) 437
7 - E.J. Pasahow ; Electronique numérique pratique ; McGraw Hill 1983
7 - TTL Data book Texas Instruments

CHAPITRE XI

MULTIMETRES ET CONVERTISSEURS

Le multimètre numérique est un appareil qui mesure des tensions, des intensités (continues ou alternatives), des impédances (résistances, capacités), le résultat de la mesure apparaissant sous forme de chiffres lumineux avec éventuellement une indication de polarité et d'unité.
En réalité, toutes ces mesures se ramènent à celle d'une tension continue[1] et le problème est donc de transformer une information analogique en un nombre : c'est le rôle du convertisseur analogique numérique (CAN - ADC en anglais -).

Cette conversion est en fait beaucoup plus générale. C'est celle qu'on retrouve dans tous les systèmes d'acquisition de données, que ce soit sur un oscillo numérique, un ordinateur et dans la plupart des chaînes de mesure et de régulation utilisées dans les activités industrielles.
En effet, l'information de base sur les phénomènes physiques est fournie par des **capteurs** qui délivrent des tensions pouvant varier de manière continue dans un certain intervalle (informations analogiques). Il faut pouvoir associer à ces valeurs un nombre pour que les différentes techniques de manipulation de données logiques (vues dans le chapitre précédent) puissent s'appliquer.
De même, après traitement numérique, les informations sont fréquemment destinées à agir sur des **actionneurs** (moteurs, pompe, électrovanne etc.) qui sont commandés par des grandeurs (tensions) analogiques. C'est le rôle du convertisseur numérique - analogique (CNA - DAC-).

Il existe différents types de CAN selon la rapidité de conversion et selon la précision exigée.

Dans un multimètre, c'est la précision qui est naturellement la plus importante et la conversion analogique - numérique s'effectue par une première conversion purement analogique tension - temps ou tension - fréquence, la conversion numérique s'appliquant alors à cette grandeur intermédiaire temps ou fréquence.
En effet, mesurer un temps, c'est **compter** le nombre de signaux d'horloge pendant la durée considérée. De même, mesurer une fréquence, c'est compter le nombre de périodes de ce signal pendant une durée fixée.
La première partie de ce chapitre traitera des principes retenus dans les multimètres pour la mesure de base d'une tension continue. Ensuite, seront exposées les transformations des différentes grandeurs en forme (alternative, variable) et en nature (courants, impédances) pour se ramener à une tension continue.
Ensuite, seront présentés les autres types de CAN et de CNA.
Une comparaison des propriétés de quelques multimètres commerciaux sera présentée en annexe.

---

[1] Dans un multimètre analogique à aiguille, la mesure se ramène toujours à celle de l'intensité d'un courant qui parcourt un cadre mobile et c'est l'action d'un champ magnétique sur ce cadre qui entraîne sa rotation.

1 - Convertisseur tension - temps simple rampe

Principe : on réalise une rampe c'est-à-dire une tension $V_R(t)$ uniformément croissante au cours du temps et on compare la tension à mesurer V_e à V_R. On mesure le temps que met V_R pour passer de 0 à V_e. Connaissant la pente de la rampe, on en déduit V_e : par exemple si la rampe augmente de 1 V/s et qu'on mesure un temps de 6 s, $V_e = 6$ V.
Nous présenterons deux réalisations :

- la première utilise des AO, des interrupteurs et un chronomètre numérique commercial
- la deuxième utilise les sorties analogiques d'une carte d'acquisition, des comparateurs (type LM339) des circuits logiques et un compteur.
- en 6.3, sera présenté un convertisseur simple rampe utilisant une rampe fournie par un compteur et un CNA.

1.1- Première réalisation

1.1.1 - Rampe linéaire

On utilise un montage intégrateur à A.O.(fig.1)

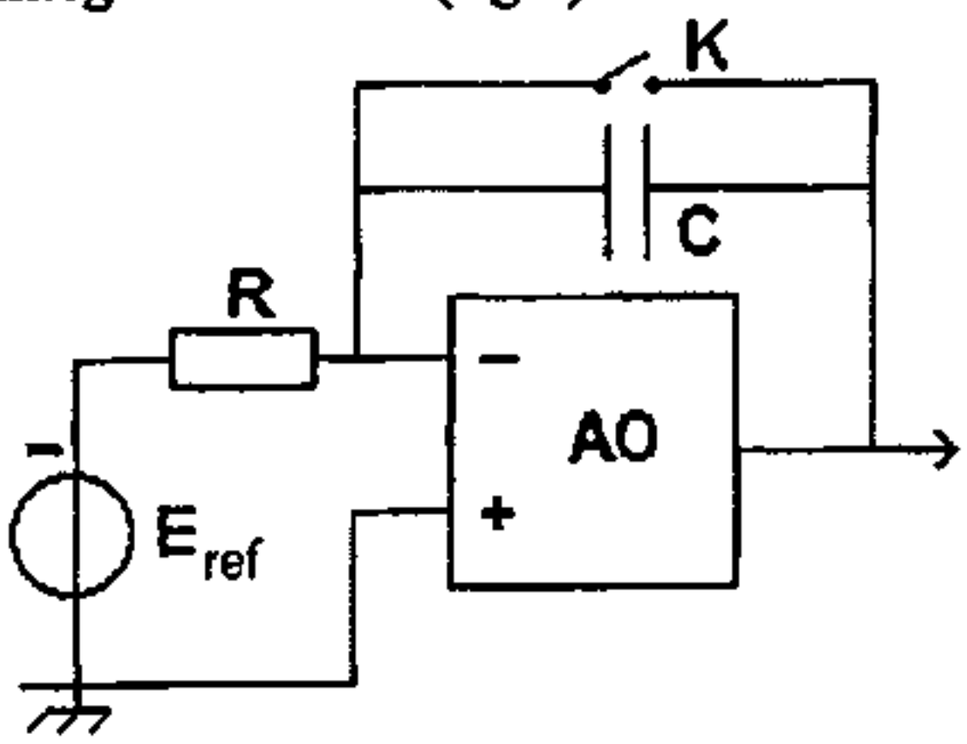


fig.1

Si, initialement, le condensateur est déchargé, on a $V_R(t) = -E_{ref}\, t/RC$. Lorsque V_R atteint la tension de saturation, on décharge le condensateur au moyen d'un interrupteur et on peut répéter la charge (fig.2). On prendra une tension de référence négative afin d'avoir une rampe croissante : par exemple $E_{ref} = -5$ V ; RC = 5 s (R =5 MΩ, C = 1 µF) ; la pente est de 1 V/s.

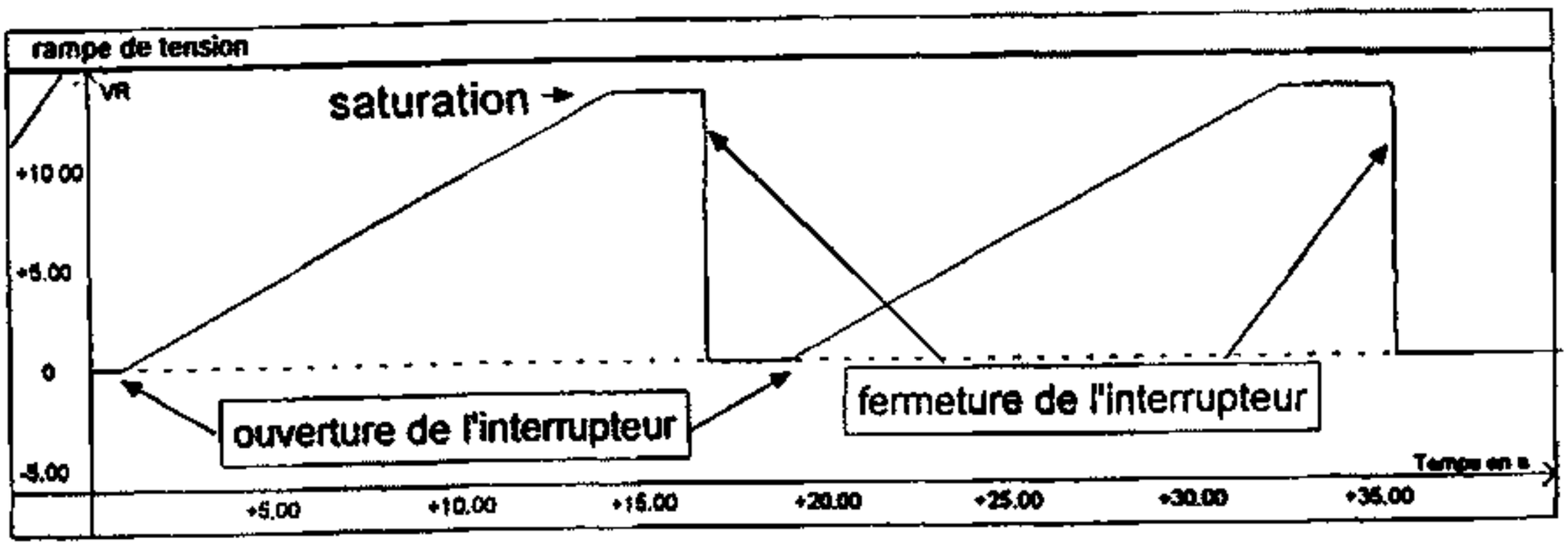


fig.2

On utilisera ici un interrupteur mécanique manuel ou commandé (relais). Dans la réalité, c'est un interrupteur électronique (par exemple un FET ou un circuit intégré de type 4066).

1.1.2 - Comparateur

Un comparateur simple à AO ou un circuit LM339 conviennent pour comparer la tension fixe V_e à mesurer et la tension de la rampe $V_R(t)$. Il suffit alors de mesurer l'intervalle de temps $T = t_2 - t_1$ entre le début de la rampe (c-à-d l'ouverture de l'interrupteur) et le basculement du comparateur (fig.3).

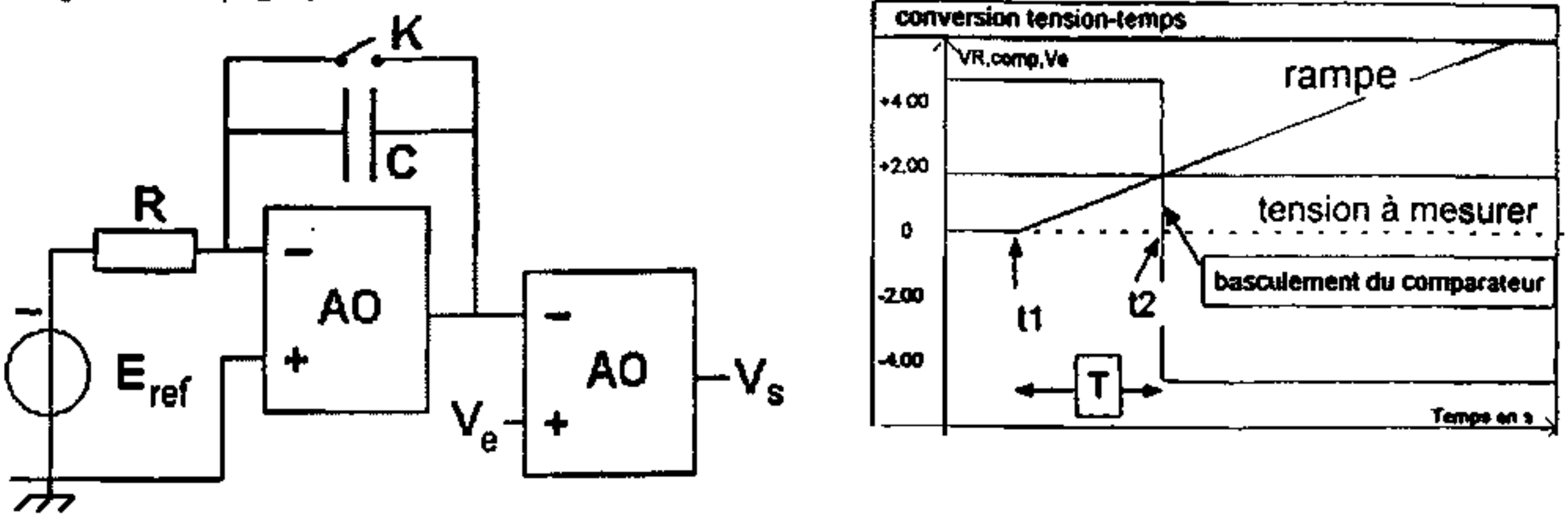


fig.3

1.1.3 - Mesure de temps

Pour simplifier la réalisation de la mesure de temps, on peut se servir d'un chronomètre numérique à déclenchement électronique. C'est un compteur qui compte le nombre de tops d'une horloge interne entre deux signaux : le signal début (start) et le signal fin (stop). Sur les chronomètres numériques commerciaux, ces signaux sont souvent la détection de l'ouverture ou de la fermeture d'interrupteurs mécaniques (c'est le cas sur les chronos de marque Jeulin et Relain que nous avons testés). Ici, on pourra prendre :

- comme signal start, l'ouverture d'un interrupteur simultané avec celui qui permet le démarrage de la rampe. Par exemple, on peut prendre un interrupteur double AOIP ou un relais commandant simultanément 2 contacts indépendants (relais « 2T »).
- comme signal stop, l'ouverture du contact mécanique d'un relais (relais miniature Reed par exemple) ou l'ouverture d'un interrupteur électronique (circuit intégré type 4066) commandé par la sortie du comparateur. Si celui-ci commute de +15 à – 15 V (AO), on place une diode comme indiqué sur la fig.4.

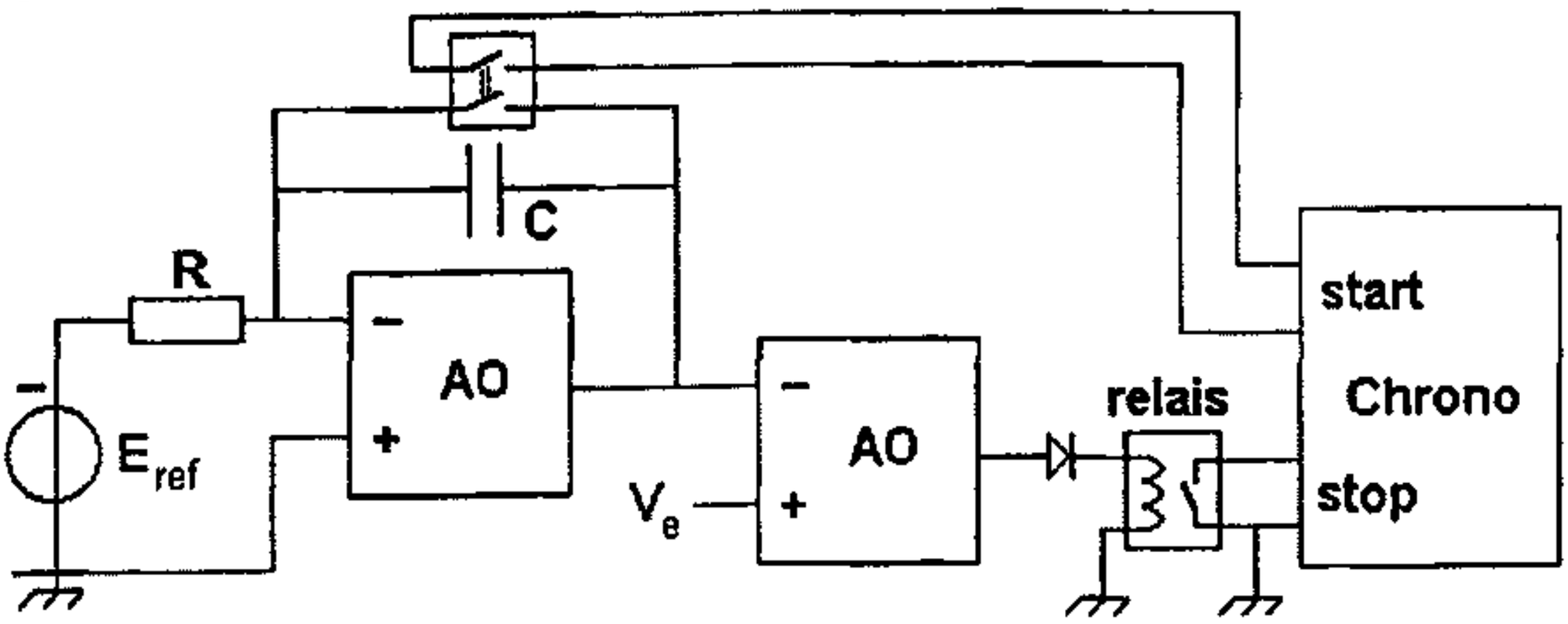


fig.4

Vérifier que le chronomètre démarre bien sur le signal start et s'arrête sur le basculement du comparateur. Vérifier que le temps affiché est proportionnel à la tension à mesurer. Pour simplifier cette vérification, prendre une rampe de pente 1 V/s : le temps affiché en secondes est égal à la tension en volts.

D'autres chronomètres nécessitent comme signaux start et stop des fronts montants ou descendants (Chronos de Electrome par exemple) : il suffit de mettre en série avec les interrupteurs précédents un générateur de tension de 5V.
Si l'on ne désire pas se servir d'un chronomètre commercial, il n'est pas très difficile d'en construire un à partir du compteur décrit dans le chap.X en 4.2.5. Un signal d'horloge de 10 Hz (100 Hz) fourni par la sortie TTL d'un BF est appliqué à l'entrée du compteur à 2 décades (3 décades) en passant par deux interrupteurs, l'un fermé par le signal start, l'autre ouvert par le signal stop. On effectue une remise à zéro manuelle du compteur entre chaque mesure.

1.2 - Deuxième réalisation

Réaliser le montage de la fig.5a ou 5b

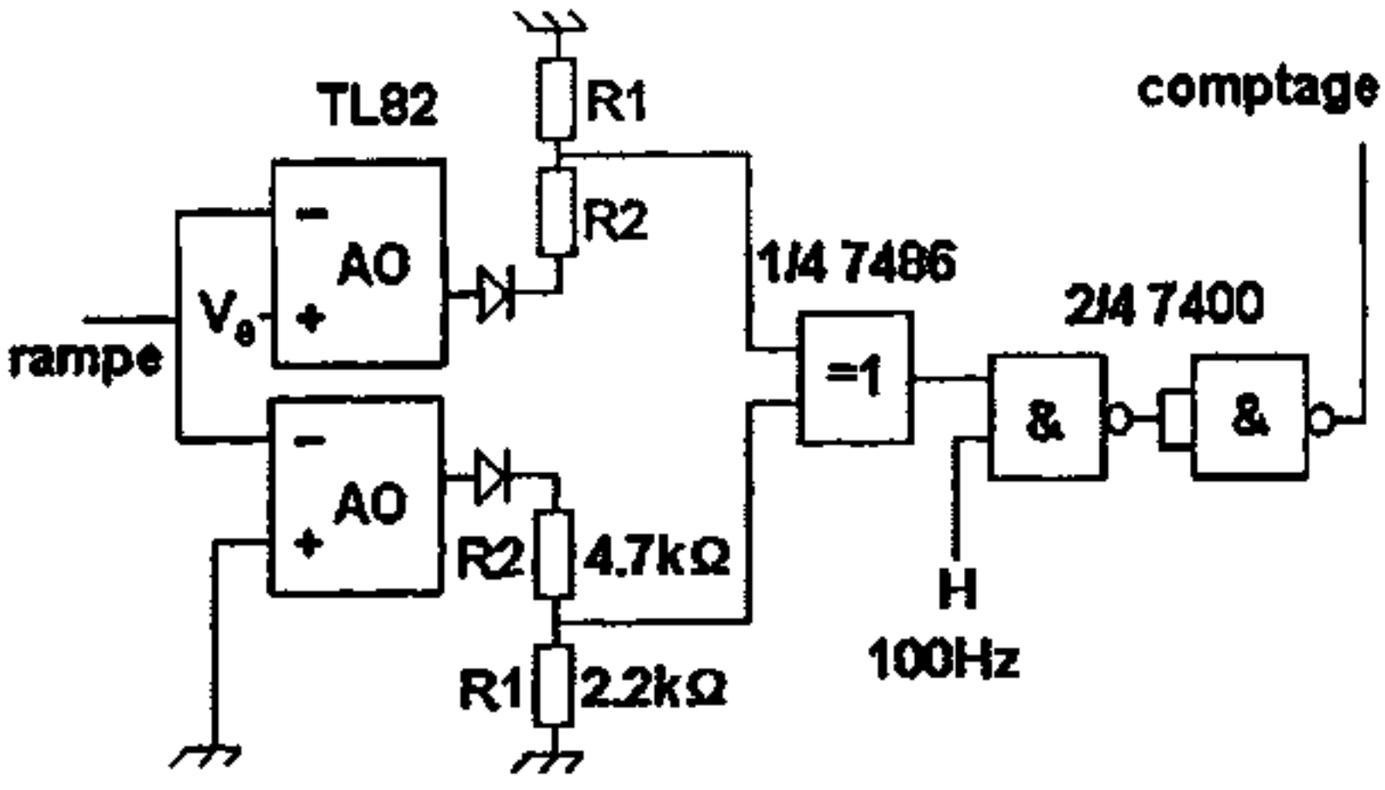


fig.5a

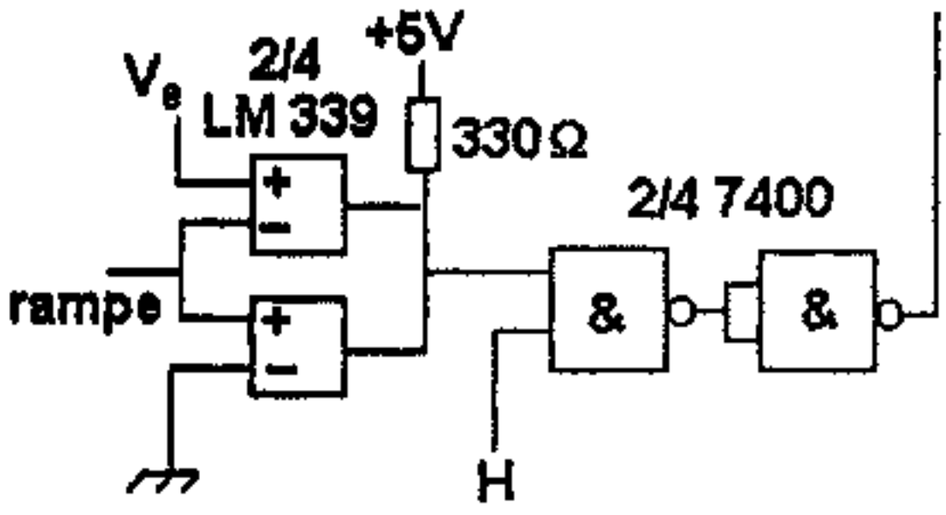
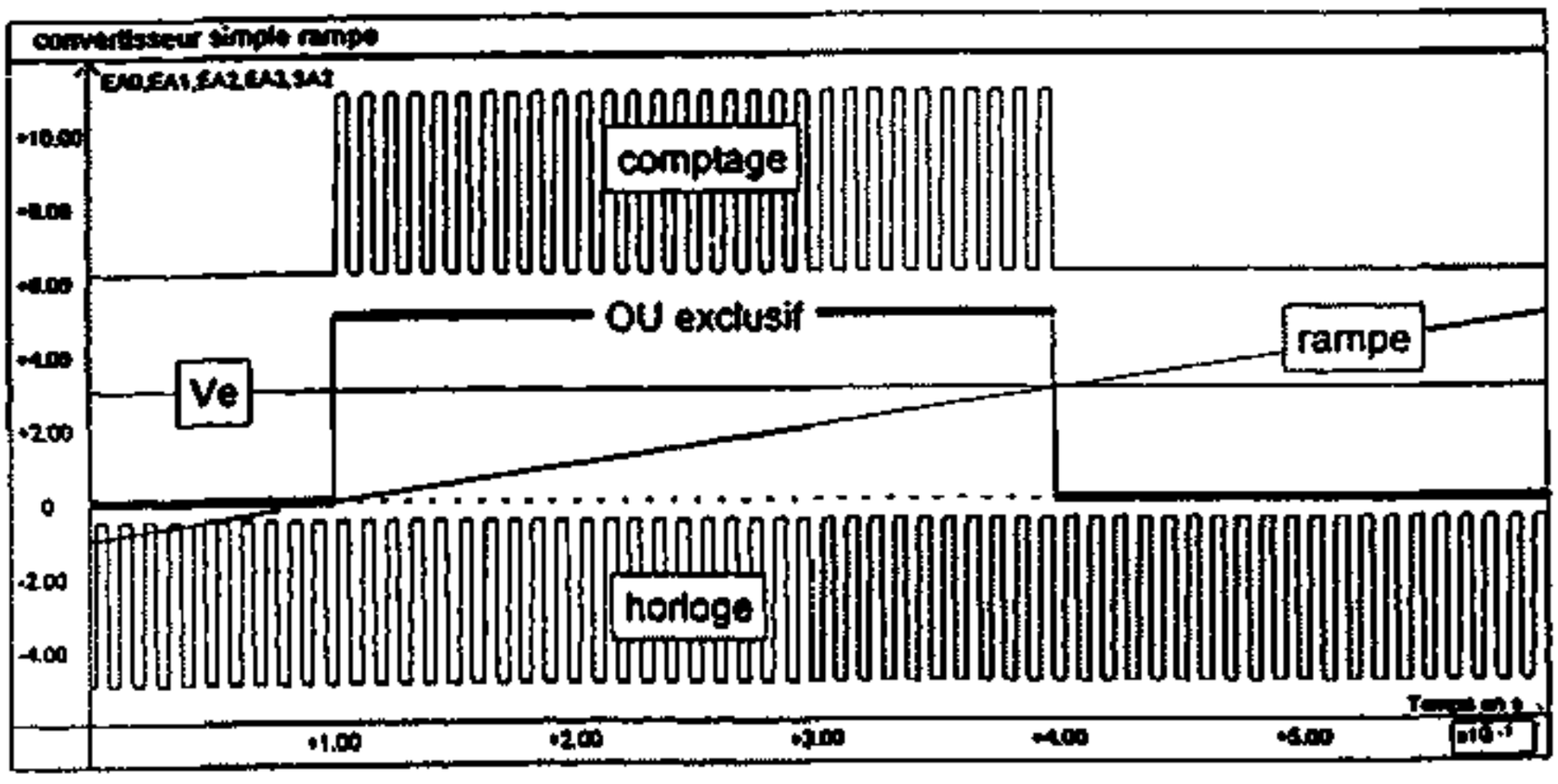


fig.5b

Le générateur de rampe peut être un générateur BF en signal triangulaire mais il peut avantageusement être remplacé par la sortie analogique d'une carte d'acquisition (avec Synchronie, il est facile de programmer cette sortie) qui permet de délivrer une seule rampe croissante entre -1 et +5 V (on mesurera des tensions V_e comprises entre 0 et 5 V).
Les comparateurs sont fournis par des AO[2] ou un LM339 (alimenté en ±12 V mais collecteurs portés à +5V) monté en comparateur « à fenêtre » (cf. Chap.IV § 6.2.3). La sortie du OU exclusif ou celle du comparateur sera à 1 lorsque la rampe sera comprise entre 0 et V_e. Le compteur ne comptera les tops de l'horloge (donnés par la sortie TTL d'un BF) que pendant le temps correspondant. Visualiser d'abord à l'oscillo ou à l'ordinateur les signaux aux différents points (fig.6). Dans la feuille de calcul de Synchronie, la fonction SEUIL permet de connaître le nombre de tops d'horloge.

fig.6



[2] Il faut adapter la sortie ± V_{sat} à la logique TTL en plaçant en sortie une diode et un pont diviseur pour ramener à [0 ;+5 V]

Le temps de conversion dépend de la pente de la rampe et de l'étendue de mesure. Pour le premier modèle ci-dessus, il est de 10s si la pente est 1 V/s avec un calibre de 10 V. Le deuxième exemple permet de diminuer ce temps (nous avons pris une rampe de durée 600 ms). Dans un multimètre du commerce, ce temps est un peu plus faible mais il atteint généralement la centaine de ms : le rafraîchissement de la mesure est souvent de l'ordre de 1 à 3 mesures par seconde.

2 - Convertisseur double rampe

Le défaut principal du montage simple rampe précédent est sa sensibilité aux perturbations extérieures puisque le comparateur commute lorsque la tension à mesurer , entachée de bruit, égale la tension de la rampe. De plus, la valeur affichée dépend du produit RC qui intervient dans la valeur de la pente de la rampe et cette valeur peut évoluer avec le temps.

2.1 - Principe

On intègre le signal à mesurer pendant un temps T1 fixé. La tension de sortie de l'intégrateur vaut alors $-V_e$ T1/RC. On applique alors à l'entrée de l'intégrateur une tension de référence négative $E_{ref} = -E$. La tension de sortie redevient croissante et sa valeur s'annule au bout d'un temps T2 (fig.7) lorsque $V_e T1/RC = -E_{ref} T2/RC$. D'où $V_e = E\ T2/T1$.

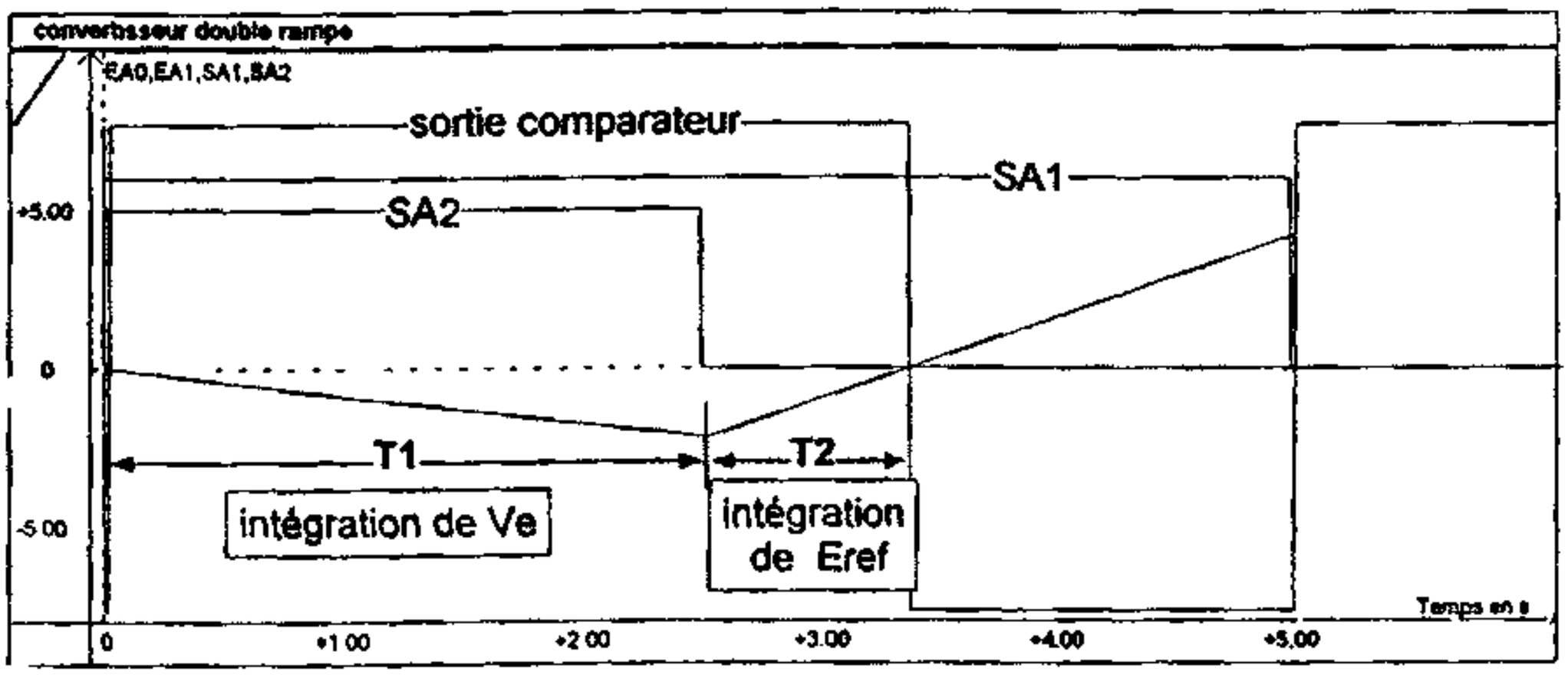


fig.7

La tension à mesurer est proportionnelle au rapport T2/T1. Ces 2 temps étant mesurés par des nombres de tops N1 et N2 d'une même horloge. N1 étant fixé, il suffit de mesurer N2.
La mesure ne dépend plus de la précision de l'horloge ni de la précision du circuit intégrateur (donc de RC). Il suffit d'avoir une tension de référence très stable. De plus, la mesure de V_e s'effectue par intégration sur une durée T1 ce qui diminue l'importance des fluctuations surtout si l'on choisit une durée T1 multiple de la période des principaux parasites (souvent liés au secteur). En prenant T1 = 100 ms, cette condition est réalisée pour l'Europe (50 Hz) et les USA (60 Hz).

2.2 - Réalisation

Une modélisation complète est naturellement possible mais nécessite de nombreux circuits logiques et analogiques (par rapport au simple rampe, il faut en plus un commutateur pour

appliquer à l'intégrateur V_e puis E_{ref}, deux compteurs et une logique de commande pour démarrer le comptage de N2 lorsque le premier compteur atteint N1).
La proposition ci-dessous permet de simplifier la réalisation aux principes de base et permet la mise en évidence des propriétés essentielles (insensibilité aux fluctuations de RC et aux ondulations de la tension à mesurer).
On utilise les sorties analogiques de la carte d'acquisition de l'ordinateur. Prendre, par exemple 1000 pts de 10 ms soit un temps d'acquisition de 10 s
SA1 est un créneau de période 10 s
SA2 est un créneau de période 5 s
La sortie SA2 commande un inverseur (relais) : pendant une demi-période c'est la tension V_e qui est appliquée à l'intégrateur, ensuite c'est la tension E_{ref}. SA1 commande un interrupteur (relais) qui court-circuite le condensateur de l'intégrateur et remet à zéro l'intégrateur pour une mesure suivante (fig.8).

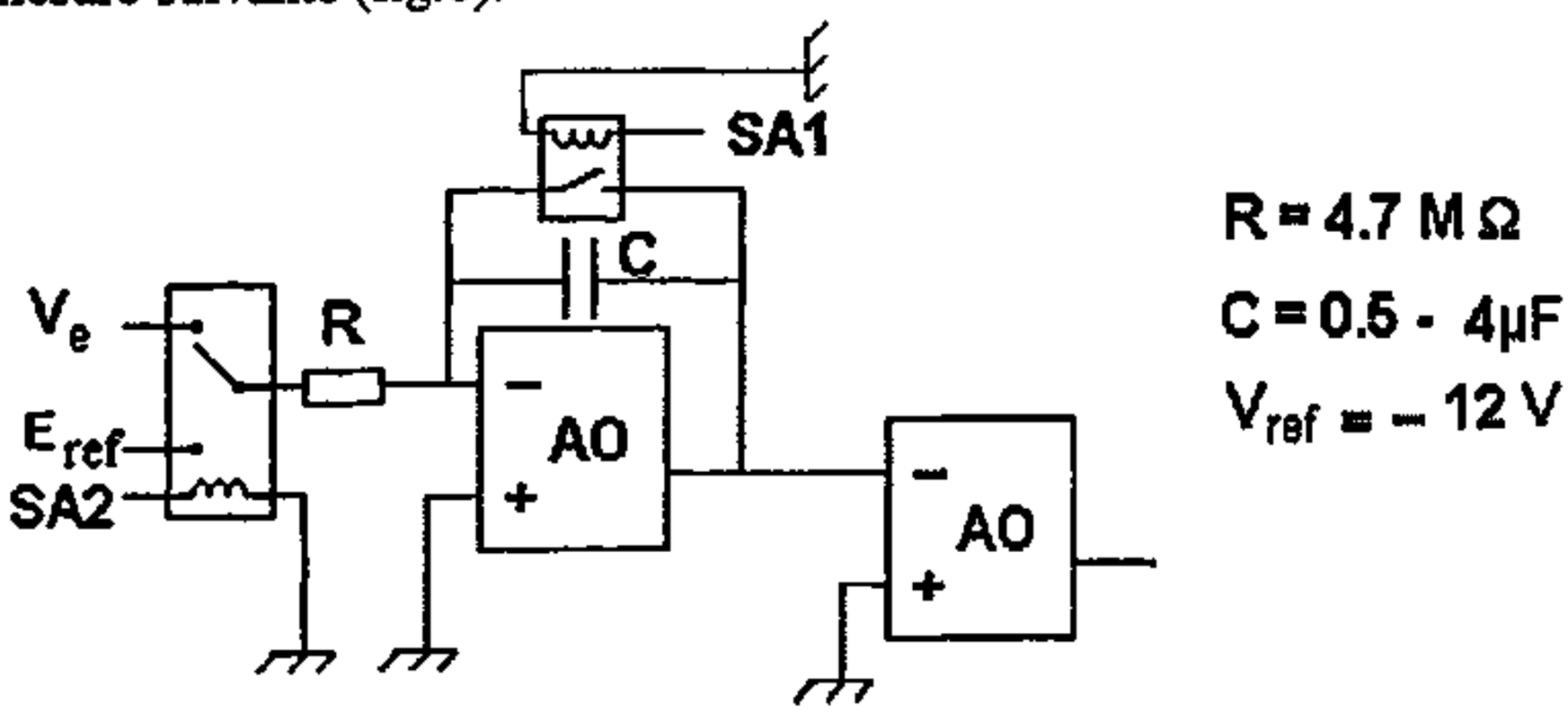


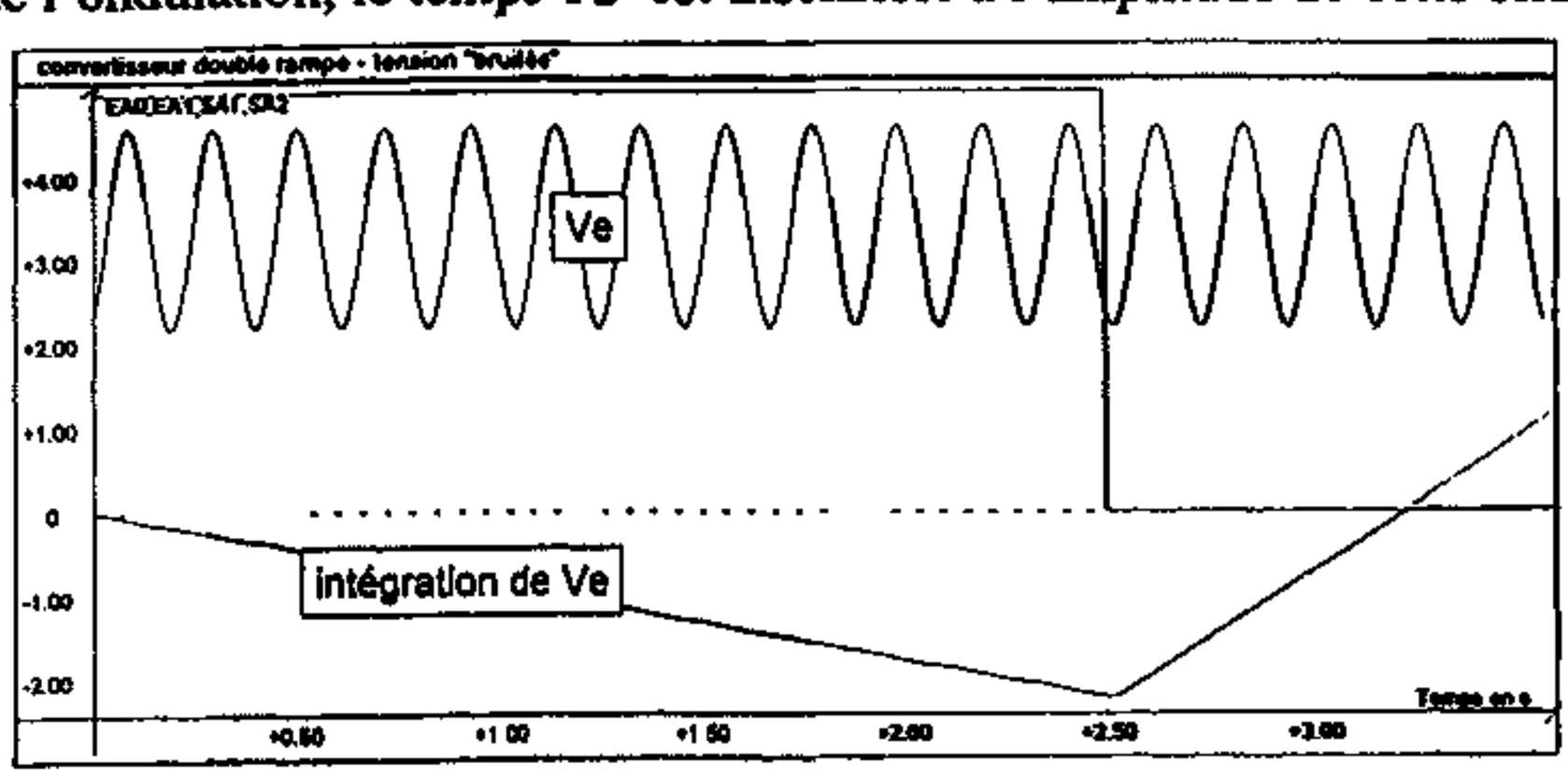
fig.8

On enregistre le signal de sortie de l'intégrateur et la sortie du comparateur (fig.7)
Si l'on veut afficher le temps T2, on peut prendre un chronomètre électronique comme en 1.1.3. Le basculement de SA2 constitue le signal start, la sortie du comparateur le signal stop.
On a $V_e = T2\ E/T1$: si E = 10 V(qui est donc la gamme de mesure) on a V_e (V) = 4 T2 (s) ; T1 étant fixé à 2,5 s.

Propriétés

- Modifier la constante de temps de l'intégrateur : la durée T2 n'est pas modifiée.
- Mesurer une tension continue possédant une ondulation importante (BF avec décalage). La figure 9 représente un signal d'entrée possédant une composante continue de ≈ 3,5 V avec une composante alternative de plus de 2 V crête à crête et de fréquence 5 Hz : l'intégration de ce signal donne une droite très faiblement ondulée (on retrouve là la propriété de l'intégrateur de « lisser » la tension d'entrée). De plus, si le temps T1 est un multiple de la période de l'ondulation, le temps T2 est insensible à l'amplitude de cette ondulation.

fig.9



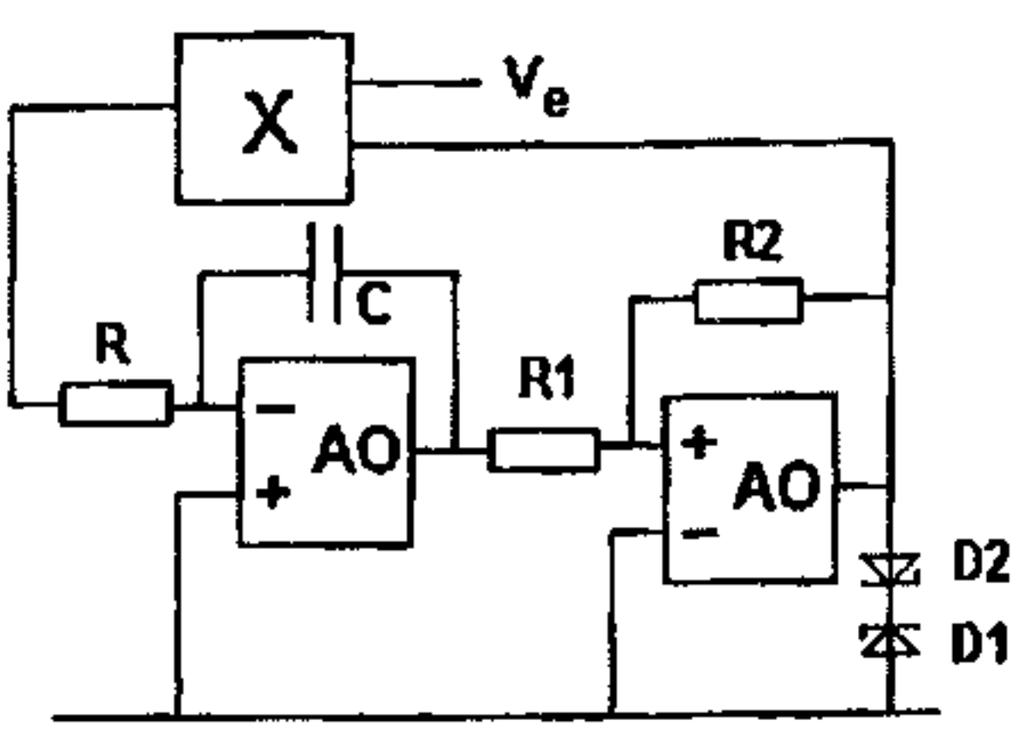
3 - Convertisseur tension - fréquence

On a vu, dans le chapitre Oscillateurs, le principe d'un oscillateur commandé par une tension (OCT ou VCO). On utilise la propriété que la fréquence est proportionnelle à la tension de commande. Pour mesurer cette tension, il suffit alors de mesurer la fréquence.
Les fig.10a et 10b présentent 2 façons de réaliser un OCT.
La première reprend un montage du Chapitre VIII § 3.1.4 et utilise un multiplieur :

$$f = V_e \frac{K}{4RC} \frac{R_2}{R_1}$$

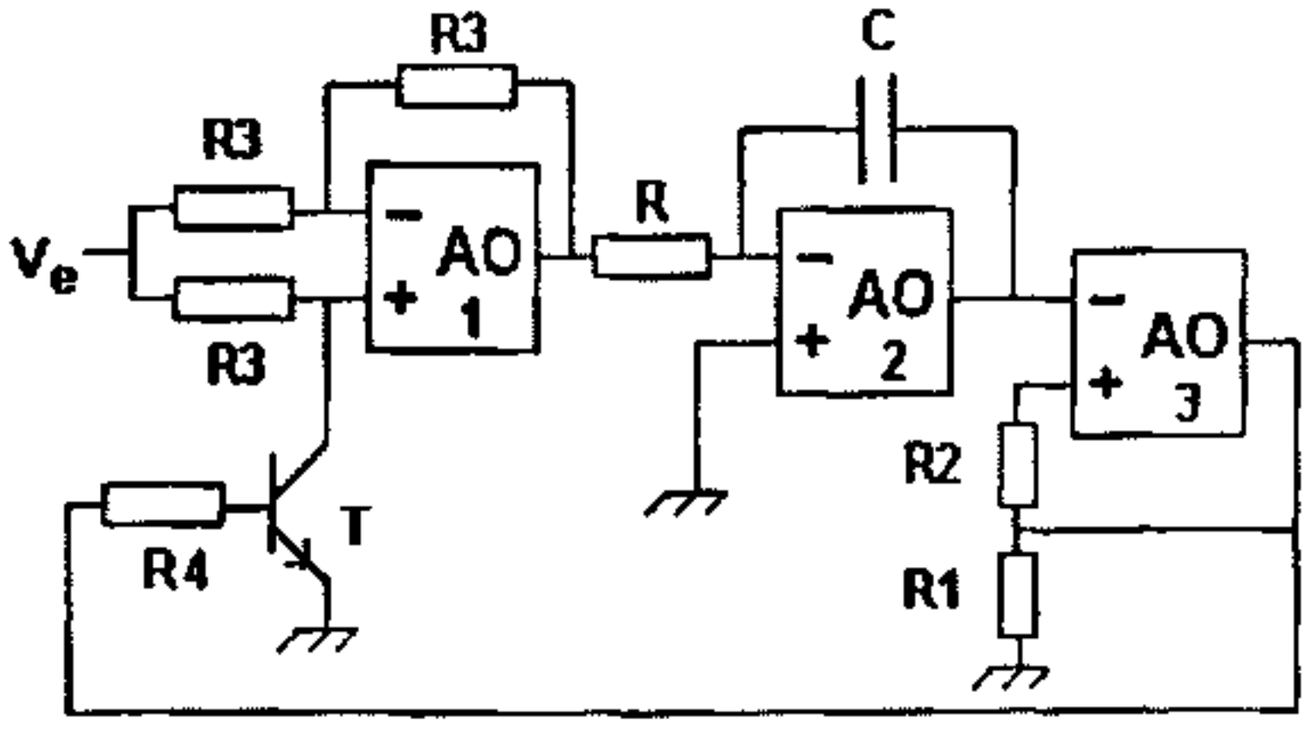
La seconde utilise un transistor qui est rendu saturé ou bloqué selon la saturation positive ou négative du comparateur à hystérésis. Lorsqu'il est saturé, l'entrée non-inverseuse de AO1 est pratiquement à la masse et AO1 réalise un ampli inverseur de gain –1 et $V_s = - V_e$. Lorsqu'il est bloqué, on a $V_s = V_e$. La sortie de l'intégrateur est une rampe alternativement croissante et décroissante de la forme $\pm V_e t/RC$ qui est comparée aux seuils $V_C = \pm V_{sat}$ R1/(R1+R2) du comparateur à hystérésis. En définitive, on obtient à la sortie de l'intégrateur un signal triangulaire et à la sortie du comparateur un signal carré de fréquence

$$f = \frac{V_e}{V_{sat}} \frac{1}{4RC} (1 + \frac{R_2}{R_1})$$



R = R1 = R2 : 10 kΩ C : 47 nF
D1 D2 : Zener 9.1V

fig.10a



R1 = R2 = R4 = R : 10kΩ R3 : 100kΩ C : 47nF
T : npn 2N2219 ou autre AO123 : TL84 (3/4)

fig.10b

Vérifier la proportionnalité de la fréquence à la tension d'entrée V_e à mesurer en utilisant un fréquencemètre.

Principe du fréquencemètre

Mesurer la fréquence d'un signal revient à compter le nombre de périodes de ce signal pendant un temps donné.
On réalise un ET logique entre le signal à mesurer (mis en forme - ou, plus simplement, prendre la sortie TTL d'un BF) de fréquence f et celui fourni par un générateur TBF (sortie TTL) dont on règlera la fréquence sur 0,5 Hz (période 2 s) et qui sert de porte. La sortie sera formée de trains de f créneaux séparés de 2 secondes. On place un compteur formé de 2 ou 3 circuits 4033 qui commandent autant d'afficheurs (voir Chap X fig.33b). Pour simplifier la réalisation, on remet le compteur à zéro au moyen d'un signal créneau de période 4s fourni par une bascule JK en diviseur par 2 (J = K = 1).

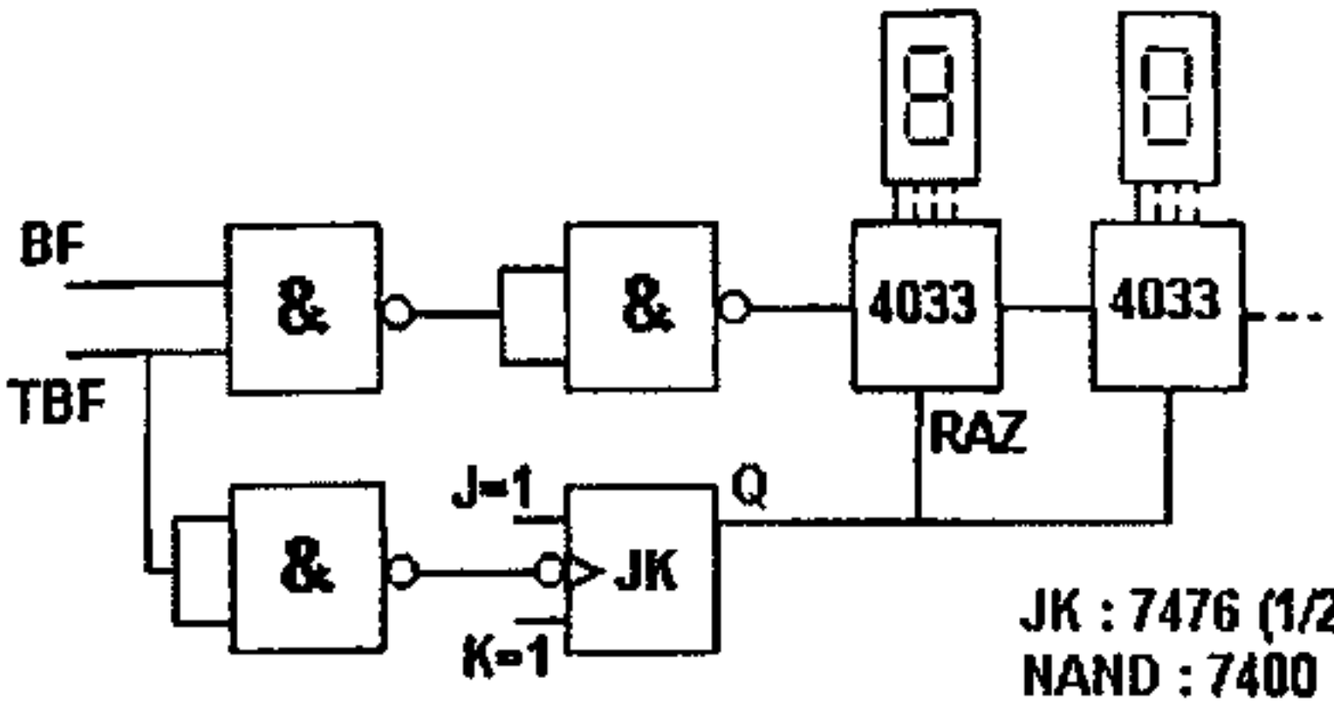


fig.11

On a alors la séquence suivante (fig.12):

- **Comptage pendant 1 seconde ; valeur finale : affichage de f**
- **Maintien de l'affichage f pendant 1 seconde**
- **Remise à zéro pendant 2 secondes**

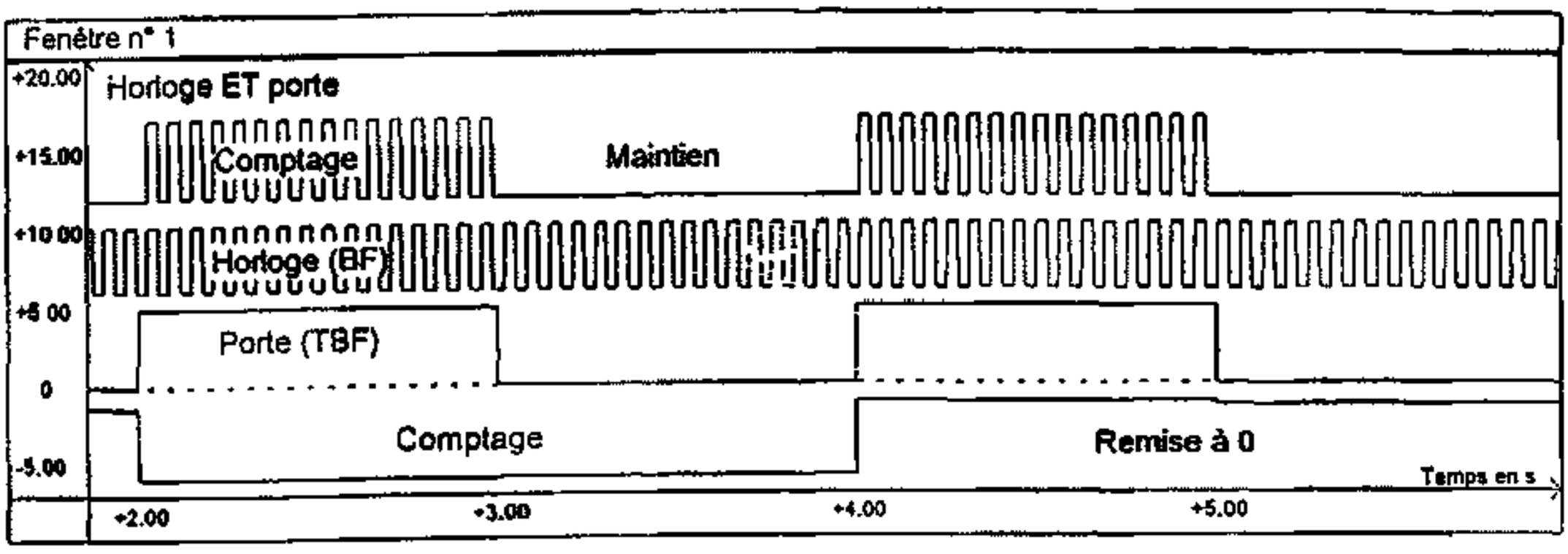


fig.12

Dans un fréquencemètre, on désire que l'affichage n'indique que la valeur finale f et qu'il ne soit rafraîchi qu'à la fin de chaque comptage : il faut donc ajouter une petite logique de gestion de l'affichage. On prendra plutôt un compteur type 7490 et l'on interposera entre celui-ci et le décodeur (voir fig.33a du chapitre Logique) un registre à décalage (74194) en fonctionnement entrée parallèle - sortie parallèle (voir annexe 2 du même chapitre).
Dans un fréquencemètre commercial, on met en forme le signal d'entrée pour le transformer en signal créneau de même fréquence (par une amplification à saturation ou avec un comparateur). La présence du seuil du comparateur entraîne que le signal d'entrée doit avoir une amplitude minimale pour pouvoir être compté. Lorsque le signal est trop proche de la limite, le comptage n'est pas fiable car il peut déclencher sur du bruit. Si la fréquence affichée n'est pas stable (alors que le signal l'est) ou nettement différente de celle attendue, il faut probablement suspecter un déclenchement incorrect. On observe aussi des mesures erronées lorsque le signal est de trop grande amplitude : c'est pour cela qu'il y a généralement une atténuation variable à l'entrée.

Utilisation en périodemètre

Lorsque la fréquence est basse, un fréquencemètre dont la période de comptage est de l'ordre de la seconde fournit un nombre entier faible donc avec peu de précision. On préfère alors mesurer la période du signal. Il suffit d'inverser le fonctionnement précédent : c'est le signal à mesurer qui fournit la porte pendant laquelle on compte le nombre de tops d'une horloge interne haute fréquence.

Utilisation en chronomètre.
C'est un fonctionnement voisin du précédent : mesurer l'intervalle de temps entre deux signaux revient à compter le nombre de tops d'horloge entre ces signaux. Le temps de mesure est donné par l'intervalle entre les signaux Start et Stop. Des bascules permettent de détecter des fronts montants ou descendants et une logique combinatoire simple (OU exclusif) permet de construire le signal de porte. Exemple fig.13 avec 2 fronts montants : le bouton-poussoir permet, par un bref contact, de mettre à zéro les sorties des bascules et de les rendre réceptives aux fronts montants.

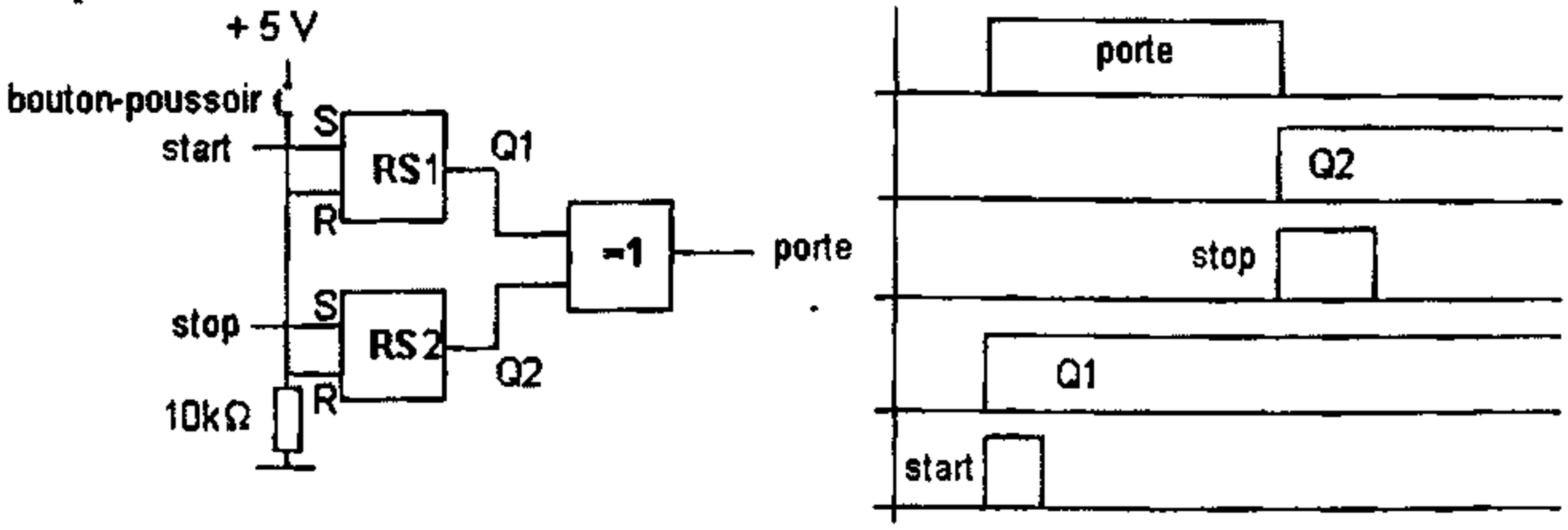


fig.13

4 - Transformation d'un voltmètre continu en multimètre

4.1 - Tension variable → tension continue

4.1.1 - Voltmètre ordinaire

Dans les multimètres « bas de gamme », on se contente de redresser la tension d'entrée en simple ou double alternance avec des diodes et le voltmètre continu est sensible à la valeur moyenne de la tension redressée. Afin que la valeur affichée soit celle de la tension efficace de la tension d'entrée, une correction multiplicative (facteur de forme) est appliquée à la tension effectivement mesurée.
Cette correction suppose que la tension d'entrée $V_e(t)$ est sinusoïdale et centrée sur 0.
$V_e(t) = V_M \sin(\omega t)$
Dans le cas du redressement double alternance, la valeur moyenne de la tension est

$$\overline{V}_{red} = V_M \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(\omega t)dt = \frac{2V_M}{\pi}$$

Comme on désire que l'affichage soit égal à $V_{eff} = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$ (valeur efficace d'une tension sinusoïdale), le facteur de forme est égal à $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

L'appareil affiche la bonne valeur efficace de la tension d'entrée tant que celle-ci est sinusoïdale pure. En revanche, si la tension n'a pas cette même forme, la valeur affichée est erronée.

Mesure :
Prendre par exemple une tension carrée (BF) $V_e = V_M$ (de 0 à T/2) ; $V_e = -V_M$ (de T/2 à T). Sa valeur efficace vraie est V_M (mesurer V_M à l'oscillo). Le multimètre numérique ordinaire affiche $V_M \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

4.1.2 - Voltmètre efficace vrai

Il faut partir de la définition de la valeur efficace d'une tension variable V(t) : c'est la tension continue qui produirait aux bornes d'une résistance le même effet Joule. On a donc

$V_{eff} = \sqrt{\overline{V^2(t)}}$: c'est la racine carrée de la moyenne du carré : valeur RMS (root mean square).

Cette opération nécessite un montage plus élaboré :

1 - un multiplieur pour élever au carré la tension à mesurer

2 - un filtre passe-bas pour en prendre la valeur moyenne

3 - un extracteur de racine carrée

On peut réaliser les opérations 1 et 3 avec 2 multiplieurs (type AD633 voir Composants), un circuit RC constituant le filtre passe-bas (fig.14).

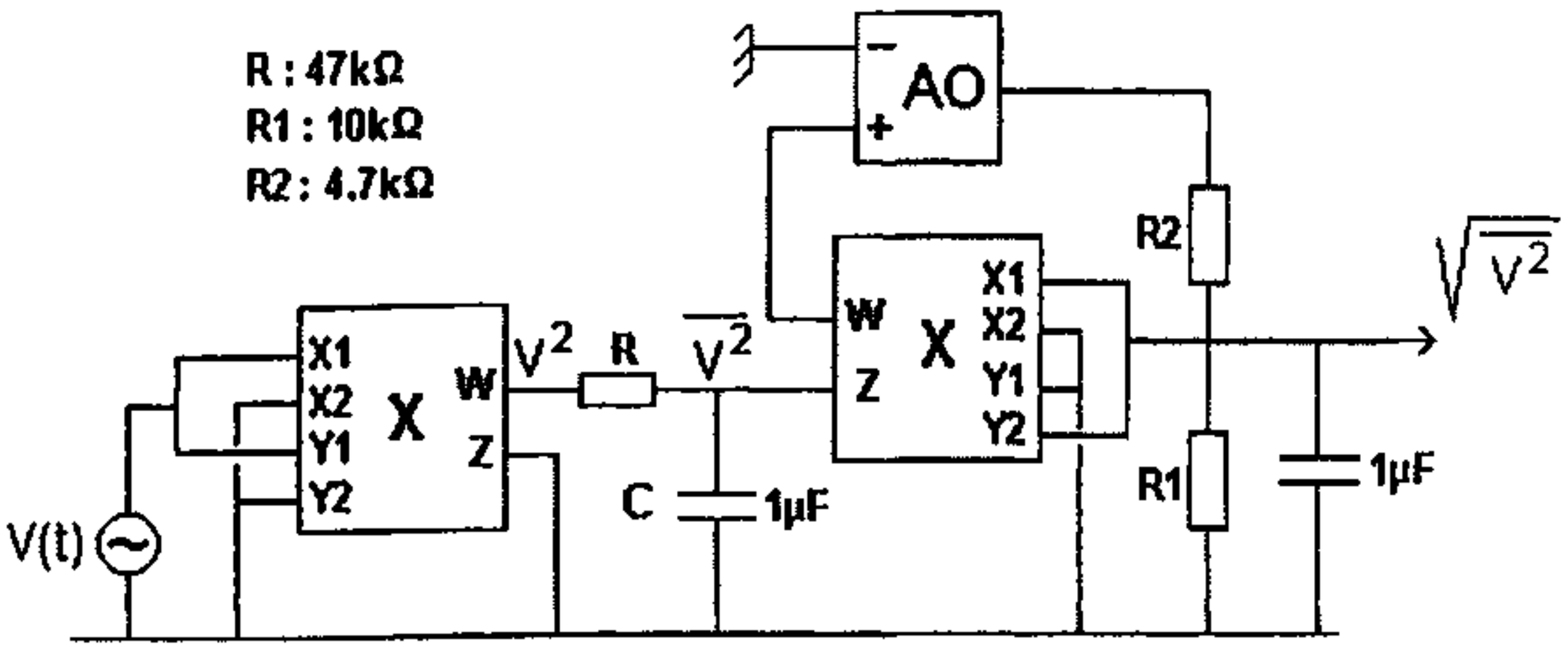


fig.14

(si l'AO est saturé négativement, augmenter temporairement la tension d'entrée pour le débloquer).

Tester le dispositif en comparant les réponses à des tensions de forme différente : en particulier, montrer que maintenant, la valeur efficace d'une tension carrée est bien correcte.

Dans la pratique, des circuits intégrés spécialisés réalisent cette conversion RMS - CC (les circuits AD 536 ou 736 par exemple).

4.1.3 - RMS et TRMS

En toute rigueur, la notion de valeur efficace s'applique à la tension totale que l'on peut toujours décomposer en une tension moyenne continue et une tension alternative.

Dans certains cas, on n'est intéressé que par la valeur efficace de la composante alternative de la tension variable (par exemple, quand on veut déterminer le taux d'ondulation résiduel d'une tension « continue »). Dans d'autres cas, c'est bien la valeur efficace du total qui est intéressante (lorsqu'on veut déterminer la puissance dissipée dans un composant).

Pour distinguer ces deux mesures, certains constructeurs parlent de mesures RMS ou True RMS. Dans les deux cas, il s'agit bien de mesure de valeur efficace vraie (contrairement à ce qui se passe pour un multimètre ordinaire - 4.1.1) mais qui s'applique à la composante alternative ou à la tension totale. Tous les constructeurs n'ayant pas la même définition, il est plus prudent de consulter la notice pour savoir à quoi se rapporte la valeur efficace. En cas de doutes, il suffit de faire la mesure d'une tension délivrée par un BF comportant une tension de décalage superposée à la composante alternative.

Les « deux » valeurs efficaces sont reliées par la relation :

$$V^2_{eff}(tot) = V^2(moy) + V^2_{eff}(alt)$$

En effet, V(tot) = V(moy)+V(alt)
En élevant au carrë, on a : $V^2(tot) = V^2(moy) + V^2(alt) + 2\ V(moy).V(alt)$
En prenant la moyenne, le double produit disparaît (la valeur moyenne de la composante alternative est nulle) et on retrouve la relation.
Celle-ci se vérifie expérimentalement si l'on dispose d'un multimètre qui permet de mesurer, au choix, les 2 types de valeur efficace. C'est le cas du modèle Metrix MX579 : en alternatif, on peut avoir la valeur efficace de la tension totale en sélectionnant la touche [AC+DC].La valeur moyenne est mesurée en continu.
Exemples : une tension sinusoïdale de 4 V crête à crête avec un décalage de 2V (la tension varie donc entre 0 et 4 V) :
Metrix MX 579 : V_ = 2,000 V ; V~(AC) = 1,414 V ; V~(AC+DC) = 2,449 V
Fluke 8060 (marqué TRMS !) : V_ = 2,000 V ; V~(AC) = 1,414 V

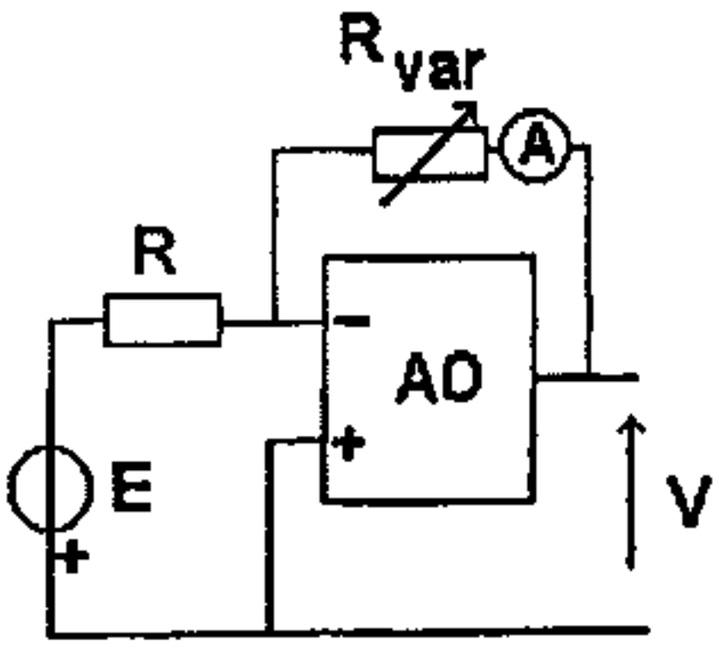
4.2 - Mesure d'intensité

La mesure de base étant une tension, on convertit le courant en tension en mesurant la tension aux bornes d'une résistance interne à l'appareil. Cette résistance, en série dans le circuit, doit être de faible valeur pour modifier le moins possible le courant traversant le circuit concerné. En changeant de calibre, on modifie la valeur de cette résistance de telle sorte que la plage de mesure de tension soit la même. On utilise la plus sensible (en général, 200 mV) si bien que la résistance interne de la fonction ampèremètre devrait être $R_A(\Omega) = 0{,}2/I(A)$ où I est le calibre intensité (exprimé en A) correspondant (les constructeurs donnent plutôt la chute de tension aux bornes du milliampèremètre qui est, dans ce cas, de 200 mV pleine échelle). En fait, pour les forts calibres (2A et surtout 10A), la résistance interne est supérieure à cette valeur (trop faible, elle serait difficile à protéger contre les courts-circuits) et la mesure de tension est faite aux bornes d'une fraction de cette résistance.

A noter que la résistance interne d'un ampèremètre numérique est comparable à celle d'un appareil à aiguille et qu'en ce sens, il ne lui est pas vraiment supérieur (contrairement à ce qui se passe en position voltmètre où l'appareil numérique de résistance interne souvent égale à 10 MΩ, indépendamment du calibre, est bien plus proche du voltmètre parfait que son équivalent à aiguille).

4.3 - Mesure de résistance

Pour se ramener toujours à une mesure de tension, on fait passer un courant fixé I dans la résistance : la tension à ses bornes est proportionnelle à la valeur de la résistance $U_R = R\ I$.
On peut facilement réaliser un générateur de courant constant avec un AO. Dans un montage Ampli inverseur, la résistance R_{var} est traversée par le courant E/R et la tension de sortie est égale à $-\ E\ R_{var}/R$ (tant que l'AO reste en régime linéaire). Ce montage simple (fig.15a) présente seulement l'inconvénient de placer la résistance inconnue entre 2 points dont aucun n'est relié à la masse (l'entrée – est une « pseudo-masse »). Un montage plus élaboré (fig.15b) réalise un générateur de courant où la résistance inconnue a une de ces bornes à la masse. Vérifier que le courant est constant, égal à E/R tant que la tension V reste inférieure à V_{sat} (15a) ou $V_{sat}/2$ (15b)



R : 10kΩ E : qques V

fig.15a

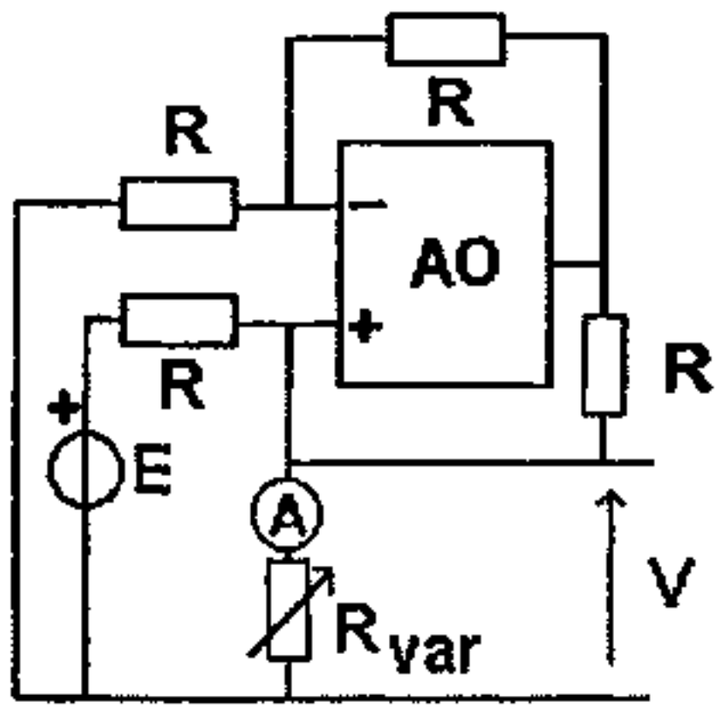


fig.15b

Il est instructif de vérifier qu'un ohmmètre se comporte bien comme un **générateur de courant. Placer en série un ampèremètre et** une résistance variable **inférieure au calibre de l'ohmmètre : le courant est constant** (et l'ohmmètre affiche la valeur de $R + R_A$) - fig.16. Lorsque la résistance **extérieure est supérieure au calibre, l'affichage indique le dépassement** et le courant n'est plus **constant** (le **générateur sort de son régime source de courant**).

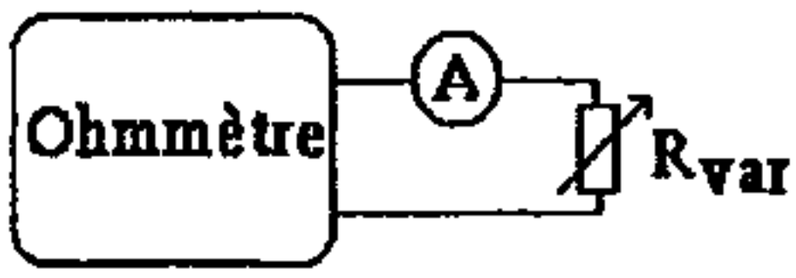


fig.16

La valeur du courant **dépend du calibre de l'ohmmètre (en général, le produit de I par R_{max} est** égal à 0,2 ou 2 V)

4.4 - Test de diode

Lorsqu'on fait passer un courant donné dans une diode Silicium, la tension à ses bornes est de ≈ 0,6 V en direct. Dans la fonction ohmmètre précédente, si le produit I.Rmax est de 0,2 V, l'affichage indique un dépassement : cela ne veut pas dire que la diode est « morte ». Il vaut mieux utiliser la fonction test de diode qui est seulement une fonction ohmmètre dans laquelle la gamme de mesure de tension est de 2 V et la valeur qui s'affiche est la tension directe pour un courant donné (souvent 1 mA). En inverse, le test indique un dépassement.

4.5 - Capacimètre

Cette fonction (ainsi que celle de fréquencemètre) **se trouve parfois sur les multimètres.**
Le principe est de réaliser un oscillateur de type RC **et de mesurer la période de l'oscillation.**
Par exemple, le multivibrateur à AO (Chapitre VIII §3.1.2) **possède une période**

$T = 2RC \ln(1 + \frac{2R_1}{R_2})$ proportionnelle à C.

5 - Convertisseur analogique numérique (CAN)

Les convertisseurs étudiés à propos des multimètres sont des convertisseurs à comptage. Ils sont précis car ils peuvent travailler sur un nombre élevé de bits. En revanche, le temps de conversion est long (typiquement une fraction de seconde) et ne s'appliquent donc qu'à des tensions continues.
Dans un oscillo numérique ou dans une chaîne d'acquisition, le temps de conversion doit être beaucoup plus court pour suivre l'évolution de la tension. On utilise alors d'autres types de

CAN. Nous présenterons le convertisseur parallèle (ou flash ADC) et le convertisseur à approximations successives.
Dans tous les cas, cette conversion correspond à une quantification de la valeur de la tension. Il ne faut pas oublier que l'acquisition nécessite d'abord un échantillonnage temporel de la tension variable : c'est le rôle de l'échantillonneur - bloqueur (« sample-hold ») : il faut maintenir constante la tension à convertir pendant la durée de la conversion.

5.1 - Echantillonneur - bloqueur

On le réalise avec un interrupteur commandé par un signal d'horloge, la tension à l'ouverture de l'interrupteur étant gardée constante grâce à un condensateur :

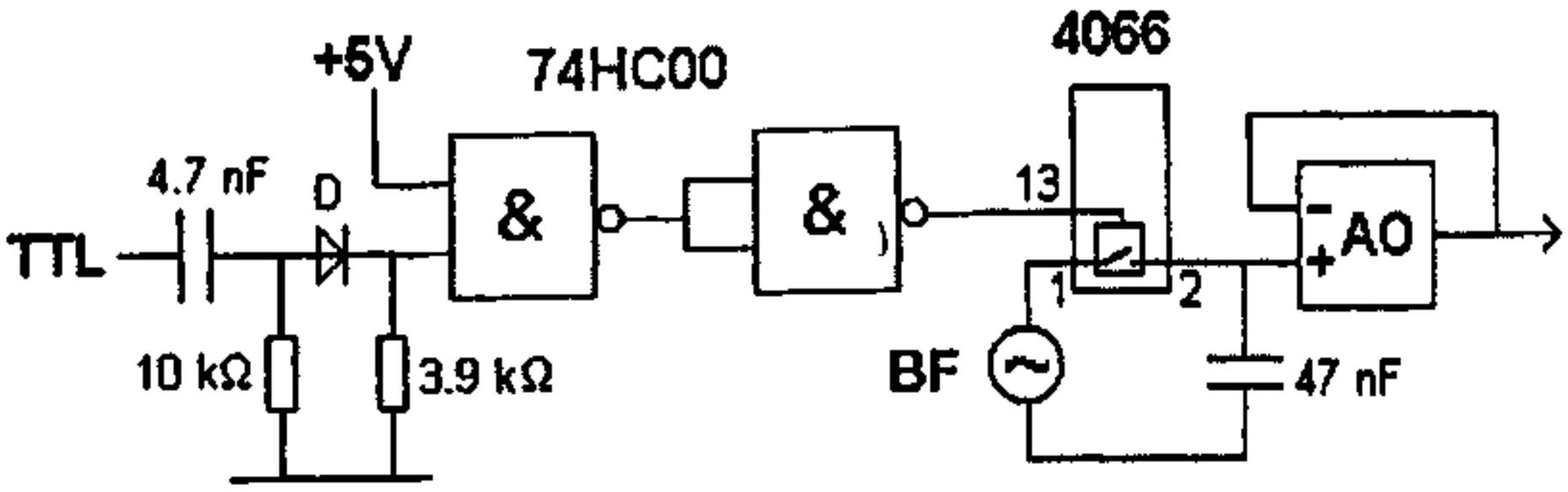


fig.17

Utiliser un interrupteur type 4066 et visualiser la tension de sortie du suiveur. On prendra une fréquence d'horloge de l'ordre de 1 kHz et un signal sinusoïdal entre 10 et 200 Hz. Si l'on dispose d'un générateur d'impulsions, on peut directement agir sur le 4066 (le montage de la fig.17 élabore des impulsions normalisées à l'aide d'un dérivateur et d'une mise en forme).
La fig. 18 représente le signal sinusoïdal direct et le même signal échantillonné ainsi que l'impulsion d'échantillonnage (qui commande l'interrupteur 4066). A droite sont présentés les spectres correspondants. On voit apparaître sur le spectre du signal échantillonné les fréquences $f_{cch} - f$ et $f_{ech} + f$ ainsi que $2f_{ech} \pm f$. Il faut noter que pour réaliser cet enregistrement, tous les signaux sont eux-mêmes échantillonnés par l'acquisition mais à une fréquence de 25 kHz non apparente. Nous avons déjà vu au Chapitre III les conséquences de l'échantillonnage pour les aspects fréquentiels du traitement des données.

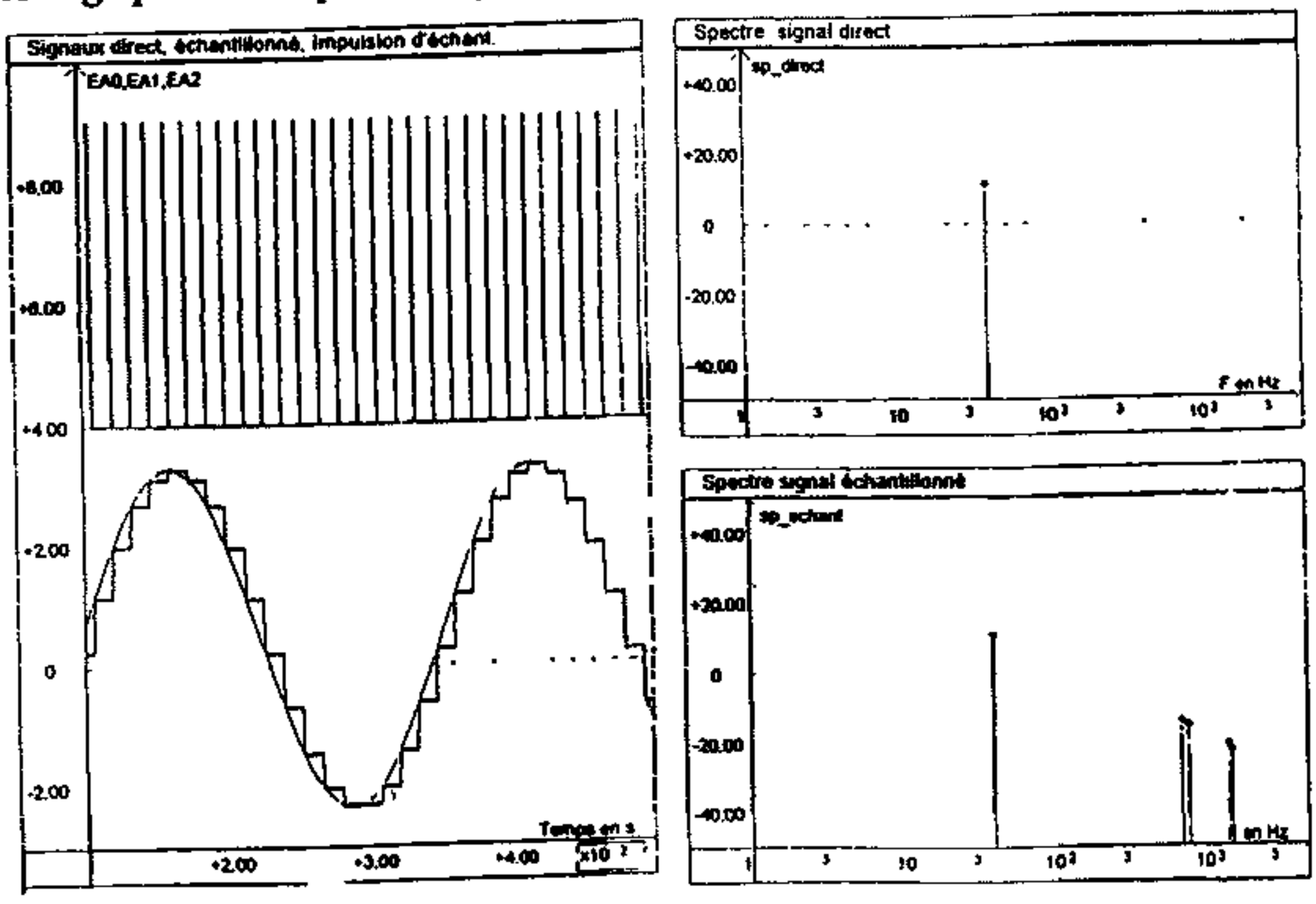


fig.18

Remarque. Les intensités des raies « parasites » ne sont pas égales à celle de la raie principale. On peut montrer (chapitre III ref [2,3]) que les intensités des raies du spectre du signal échantillonné et bloqué pendant un temps T_e sont multipliées par une fonction sinus cardinal $\sin x/x$ avec $x = \pi f T_e$ (cf l'analogie optique des intensités des différents ordres donnés par un réseau lorsque la largeur de chaque fente n'est pas infiniment fine).

5.2 - Convertisseur parallèle

Le principe est de comparer la tension d'entrée à n tensions de référence simultanément. Prenons l'exemple d'un convertisseur à 2 bits sur la plage 0V-4 V: il faut créer les 3 tensions 1 V ; 2 V et 3 V qui sont fournies par un pont résistif (fig.19) Une tension d'entrée comprise entre 1 et 2 V portera le premier comparateur à 1, les 2 autres à 0 : une logique combinatoire simple fournira le nombre binaire 01. Il est facile de constater qu'il suffit de compter le nombre de comparateurs dont la sortie est à 1.

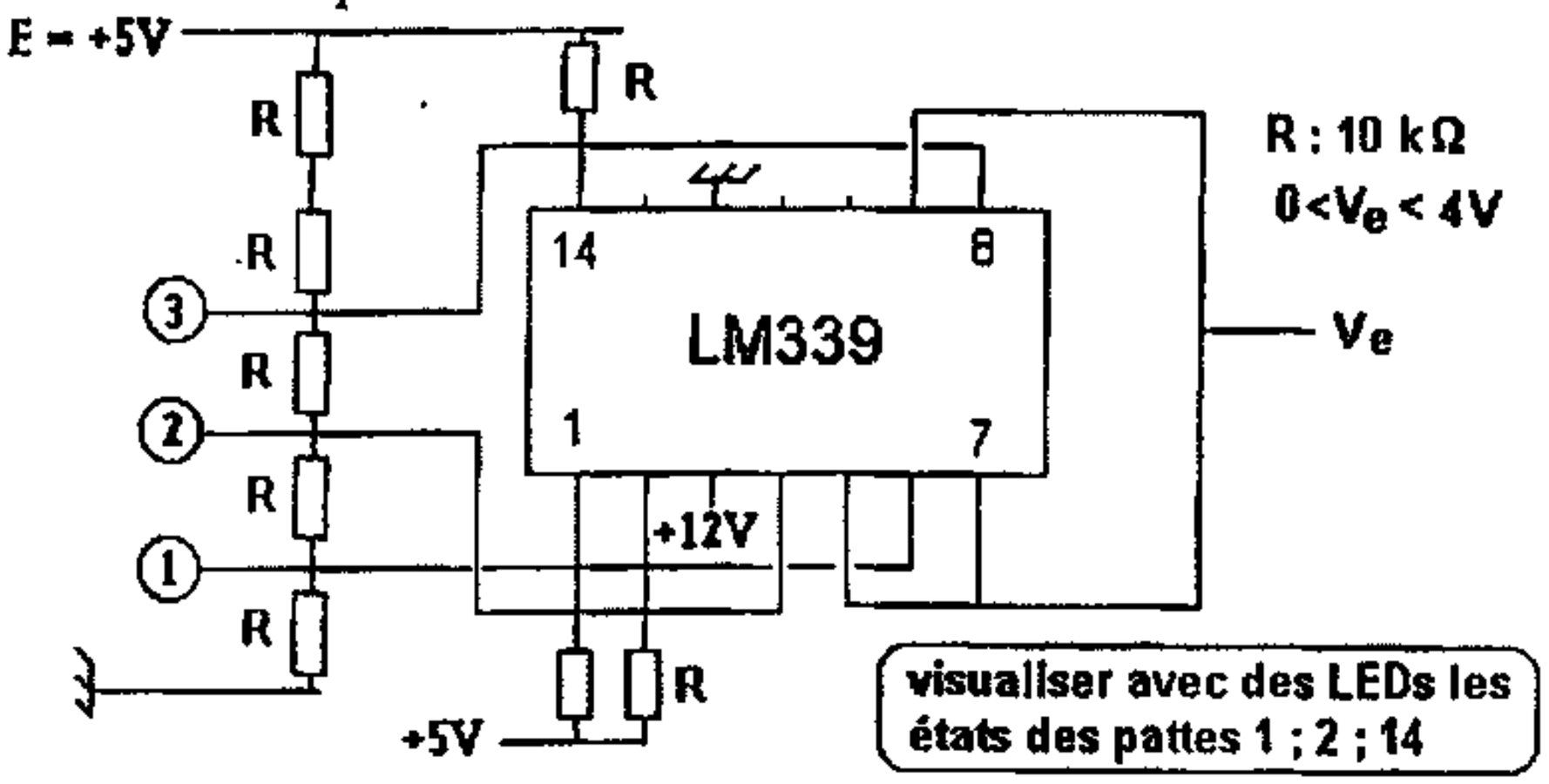


fig.19

Ce convertisseur est très rapide : le temps de conversion n'est limité que par le temps de propagation dans les comparateurs et les portes logiques (on atteint la dizaine de ns). Mais il demande 2^n-1 comparateurs pour un convertisseur à n bits ce qui pose des problèmes de stabilité lorsque n augmente et on se limite généralement à 8 bits dans un oscillo numérique.

5.3 - Convertisseur à approximations successives

C'est un peu l'analogue d'une méthode manuelle de pesée avec une balance de type Roberval lorsque, selon le résultat de la comparaison, on ajoute ou retranche des masses marquées de plus en plus faibles.

Ce convertisseur comprend un CNA (voir en 6 fig.21 ou 23), un comparateur et une logique de commande. Nous proposons une approche manuelle du fonctionnement (fig.20) :

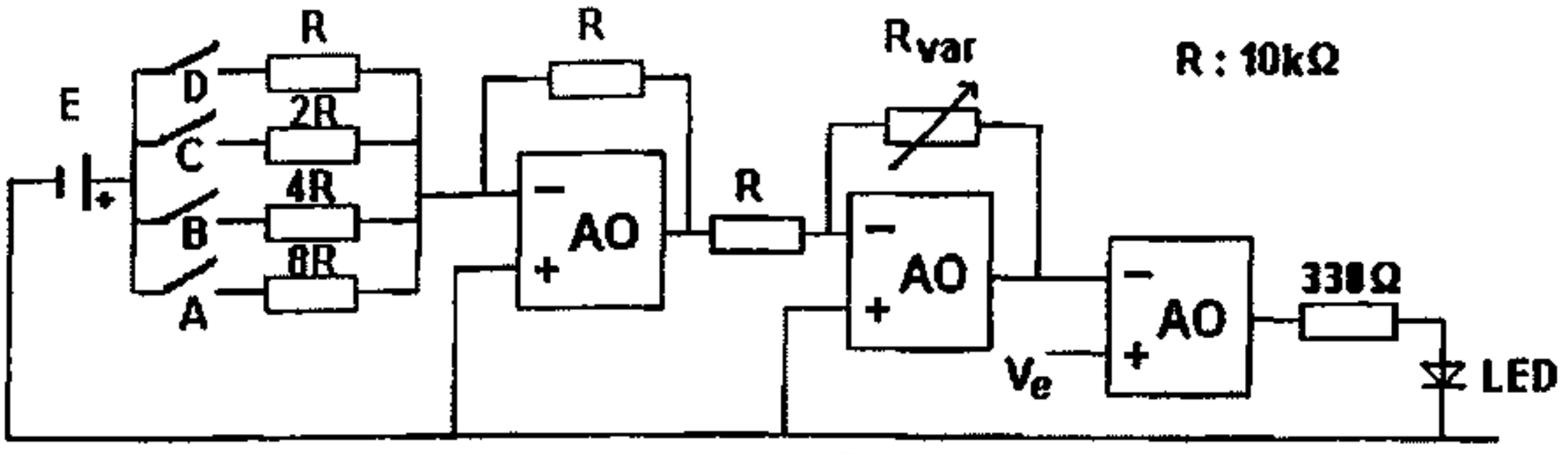


fig.20

Avec 4 interrupteurs, afficher initialement le nombre DCBA = 1000 (c.à.d le mi-calibre). Ce nombre binaire est appliqué à un CNA du type décrit en 6.1 fig.21 qui élabore une tension appliquée sur la borne – du comparateur (l'AO intermédiaire sert à faire une tension positive et le gain variable permet d'ajuster la gamme de mesure par exemple 8 V). La sortie du comparateur est visualisée par une LED. Le résultat de la comparaison (0 ou 1) est affecté au nombre D et C est porté à 1. La nouvelle sortie du comparateur est affectée à C et B est porté à 1. On recommence la procédure jusqu'à A : le nombre DCBA final est le résultat de la conversion de la tension à mesurer à une unité près par défaut. La précision est de $E_{cal}/ 2^n$ où n est le nombre de bits (ici 4 bits donc 0,5 V). Cette conversion ne nécessite que n comparaisons : la durée de conversion ne dépend pas de la valeur à mesurer et elle est proportionnelle au nombre n.
Cette famille de CAN est rapide (typiquement de l'ordre de quelques µs) et peu coûteuse. Elle est disponible en circuits intégrés (exemple ZN448E 8 bits, 10 µs, ≈ 50 Frs 1999) : elle est couramment utilisée dans les systèmes d'acquisition de données.

6 - Convertisseur numérique analogique (CNA)

6.1 - Convertisseur à résistances pondérées

Il s'agit d'un montage sommateur dans lequel le gain appliqué à chaque terme $A_0...A_n$ de la somme, est égal à $-R'/R_n$.(fig.21) , chaque résistance étant de la forme $R_n = R_0/2^n$:

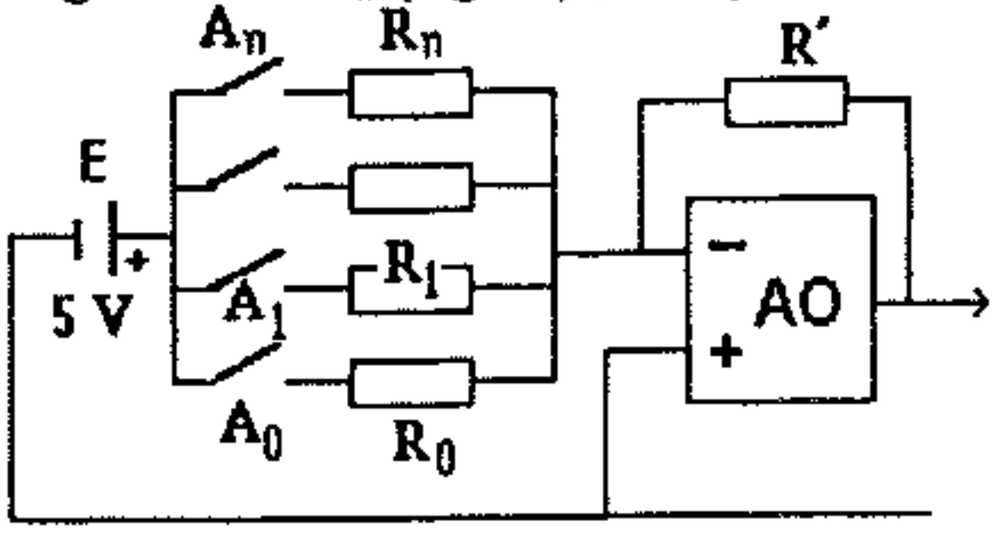
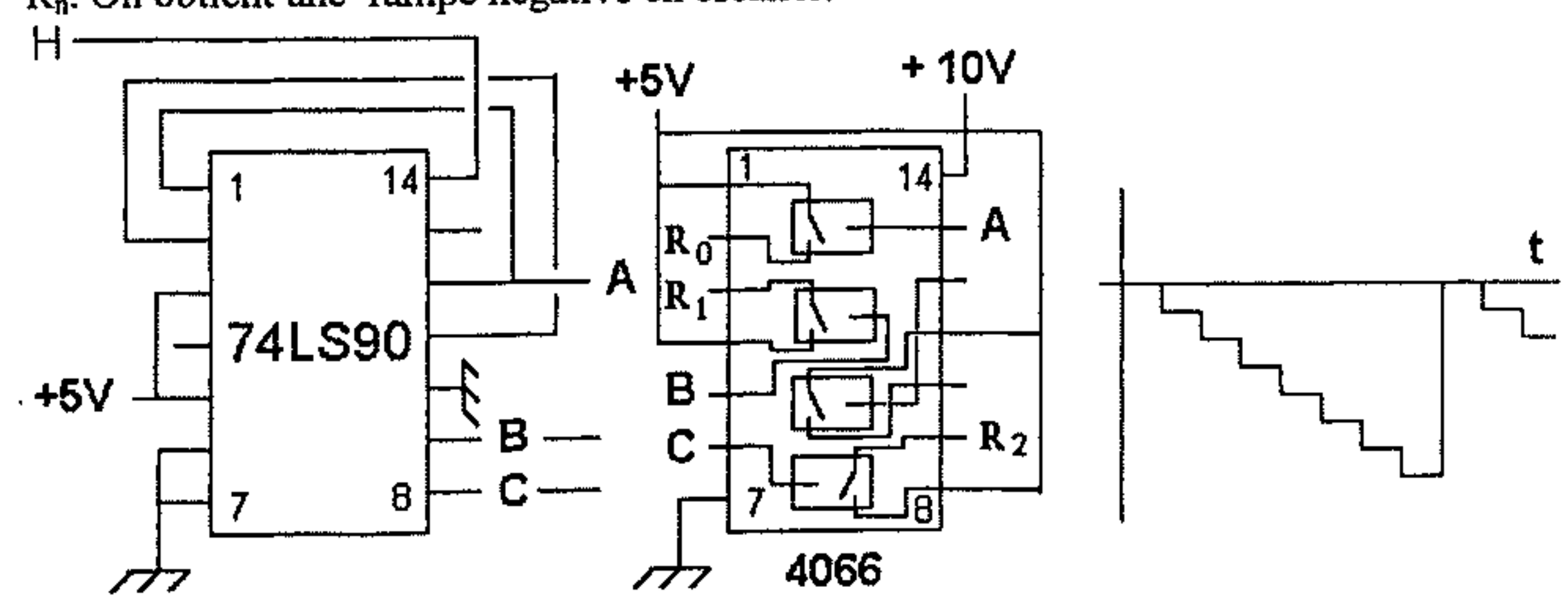


fig.21

La tension de sortie est égale à $V_s = -E \frac{R'}{R_0}(2^n A_n + ... +4 A_2 + 2 A_1 + A_0)$

Pour illustrer la rampe du convertisseur, utiliser un compteur (7490) câblé en compteur par 8 de façon à créer les 3 nombres binaires A B C. Ces nombres commandent les interrupteurs d'un circuit 4066 (fig.22). On peut aussi appliquer directement ces nombres aux résistances R_n. On obtient une rampe négative en escalier.



La plage des valeurs de R_n est rapidement très étendue lorsque n augmente et il devient difficile de garantir une grande précision (non-linéarité différentielle ; voir en 7.2).
On préfère le convertisseur à réseau R - 2R qui ne demande que 2 valeurs de résistances.

6.2 - Convertisseur à réseau R - 2R

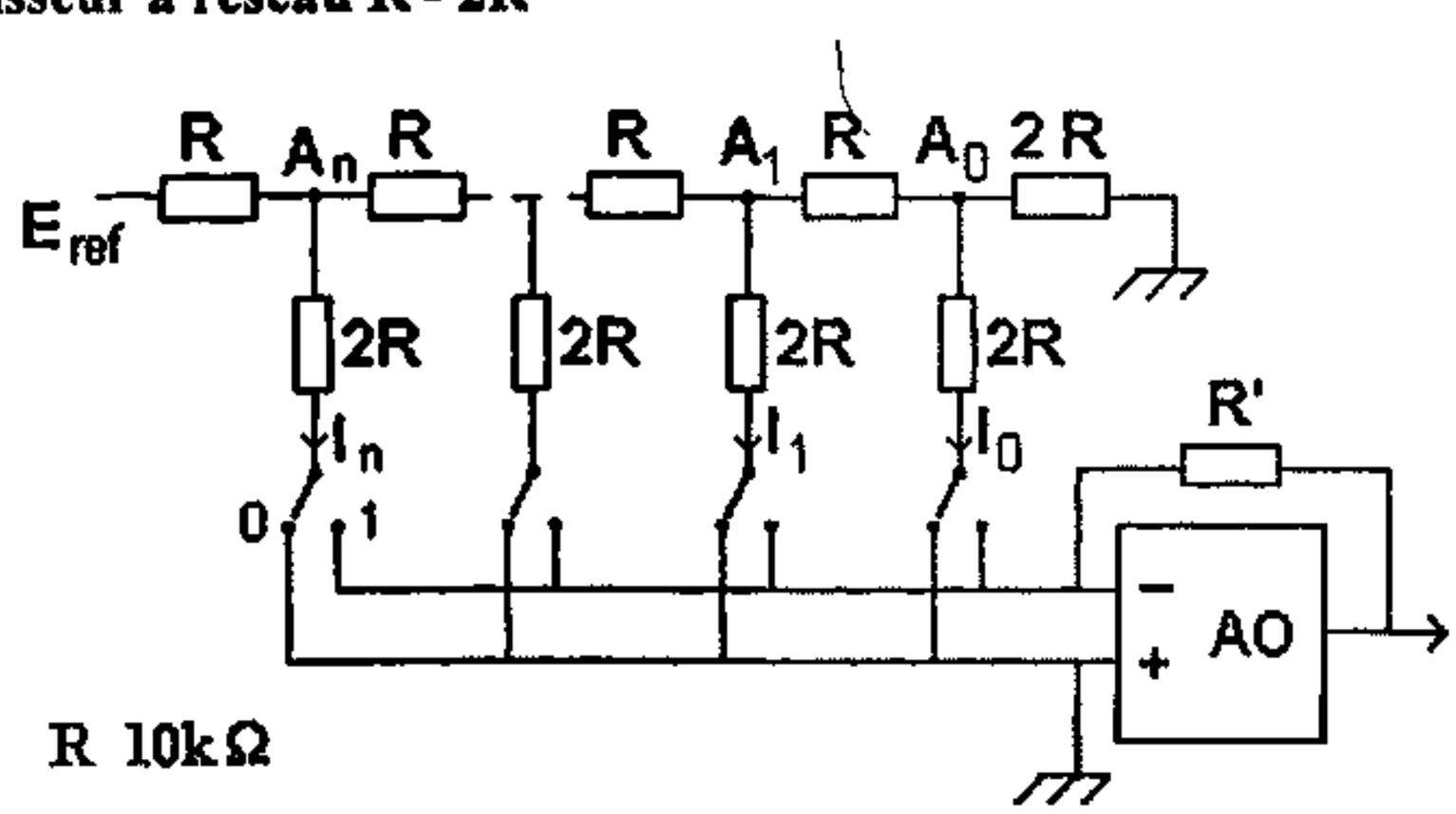


fig.23

Chacun des bits commande un commutateur qui envoie le courant In correspondant à la masse (bit à 0) ou vers l'entrée inverseuse de l'AO (bit à 1) qui est aussi à un potentiel nul (pseudo-masse). Dans ce deuxième cas, le courant traverse la résistance R' et génère donc une tension de sortie $V_s = - R'I_n$
Pour calculer les différents courants I_n, il faut déterminer les potentiels des points A_0, A_1 ...A_n
Par exemple, pour le point A_n, on a la situation suivante :

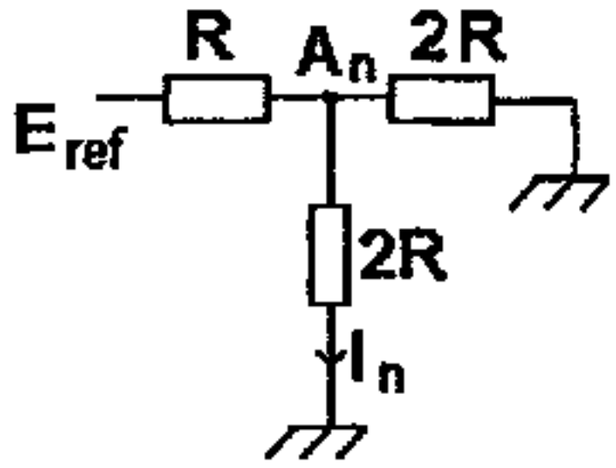


fig.24

La résistance équivalente au réseau à droite de A_n est égale à 2R. Il suffit pour le montrer de partir du noeud le plus à droite du réseau A_0 puis A_1 et de remplacer les 2 résistances de 2R en parallèle par une résistance unique de valeur R. On retrouve alors au noeud immédiatement à sa gauche A_2 la même situation et on recommence la procédure de proche en proche.
Le potentiel du point A_n est alors $V_{An} = E_{ref}/2$ et $I_n = E_{ref}/4R$
De même, $I_{n-1} = E_{ref}/8R$ etc...
La tension de sortie de l'AO est égale à $V_s = -R'\sum_n I_n$ pour les n correspondant à un bit à 1.

Les commutateurs sont naturellement électroniques et la réalisation du convertisseur ne nécessite que 2 séries de résistances R et 2R de précision.
Sous forme intégrée, le CNA à réseau R-2R est peu couteux (30 Frs 1999 pour un AD7533 10 bits).

6.3 - Réalisation d'une rampe linéaire. Application au multimètre

Les tops d'une horloge sont envoyés à un compteur qui délivre la suite des nombres entiers. Ces nombres sont appliqués à l'entrée du CNA : la sortie est une tension croissante en

escaliers. Un comparateur arrête le compteur lorsque la rampe égale la tension à mesurer : le nombre atteint par le compteur est proportionnel à la tension.
On part du montage de la fig.20, les nombres binaires ABC étant constitués comme en fig.22 par un compteur. Le signal de sortie du comparateur (atténué par un pont diviseur) autorise l'horloge à l'entrée 14 du compteur . On effectue une remise à zéro en appliquant temporairement 5V à la borne 2.

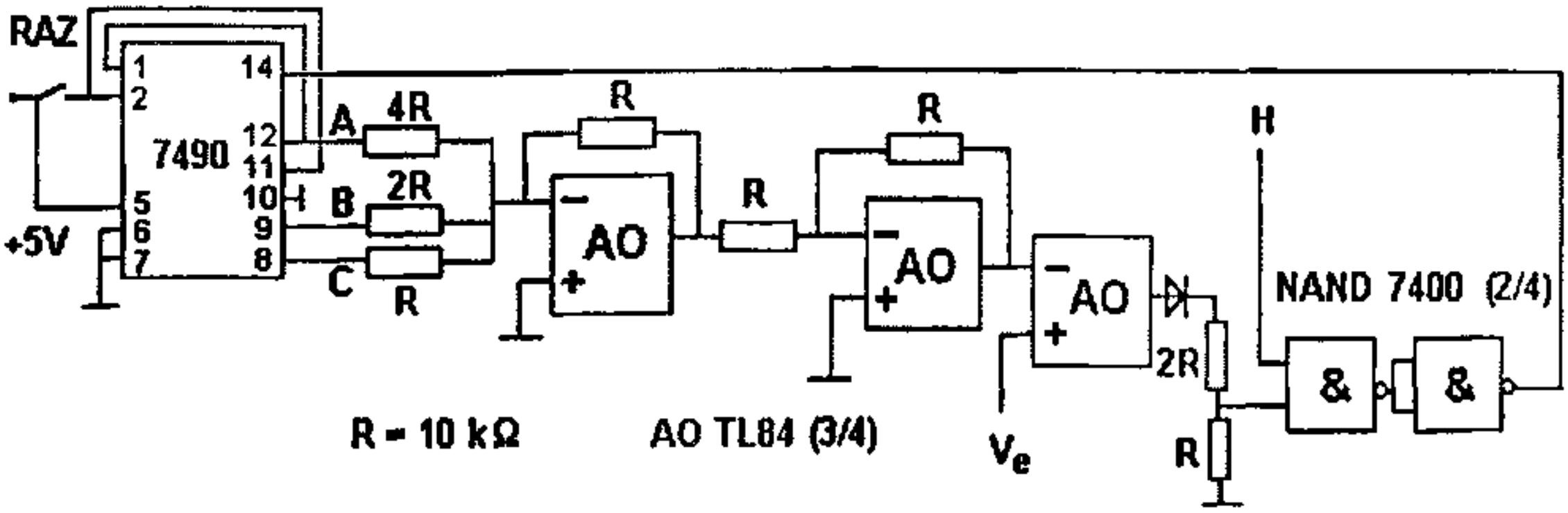


Fig.25

7 - Propriétés des CNA et CAN

7.1 - Résolution

Elle est directement liée au nombre de bits de conversion. C'est la variation de la tension d'entrée qui provoque un changement d'une unité sur le nombre de sortie. C'est donc la valeur de l'échelle totale divisée par le nombre de paliers 2^n. Une acquisition sur 12 bits est naturellement plus précise que sur 8 bits mais pour profiter au mieux de cette résolution, il faut adapter l'échelle de mesure à la valeur à mesurer sinon la quantification de la mesure devient très apparente. Ce problème a déjà été illustré lors de la présentation de l'acquisition informatisée.

Ce phénomène se retrouve avec un multimètre. Il ajoute une incertitude dite de 1 digit (c'est-à-dire une unité sur le dernier chiffre) à celles liées aux non-linéarités et aux imperfections de l'appareil.
Pour les multimètres, on l'exprime en points ou en digits : si l'affichage va de 0 à 1999 , on parle d'appareil 2000 points ou 3 digits et ½. Un appareil 20000 points de plus grande résolution est un 4. digits et ½

7.2 - Défauts de linéarité

La non-linéarité différentielle exprime l'écart entre la hauteur réelle d'une marche et sa valeur théorique égale à $E_{max}/2^n$. S'ajoutent également les défauts dus à un décalage d'origine (une tension nulle fournit un nombre différent de 0) et un défaut d'ensemble sur la valeur de la pente de la rampe.

C'est ainsi que la précision des multimètres numériques est généralement exprimée sous la forme d'un terme constant (1 digit, quelquefois plus pour tenir compte d'un décalage d'origine) plus un terme proportionnel à la mesure (erreur de pente).

Par exemple, si l'on a : ΔV_e= 1 digit plus 0,5 % de la mesure en position voltmètre continu (qui est la fonction la plus précise), on aura, si l'on mesure une tension de 0,6 V sur le calibre 2V , V_e = 0,600 ± 0,004 V
Pour étudier ces défauts sur un appareil de mesure, il faut disposer d'un autre appareil de plus grande précision.

Annexe - Propriétés de quelques multimètres du commerce

Nous comparerons les propriétés de différents modèles de multimètres, depuis les modèles « bas de gamme » (marques diverses, importation Sud-est asiatique, prix de 200 à 500 Frs) jusqu'aux multimètres de marque (Fluke, Métrix , HP...) dont les prix peuvent atteindre 2000 Frs voire beaucoup plus pour des appareils de grande précision. Nous conseillons vivement de consulter les notices des appareils pour en connaître les propriétés : regarder surtout la précision et en alternatif, la bande passante et la nature RMS ou pas.

1 - Voltmètre continu

Résistance interne : pour pratiquement tous les modèles : 10 MΩ quel que soit le calibre (dans certains cas, on a une résistance bien plus élevée pour les premiers calibres).
Précision : dépend du modèle. Exemples
Bas de gamme : 0,5 % de la lecture + 1 digit
Métrix MX579 : 0,03% de la lecture + 1 digit
Fluke 8060 : 0,04 % de la lecture + 1 digit
HP 34401 (multimètre de table à 6½ digits) : 0,0015% de la lecture + 1 digit

2 - Voltmètre alternatif

L'impédance interne est 1 ou 10 MΩ en parallèle sur un condensateur de 50 à 100 pF
La distinction est surtout importante entre les appareils efficaces vrais et ceux qui ne le sont pas (qui ne sont corrects qu'en sinusoïdal). Attention à la distinction RMS et TRMS qui dépend des constructeurs pour savoir s'ils mesurent uniquement la composante alternative (couplage AC) ou la tension totale (couplage DC).
La précision est nettement moins bonne qu'en continu :
Bas de gamme (non efficace vrai) : 1 % de la lecture + 4 digits
MX 579 : 0,4 % de la lecture + 10 digits (couplage AC) ; 1% +40 digits en couplage DC

Bande passante : elle constitue une limitation très sérieuse. Les appareils ordinaires ne garantissent pas la précision au-delà de quelques centaines de Hz !
La réponse en dehors de cette bande passante garantie est très variable selon les appareils et selon le calibre. On observe des écarts en plus ou en moins pouvant déjà atteindre 10% à 5 kHz sur des appareils médiocres (attention aux courbes de résonance mesurées avec de tels appareils !).
Seuls les appareils « haut de gamme » restent corrects jusqu'à 20 kHz ou plus. (MX 579 : bande passante 1 dB - 12% d'écart -: 100 kHz). Au dessus de 100 kHz, l'oscillo est généralement le seul appareil de mesure fiable (à défaut d'un millivoltmètre HF).

3 - Ampèremètre

La résistance interne est donnée par la chute de tension aux bornes pleine échelle. Elle est souvent de l'ordre de 200 mV c'est-à-dire qu'elle est de
1 Ω sur le calibre 200 mA

mais 1000 Ω sur le calibre 200 µA !
Pour les calibres 2A et 10 A (qui correspondent à des bornes de connexions différentes car protégés par des fusibles correspondants), la chute de tension est plus proche de 500 mV.
Précision : nettement moins bonne qu'en mesure de tension (et encore pire en alternatif).
Exemples
Bas de gamme : 1% de la lecture + 2 digits (1,5 % + 4 digits en alternatif)
Métrix MX 579 : 0,2% de la lecture + 3 digits (0,8% + 10 digits en alternatif)

4 - Ohmmètre

Courant du générateur :
Il dépend du calibre. Exemple
MX579 : 1mA sur les calibres 200Ω et 2kΩ, 10 µA sur 20kΩ, 1 µA sur 200kΩ, 0.1 µA sur 2 et 20 MΩ. Le calibre 2kΩ sert pour le test de diode.
Précision :
Bas de gamme : 0,8% de la lecture + 1 digit
MX579 : 0,2% de la lecture + 3 digits

REFERENCES

1 - Tran Tien Lang Electronique des systèmes de mesure ; Masson
2 - D. Aubert , Dict. de Physique expérimentale Tome 3 Electronique ; Pierron 1992
3 - C. André , BUP 562 (1974) 537
4 - R. Fontenay , Convertisseurs ; ed. Radio
5 - A. Hébert , P. Beaufils et M. Lamarche , Electronique TF2 ; Dunod

CHAPITRE XII

ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

1 - Principes généraux des convertisseurs de puissance

1.1 - Introduction

Dans ce chapitre nous considérons des dispositifs permettant d'assurer un transfert de **puissance**, souvent réglable, entre une source et une charge avec un bon rendement énergétique η ($\eta = \frac{P_{charge}}{P_{source}}$).

Pour que le rendement η soit « bon , il ne faut évidemment pas utiliser dans le système d'éléments **dissipatifs.** Par exemple le diviseur de tension résistif de la figure 1 réalise bien un transfert de puissance entre la source de tension de fem E et la charge R_c mais son rendement énergétique peut être très faible si le rapport α est voisin de 0 :

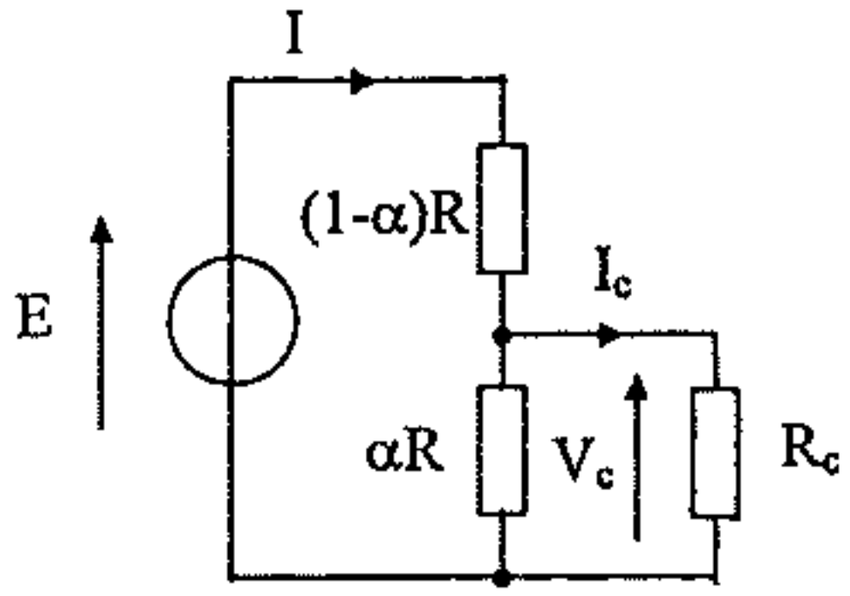


fig.1 - Diviseur de tension résistif

On établit immédiatement :

- $\frac{V_c}{E} = \frac{\alpha R // R_c}{\alpha R // R_c + (1-\alpha)R} = \frac{\alpha R_c}{\alpha(1-\alpha)R + R_c} = \frac{\alpha}{\alpha(1-\alpha) + R_c / R}$ (XII - 1)
- $\frac{I_c}{I} = \frac{\alpha R}{\alpha R + R_c}$ (diviseur de courant) (XII - 2)
- $\eta = \frac{P_{charge}}{P_{source}} = \frac{V_c I_c}{EI} = \frac{\alpha^2 R R_c}{(\alpha(1-\alpha)R + R_c)(\alpha R + R_c)}$ (XII - 3)

On notera :

- que le rapport V_c/E ne dépend pas uniquement du rapport α mais aussi de la résistance de charge R_c. Cette influence est d'autant plus faible que la résistance totale R du potentiomètre est faible devant R_c.
- que le rendement énergétique tend vers 0 avec α (il se comporte comme : $\alpha^2 R / R_c$ pour $\alpha << 1$).

Exemple :

E = 20 V, R = 10 Ω (« rhéostat » de puissance), R_c = 10 Ω (25 W)

Le potentiomètre a été ajusté de manière à obtenir : V_c = 10 V. On a alors mesuré I = 2,54 A ; d'où :

$P_s = EI = 50{,}8$ W , $P_c = V_c I_c = V_c^2/R_c = 10$ W et $\eta = P_c/P_s = 0{,}2$

Ce rendement énergétique est donc très faible. Naturellement on pourrait l'améliorer en augmentant R mais il en résulterait une diminution de la « stabilisation aval », c'est à dire une augmentation de la variation de la tension de sortie avec la résistance de charge (pour le dispositif précédent, la tension de sortie à vide s'élève déjà à 12,6 V).
Les convertisseurs de puissance à haut rendement énergétique ne comprennent donc que des « interrupteurs » (idéaux en première approximation) et des dipôles ou des quadripôles non dissipatifs comme des condensateurs, des inductances ou des transformateurs (idéaux...) ; ces éléments permettant de stocker de l'énergie électromagnétique.
Les éléments constitutifs des convertisseurs de puissance fonctionnent donc essentiellement en régime de commutation . Selon la nature des signaux d'entrée et de sortie, on distingue 4 grandes familles de convertisseurs (fig.2) :

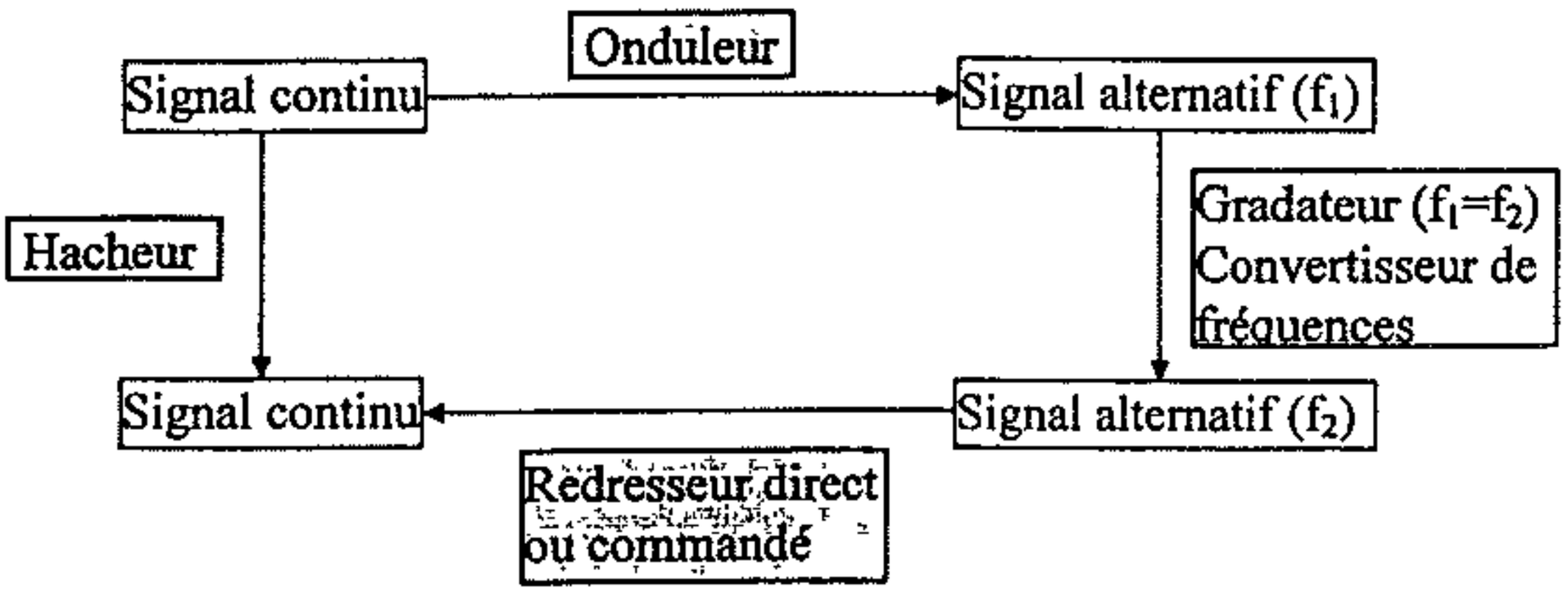


fig.2 - Les différents types de convertisseurs de puissance

Remarque : Pour simplifier nous avons supposé que le transfert de puissance s'effectuait de la « source » vers la « charge » ; certains convertisseurs peuvent fonctionner dans les deux sens et sont qualifiés de « réversibles ».
Ces convertisseurs de puissance jouent notamment un rôle essentiel dans la commande des moteurs électriques [1].

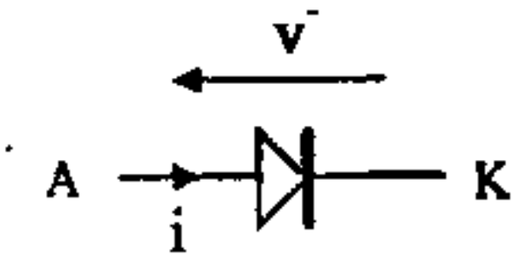
1.2. Interrupteurs électroniques

Les « interrupteurs » utilisés dans les convertisseurs sont des semi-conducteurs utilisés en régime de commutation. La conduction est le plus souvent **unidirectionnelle**, c'est à dire que l'interrupteur ne peut laisser passer le courant que dans **un** seul sens. L'état de l'interrupteur, fermé ou ouvert, peut souvent être commandé grâce à un signal adéquat appliqué à une électrode de commande (la diode fait évidemment exception).
Pour simplifier nous nous limiterons aux modèles idéaux des composants. On pourra se reporter au Chap.IV pour des informations sur les caractéristiques des semi-conducteurs et sur leurs propriétés dynamiques en régime de commutation.

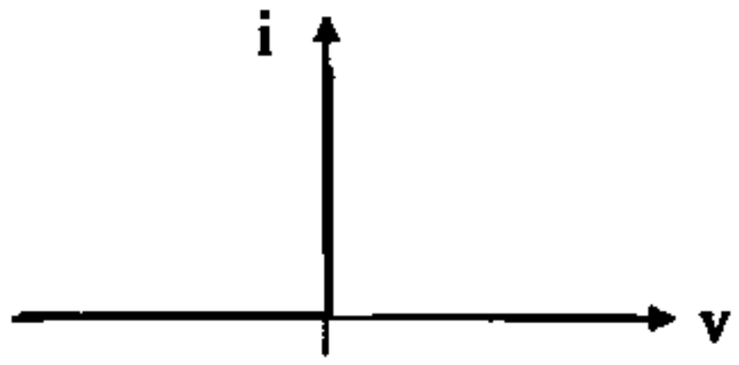
a) Diode semi-conductrice

Pour la diode, la commutation, état bloqué (i = 0) - état passant (v = 0), n'est pas commandable mais « naturelle » et liée au signe de la grandeur conjuguée : $v < 0$ ou $i > 0$. La diode est un interrupteur unidirectionnel fermé si $i > 0$ et ouvert si $v < 0$.

a - Symbole



b - Caractéristique idéale



c - Diode BYW 29 E 200

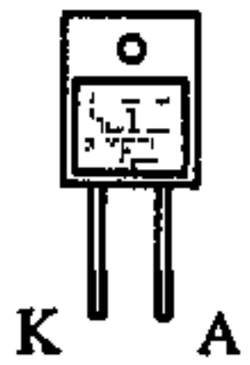
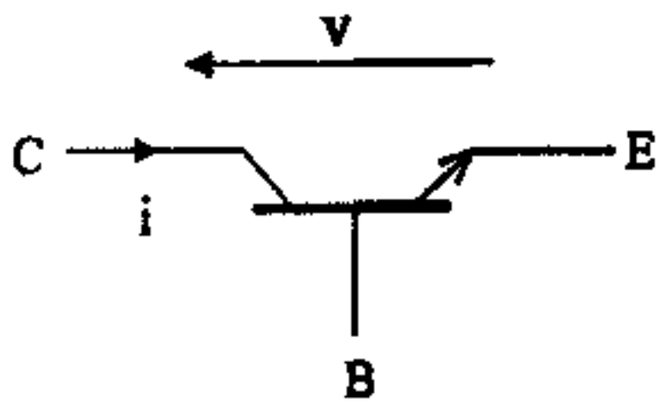


fig.3 - Diode semi-conductrice

b) Transistor bipolaire NPN

a - Symbole



b - Caractéristique idéale

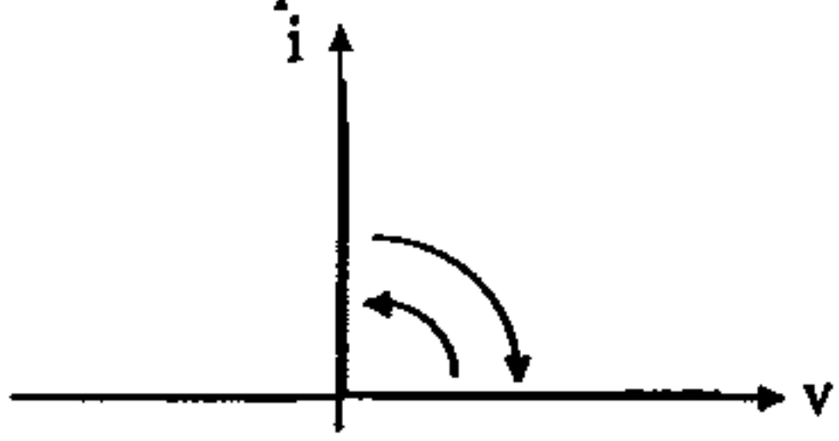
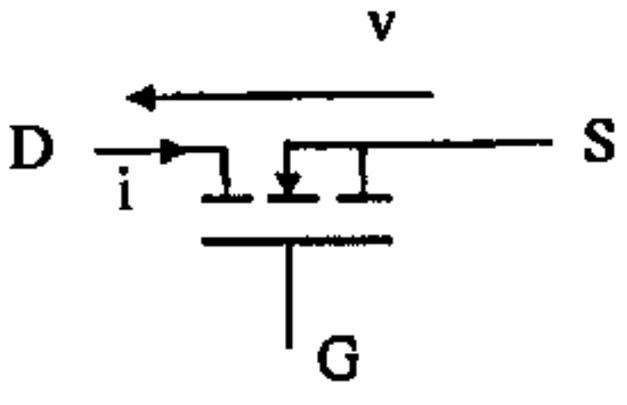


fig.4 - Transistor bipolaire NPN

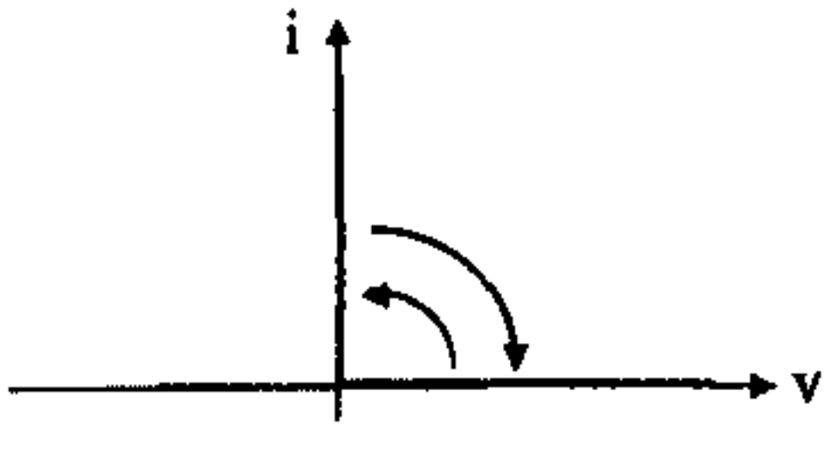
Pour le transistor bipolaire, c'est la base B qui sert d'électrode de commande et qui permet le passage de l'état bloqué à l'état passant et inversement (fig.4-b).
L'utilisation des transistors de puissance en régime de commutation est assez délicate (ils nécessitent souvent des circuits d'aide à la commutation, cf Chap.IV § 3.3).

c) Transistor MOSFET (canal N)

a - Symbole



b- Caractéristique idéale



c - Transistor BUK 555 200 A

fig.5 - Transistor MOSFET (canal N)

Pour le transistor MOSFET, c'est la grille G qui sert d'électrode de commande et permet comme précédemment le passage de l'état bloqué à l'état passant (fig.5-b) .
Le transistor Mosfet, comme le transistor bipolaire, est un interrupteur unidirectionnel commandé à la fermeture et à l'ouverture.
Précisons que la capacité d'entrée d'un transistor MOSFET de puissance est élevée (qq nF).
La commutation bloqué/passant nécessite un **circuit de commande** permettant de charger et décharger très rapidement cette capacité.(cf § 4.2.).
Dans les schémas de principe où la nature des interrupteurs n'intervient pas, on représente les interrupteurs unidirectionnels commandés à l'ouverture et à la fermeture par le symbole de la fig.6 :

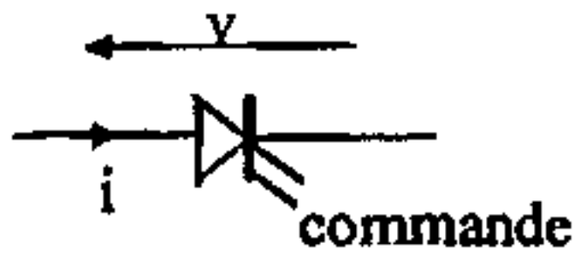


fig.6 - Représentation d'un interrupteur unidirectionnel commandé (o et f)

On a représenté sur les fig.3c et 5c les brochages de composants, classiques en électronique de puissance. Ils permettent de commander des puissances de plusieurs dizaines de W.

d) Thyristor

Le thyristor est une diode commandée par le courant injecté sur une électrode supplémentaire appelée gâchette (pour simplifier nous ne considérerons que ce mode d'amorçage).

a - Constitution

b- Symbole

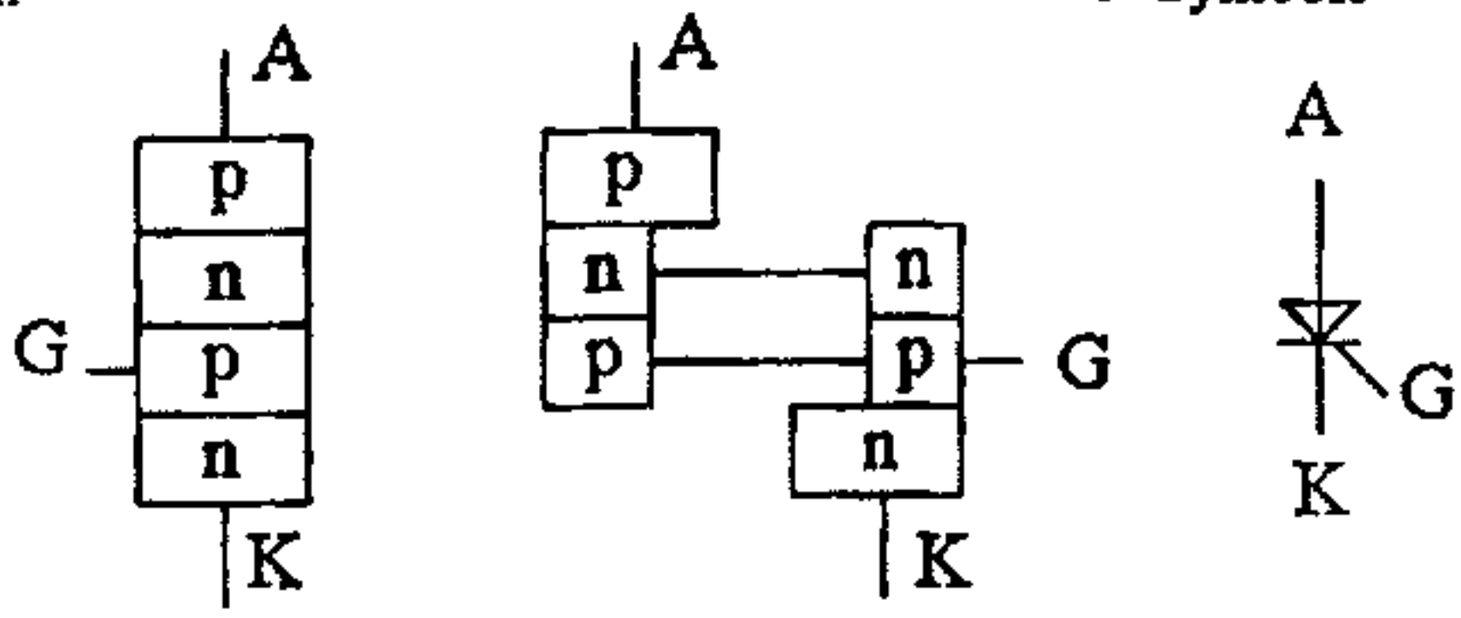


fig.7 - Thyristor

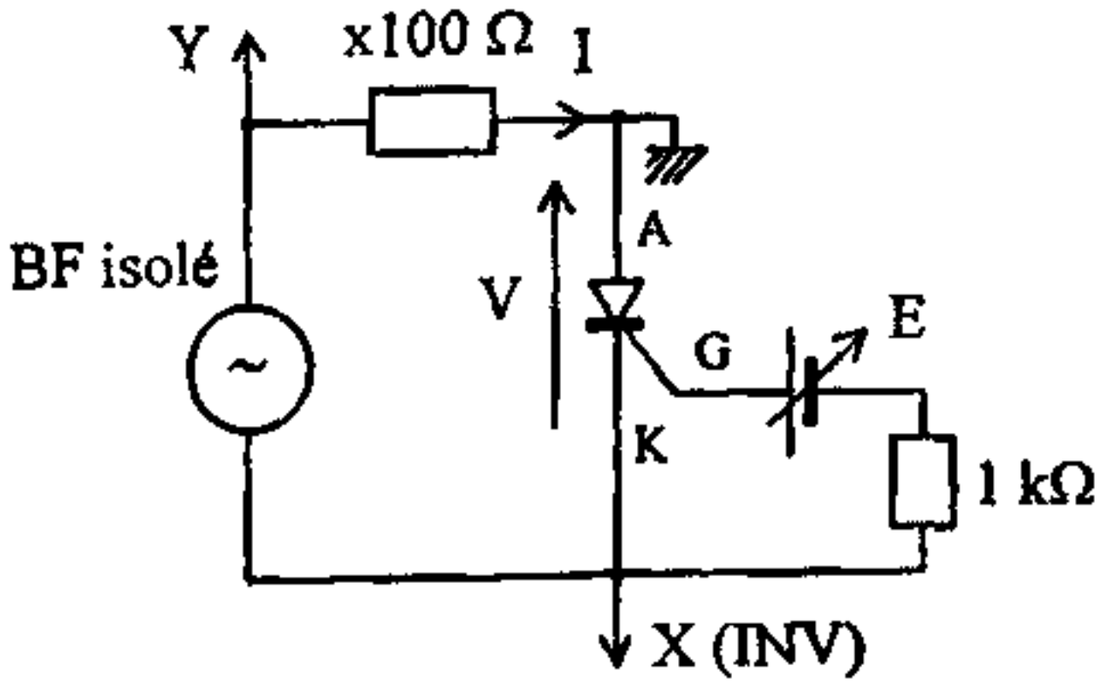
La constitution indiquée sur la fig.7a (pour un thyristor à gâchette de cathode) montre que lorsque la tension d'anode est supérieure à la tension de cathode, il reste une jonction en inverse (dans le cas contraire, il y en a deux). Si l'on injecte un courant entre la gâchette et la cathode, le transistor npn correspondant devient passant et le courant collecteur, qui est le courant base du transistor pnp va rendre ce dernier plus passant. Il se produit un phénomène d'avalanche (analogue à l'ionisation dans un tube à gaz) dans la jonction centrale. Si ce courant est suffisant, le thyristor devient passant dans le sens direct $V_A > V_K$) et la conduction se maintient **même si l'on supprime le courant de gâchette.**

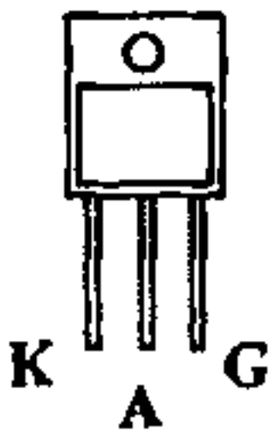
En polarisation inverse ($V_A < V_K$), le thyristor est toujours bloqué.

La tension directe d'amorçage dépend (un peu) du courant gâchette injecté mais en pratique, on applique un courant suffisant pour que la conduction se produise pour une tension directe égale à $\approx 2V_{seuil}$.

Tracé de la caractéristique (fig.8) :

fig.8





TIC 116

Il nécessite deux circuits :

- le circuit principal alimenté en alternatif permet de tracer (si le générateur est isolé) I = f(V)
- le circuit de commande , en continu, permet de régler le courant injecté sur la gâchette (la résistance en série avec le générateur continu le « transforme » en générateur de courant).

En alimentant le circuit principal en continu (par exemple en ajoutant une tension de décalage et en supprimant la composante alternative du BF), montrer qu'une fois amorcé, on peut supprimer le courant de gâchette. Il est donc possible d'amorcer le thyristor grâce à des impulsions appliquées à la gâchette (leur durée doit être suffisante).

Pour désamorcer un thyristor, il faut diminuer le courant principal en-dessous d'une valeur faible (courant de maintien) c'est-à-dire, en pratique, annuler la tension V_{AK} (ou l'inverser).

Il est assez délicat (et peu stable) de régler précisément le courant gâchette I_G pour lequel on est juste à la limite de l'amorçage ce qui permettrait de faire varier l'instant pour lequel « l'interrupteur » se ferme. En pratique, dès que le courant gâchette est suffisant (I_{G3}), le thyristor se comporte comme une diode. La caractéristique I = f(V) (fig.9a) a essentiellement les deux situations représentées sur la fig.9b : le thyristor est équivalent à un interrupteur commandé seulement à la fermeture. Son utilisation est donc celle d'une diode (redressement simple alternance - ou double avec un pont de thyristors) mais il possède de plus la possibilité de contrôler, par l'instant où l'on ferme l'interrupteur, le courant moyen et donc la puissance fournie à une charge.

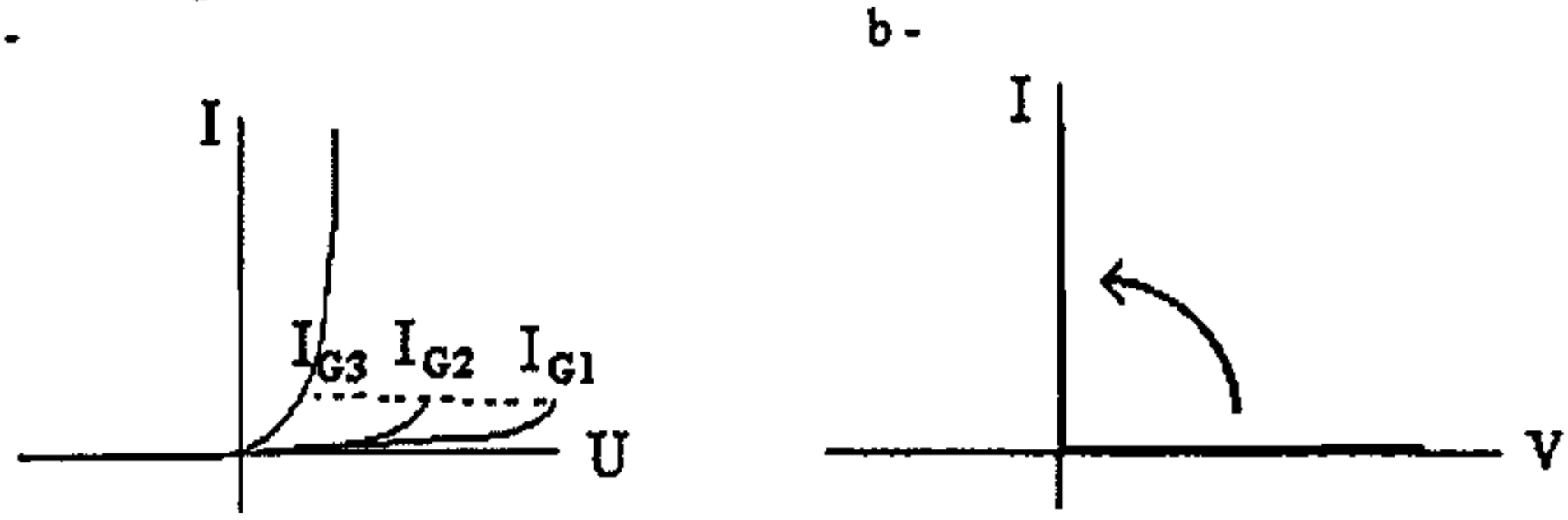


fig.9 - Caractéristiques du thyristor

2 - Conversion alternatif - continu

Nous commencerons par présenter les montages classiques à diode et illustrerons quelques étapes de la réalisation d'une alimentation stabilisée en tension. Ensuite, l'étude du montage simple redressement avec débit sur charge inductive nous conduira à des notions qui prendront tout leur intérêt à propos des autres types de conversion.

2.1 - Taux d'ondulation

Pour caractériser la qualité de la tension de sortie continue désirée, on définit son taux d'ondulation comme le rapport :

$$\tau = \frac{V_{eff}(AC)}{V_{moy}} \qquad \text{(XII - 4)}$$

entre la valeur efficace de la composante alternative et la valeur continue moyenne.

Expérimentalement, ces valeurs se mesurent avec un multimètre efficace vrai :

- en position V_{AC} pour le numérateur
- en position V_{DC} pour le dénominateur

S'assurer qu'en position V_{AC}, le multimètre ne mesure que la composante alternative (voir chapitre Multimètre). Si le multimètre mesure la valeur efficace en tenant compte de la composante continue, on mesure alors le facteur de forme :

$$F = \frac{V_{eff}(AC+DC)}{V_{moy}} \qquad (XII - 5)$$

Au chapitre XI (§ 4.1) on établit la relation : $F^2 = 1+\tau^2$ (XII - 6)

2.2- Redressement simple et double alternance

Le principe du montage simple alternance avec débit sur charge résistive a déjà été vu dans le chapitre IV (Caractéristique d'une diode à jonction).
Lorsqu'on néglige le seuil de la diode, le taux d'ondulation vaut :

$$\tau = \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - 1} \approx 1{,}21 \qquad (XII - 7)$$

(En effet pour une tension d'entrée d'amplitude V_M, on a pour la tension redressée : $V_{eff}(AC+DC) = \frac{V_M}{2}$; $V_{moy} = \frac{V_M}{\pi} \Rightarrow F = \pi/2$).

En tenant compte du seuil V_S de la diode, le taux est supérieur et dépend de l'amplitude maximale de la tension (pour une diode Silicium, il passe à 1,25 pour une amplitude de 10 V).

Le redressement double alternance par transformateur à point milieu ou par pont de diodes (fig.1a et b)[1] diminue ce taux d'ondulation puisqu'il passe (toujours en négligeant Vs) à :

$$\tau' = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)^2 - 1} \approx 0{,}485 \qquad (XII - 8)$$

(En effet : $V_{eff}(AC+DC) = \frac{V_M}{\sqrt{2}}$; $V_{moy} = \frac{2V_M}{\pi} \Rightarrow F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$)

A noter que le montage par pont de diodes est très souvent utilisé (malgré l'apparition d'une tension de seuil égale à 2 V_S) car il évite l'emploi d'un transformateur à point milieu (qui fonctionne de plus dans des conditions médiocres car une moitié fonctionne en charge et l'autre à vide). En pratique on utilise habituellement le pont de diodes sous forme de boîtier moulé ; le transformateur sera, par exemple du type : 220V - 12V.

a - Transfo. à point milieu b - Pont de diodes

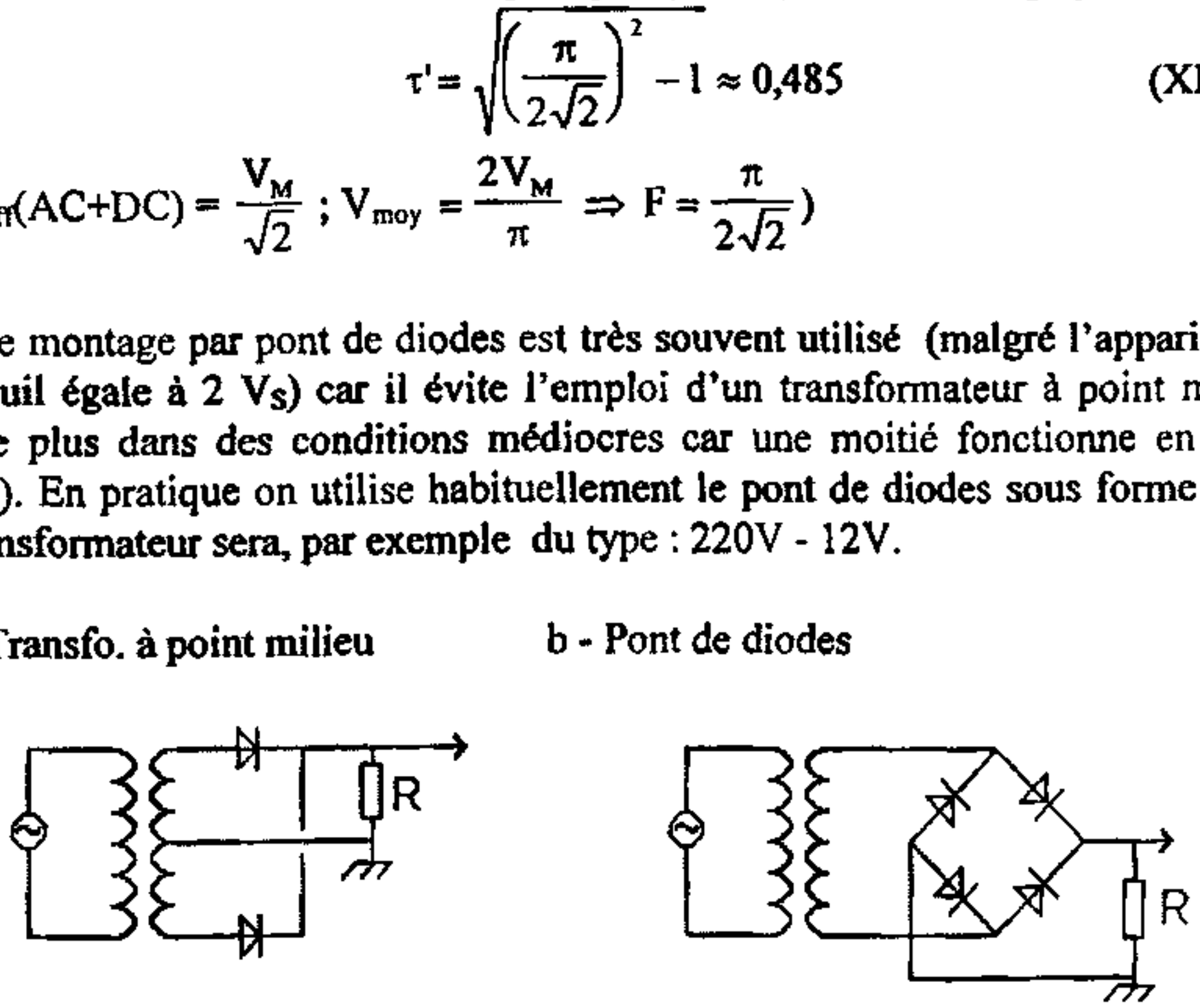


fig.10 - Redressement double alternance

[1] On trouvera des détails sur les procédures expérimentales dans l'ouvrage « Expériences de Physique au CAPES » (1996) éditions Bréal.

2.3 - Filtrage

La tension redressée (simple ou double) est composée d'une tension continue (moyenne) et de composantes alternatives dont le fondamental est la fréquence de l'alternatif de départ (en simple alternance) ou le double de cette fréquence (en double alternance) (fig.11).

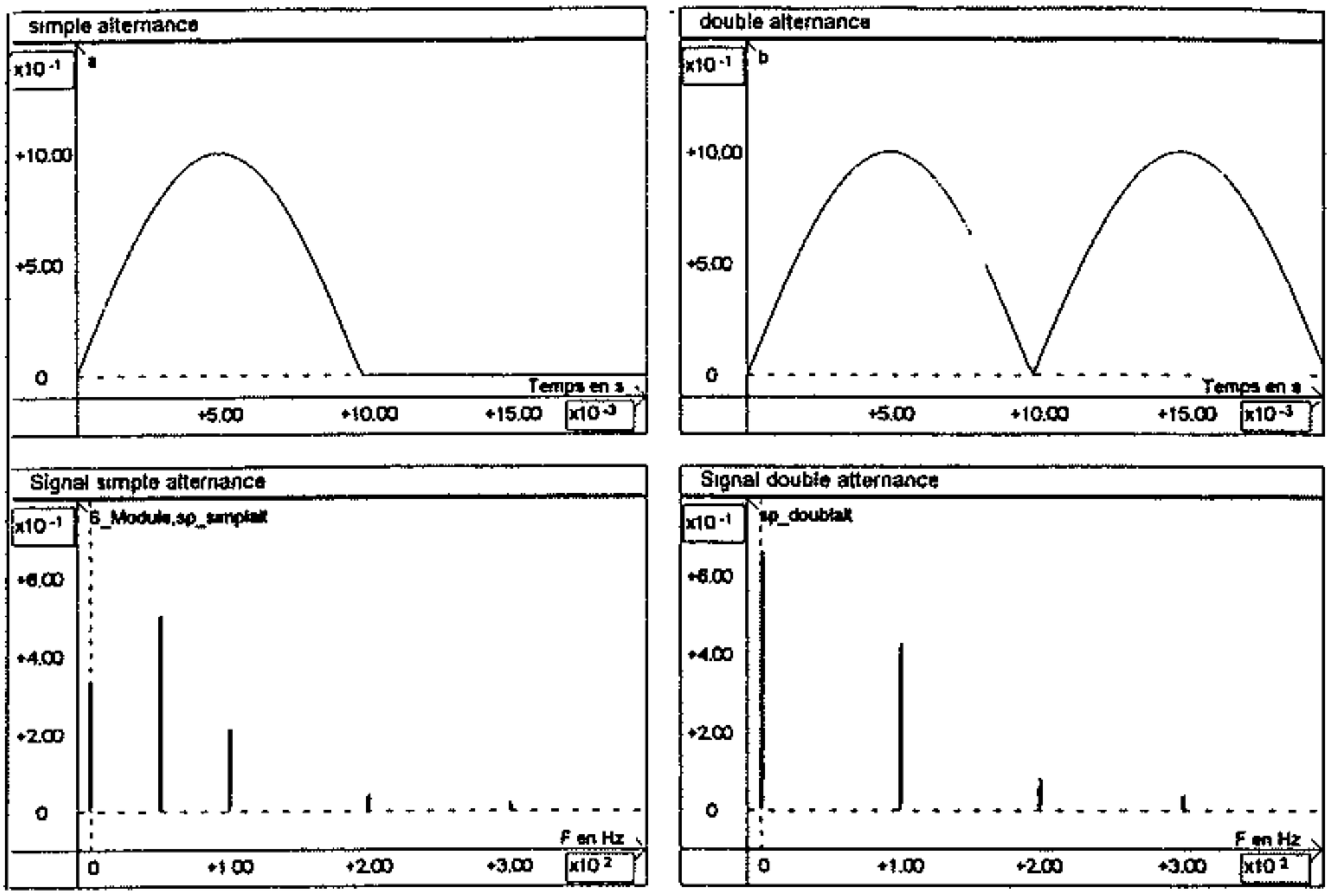


fig.11 - Tensions redressées (1 ou 2 alternances) et spectres correspondants

La deuxième étape pour réaliser une tension continue est d'effectuer un « filtrage passe-bas » au moyen d'un condensateur (fig.12).

a - simple alternance b - double alternance

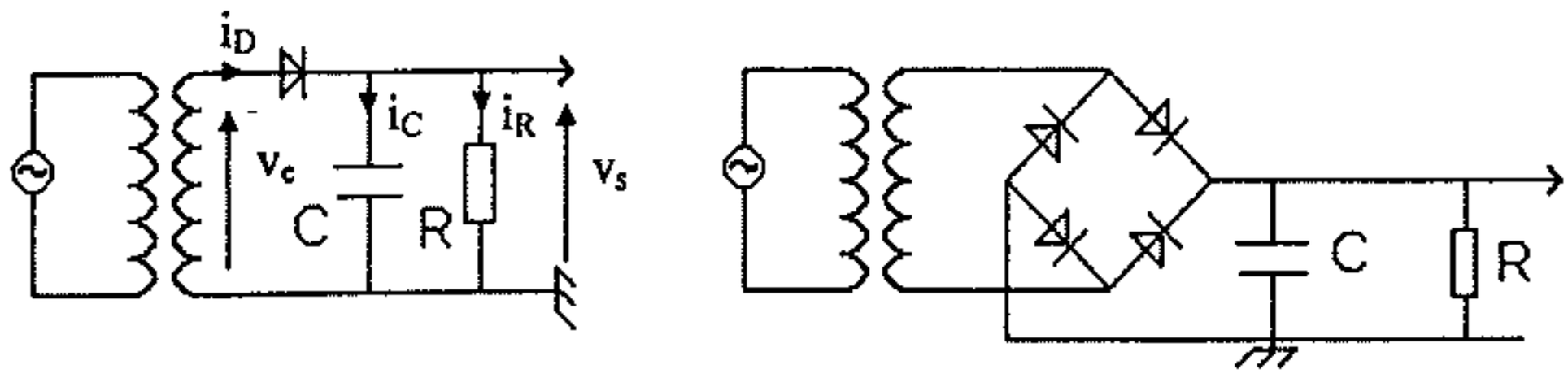


fig.12 - Filtrage par condensateur

Plus exactement il s'agit d'un montage de type détecteur de crête (chapitre IX § 2.3.1). Donnons les résultats essentiels pour le redressement simple alternance (fig.12a), en négligeant la tension de seuil de la diode (fig.13).

- La diode est passante ($i_D > 0$) entre les instants 0 et t_1, soit entre les angles 0 et θ_1 ($\theta = \omega t$ [2π]). Dans cet intervalle : $v_s(t) = v_e(t) = V_M \sin(\omega t)$.

La diode se bloque à l'instant t_1 (angle θ_1) où l'intensité i_D s'annule :

$$i_D = C\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{R} = C\frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{R} \quad (0 < t < t_1)$$

$$= C\omega V_M \cos(\omega t) + \frac{V_M}{R}\sin(\omega t) = C\omega V_M \cos\vartheta + \frac{V_M}{R}\sin\vartheta$$

L' angle θ_1 vérifie donc : $\tan\theta_1 = -RC\omega$ (XII - 9)

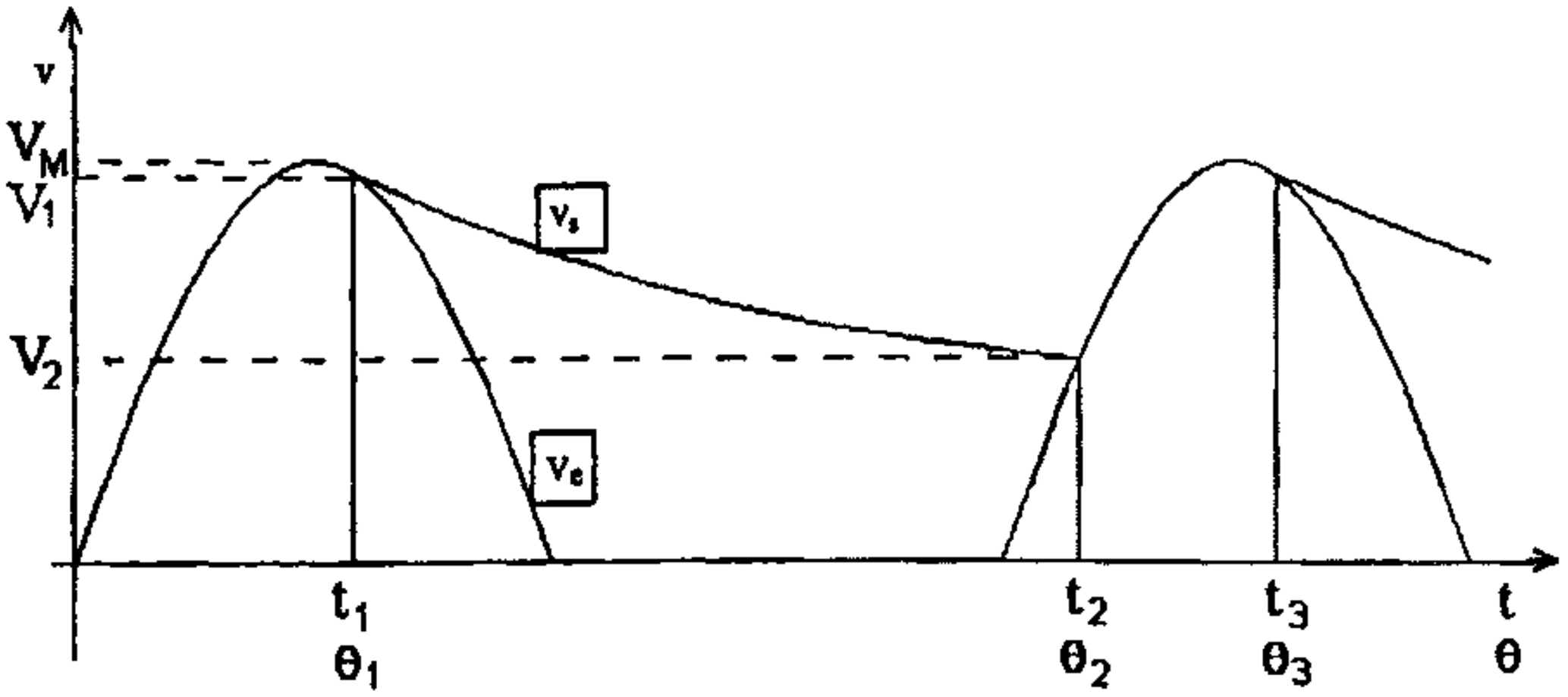


fig.13 - Principe du filtrage par condensateur

■ La diode est bloquée ($i_D = 0$) entre les instants t_1 et t_2 (les angles θ_1 et θ_2).C'est le condensateur qui assure le courant dans la résistance. La tension v_s évolue selon une exponentielle décroissante, de V_1 à V_2 avec la constante de temps RC :

$$v_s(t) = v_s(t_1)\exp[-(t-t_1)/RC] = V_M \sin\theta_1 \exp[-(t-t_1)/RC] = V_1\exp[-(t-t_1)/RC] \quad \text{(XII - 10)}$$

On remarquera qu'à l'instant t_1 la tangente à la tension d'entrée $v_e(t)$ coïncide avec celle à l'exponentielle décroissante (cf $i_D(t_1) = 0$).

La diode redevient passante à l'instant t_2 (angle θ_2) lorsque l'exponentielle décroissante rejoint la tension d'entrée :

$$V_M \sin\theta_1 \exp[-(t_2-t_1)/RC] = V_2 \quad \text{(XII - 11)}$$

- La diode est passante entre les instants t_2 et t_3 (angles θ_2 et $\theta_3 = \theta_1$ [2π]) et recharge le condensateur de V_2 à $V_3 = V_1$

L'angle « d'ouverture » de la diode est $\theta_o = \theta_3 - \theta_2$ et la tension crête à crête de l'ondulation est $V_M - V_2$. Pour estimer cette tension puis le taux d'ondulation de la tension filtrée, nous allons nous placer dans l'approximation où la constante de temps RC est très grande devant la période T du signal de départ. Alors, l'angle d'ouverture est petit devant 2π et la décharge exponentielle est pratiquement linéaire.
D' après (XII-9 et XII-11) : $\theta_1 \approx \pi/2$ et $\theta_2 - \theta_1 \approx 2\pi \Rightarrow t_2 - t_1 \approx T$. On trouve alors :

$$V_1 \approx V_M \text{ et } V_2 \approx V_M \exp(-T/RC) \approx V_M(1-T/RC) \quad \text{(XII - 12)}$$

La tension crête à crête de l'ondulation résiduelle est : $V_{or} \approx V_M T/RC = V_M/RCf$ (XII - 13)

En toute rigueur, le taux d'ondulation fait intervenir la valeur efficace de cette ondulation. Si l'on considère que c'est une tension en dents de scie triangulaire qui varie entre $\pm V_{or}/2$, on trouve $V_{eff}(AC) = V_{or}/2\sqrt{3}$ d'où un taux d'ondulation :

$$\tau = 1/2\sqrt{3}\,RCf \quad \text{(XII - 14)}$$

(en considérant que la valeur moyenne est très peu différente de la valeur maximale V_M (à $V_{or}/2$ près)).

Remarque : on peut retrouver simplement la tension crête à crête de l'ondulation en écrivant que le condensateur fournit un courant $I = V_M/R$ pendant un temps très peu inférieur à T. Il se décharge de $\Delta Q \approx IT$ soit une variation de tension de $V_{or} = \Delta Q/C = IT/C = V_M T/RC$.

Cette formule s'applique aussi au redressement double alternance à condition d'appeler T la période de répétition de la tension redressée qui est alors la moitié de celle de la tension de départ. Il est donc plus intéressant d'utiliser un redressement double alternance : cela se voit aussi sur les spectres de la fig.11.

Pour améliorer la qualité de la tension continue, on voit que l'on peut agir :

- sur la fréquence. En pratique, c'est celle de la tension secteur. Il faut cependant noter que dans les alimentations « haute tension », on utilise des fréquences de départ plus élevées (produites par des oscillateurs ou des hacheurs dans la gamme des 10 kHz) afin de pouvoir utiliser des condensateurs de valeur raisonnable (de tension de claquage élevée).
- sur RC : comme R est la résistance d'utilisation, il faut augmenter C d'autant plus que l'on veut faire débiter un courant élevé. Ces condensateurs sont alors de type électrochimique afin d'avoir des valeurs élevées (1000 µF, voire 50 000 µF) tout en gardant des tailles raisonnables.

Expérience

Déterminer le taux d'ondulation en changeant les valeurs de R et de C. On mesurera les tensions à l'oscillo (V_m en position DC, V_{or} en position AC) ou avec des appareils « efficaces vrais » (V_m en continu, V_{eff}(AC) en alternatif).

Vérifier les formules ci-dessus en connaissant leurs limites d'application : elles ne sont correctes que lorsque le filtrage est de bonne qualité. De plus, on a négligé :

- la tension de seuil des diodes
- la résistance interne de la source de tension (plus généralement son impédance). Or pendant le temps d'ouverture de la diode, le courant fourni est très important (d'autant plus que le condensateur a une forte valeur)[2] : la chute de tension n'est pas négligeable et l'ondulation n'a pas exactement la forme indiquée en fig.13.

Attention : les condensateurs électrochimiques sont polarisés : il faut absolument respecter leur sens de branchement. D'autre part, les valeurs indiquées sont très imprécises (20 % d'écart est classique).

2.4 - Stabilisation d'une tension continue

Jusqu'ici, par redressement et filtrage, on a obtenu une tension continue à ondulation réduite. Mais si la tension alternative d'alimentation varie, la valeur moyenne de la tension filtrée en fait de même. D'autre part, si la résistance d'utilisation R varie, le taux d'ondulation est modifié (la valeur moyenne un peu aussi).

2.4.1 - Stabilisation par Zener seule

On utilise le fait que la tension en inverse aux bornes d'une diode Zener est pratiquement constante dès que l'effet Zener est amorcé.

---

[2] C'est encore plus vrai à la mise sous tension lorsqu'on part d'un condensateur totalement déchargé. Il faut prévoir des diodes largement dimensionnées et on ajoute parfois une résistance de « limitation » en série avec le générateur pour limiter l'effet.

Réaliser le montage de la fig.14 et visualiser les tensions des points A et B. Lorsqu'on augmente progressivement la tension d'alimentation du pont de diodes (alternostat plus transformateur abaisseur), on constate que les tensions en A et B restent proportionnelles jusqu'à ce que celle en B atteigne la valeur V_z où elle se stabilise.

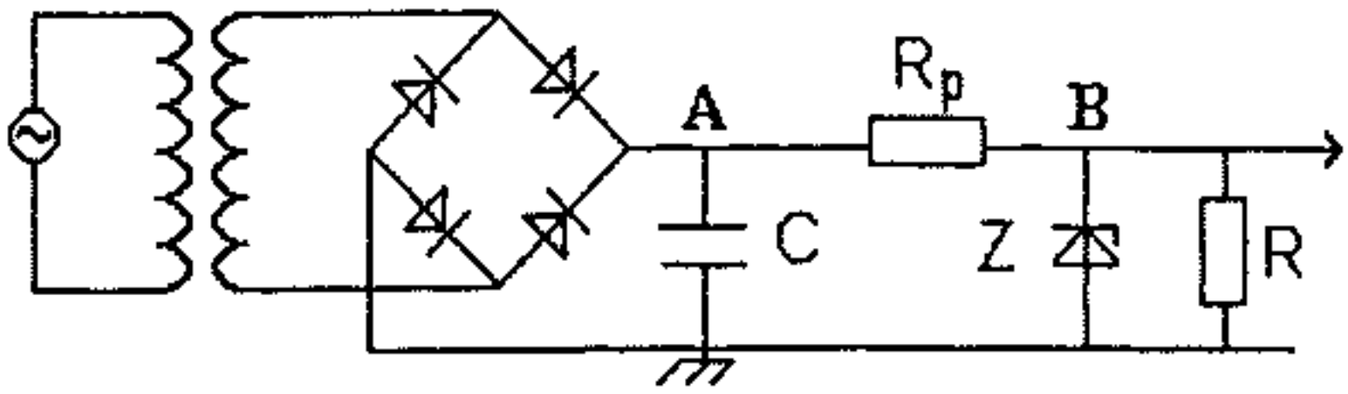


fig.14 - Stabilisation à diode zener

Remarques :

- il est préférable de prendre une diode Zener comprise entre 5 et 10 V (« coude » plus franc, résistance dynamique plus faible, coefficient de température faible).
- si l'on observe une stabilisation à partir de 0,6 V, c'est que la diode Zener est montée à l'envers !
- à cet effet de stabilisation s'ajoute un effet supplémentaire de suppression de l'ondulation résiduelle car la Zener élimine tout ce qui dépasse V_Z (ou le réduit - fortement - si l'on tient compte de sa résistance dynamique non nulle).
- il faut que la tension d'entrée dépasse constamment la tension Zener : il faut donc que la tension d'entrée soit déjà préalablement correctement filtrée.

Comment choisir la résistance R_p ?

Prenons deux cas particuliers simples :

- R_p est nulle : dès que la tension au point A atteint V_Z, la diode conduit et si l'on continue à augmenter la tension, le courant dans la diode augmente très rapidement (caractéristique presque verticale) : la diode est détruite.
- $R_p = R$. En absence de diode Zener, l'ensemble R_pR est un diviseur de tension $V_B = V_A/2$. Si $V_B < V_Z$, la Zener ne conduit pas et ne joue pas son rôle stabilisateur.

Conclusion : la résistance R_p est indispensable mais elle ne doit pas être trop grande. Son calcul dépend du problème :

- Supposons la tension d'entrée V_e fixée (au terme d'ondulation près) ainsi que la tension de sortie : $V_s = V_Z$ et supposons que l'intensité maximale pouvant être débitée dans la charge soit $I_s(max)$ on peut prendre :

$$R_p = \frac{V_e - V_Z}{1{,}1\ I_s(max)} \qquad \text{(XII - 15)}$$

Ainsi en présence de la charge prélevant l'intensité maximale il reste, à priori, un courant suffisant pour maintenir la Zener au delà du « coude ». Il reste à calculer la puissance maximale dissipée par la diode ; ceci a lieu en l'absence de charge : $P(max) \approx V_Z\ I_s(max)$ (on choisit la diode en conséquence).

- Si V_e, V_Z et la puissance maximale P_M que peut dissiper la diode sont fixées, la résistance R_p ne doit pas être inférieure à :

$$R_p = \frac{(V_e - V_Z)V_Z}{P_M} \qquad \text{(XII - 16)}$$

Tant que la Zener est amorcée, la chute de tension aux bornes de R_p est pratiquement constante ($V_e - V_Z$ = Cte) ; il en est donc de même du courant qui la traverse. Si l'on fait varier le courant dans la charge ($I_s = V_Z/R$) de ΔI_s, le courant dans la Zener varie de $-\Delta I_s$ ce qui entraîne une variation de tension à ses bornes de $\Delta V_Z = \rho_Z \Delta I_Z$ (ρ_Z est la résistance dynamique de la diode Zener).
Plus précisément pour estimer les facteurs de stabilisation amont (réponse à une variation de la tension d'entrée) et aval (réponse à une variation du courant dans la charge) on peut modéliser le montage, pour des variations v_e, i_Z et i_s autour d'un point de fonctionnement V_e, I_Z, I_s par le schéma équivalent fig.15 (la diode Zener étant remplacée par sa résistance dynamique) :

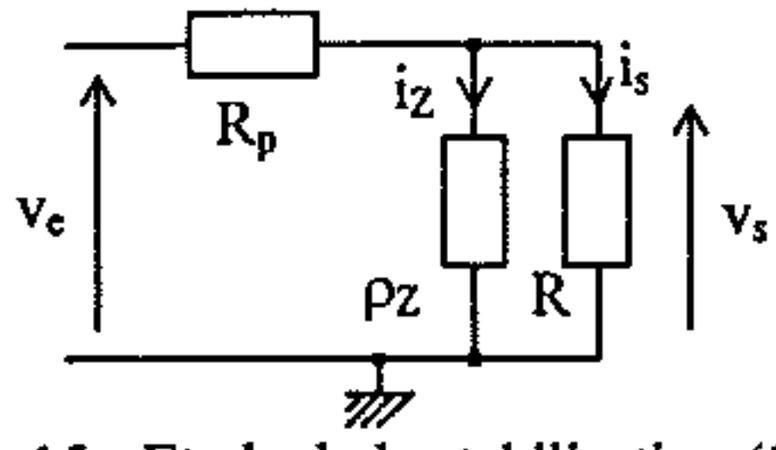


fig.15 - Etude de la stabilisation (1)

On a : $v_e = R_p(i_Z + i_s) + \rho_Z i_Z$ et $v_s = \rho_Z i_Z$

d'où : $$v_s = [\rho_Z/(R_p + \rho_Z)]v_e - \alpha R_p i_s = \alpha v_e - R_s i_s \qquad \text{(XII - 17)}$$

avec les expressions suivantes du coefficient de stabilisation en tension α (à courant de sortie constant) et de la résistance de sortie (à entrée constante) R_s :

$$\alpha = \rho_Z/(R_p+\rho_Z) \qquad \text{et } R_s = \alpha R_p \approx \rho_Z \qquad \text{(XII - 18)}$$

On voit l'intérêt d'utiliser une diode possédant une faible résistance dynamique et, de plus, ayant un coefficient de température nul ou négligeable (conditions réalisées pour $V_Z \approx 6V$).

2.4.2 - Stabilisation avec transistor série

Considérons le montage de la fig.16 (généralement représenté sous la forme de droite)

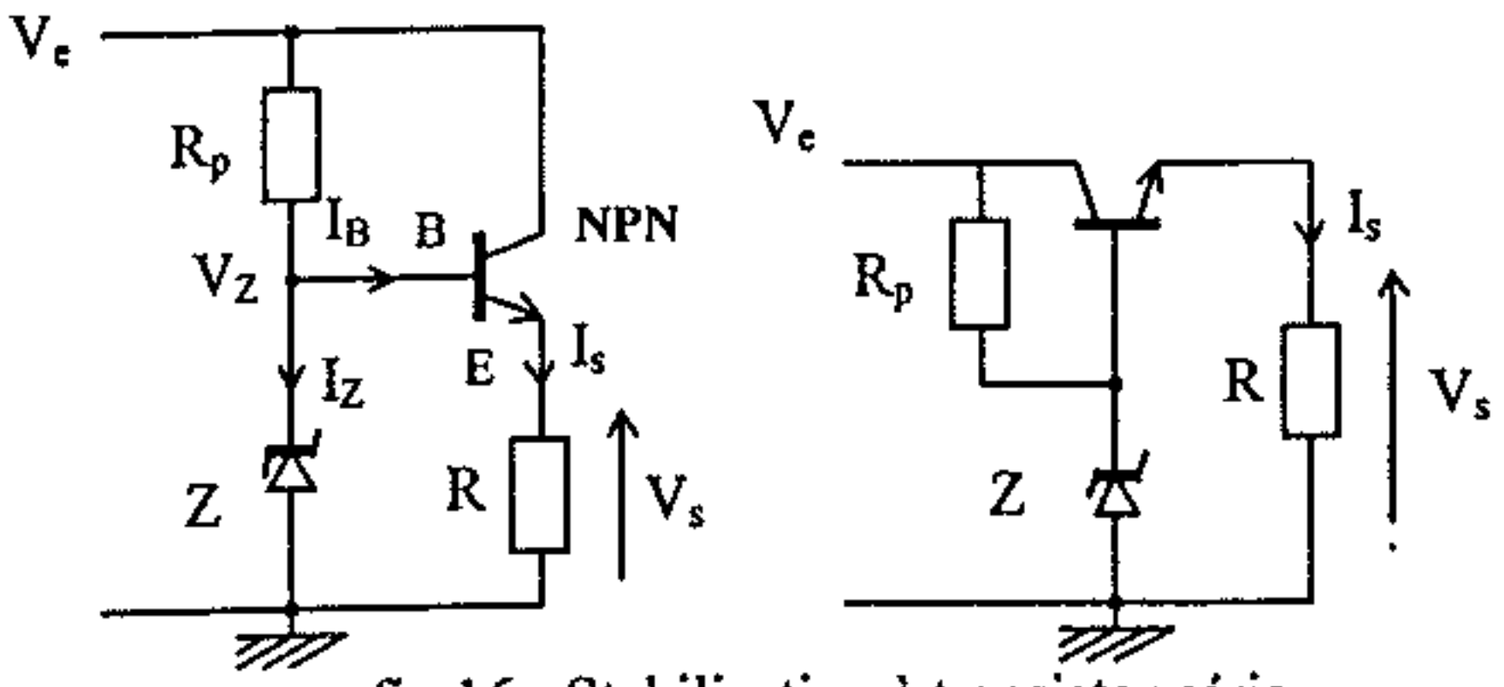


fig.16 - Stabilisation à transistor série

La diode Zener alimentée par la tension d'entrée à travers R_p maintient le potentiel de la base à V_Z. Le transistor étant passant, le potentiel de l'émetteur est pratiquement constant : $V_s = V_Z - V_{BE} \approx V_Z - 0{,}6$ V.

Quelles sont les limites de fonctionnement ?

- la Zener doit être amorcée : $V_e > V_Z$
- le courant maximal admissible par le transistor est P_{max}/V_{CE} avec $V_{CE} = V_e - V_s$

Exemple : $V_e = 10$ V, $V_Z = 5{,}6$ V, $P_{max} = 500$ mW ; $\beta = 100$
$V_s = 5$ V ; $V_{CE} = 5$ V ; $I_{max} = 0{,}1$ A $\Rightarrow R > 50\ \Omega$

La résistance R_p est traversée par le courant I_Z qui traverse la Zener plus le courant base du transistor $I_B \approx I_s/\beta$. Le courant I_B maximum vaut 1 mA. Si l'on désire que le courant dans la Zener soit de 10 mA, il faut que $R_p = (10 - 5{,}6)/0{,}011 = 400\ \Omega$ (on prendra 390 ou 470 Ω)
Cette fois, une variation ΔI_s entraîne une variation $\Delta I_B = \Delta I_s/\beta$ d'où une variation de courant dans la Zener de $-\Delta I_s/\beta$, β fois plus faible que précédemment.

Estimons comme précédemment les facteurs de stabilisation amont et aval à partir du schéma équivalent de la fig.17. Pour le transistor on utilise le modèle d'Ebers-Moll (Chap.VI § 7)

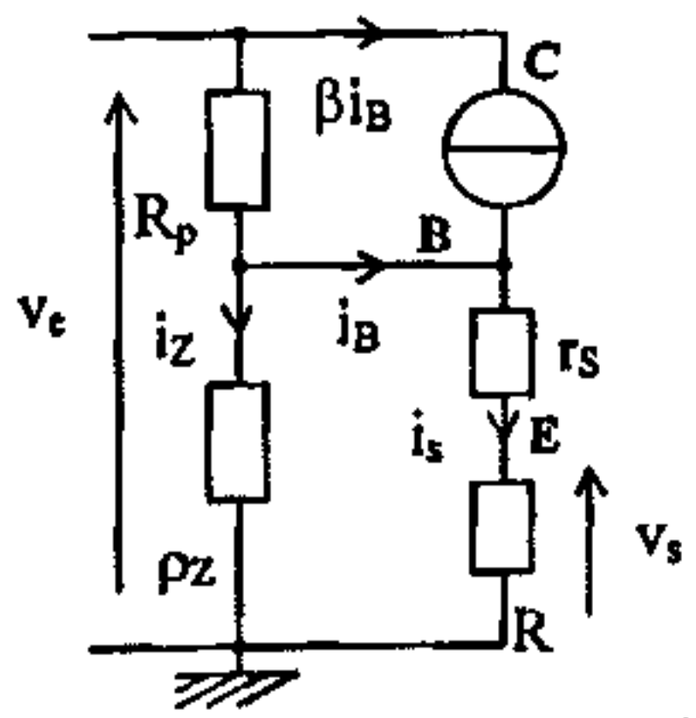


fig.17 - Etude de la stabilisation (2)

On écrit les relations :
$v_e = R_p (i_Z + i_B) + \rho_Z i_Z$
$\rho_Z i_Z = r_S i_s + v_s$ avec $r_S \approx h_{11}/\beta$ (Chap.VI § 7)
$i_s = (\beta+1)\, i_B \approx \beta i_B$

On déduit : $$v_s = \alpha v_e - \left(\frac{\alpha R_p}{\beta} + r_S\right) i_s = \alpha v_e - R_s i_s \quad \text{avec } \alpha = \frac{\rho_Z}{R_p + \rho_Z} \qquad \text{(XII - 19)}$$

Le coefficient α reste le même que précédemment (XII-18) ; il fait intervenir la résistance dynamique de la diode Zener.
La résistance apparente R_s de la source est un peu supérieure à $r_S = h_{11}/\beta$. Une application numérique ($h_{11} \approx 26\eta/I_B(mA) \approx 26\beta\eta/I_C$ (mA)) conduit à une résistance très faible ($\approx 0{,}26\ \Omega$ pour 100 mA et $\eta = 1$).

Expérimentalement, mesurer ces deux contributions :

- A charge fixe, faire varier la tension d'alimentation V_e autour de sa valeur « de repos » et mesurer la variation de tension de sortie. Au préalable, mesurer la résistance dynamique de la diode Zener pour un courant voisin de celui du montage.
- A tension d'alimention fixée V_e, faire varier la résistance de charge et mesurer la tension à ses bornes (on obtient le courant par V_s/R)

Exemple : Avec une diode Z de 6,2 V, $R_p = 470\ \Omega$ et un transistor 2N3055 de $\beta \approx 30$:

■ $R = 100\ \Omega$, $V_e = 10{,}18V$; $V_s = 5{,}855$ V
$V_e = 9{,}03$ V ; $V_s = 5{,}846$ V $\Rightarrow \alpha_m = 0{,}009/1{,}15 = 8.10^{-3}$
Une mesure sur la diode Zener seule (6,431 V pour 7,7 mA ; 6,427 V pour 6,6 mA) fournit :
$\rho_Z = 0{,}004/0{,}0011 = 3{,}6\Omega$. A partir de (IX-19) on calcule : $\alpha_c = 3{,}6/473 \approx 8.10^{-3}$

■ $V_e = 10$ V $R = 60\ \Omega$, $V_s = 5{,}836$ V
$R = 50\ \Omega$, $V_s = 5{,}827$ V
$R = 40\ \Omega$, $V_s = 5{,}811$ V
$\Delta I_s = i_s \approx 5{,}82\ (1/40\text{-}1/60) = 48$ mA $\Rightarrow (v_s/i_s)_m = 0{,}025/0{,}048 \approx 0{,}5\ \Omega$
A partir de (XII-19), on trouve $(v_s/i_s)_c \approx 0{,}26+0{,}13\ \Omega \approx 0{,}49\ \Omega$
Les résultats mesurés sont en bon accord avec le modèle proposé.

2.4.3 - Alimentation asservie en tension

Lorsqu'on veut une alimentation variable ou une tension pour laquelle la diode Zener correspondante ne possède plus d'aussi bonnes qualités, on utilise un montage à contre-réaction (fig.18) qui asservit la commande du transistor à la tension de sortie. Ce montage permet aussi de disposer d'un courant de sortie bien plus important.

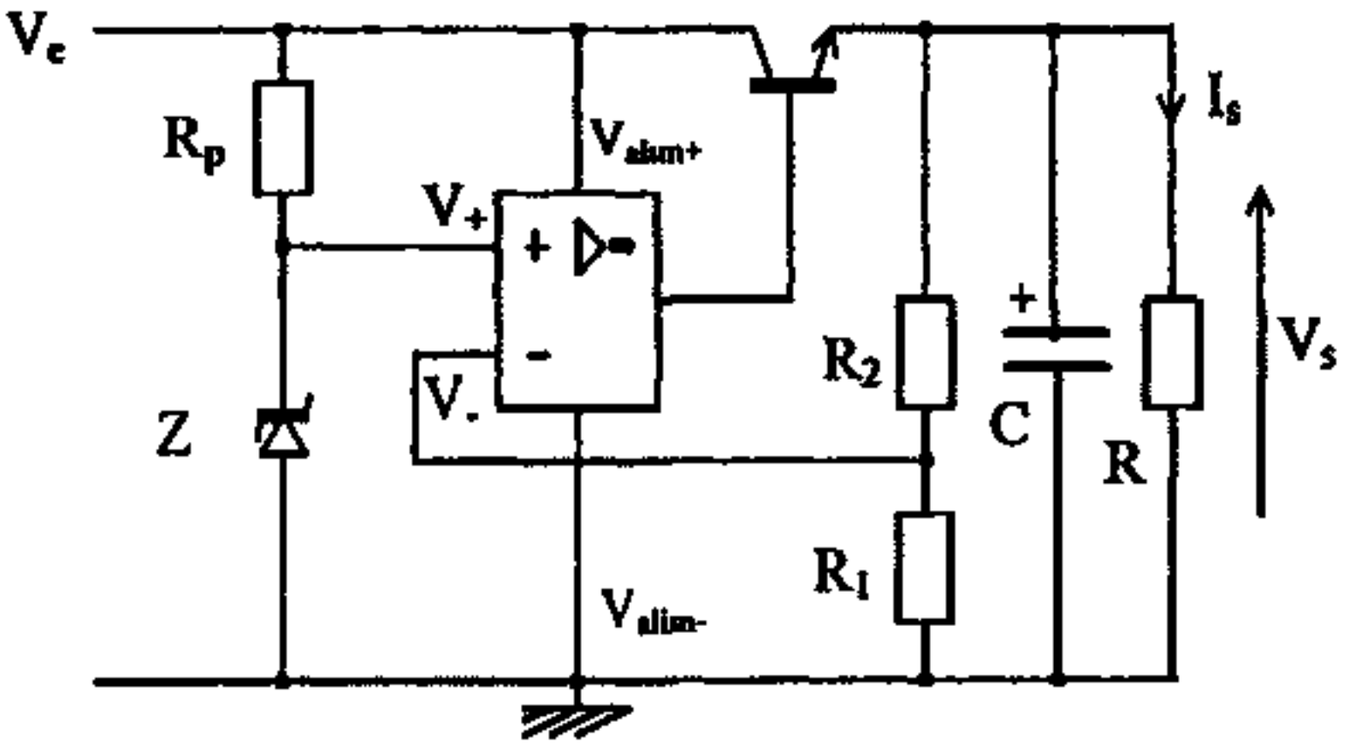


fig.18 - Alimentation asservie en tension

Remarques :
- l'AO (TL 081) est alimenté entre V_e et 0 (au lieu de ± 15 V habituellement). Sa tension de sortie ne peut donc pas dépasser $\approx V_e$ - 1,5 V.
- La capacité C (10 µF - 25 V par exemple) permet d'éliminer d'éventuelles oscillations.

Si l'AO fonctionne en régime linéaire, la tension V_- est égale (à ε près) à la tension de référence donnée par la diode Zener. Cette tension V_- est une fraction de la tension de sortie (fraction $b = R_1/(R_1+R_2)$ donnée par le pont diviseur). Si la tension de sortie tend à varier pour un problème amont (variation de la tension d'entrée) ou aval (modification de la résistance d'utilisation entraînant une variation de courant débité), l'AO va réagir sur la base du transistor de manière à rétablir l'équilibre.
En changeant le coefficient b, on peut modifier la tension de sortie entre V_Z (pour b = 1) et V_Z / b (limitée à une valeur maximale imposée par la saturation de l'AO $\approx (V_e - 2)$ volts). Avec ce montage la tension de sortie est nécessairement supérieure à V_Z ; si l'on souhaite une tension inférieure il suffit d'ajouter un diviseur de tension entre Z et l'entrée + de l'AO.
Le schéma équivalent pour des variations autour d'un point de fonctionnement (quand on ne change pas la valeur de b) est donné en fig.19.(on a négligé le courant passant dans le pont diviseur).

Le transistor est modélisé comme précédemment ; en ce qui concerne l'AO on a retenu comme imperfections sa résistance de sortie R_o et son amplification finie μ_o.

On a : $\varepsilon = \alpha v_e - b v_s$; $\mu_o\varepsilon = R_o i_B + r_S(\beta+1)i_B + v_s \approx R_o i_B + r_S\beta\, i_B + v_s$; $i_s = (\beta+1)i_B \approx \beta\, i_B$

D'où : $$v_s = \frac{\mu_o \alpha v_e}{1 + b\mu_o} - \frac{R_o/\beta + r_S}{1 + b\mu_o} i_s \qquad \text{(XII - 20)}$$

Comme l'amplification différentielle μ_o de l'AO est >> 1 la relation (XII-20) se simplifie en :

$$v_s = \frac{\alpha}{b} v_e - \frac{R_o/\beta + r_S}{b\mu_o} \qquad \text{(XII - 21)}$$

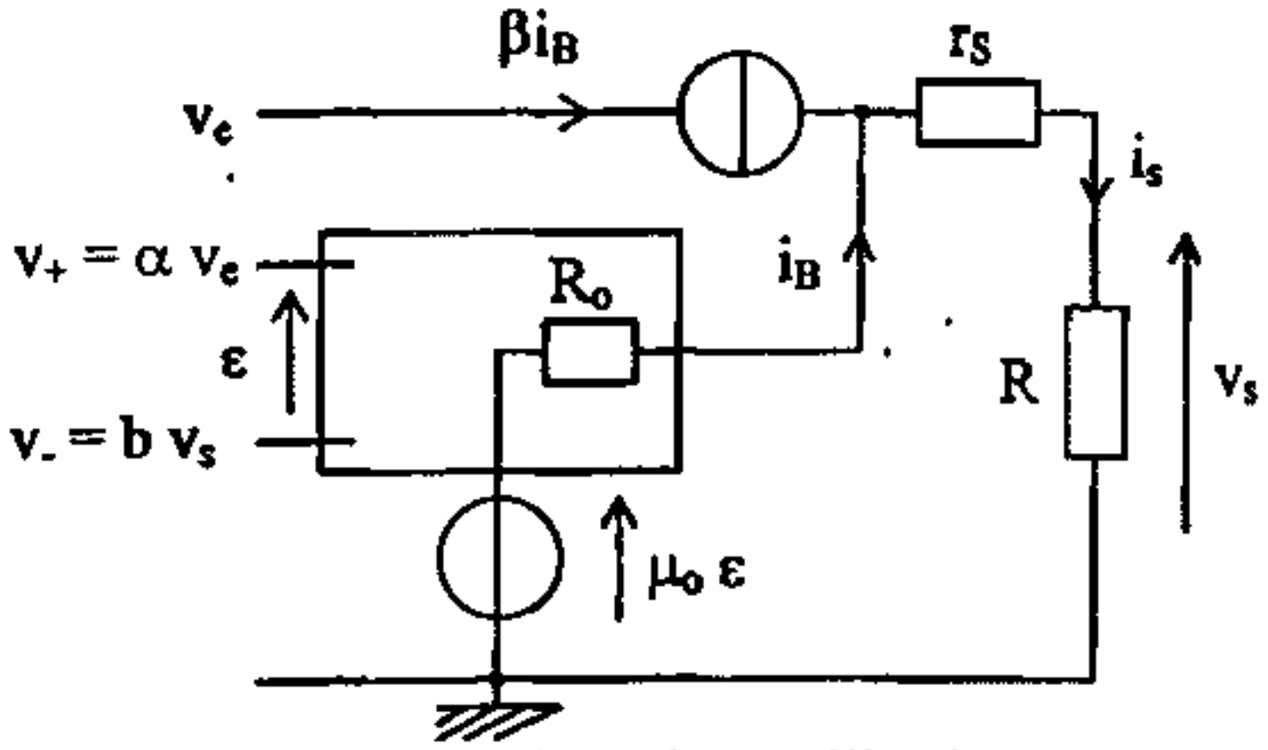


fig.19 - Etude de la stabilisation (3)

Le facteur de stabilisation amont est α/b (toujours lié à la résistance dynamique de la Zener).
La résistance de sortie est fortement abaissée par la contre réaction (dans IX-20 on voit apparaître au dénominateur le terme habituel $1 + b\mu_o$, cf Chap.IV § 6.1.2).
Pour une estimation numérique prenons : $r_s \approx 0{,}3\ \Omega$, $\beta = 30$, $R_o \approx 250\ \Omega$, $\mu_o \approx 10^5$ et $\beta = 1$;
on obtient : $R_s \approx 10^{-4}\ \Omega$; cette résistance est évidemment très faible et en pratique, la résistance de sortie sera imposée par le câblage du montage (il est d'ailleurs très instructif de noter les variations de V_s avec la réalisation du montage).

Expérience : mesurer le facteur de stabilisation α/b et la résistance interne apparente.

Exemple de mesure :
Pour minimiser l'influence de la température on a utilisé une diode compensée en température Z = 1N 827 dont le fonctionnement est optimal à $I_Z = 7{,}5\,10^{-3}$ A Sa résistance dynamique est par contre supérieure à la précédente : $\rho_Z = 12{,}5\ \Omega$

■ $b = 1$; $V_e = 15$ V ; $R_p = 1200\ \Omega$

I_s (mA)	0	64 (100 Ω)	128 (50 Ω)	214 (30 Ω)
V_s (V)	6,2656	6,2651	6,2646	6,2641

$\Rightarrow R_s = 0{,}0015/0{,}214 \approx 7{,}10^{-3}\ \Omega$ (comme prévu très supérieure à la valeur calculée par le modèle).

■ $b = 1$ $I_s = 125$ mA (50 Ω)

V_e (V)	10	12	14	16
V_s (V)	6,2088	6,2370	6,2565	6,2716

$\Rightarrow v_s/v_e = 0{,}029 / 6 \approx 1.10^{-2}$ en bon accord avec la valeur calculée à partir de (XII-19 ; XII-21)

■ $V_e = 15$ V $R = 50\ \Omega$

b	1	11/10	11/9	11/8	11/7	11/6
V_s m (V)	6,2695	6,8977	7,6635	8,6198	9,8536	11,495
V_s c (V)		6,8964	7,6627	8,6205	9,8521	11,494

On constate l'excellent accord entre la valeur calculée V_s c (donnée par le rapport de 2 résistances - prendre une boîte AOIP à 0,2 %) et la valeur mesurée V_s m.

2.5 - Utilisation d'un régulateur intégré de tension (RIT)

On utilise le plus souvent un circuit intégré reprenant les principes précédents (et doté de plus d'une protection contre les courts-circuits en sortie). Il permet la régulation d'une tension déjà redressée et filtrée. Il comprend toujours les fonctions suivantes : tension de référence, amplificateur d'erreur (asservissement) et transistor de sortie (« ballast ») plus ou moins puissant. Réaliser le montage de la fig.20 avec, par exemple, un RIT 7805 à trois bornes (régulateur positif de 5 Volts)[3].

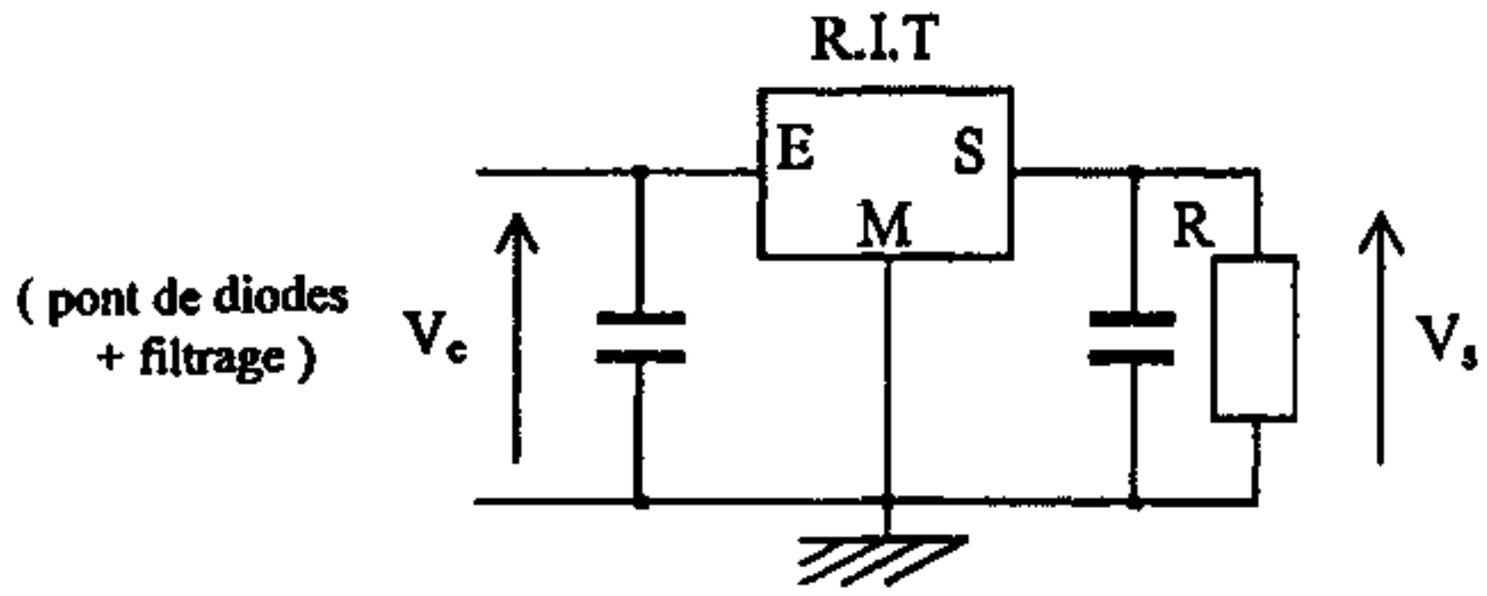


fig.20 - Régulateur intégré de tension (« fixe »)

Il est recommandé de placer deux condensateurs (0,1µF - 1 µF) de part et d'autre du RIT, le plus près possible du circuit, pour éviter des oscillations parasites.
Mesurer la stabilisation amont (en faisant varier la tension d'entrée) et la stabilisation aval (résistance de sortie) ; pour éviter l'influence de la température il est indispensable d'installer le RIT sur un dissipateur thermique. En pratique toujours prévoir un tel dissipateur surtout si la tension d'entrée est nettement supérieure à 5 V et si le courant délivré n'est pas négligeable. On constate de plus que la tension d'entrée doit dépasser constamment 6 V ce qui impose un premier condensateur de filtrage de valeur suffisante.
Si l'on veut obtenir une tension de sortie variable ou ajustable, on peut aussi utiliser un RIT de tension fixe en modifiant le montage (fig.21). Le courant qui passe dans la borne de référence M est pratiquement constant (de l'ordre de 5 mA), la tension V_{SM} étant toujours de 5 V.

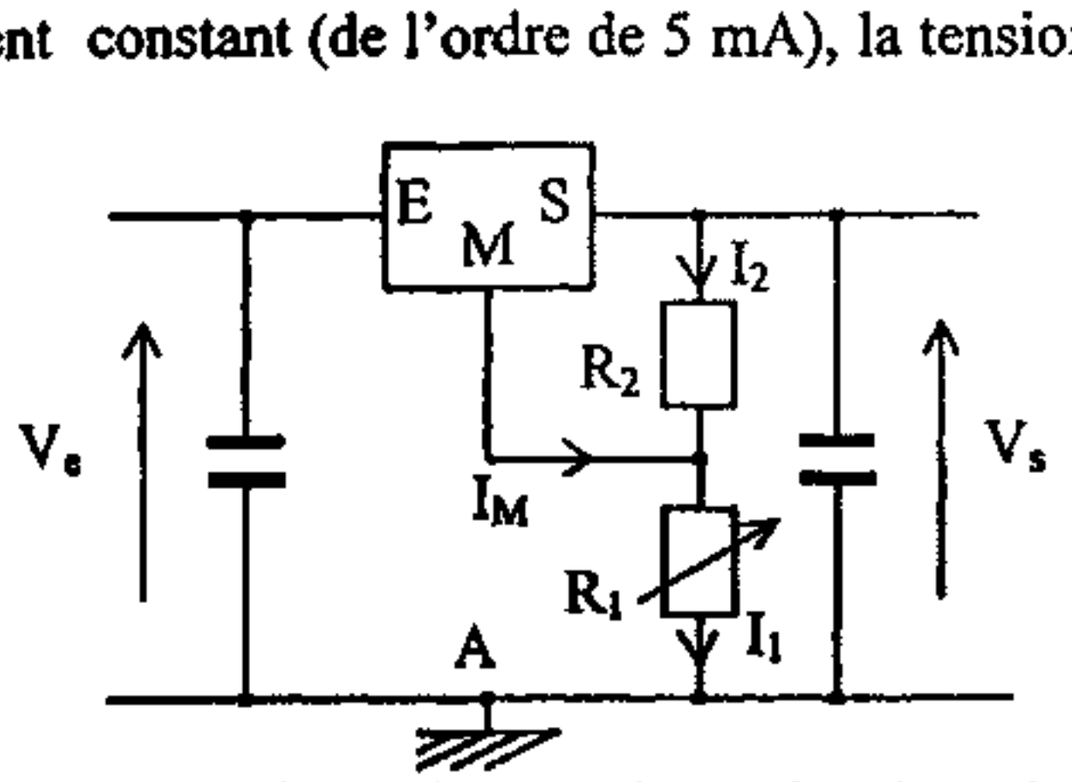


fig.21 - Régulateur intégré de tension (« variable »)

[3] De même, un régulateur positif de 15 V se nomme 7815, les régulateurs négatifs correspondants sont le 7905, 7915 ...

On a : $I_2 = V_{SM}/R_2$; $I_1 = I_M + I_2$; $V_{SA} = R_1 I_1 + V_{SM}$
Par exemple, $R_2 = 200\ \Omega \Rightarrow I_2 = 25$ mA ; $I_1 = 30$ mA
Lorsque R_1 varie de 0 à 500 Ω, V_{SA} varie de 5 V à 20 V

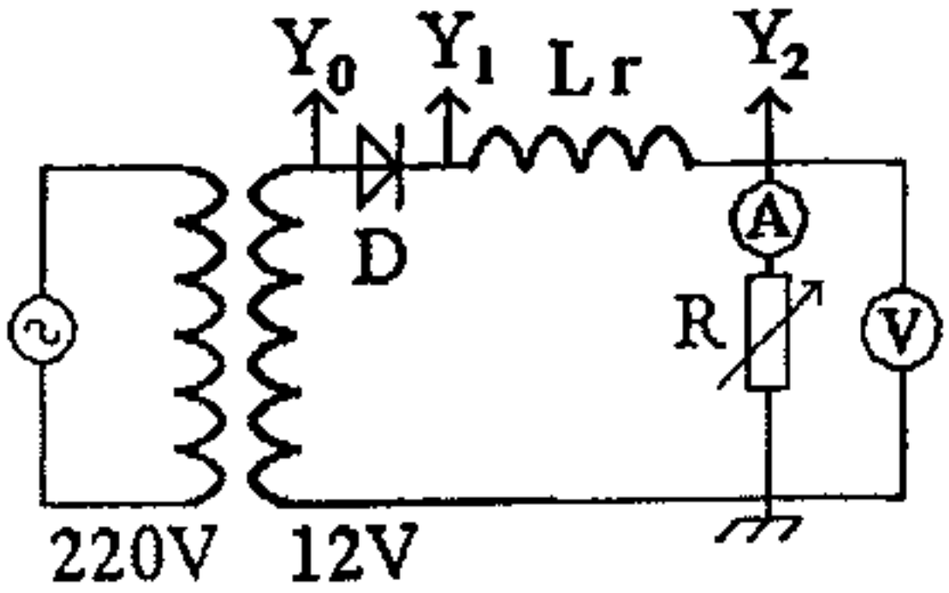
Fonctionnant sur le même principe, on trouve des régulateurs « ajustables » positifs et négatifs couvrant un large domaine de tension (1,25 à 37 V pour LM317 et LM337).
Enfin il existe des régulateurs plus complexes à bornes multiples (LM 305, L 200...) qui permettent de faire varier la tension de sortie ainsi que la limitation de courant par des composants externes.

2.6 - Circuit redresseur avec débit sur charge inductive

Dans de nombreux cas, la charge n'est pas seulement résistive comme étudiée précédemment. En particulier, les moteurs ont une impédance de type inductif (ils comportent aussi un générateur de tension de fem e_m).

2.6.1 - Diode seule

Reprendre le montage simple alternance en plaçant en série avec la résistance une inductance à noyau (fig.22). On étudie ici le cas de forts courants et l'on prendra des composants adaptés : le transformateur d'alimentation, la résistance (rhéostat) et la bobine (à noyau plongeur) doivent supporter des courants de l'ordre de quelques ampères.
On mesure intensités et tensions (en continu et en alternatif RMS) et l'on visualise les différentes tensions à l'oscillo.



R rhéostat 50 Ω 2A
L, r : 1 H , 10Ω
D 1N4007

fig.22 - Redressement sur charge inductive

L'enregistrement de la forme du courant et de la tension aux bornes de RL est présenté en fig.23a. On voit que le courant passe pendant un temps supérieur à T/2 ; Ce courant qui se prolonge jusqu'en t_1, au-delà de T/2, implique que la diode reste conductrice jusque là et donc que la tension en Y1 devienne négative pour garder la diode passante. Dans ces conditions, la valeur moyenne de la tension aux bornes de R diminue puisqu'on « utilise » une partie de l'alternance négative.
Mesurer le courant moyen dans la charge : en augmentant l'inductance (avec un noyau plongeur), sa valeur diminue. De même, la tension moyenne diminue lorsque R diminue.

Remarque : La forme du courant correspond à la solution d'une équation différentielle du premier ordre dont le deuxième membre est une fonction sinusoïdale pour $t>0$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E\sin(\omega t) \qquad \text{(XII - 22)}$$

La solution générale est la somme de la solution générale sans second membre (de la forme $A\exp(-t/\tau)$) et de la solution particulière avec second membre (de la forme $B\sin(\omega t+\varphi)$).

Les conditions initiales conduisent à la forme indiquée sur la fig.23b comparée à la courbe expérimentale.

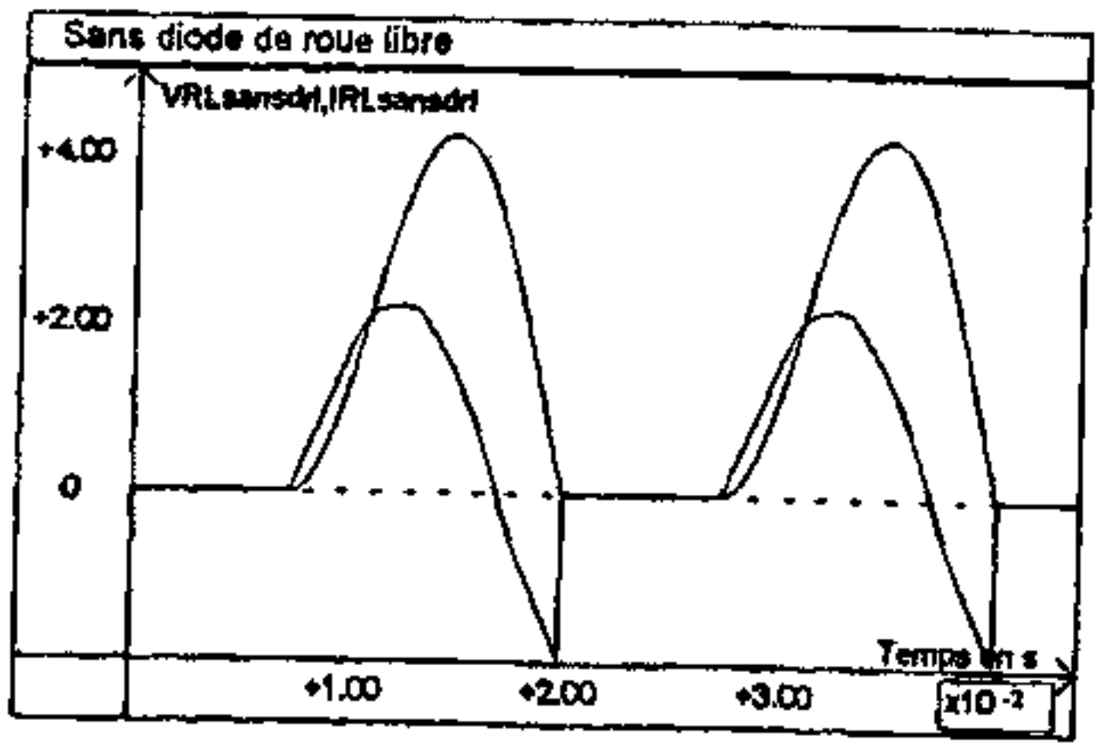


fig.23a

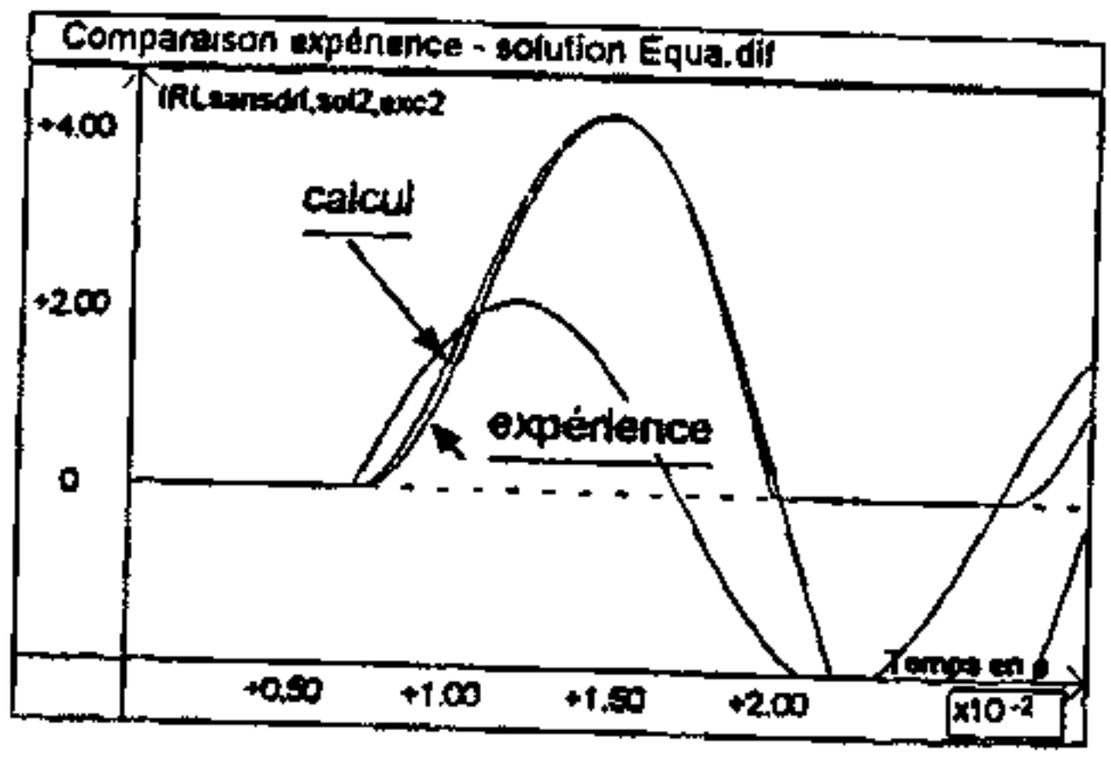


fig.23b

2.6.2 - Amélioration du montage

On place maintenant une diode D_2 (notée DRL) comme indiqué sur la fig.24 (la placer en inverse par rapport à D_1 pour ne pas court-circuiter le générateur).

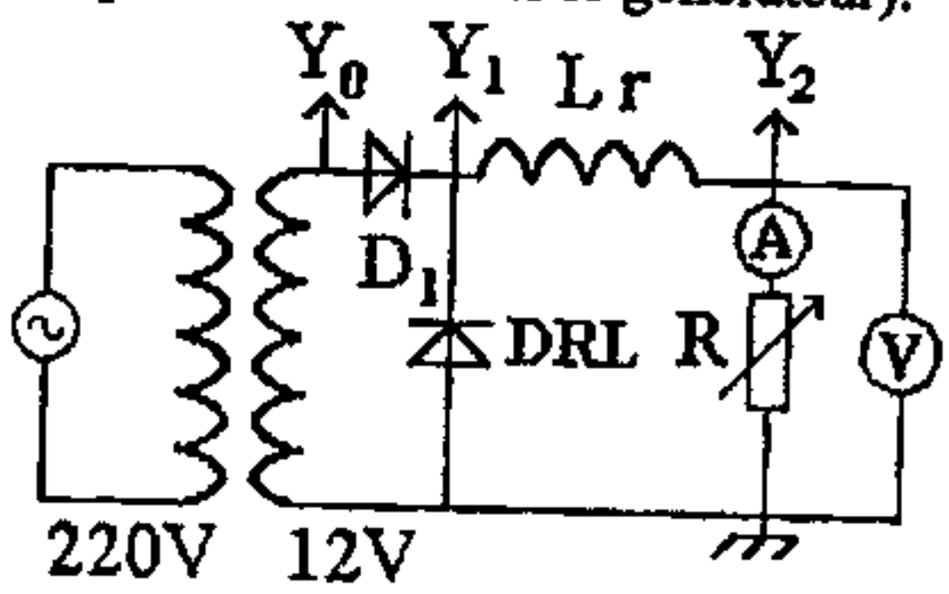


fig.24 Redressement sur charge inductive et diode de roue libre

Le courant moyen dans R est fortement augmenté. Selon la valeur de L/R, on peut avoir deux situations dont les oscillogrammes sont présentés en fig.25 :

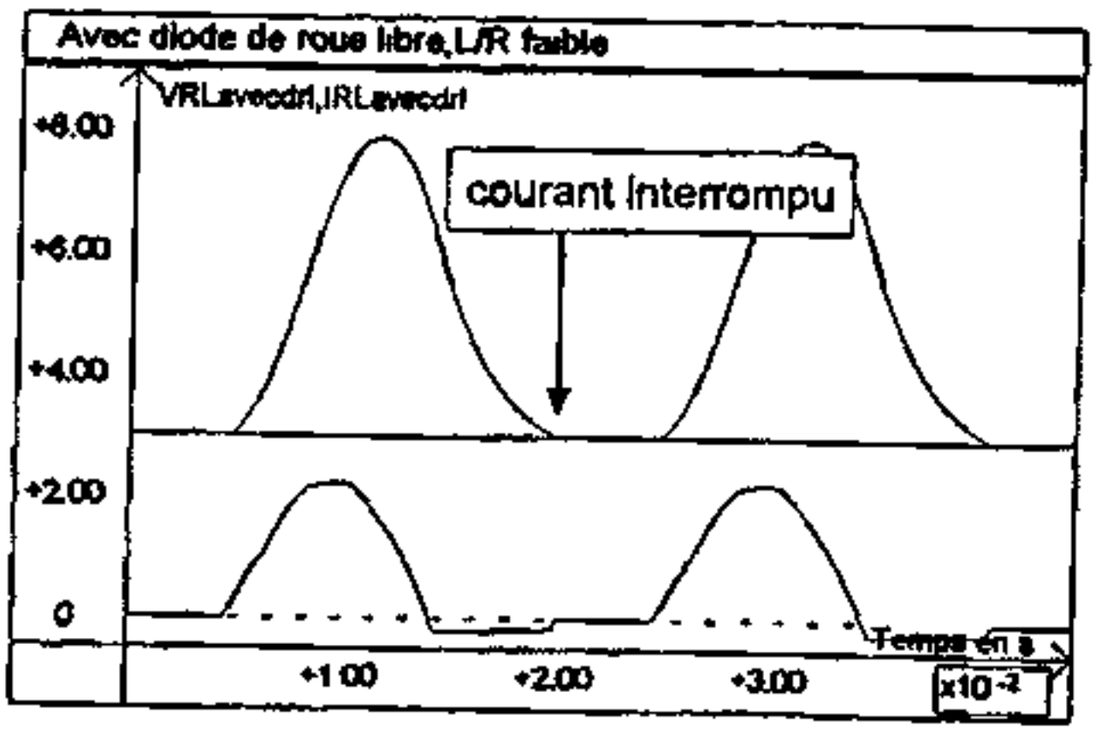


fig.25a

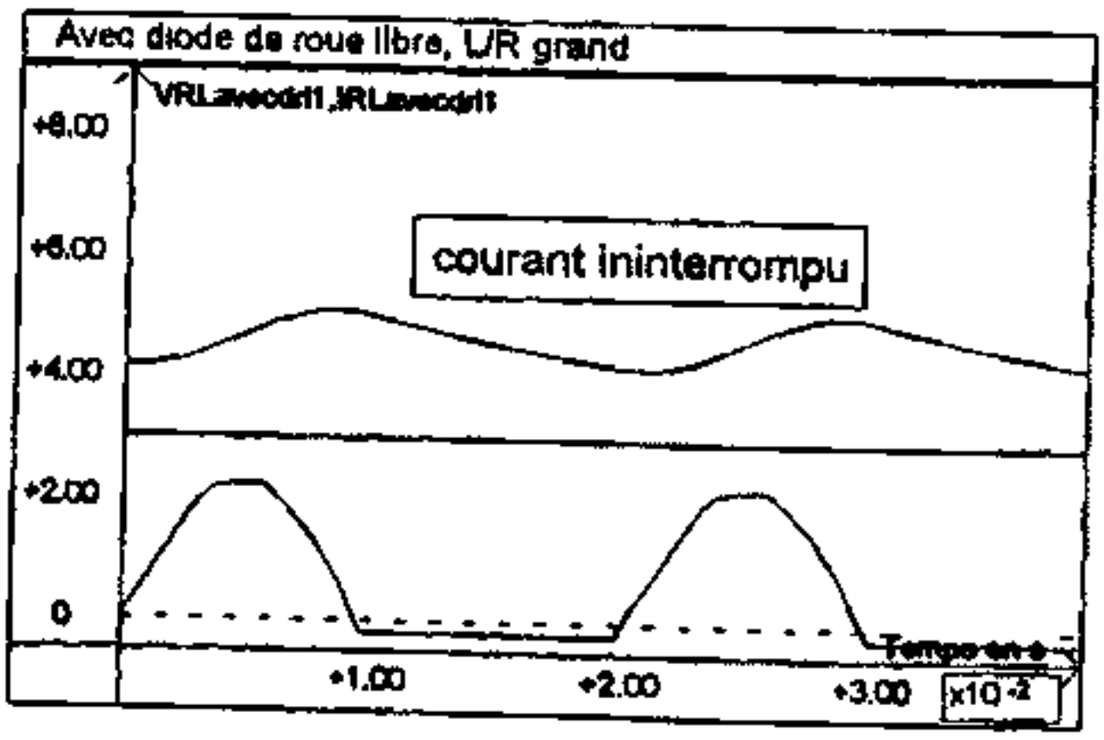


fig.25b

L'inductance est un dipôle qui s'oppose aux variations de courant (par l'apparition à ses bornes d'une fem : $e = -L\,dI/dt$). C'est pour cela que dans l'expérience de la fig.23, la diode D_1 devait continuer à être passante au-delà de T/2.

La tension principale est déphasée d'un angle compris 0 et $\pi/2$ par le réseau R_1C_1. Elle est appliquée à un comparateur à hystérésis (dont on peut faire varier les tensions de commutation $\pm V_{sat}R_4/(R_3+R_4)$ en agissant sur R_4) qui donne un signal carré déphasé par rapport à la tension de départ. Le 2ème AO sert seulement d'inverseur. Le circuit dérivateur et la diode ont le même rôle que précédemment.
Visualiser la tension aux bornes de la charge (fig.29) pour différents retards.

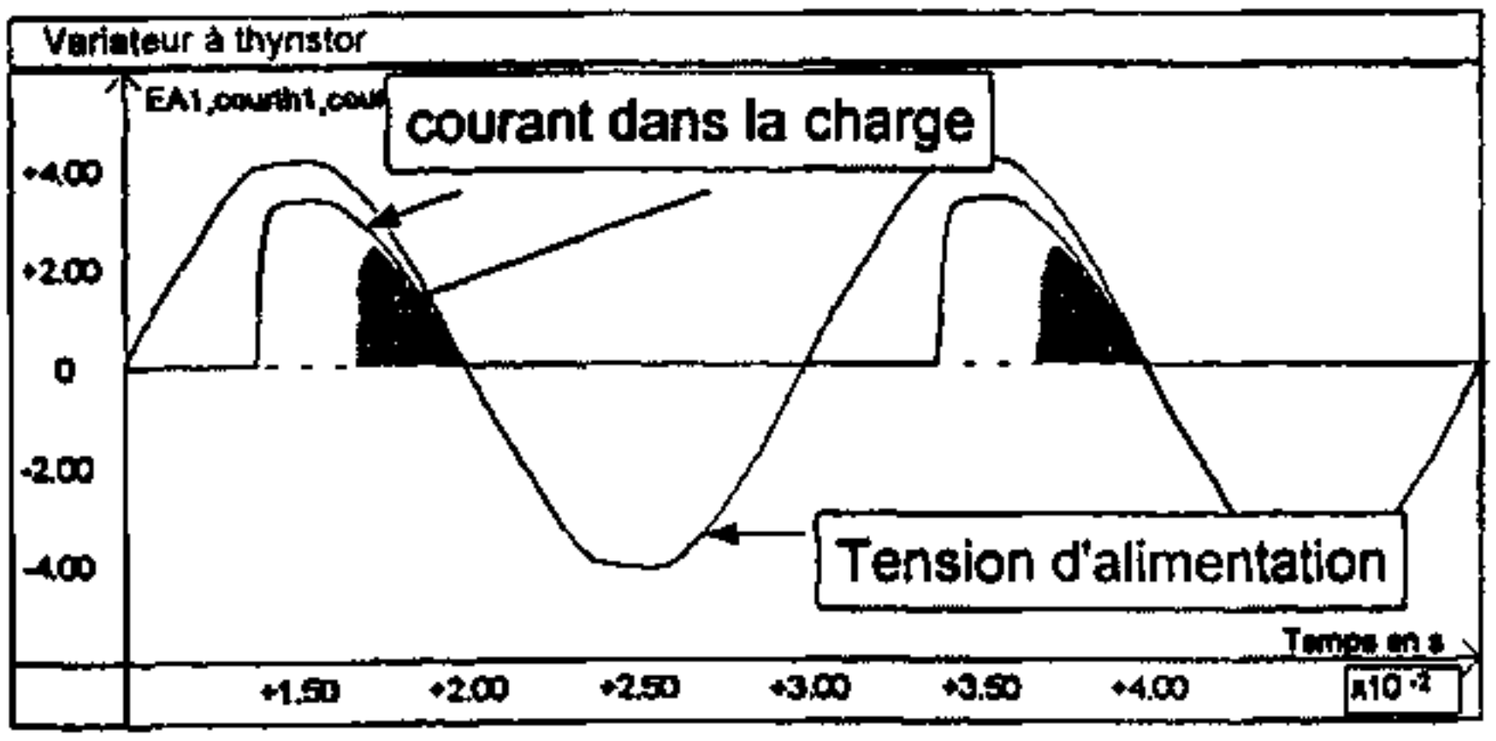


fig.29 - Tension aux bornes de la charge

Bilan de puissance
Mesurer la puissance délivrée par l'alimentation (mesure de tension en 1) et la puissance consommée par l'ampoule (mesure en 2) au moyen d'un (ou deux) wattmètre(s) (fig.30).

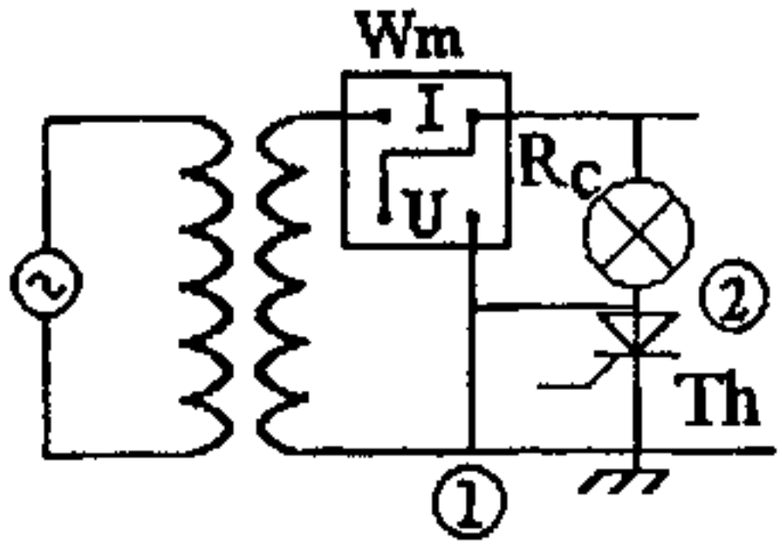


fig.30 - Bilan de puissance

Exemple de mesure :
A puissance maximale (simple alternance pleine) , on mesure $P_1 = 29$ W et $P_2 = 27$ W
A mi-puissance ($\varphi = \pi/2$), on mesure $P_1 = 14{,}5$ W et $P_2 = 13$ W
A faible puissance, on mesure $P_1 = 2$ W ; $P_2 = 1{,}5$ W

La puissance consommée par le thyristor reste faible :
- lorsqu'il est bloqué, le courant est nul
- lorsqu'il est amorcé, la tension à ses bornes est faible (≤ 1V)

Conclusion : le thyristor permet de commander la valeur du courant moyen dans une charge résistive (ampoule, radiateur) ou inductive (moteur à courant continu) au moyen d'un circuit annexe, avec un très bon rendement (à la différence d'un diviseur de tension résistif (voir 1.1) ou d'un rhéostat en série).

3.3 - Compléments : Gradateur

Il existe un élément permettant d'utiliser les deux alternances de la tension alternative source et que l'on commande de manière analogue au thyristor : le **triac.** (Il n' y a évidemment plus de redressement !). On réalise ainsi le transfert de puissance d'une source alternative vers une charge fonctionnant elle-même en alternatif ; on a ainsi réalisé un « gradateur » (cf fig.2). Cela est utile lorsque la charge n'est pas sensible au sens du courant. On peut ainsi commander la puissance délivrée à un dispositif d'éclairage ou de chauffage (effet Joule en i^2) ou faire varier la vitesse d'un moteur électrique universel (excitation série). Reprendre le montage fig.28 sans l'AO2 ni la diode (fig.31) et visualiser le courant dans la charge (fig.32).

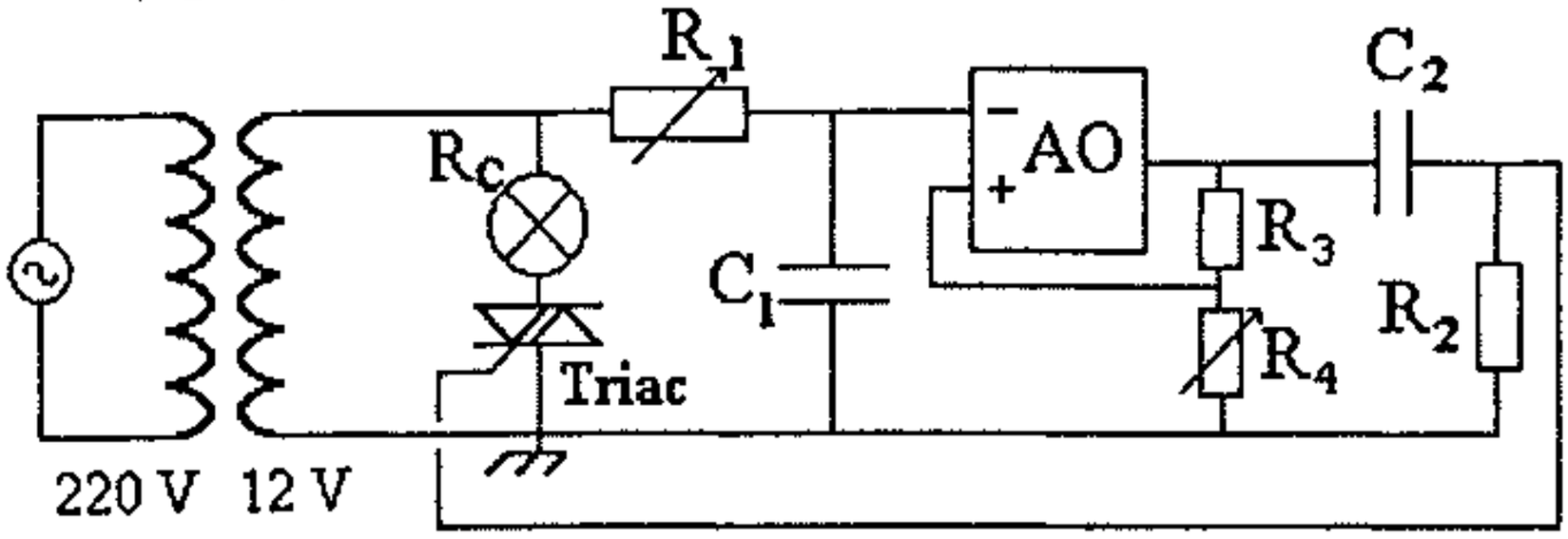


fig.31 - Modèle de gradateur

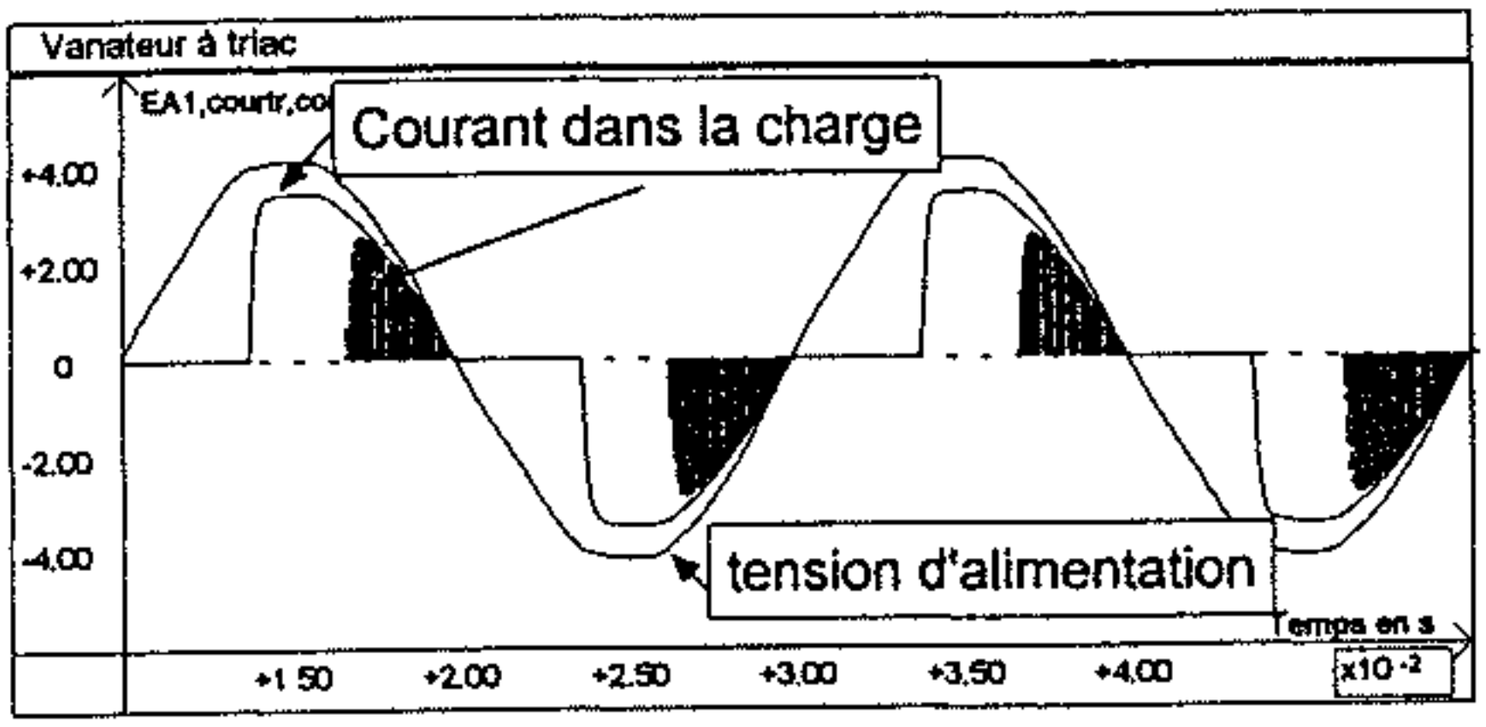


fig.32 - Courant dans la charge

Dans le domaine des faibles puissances ces dispositifs sont très utilisés dans les appareils domestiques et sont connus sous le nom de variateurs (éclairage halogène, radiateurs, moteurs de perceuse ...).

4 - Hacheurs

Les hacheurs sont des convertisseurs de puissance : **continu → continu ; il en existe plusieurs types selon la nature de la source et de la charge ;** nous nous limiterons à deux exemples :

4.1 - Hacheur dévolteur

4.1.1 - Etude théorique d'un hacheur dévolteur

Le schéma de principe d'un hacheur « abaisseur de tension » ou « dévolteur ». est donné fig. 33 :

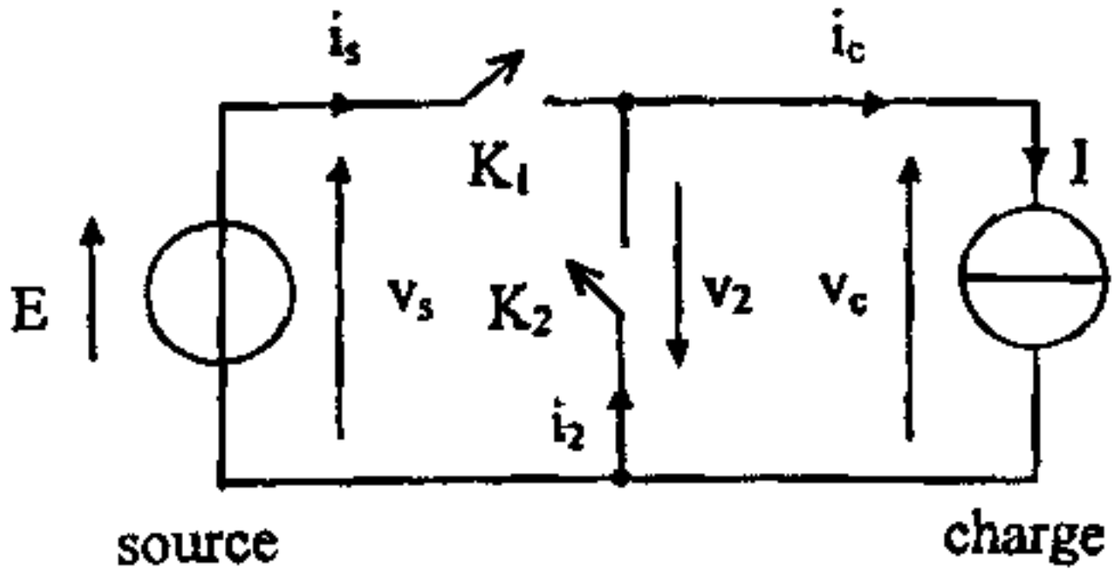


fig.33 - Schéma de principe d'un hacheur dévolteur

Ce dispositif permet, grâce aux interrupteurs K_1 et K_2, de transférer de l'énergie de la source, assimilée à un générateur idéal de tension de fem. E, à la charge, assimilée à un générateur idéal de courant de cem. I. La nature *opposée* de la source et de la charge est facile à comprendre : il est en effet impossible de relier directement 2 générateurs idéaux de même nature si leurs fem. ou cem sont différents.
Par ailleurs, comme un générateur idéal de tension ne doit pas être court-circuité et comme un générateur idéal de courant ne doit pas être en circuit-ouvert, les interrupteurs K_1 et K_2 ne doivent pas être simultanément ouverts ou fermés. La période de commutation étant T on supposera que sur la période (0,T) on a successivement (avec $\alpha < 1$) :

- $0 < t < \alpha T$: K_1 fermé et K_2 ouvert
- $\alpha T < t < T$: K_1 ouvert et K_2 fermé

On déduit immédiatement les formes du courant $i_s(t)$ dans la source et de la tension $v_c(t)$ aux bornes de la charge. Il s'agit de signaux en « créneaux » de rapport cyclique α (fig.34) :

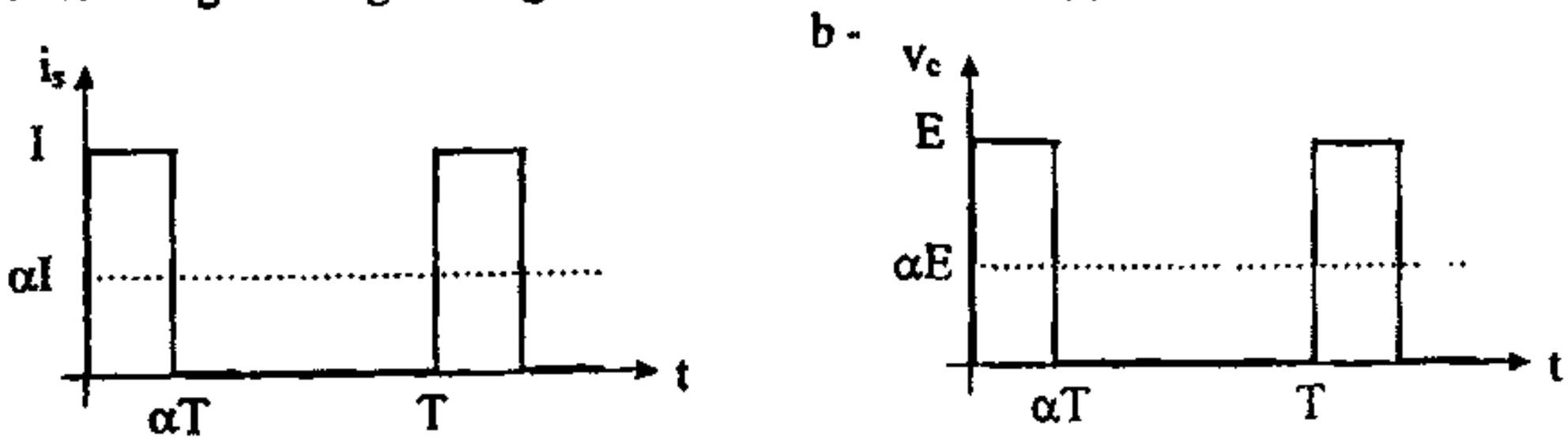


fig.34 - Courant source $i_s(t)$ et tension charge $v_c(t)$

En moyenne :

$$\langle i_s \rangle = \alpha I \qquad \text{(XII - 23)}$$

$$\langle v_c \rangle = \alpha E < E \qquad \text{(XII - 24)}$$

d'où le nom de hacheur **abaisseur de tension**

En ce qui concerne les puissances :

$$P_s = \langle v_s\, i_s \rangle = E \langle i_s \rangle = \alpha\, EI \quad \text{et} \quad P_c = \langle v_c\, i_c \rangle = I \langle v_c \rangle = \alpha\, EI$$

Le rendement $\eta = P_s/P_c$ est donc **unité pour ce dispositif « idéal ». En réalité, les interrupteurs** ne sont pas idéaux et le rendement des hacheurs réels est toujours < 1.

Dans la pratique, la charge n'est pas un générateur idéal de courant mais un dipôle qui, alimenté par une tension en créneaux (fig34b), réalise une **filtrage du courant** $i_c(t)$ qui sera ainsi pratiquement égal à sa valeur moyenne $\langle i_c \rangle$ à un terme d'ondulation Δi près. Ce dipôle est soit un dipôle inductif $[R_c,L_c]$ soit l'association série d'un tel dipôle inductif et d'un générateur de tension de fem. e_c ; ce dernier cas correspond à la modélisation de l'induit d'un moteur électrique à courant continu (cf. § 4.3).

Remarque : On comprend bien la dénomination de « bobine de lissage » généralement donnée à L_c.

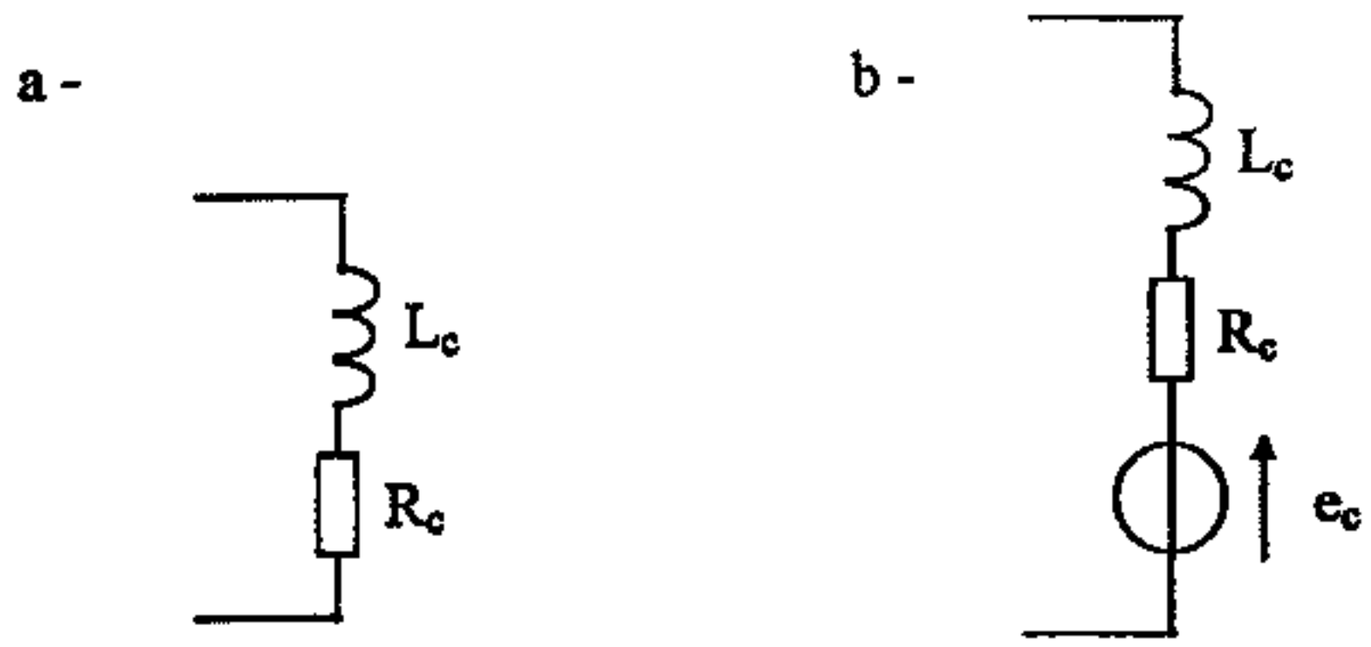


fig.35 - Exemples de charges

La tension en créneaux $v_c(t)$ étant *périodique*, de période T, elle admet le développement de Fourier suivant ($\omega = 2\pi/T$) :

$$v_c(t) = \alpha E + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E}{\pi} \frac{\sin(n\pi\alpha)}{n} \cos(n\omega t - n\pi\alpha) \qquad \text{(XII - 25)}$$

Le premier terme est la valeur moyenne $\langle v_c \rangle$ de la tension.

Pour le dipôle (R_c,L_c), d'impédance complexe : $\underline{Z}_c = R_c + jL_c\omega$, l'intensité en régime permanent périodique se déduit du développement de v_c en procédant par superposition des contributions de chacune des composantes de Fourier :

$$i_c(t) = \frac{\alpha E}{R_c} + \frac{2E}{\pi R_c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\alpha)}{n} \frac{1}{\left(1 + (L_c n\omega / R_c)^2\right)^{1/2}} \cos(n\omega t - n\pi\alpha - \varphi_n) \qquad \text{(XII - 26)}$$

Le premier terme est ici la valeur moyenne $\langle i_c \rangle$ du courant.
On voit bien que si : $L_c\omega/R_c >> 1$, les harmoniques du courant i_c seront fortement atténués et que celui-ci sera peu différent de sa valeur moyenne : $\alpha E/R_c$. En première approximation, l'ondulation de i_c (définie ici comme $i_{max} - i_{min}$) peut se déduire de l' amplitude I_1 du premier harmonique :

$$\Delta i \approx 2I_1 \approx \frac{4E \sin(\pi\alpha)}{\pi R_c} \frac{1}{\left(1 + (L_c\omega / R_c)^2\right)^{1/2}} \approx \frac{4E \sin(\pi\alpha)}{\pi L_c 2\pi / T} \approx \frac{2ET \sin(\pi\alpha)}{\pi^2 L_0} \qquad \text{(XII - 27)}$$

On notera que l'ondulation est nulle pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$ et qu'elle est maximale pour $\alpha = ½$.

L' analyse du fonctionnement du hacheur peut aussi se faire directement dans le domaine temporel en résolvant les équations différentielles satisfaites par $i_c(t)$ dans les différents intervalles de temps, par exemple :

■ $0 < t < \alpha T$: $\dfrac{di_c}{dt} + \dfrac{i_c}{\tau_c} = \dfrac{E}{L_c}$ avec : $\tau_c = L_c/R_c$ (XII - 28)

■ $\alpha T < t < T$: $\dfrac{di_c}{dt} + \dfrac{i_c}{\tau_c} = 0$ (XII - 29)

L'évolution de $i_c(t)$ est *exponentielle* (croissante ou décroissante) mais, si l'on suppose la constante de temps du dipôle $[R_c,L_c]$: $\tau_c >> T$, l'évolution est sensiblement linéaire et, en régime permanent périodique, i_c, variant entre I_m et I_M (fig.36) :

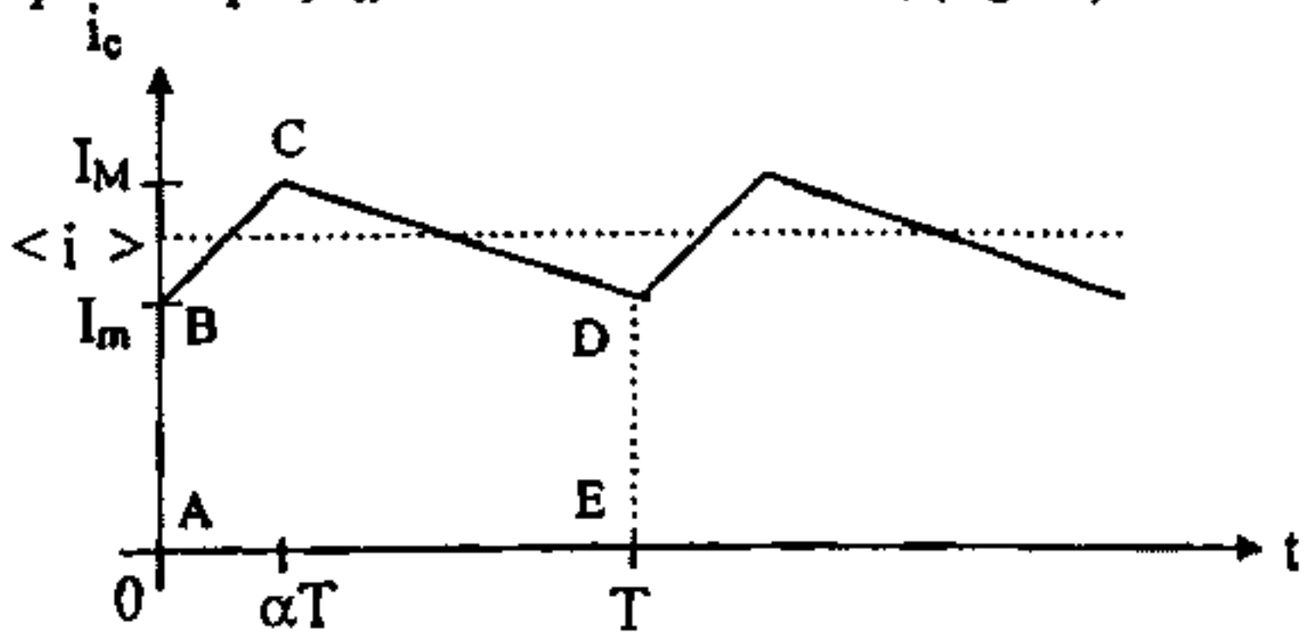


fig.36 - Intensité dans le dipôle $[R_c,L_c]$

■ La valeur moyenne $< i_c >$ se déduit géométriquement de la fig.36 : $< i_c >$ = aire (ABCBE) / T soit :

$$< i_c > = \frac{I_m + I_M}{2} = \frac{\alpha E}{R_c} \qquad \text{(XII - 30)}$$

■ L'étude de la phase de décroissance du courant permet d'écrire :

$$\alpha T < t < T \quad : \quad i_c(t) = I_M e^{-(t-\alpha T)/\tau_c} \approx I_M\left(1 - \frac{t-\alpha T}{\tau_c}\right)$$

d'où : $$I_m = I_M\left(1 - \frac{(1-\alpha)T}{\tau_c}\right) \qquad \text{(XII - 31)}$$

Par résolution du système des deux équations (XII-30) et (XI-31) on obtient :

$$I_M = < i_c > \left(1 + \frac{(1-\alpha)T}{2\tau_c}\right) \qquad \text{(XII - 32)}$$

$$I_m = < i_c > \left(1 - \frac{(1-\alpha)T}{2\tau_c}\right) \qquad \text{(XII - 33)}$$

et l'ondulation : $$\Delta i = I_M - I_m = \frac{(1-\alpha)T < i_c >}{\tau_c} = \frac{\alpha(1-\alpha)ET}{L_c} \qquad \text{(XII - 34)}$$

Cette dernière expression de l'ondulation montre, comme précédemment, qu'elle est nulle pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$ et maximale pour $\alpha = ½$.

Remarque : Si la condition : $\tau_c >> T$ n'est pas satisfaite, l'intensité du courant peut s'annuler dans la phase de décroissance, on dit alors que la conduction est discontinue (ou interrompue) alors que dans le cas étudié précédemment (et utilisé en pratique) la conduction est continue (ou ininterrompue).

4.1.2 - Pratique des commutateurs

L'étude théorique précédente a montré que l'interrupteur K_2 est ouvert ($i_2 = 0$) lorsque $v_2 = -v_c = -E < 0$, et fermé ($v_2 = 0$) lorsque $i_2 > 0$ (fig.33 et 37). On voit donc qu'une **diode**, dite de « roue libre » convient, sa commutation s'effectuant « naturellement ». Nous utiliserons une diode de puissance « rapide » telle que BYW 29 E-200 (fig.3)
Par ailleurs l'interrupteur K_1 peut être unidirectionnel et doit pouvoir être commandé à la fermeture et à l'ouverture (fig.37) ; nous utiliserons un transistor MOSFET tel que : BUK 455 200 (fig.5).

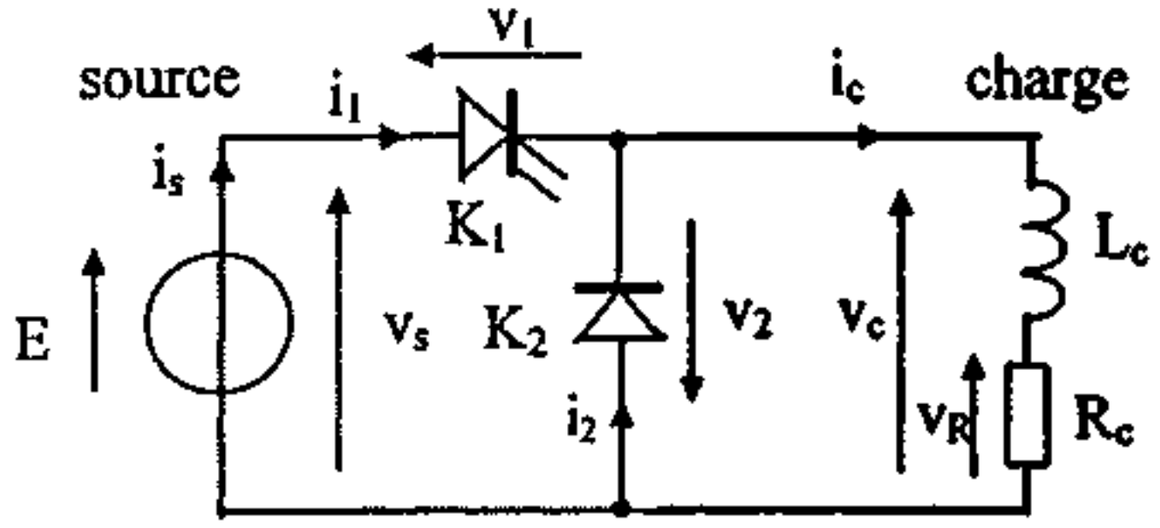


fig.37 - Choix des interrupteurs

Le générateur de commande du MOSFET doit produire une signal en créneaux dont la période T et le rapport cyclique α doivent être réglables. Il est facile de réaliser un tel générateur au moyen d'A.O. montés en intégrateur et en comparateur (cf Chapitre VIII § 3). Il a été jugé ici plus simple d'utiliser un circuit intégré spécifique relativement peu coûteux (SG 3526) qui, en plus des possibilités précédentes, permet une commande du rapport cyclique α par une tension et la synchronisation de l'oscillateur par un signal extérieur ; ces possibilités seront utilisées au § 5 (Onduleurs).
Entre ce générateur de créneaux et le MOSFET, on a intercalé un circuit d' « isolation » organisé autour d'un opto-isolateur spécialement conçu pour fournir le courant nécessaire à la commande des MOSFET. Ce dispositif (HP-3150) permet d'isoler complètement le générateur de commande et la source de puissance ; ceci permet la mesure des tensions et des courants dans le hacheur (cf.§ 4.2) au moyen d'un oscilloscope conventionnel dépourvu d'entrées différentielles.
Dans le même ordre d'idée, on a séparé les alimentations du générateur de commande (Al_1) et du circuit d'isolation (Al_2) ; ceci permet une grande souplesse d'utilisation de l'interrupteur commandé notamment quand on en utilise plusieurs dans un même montage (cf. § 5).
D'un point de vue pratique Al_2 est obtenue à partir d'un convertisseur DC-DC (TRACO TEM2-1222) qui, alimenté par $Al_1 = 12V$, produit la tension « isolée » (ou « flottante ») $Al_2 = 15$ V. Si l'on ne souhaite pas utiliser un tel convertisseur on peut utiliser une alimentation extérieure ou même deux piles 9 V en série.

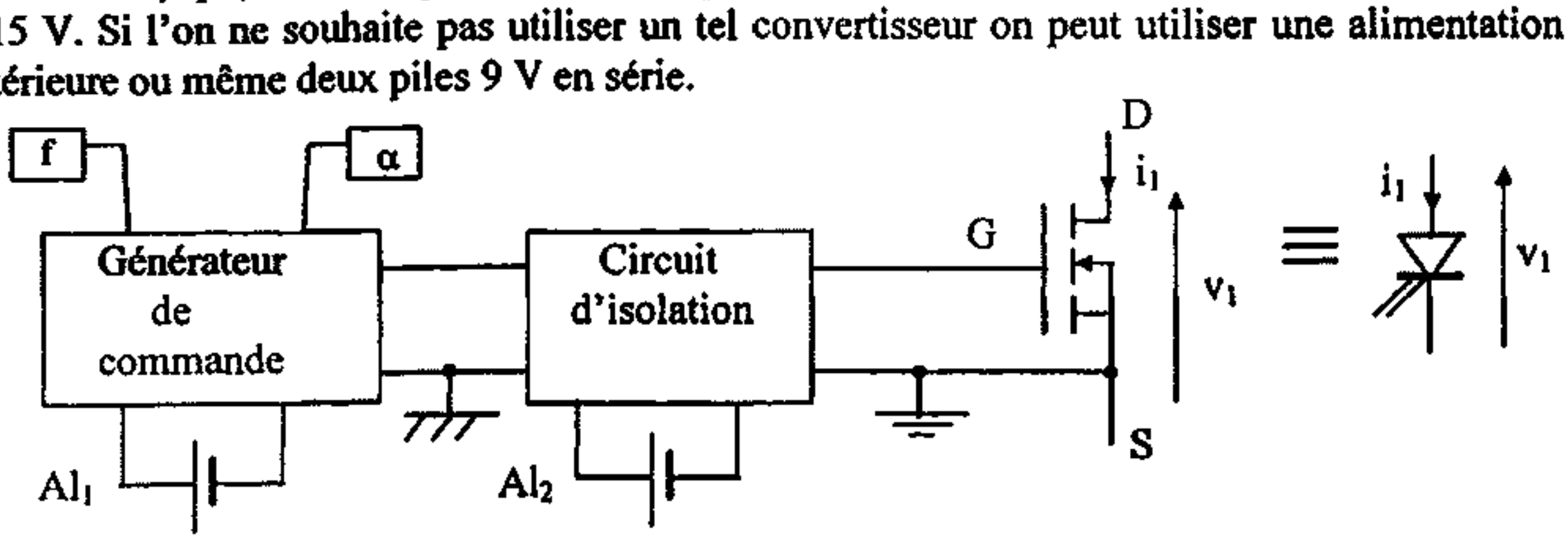


fig.38 Schéma fonctionnel de l'interrupteur K_1

Le montage pratique complet est représenté à la fig.39 :

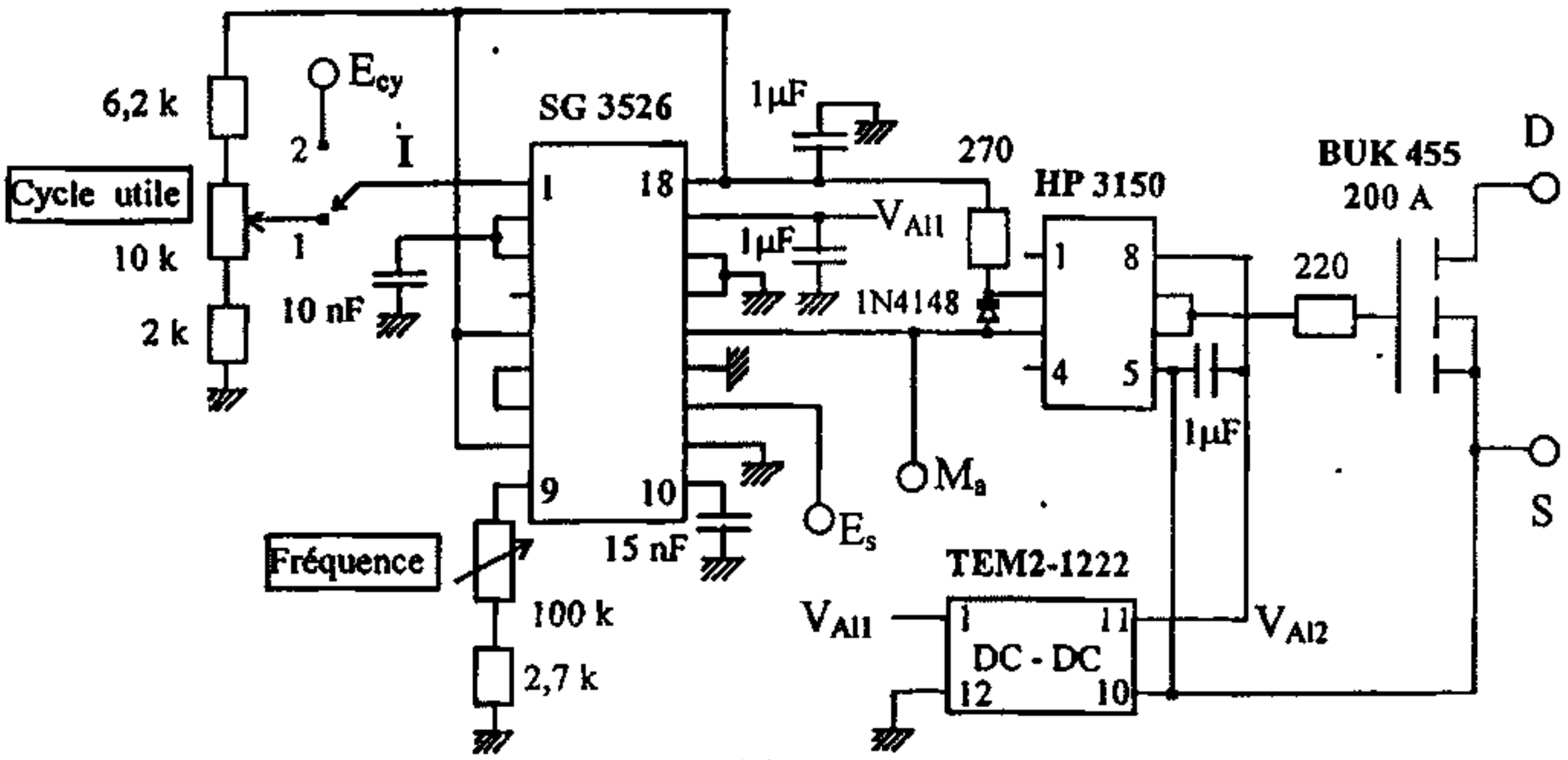


fig.39 - Schéma pratique de l'interrupteur commandé K_1

Description [3,4]

- Le montage est alimenté par Al_1 (V_{Al1} = 12 V) ; le mieux est d'utiliser un RIT 7812 cf Chap XII § 2.5.
- La sortie du circuit SG3526 (tension en créneaux) est disponible sur la borne M_a (« maître »), sa fréquence est réglable par le potentiomètre « fréquence » entre 1 kHz et 50 kHz.
- Le rapport cyclique α dépend de la tension appliquée sur la borne 1 du SG3526. Si l'inverseur I est en position 1, cette tension est fixée par le potentiomètre « cycle utile » ; α varie pratiquement entre 0 et 1. Si l'inverseur est en position 2, α est commandé par la tension appliquée à la borne E_{cy} (on obtient $\alpha = 0,5$ pour une tension $\approx 2V$)

- Le SG3526 peut être synchronisé par une tension (compatible TTL et B-CMOS) appliquée à la borne E_{es} (« esclave »).

4.1.3. Manipulations

On réalise le montage de la fig.5 autour de l'interrupteur commandé K_1 (fig.39) et de la diode de roue libre K_2.

Valeurs des éléments et des paramètres :

K_1 = interrupteur commandé à MOSFET = BUK 455 200
K_2 = diode de roue libre = BYW 29
E = 20 V (alimentation 30V - 3A , flottante !)
La charge est constituée de la mise en série d'une bobine et d'une résistance de puissance R_c. L'inductance de la bobine est L_c = 4 mH (résistance en continu $\approx$ 0,6 Ω) et les bobines utilisées dans les filtres passifs d' enceintes acoustiques conviennent bien (on peut aussi utiliser des bobines de transformateurs démontables) ; la résistance est R_c = 10 Ω (50 W).

Si nécessaire, on peut disposer deux petites résistances r_1 et r_2 en série avec K_1 et K_2 pour mesurer les intensités i_1 et i_2 ($r_1 = r_2 = 0{,}5$ ou $1\ \Omega$) ; ces résistances ne perturbent pas trop le montage et évitent l'utilisation d'une sonde de courant (très pratique mais très coûteuse !).

On travaille à la fréquence $f = 10$ kHz ($T = 10^{-4}$ s)

- La première manipulation consiste à vérifier le fonctionnement du hacheur : pour cela on enregistre successivement, grâce à un oscilloscope à mémoire numérique, les intensités i_1, i_2 (grâce aux résistances r_i) puis l'intensité i_c (grâce à la résistance de charge R_c). Pour qu'au cours des 3 acquisitions successives il n'y ait pas de « décalage temporel », on procède par synchronisation extérieure sur la tension de sortie $v_c(t)$ du convertisseur.

On a ainsi obtenu les oscillogrammes des figures 40a et 40b. Ils montrent bien que K_1 et K_2 sont alternativement fermé et ouvert et que le courant dans la charge, alternativement croissant et décroissant, en est la somme (à noter que, compte tenu du choix des calibres, il n'y a pas coïncidence des « pentes » de l'intensité $i_c(t)$ et de celles de i_1 ou de i_2).

a - b-

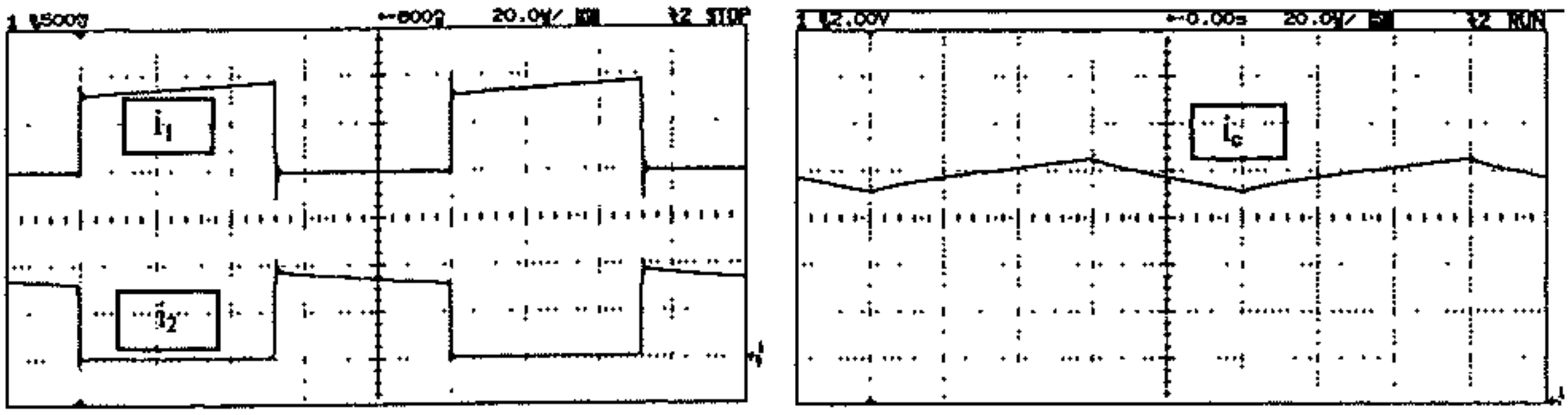


fig.40 - Courants i_1 , i_2 et i_c dans le hacheur

L'oscillogramme de la fig.40b montre l'intensité $i_c(t)$ en régime périodique de conduction ininterrompue ($i_c(t) \neq 0$). Il est facile d'enregistrer le régime transitoire précédent son établissement. Pour cela il suffit d'utiliser l'oscilloscope numérique en mode « monocoup » ou « single » et d'interposer un interrupteur entre l'alimentation E et le reste du montage (fig.37). On a ainsi enregistré l'oscillogramme de la fig.41. Cette évolution peut être prévue par le calcul en résolvant les équations différentielles (XII-28) et (XII-29) à partir de la date $t = 0$ où le montage est au repos [1].

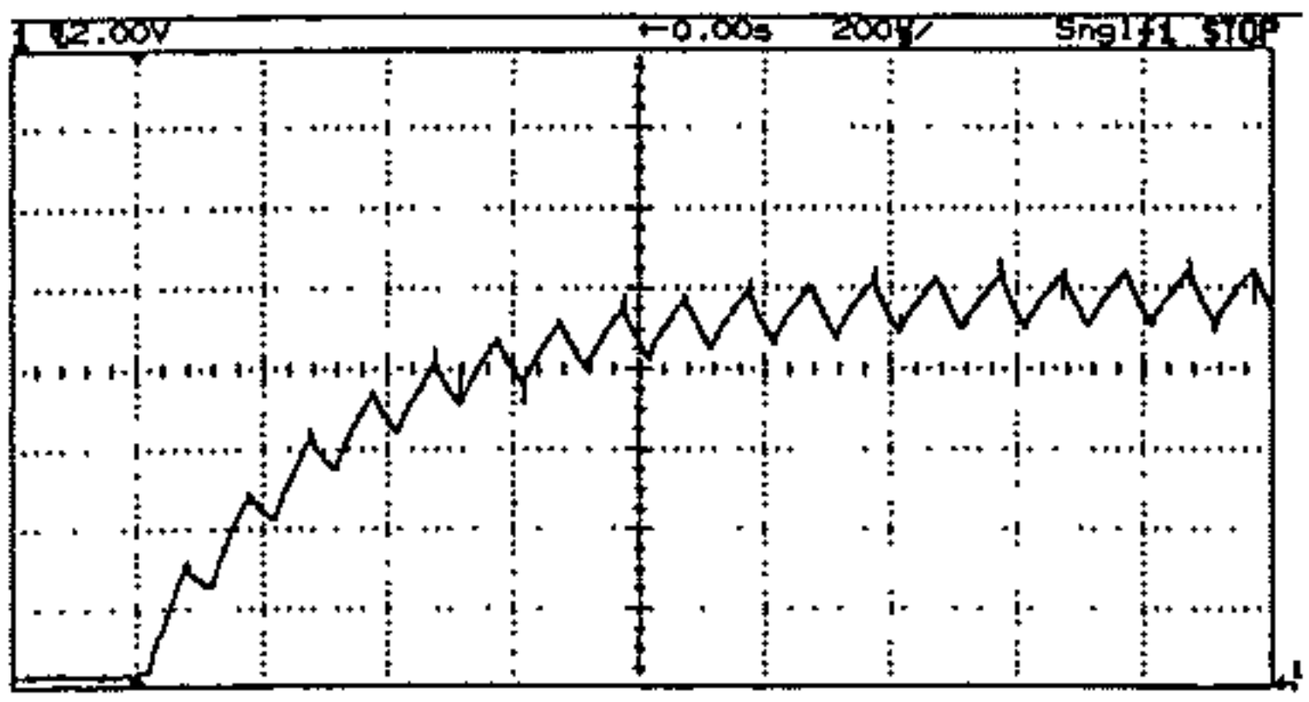
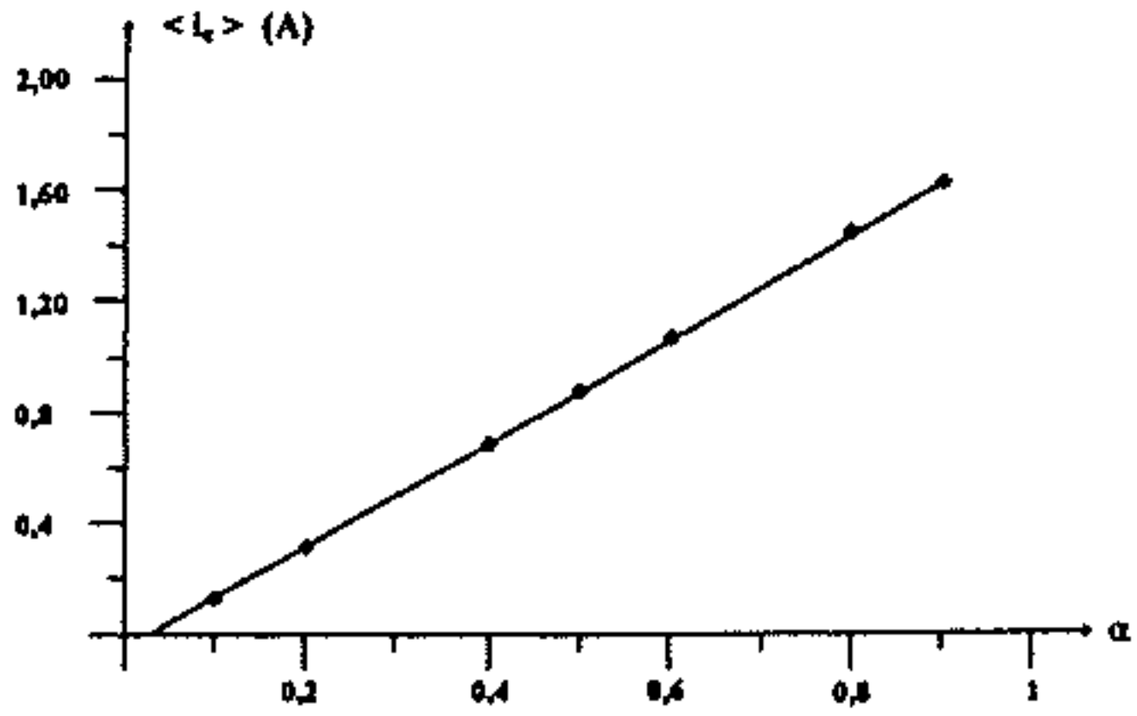


fig.41 - Etablissement du régime permanent

■ La seconde manipulation consiste à mesurer le courant moyen $< i_c >$ et l'ondulation Δi en fonction du rapport cyclique α ;$< i_c >$ et Δi se déduisent de la tension aux bornes de R_c , α directement de la tension $v_c(t)$. L'oscilloscope numérique permet la mesure automatique de la moyenne (en position DC) du rapport cyclique et, au moyen des curseurs horizontaux, la mesure de l'ondulation (en position AC).
Les deux tensions appliquées à l'oscilloscope (v_c et v_R) ayant un point commun, il n' y a pas de problèmes de masse.
Ces mesures ont permis de tracer les graphes des fig.42 :

a- Intensité moyenne



b - Ondulation

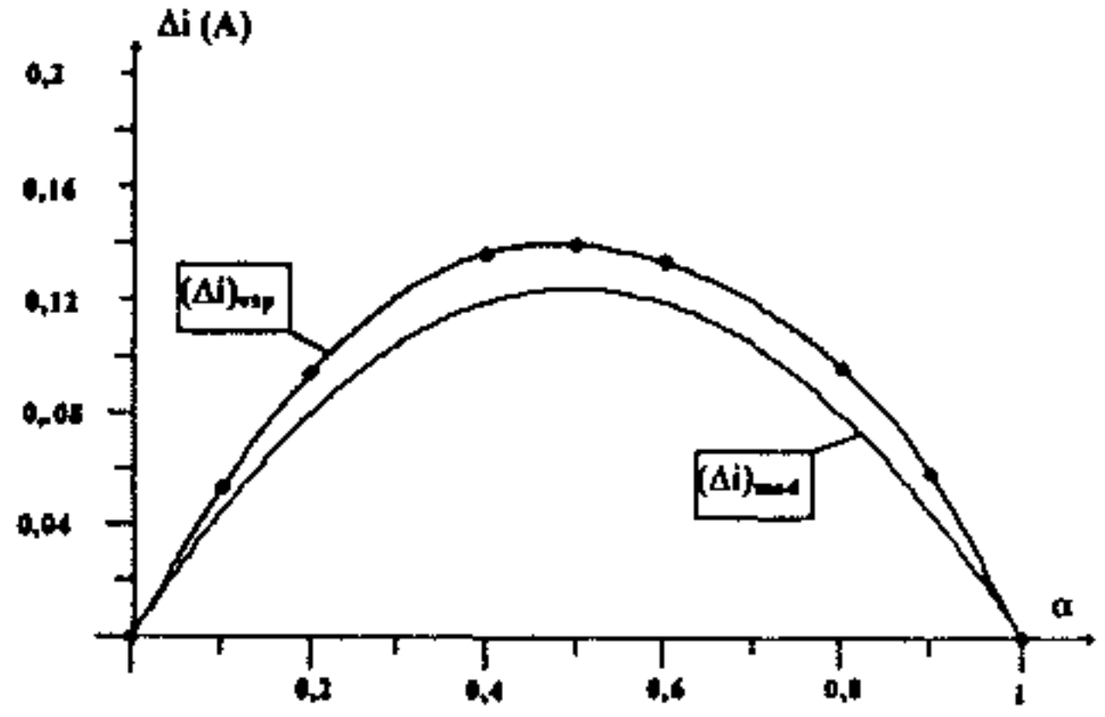


fig.42 - Intensité moyenne et ondulation

Comparons aux prévisions théoriques :

■ La valeur moyenne $< i_c >$ dépend bien linéairement du rapport cyclique α mais la pente est un peu différente de E/R_c et la courbe ne passe pas exactement par l'origine. Ceci est dû d'une part à la résistance série de la bobine R_c' qui s'ajoute à la résistance de charge ($R_{ct} = R_c+R_c$') et surtout aux commutateurs qui introduisent, lorsqu'ils sont fermés, des d.d.p non nulles v_1 et v_2.
A noter que si l'on suppose constantes ces d.d.p. notées alors V_1 et V_2, on montre facilement que :

$$< i_c >= \frac{(E - V_1 + V_2)\alpha - V_2}{R_{ct}} \qquad \text{(XII - 35)}$$

Cette expression simple permet bien d'interpréter l'existence d'une ordonnée à l'origine *négative* et permet aussi une évaluation quantitative assez correcte de $< i_c >$ (l'accord n'est pas « parfait » car V_1 dépend de l'intensité).

■ De même l'ondulation $(\Delta i)_{exp}$ est un peu supérieure à l'ondulation $(\Delta i)_{mod}$ prévue par la relation (XII-29) du modèle du § 4.1. mais qualitativement sa variation avec α est correcte, en particulier elle est bien maximale pour $\alpha = ½$.

Remarques expérimentales :

1) Le rapport cyclique doit être mesuré directement à la sortie du hacheur, c'est-à-dire au niveau de $v_c(t)$ et non à la sortie du générateur de commande car le circuit d'isolation introduit un retard qui tend à augmenter le rapport cyclique (l'erreur relative étant d'autant plus grande que α est faible).

2) De manière générale, les tensions et courants observés diffèrent de ceux calculés théoriquement par la présence de « pics » aux instants de commutation. Ces signaux parasites sont difficiles à éviter dans un montage sur table dans lequel les inductances parasites ne sont pas négligeables. On se souviendra que si l'on commute un courant de 1 A en 100 nS ($di/dt \approx 10^7$ A.s^{-1}), il apparaît alors un pic de tension d'environ 10 V aux bornes d'une inductance de 1 µH (!).
Dans le même ordre d'idée il est bon de choisir très largement les caractéristiques de la diode et du mosfet pour éviter de les « griller » à la moindre surtension non prévue.
Toujours dans le but de minimiser les pics de commutation, il sera bon de disposer un condensateur de forte valeur en parallèle sur l'alimentation de puissance E (par exemple C = 2200 µF) ; on le câblera, au plus court, à l'entrée du hacheur.
Enfin, si l'oscilloscope utilisé le permet, on peut utiliser le mode « moyenne » (« average »)
3) Dans ce qui précède, la conduction est ininterrompue. Il suffit d'abaisser suffisamment la fréquence pour passer en régime de conduction interrompue si, par ailleurs α est suffisamment faible. Avec une fréquence f = 1,5 kHz on a obtenu l'oscillogramme de la fig.43 :

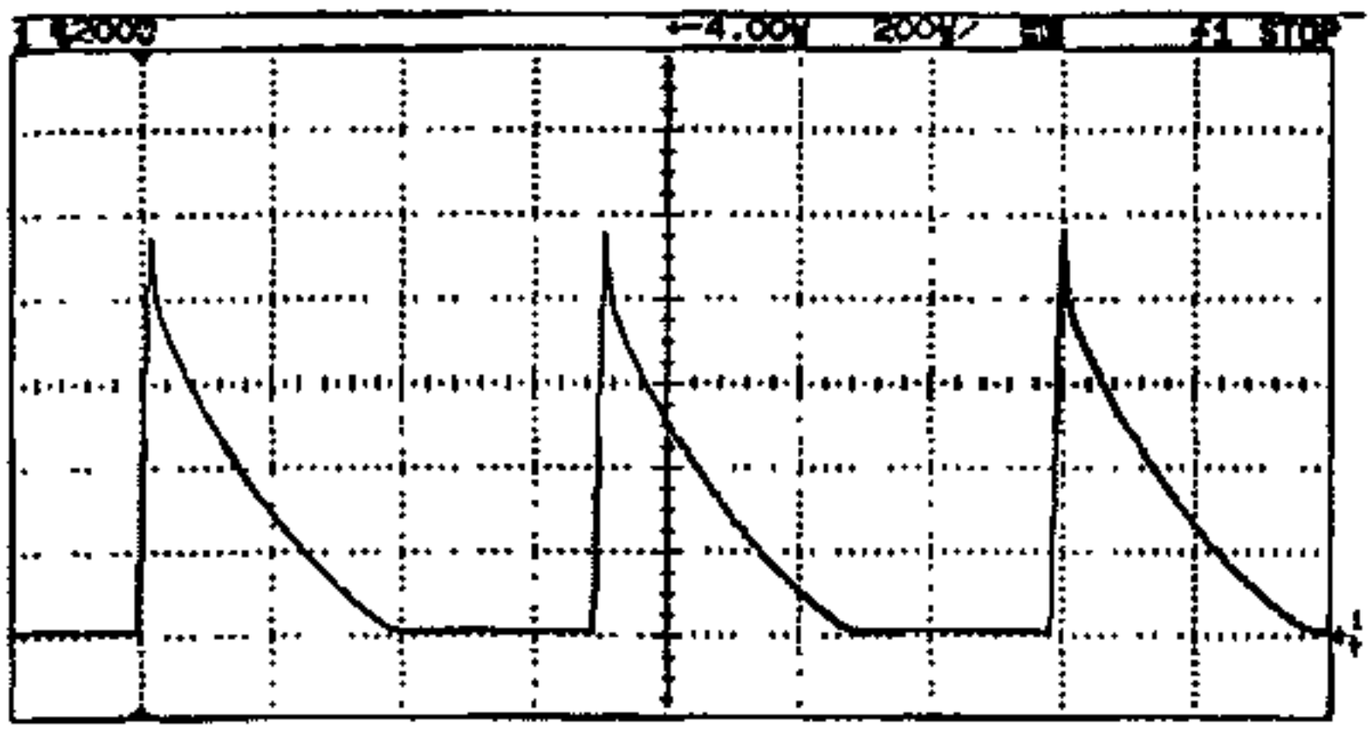


fig.43 - Intensité $i_c(t)$ en régime de conduction interrompue

■ Dans une troisième manipulation on effectue un bilan de puissance :

On commence par ajuster α de manière à avoir $< v_c > = 10$ V ; on mesure alors :
$< i_s > = 0,59$ A (multimètre numérique)
$P_c = < v_c^2 > / R_c = 10$ W (wattmètre numérique), à noter $P_c \approx < v_c >^2 / R_c$

d'où : $P_s = E < i_s > = 11,8$ W et $\eta = P_c / P_s = 0,85$

Le rendement énergétique est donc très supérieur à celui du diviseur résistif (cf § 1.1). On constate aussi que le rapport cyclique nécessaire est un peu supérieur à la valeur prévue par le modèle du § 4.1. (0,56 au lieu de 0,5). Ceci est dû à nouveau aux commutateurs K_1 et K_2 qui introduisent des chutes de tension lorsqu'ils sont fermés.

4.2 - Hacheur survolteur

4.2.1 - Etude théorique d'un hacheur survolteur

Le hacheur étudié précédemment est, comme le diviseur de tension résistif, abaisseur de tension. Il est intéressant de remarquer que la technique des « hacheurs » permet aussi de réaliser des montages élévateurs de tension.

Le schéma de principe d'un hacheur « élévateur de tension » ou « survolteur » est donné fig.44 ; on voit qu'il s'agit du montage « dual » du précédent :

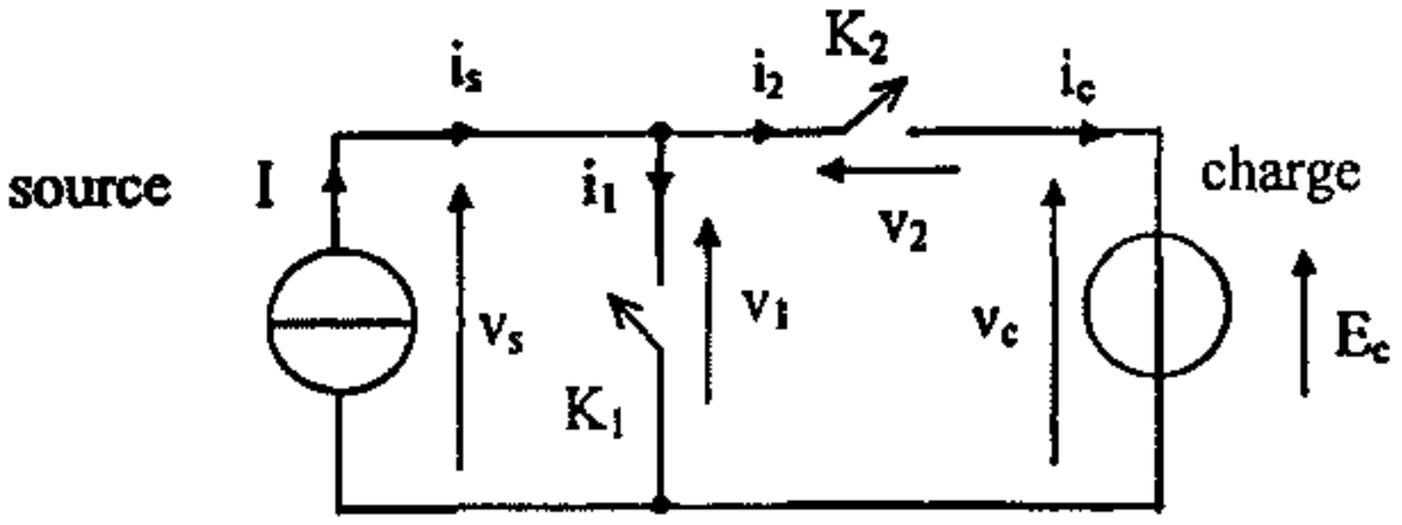


fig.44 - Schéma de principe d'un hacheur survolteur

Les interrupteurs K_1 et K_2 sont, comme précédemment, alternativement fermés et ouverts ; sur la période (0,T) on a (avec $\alpha < 1$) :

- $0 < t < \alpha T$: K_1 fermé et K_2 ouvert
- $\alpha T < t < T$: K_1 ouvert et K_2 fermé

On en déduit la forme de la tension $v_s(t)$ aux bornes de la source et celle du courant $i_c(t)$ à travers la charge ; il s'agit de signaux en créneaux de rapport cyclique : $1 - \alpha$ (fig.45) :

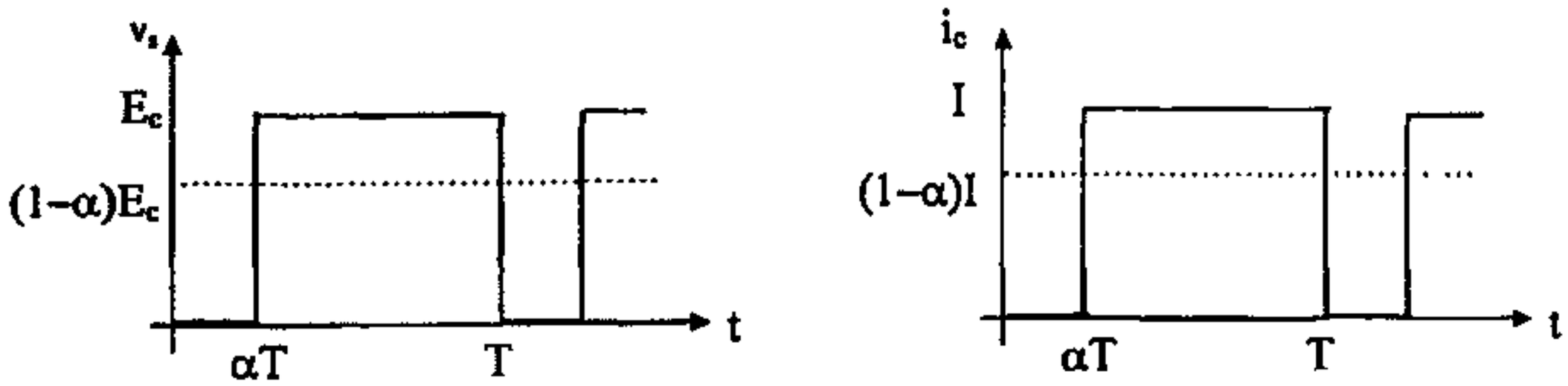


fig.45 - Tension source $v_s(t)$ et courant charge $i_c(t)$

En moyenne :

$$< v_s > = (1 - \alpha)E_c \qquad \text{(XII - 36)}$$

$$< i_c > = (1 - \alpha)\, I \qquad \text{(XII - 37)}$$

On a donc : $$v_c = E_c = \frac{< v_s >}{1 - \alpha} > < v_s > \qquad \text{(XII - 38)}$$

d'où le nom de hacheur **élévateur de tension.**

En pratique la source n'est pas un générateur idéal de courant mais il est constitué par la mise en série d'un générateur de tension de fem E avec une inductance L_s qui, comme précédemment (§ 4.1.1), effectue un lissage du courant i_s qui sera sensiblement confondu avec sa valeur moyenne $< i_s >$ (à un facteur d'ondulation près).
De même la charge n'est pas un générateur idéal de tension mais est constituée par la mise en parallèle d'une résistance de charge R_c et d'un condensateur de capacité C_c qui assure un lissage de la tension v_c qui est confondue avec sa moyenne $<v_c>$ (à un facteur d'ondulation près).
Pour que ces lissages soient effectifs, il faut que les constantes de temps : L_s/R_c et R_cC_c soient suffisantes (par rapport à la période T de commutation).

Le schéma pratique du hacheur survolteur est donné fig.46 :

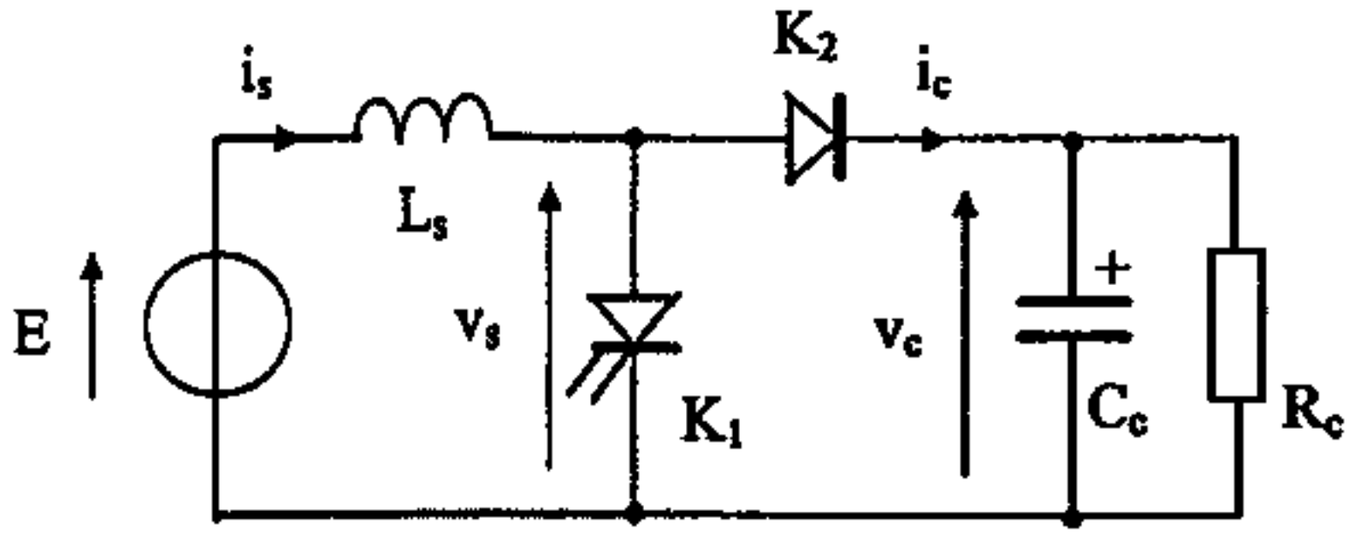


fig.46 Schéma pratique du hacheur survolteur

A chaque instant : $E = L_s \frac{di_s}{dt} + v_s$; en régime periodique établi : $< di_s/dt > = 0$ et $E = <v_s>$

d'où :

$$< v_c > = E/(1-\alpha) \qquad \text{(XII - 39)}$$

D'après cette relation, $< v_c >$ semble pouvoir croître sans limite lorsque α tend vers 1 .En réalité, il faut tenir compte des éléments dissipatifs du montage et en particulier de la résistance série R_s de la bobine (cf [1]).

4.2.2 - Manipulations

On réalise le montage de la fig.14 autour de l'interrupteur commandé K_1 (fig.39) et de la diode de roue libre K_2.

Valeurs des éléments et des paramètres :

K_1 = interrupteur commandé à MOSFET = BUK 455 200 (fig.39)
K_2 = diode de roue libre = BYW 29
E = 5 V (alimentation 5 V - 10 A , flottante !)
L_s = 4 mH (résistance en continu $\approx$ 0,6 Ω)
La charge est constituée de la mise en parallèle d'une résistance de puissance R_c = 20 Ω et d'un condensateur C_c = 220 µF (40 V).

f = 1/T = 10 kHz

- La première manipulation consiste à mesurer $< v_c >$ en fonction de $(1-\alpha)$ rapport cyclique que l'on déduit directement de $v_s(t)$; ces deux mesures sont effectuées au moyen d'un oscilloscope numérique. La mesure de α peut s'avérer difficile à cause d' oscillations parasites lors des commutations. Si nécessaire, celles-ci peuvent être réduites en disposant en parallèle sur K_1 un circuit « amortisseur » composé d'une résistance R_a et d'une capacité C_a en série (ex : C_a = 0,1 µF , R_a = 10 Ω).

De tels circuits (« adoucisseurs » ou « snubbers ») sont d'ailleurs couramment utilisés avec les MOSFET [1,5] .
Ces mesures ont permis de tracer la courbe de la fig.47. Comme prévu par la modélisation précédente, $< v_c >$ commence par croître avec α selon une variation en $1/(1-\alpha)$ (fig.47 une telle loi a été superposée aux mesures expérimentales). Aux plus fortes valeurs de α, on atteint un maximum, puis $< v_c >$ décroît (cf [1]).

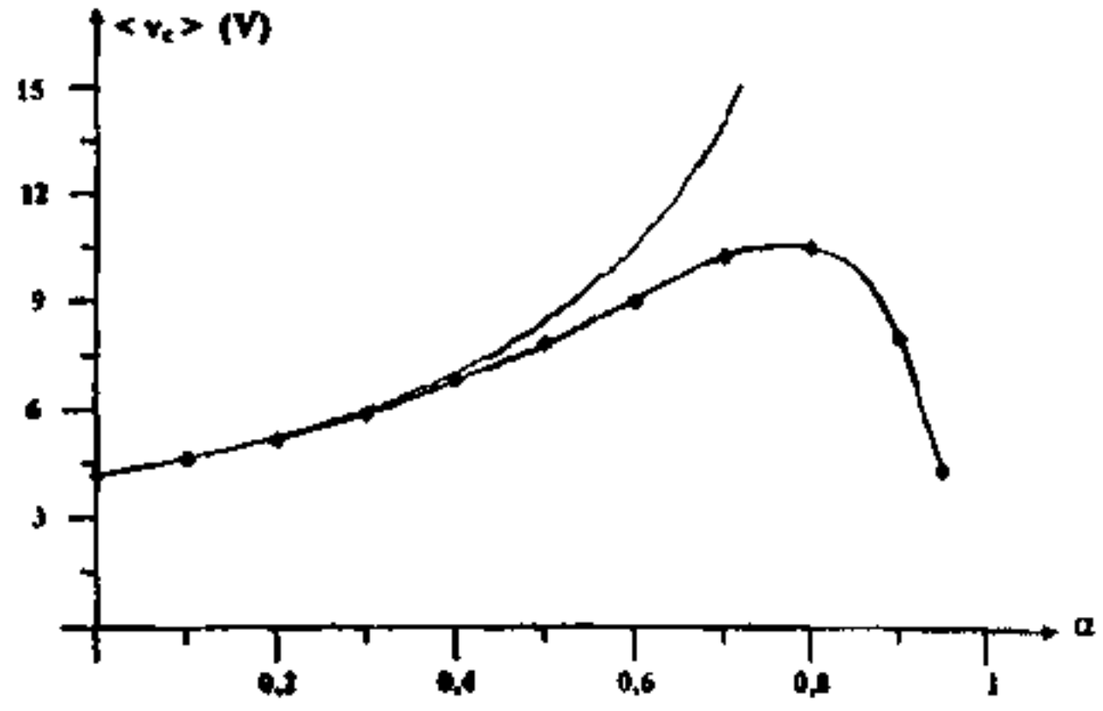


fig.47 Tension moyenne $< v_c >$ en fonction de α

■ Dans une deuxième manipulation, on effectue un bilan de puissance :

On ajuste α pour obtenir $< v_c > = 10$ V, on mesure alors : $< i_s > = 1,58$ A et on a :

$$P_s = 7,9 \text{ W} \quad \text{et } P_c = 5 \text{ W} \quad \text{d'où } \eta = P_c/P_s = 0,63$$

Le rendement énergétique est bien moins bon que précédemment mais on peut en comprendre la raison : dans le montage survolteur l'intensité moyenne circulant dans la bobine L_s est supérieure à celle du montage dévolteur (1,58 A au lieu de 1 A) ce qui augmente les pertes Joule ($\approx$ 1,5 W au lieu de $\approx$ 0,6 W).

4.3 - Commande d'un moteur à courant continu

4.3.1 - Rappels sur le moteur à courant continu

Les hacheurs sont particulièrement bien adaptés à la commande de la vitesse des « moteurs à courant continu » (à collecteur). Nous nous limiterons à des moteurs dont l'inducteur est constitué d'aimants permanents ou d'enroulements alimentés séparément de l'induit (« excitation séparée »).
Rappelons les principales caractéristiques d'un tel moteur (dans une modélisation simple) :

■ **Paramètres électriques**

Le schéma équivalent électrique du moteur est représenté fig.48 :

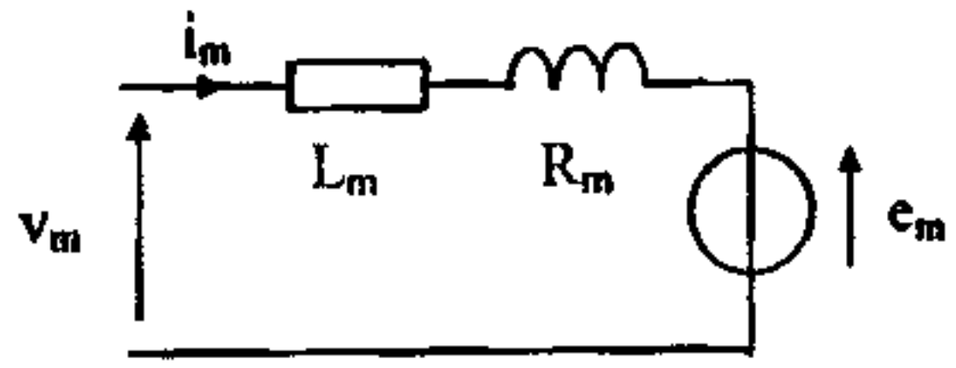


fig.48 - Schéma équivalent électrique du moteur à courant continu

R_m et L_m sont respectivement la résistance et l'inductance de l'induit, la fem e_m est due à sa rotation et elle est proportionnelle à la vitesse angulaire ω :

$$e_m = K_v \omega \qquad \text{(XII - 40)}$$

L'équation électrique de fonctionnement du moteur est donc :

$$v_m = R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt} + e_m = R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt} + K_v \omega \qquad \text{(XII - 41)}$$

■ Paramètres mécaniques

Le schéma équivalent mécanique du moteur est représenté fig.49

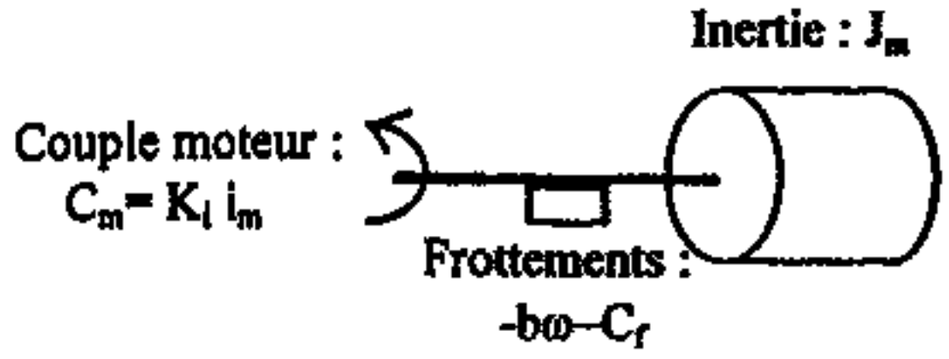


fig.49 - Schéma mécanique équivalent du moteur

J_m est le moment d'inertie de l'induit , $-b\omega$ et - C_f représentent respectivement les couples de frottement fluide et de Coulomb ; ce dernier est supposé de valeur absolue constante et opposé à la vitesse ($C_f = C_f \frac{\omega}{|\omega|}, \omega \neq 0$)

C_m est le moment du couple électromagnétique qui est proportionnel à l'intensité du courant circulant dans l'induit :

$$C_m = K_i\, i_m \qquad \text{(XII - 42)}$$

L'étude théorique de la machine à courant continu permet de montrer que :

$$K_v = K_i = K \qquad \text{(XII - 43)}$$

En régime permanent ($\omega = Cste > 0$) on a :

$$V_m = R_m I_m + K\omega \text{ et } 0 = K I_m - b\omega - C_f$$

d'où :

$$V_m = \left(\frac{K^2 + bR_m}{K}\right)\omega + \frac{R_m C_f}{K} \; ; \omega > 0 \qquad \text{(XII - 44)}$$

Cette relation montre que la vitesse angulaire dépend **linéairement** de la tension d'alimentation du moteur (si on néglige le frottement fluide la pente de la courbe est d'ailleurs K). La relation (XII-44) montre aussi que la rotation n'a lieu que si U_m dépasse la valeur minimale $R_m C_f/K$.

Il est remarquable que le moteur à courant continu fonctionne très bien si la tension u_m n'est plus constante mais périodique et de valeur moyenne non nulle. Si cette période est suffisamment petite (devant les temps caractéristiques du moteur) la relation (XII-44) reste valide en remplaçant V_m par $< v_m >$.

Un hacheur permettant de faire varier $< v_m >$ permet donc de contrôler la vitesse du moteur à courant continu. On notera que si le filtrage du courant est bien réalisé, le couple électromagnétique est pratiquement constant au cours du temps.

4.3.2 - Manipulations

Pour illustrer la commande de vitesse on a utilisé un moteur à courant continu, à aimants permanents pourvu d'un « codeur optique »[4].

Ce codeur est constitué d'un disque comportant n_d ouvertures et d'une « fourche optique » associant une diode électroluminescente infra-rouge et un photodétecteur (fig.50). Lors de la rotation du moteur on obtient ainsi un signal de fréquence $f_c = n_d f_m$ où $f_m = \omega_m/2\pi$ est la fréquence de rotation du moteur.

[4] Tel que le moteur « MRINC » disponible chez Medelor ($n_d = 96$)

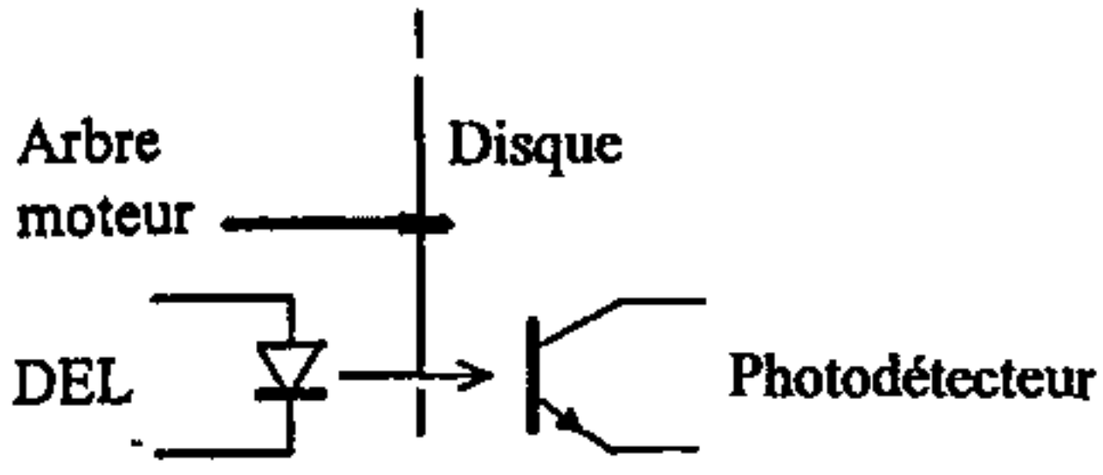


fig.50 Principe d'un codeur optique

En associant le moteur au hacheur dévolteur décrit au 4.1 avec : E = 20 V , f = 10 kHz , L = L_m (la charge du hacheur se réduit au moteur) on a obtenu la courbe de la fig.50 qui montre lqu'il existe une relation affine entre la fréquence de la rotation f_m du moteur et le rapport cyclique α.

La mesure de α s'effectue directement à partir de la tension $v_c(t)$ (cf fig.37), la mesure de f_m par l'intermédiaire de la fréquence du signal à la sortie du capteur ($f_m = f_c/n_d$) .

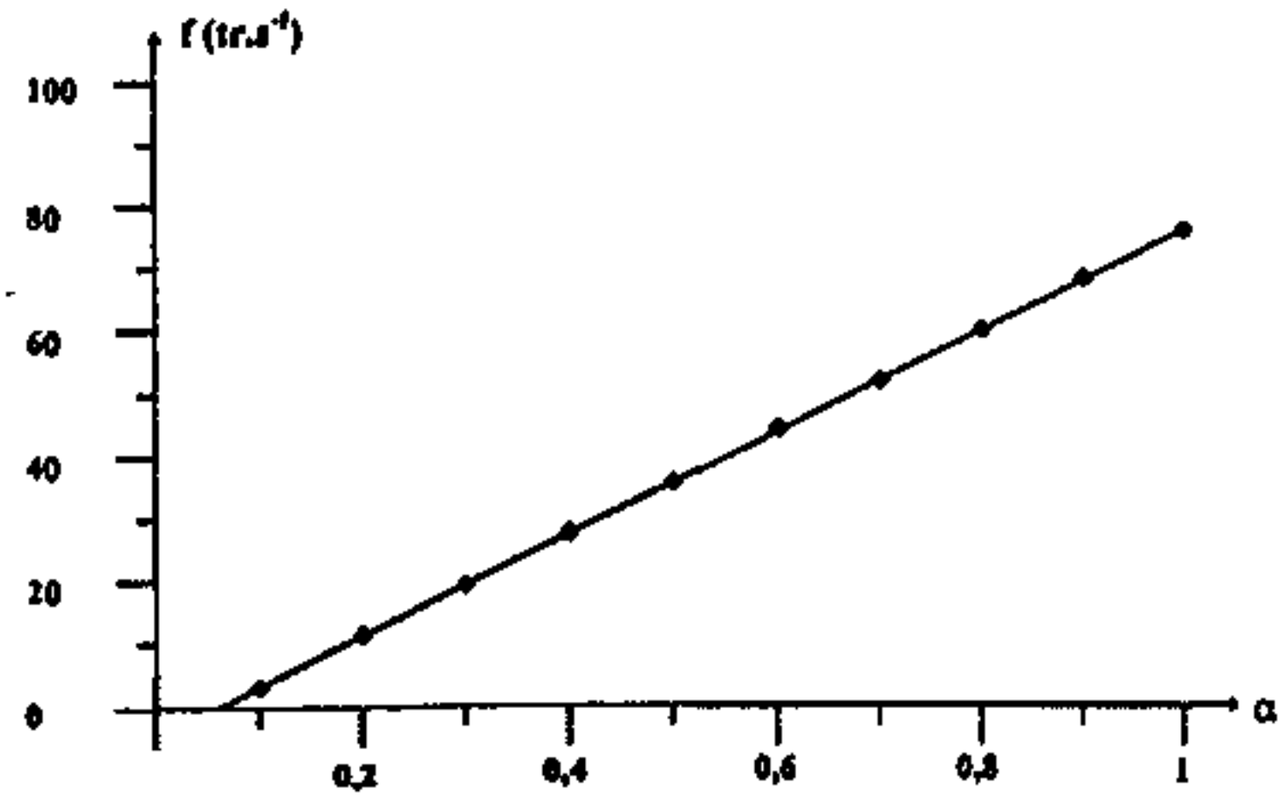


fig.51 Commande de la fréquence de rotation par le rapport cyclique

5 - Onduleurs

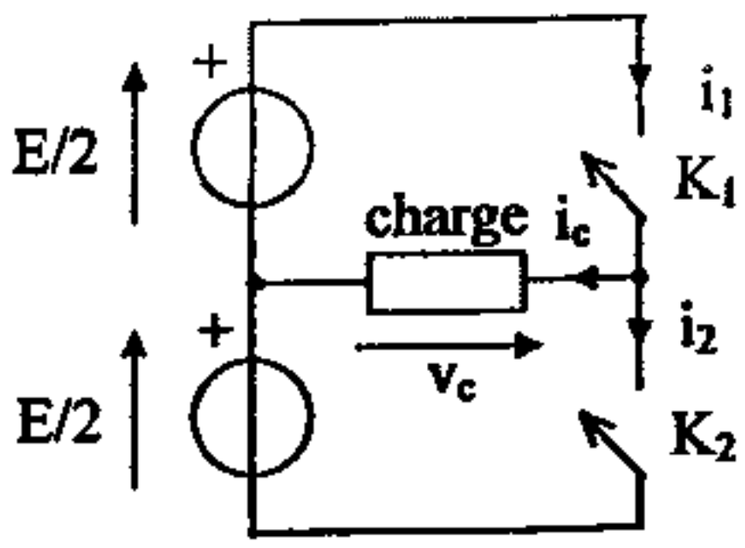
Les onduleurs sont des convertisseurs de puissance : continu → alternatif. Il en existe de plusieurs types [1,2], nous nous limiterons à quelques exemples très simples.

5.1 - Etude théorique d'un onduleur en « demi-pont »

Le schéma de principe d'un onduleur demi-pont (par analogie au redresseur cf §.2) est donné

fig.52 a

a - Schéma



b - Tension $v_c(t)$

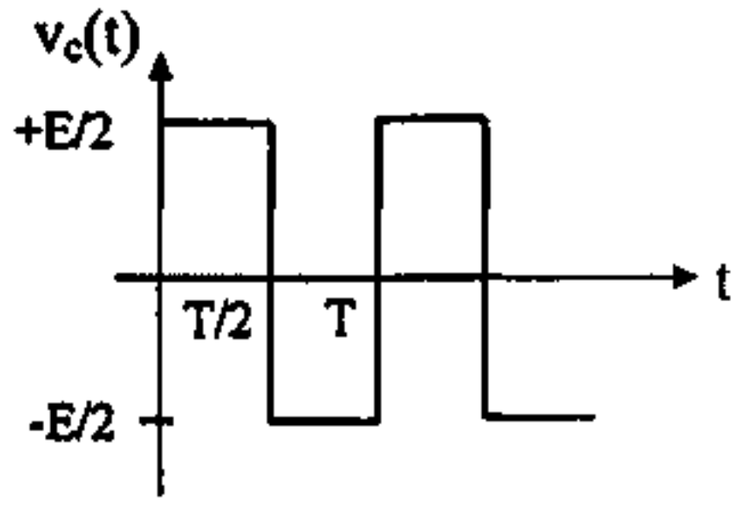


fig.52 - Principe d'un onduleur demi-pont

Ce dispositif permet, grâce aux interrupteurs K_1 et K_2, de transférer de l'énergie des deux sources continues (de fem E/2) vers la charge. En pratique la source sera une alimentation continue à point milieu.
Il est facile de vérifier que les interrupteurs K_1 et K_2 ne doivent pas être simultanément ouverts ou fermés ! La période de commutation étant T, on suppose que sur la période (0,T) on a successivement :

- $0 < t < T/2$: K_1 fermé et K_2 ouvert
- $T/2 < t < T$: K_1 ouvert et K_2 fermé

On déduit immédiatement la forme de la tension $v_c(t)$ aux bornes de la charge. Il s'agit d'une tension carrée de période T et d'amplitude E/2 (fig.52b). Les intensités des courants dans les 2 alimentations et dans la charge dépendent évidemment de la « nature » de cette charge. Nous nous limiterons à des charges assimilables à des dipôles inductifs série : (R_c, L_c) ; le transfert de puissance (« active) concerne évidemment R_c.

- La tension carrée $v_c(t)$, de période T, admet le développement de Fourier suivant ($\omega = 2\pi/T$) :

$$v_c(t) = \frac{2E}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\big((2n+1)\omega t\big) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n \sin\big((2n+1)\omega t\big) \qquad \text{(XII - 45)}$$

Pour le dipôle (R_c,L_c), d'impédance complexe : $\underline{Z_c} = R_c + jL_c\omega$, l'intensité en régime permanent périodique se déduit du développement de v_c en procédant par superposition des contributions de chacune des composantes de Fourier :

$$i_c(t) = \frac{2E}{\pi R_c}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\frac{\sin((2n+1)\omega t - \varphi_n)}{(1+(L_c(2n+1)\omega / R_c)^2)^{1/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \sin\big((2n+1)\omega t - \varphi_n\big) \quad \text{(XII - 46)}$$

avec : $$\varphi_n = \arctan\left(\frac{L_c(2n+1)\omega}{R_c}\right) \qquad \text{(XII - 47)}$$

La puissance moyenne transférée à la charge est la somme des puissances dues à chaque composante soit :

$$P_c = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{V_n I_n}{2}\cos(\varphi_n) \qquad \text{(XII - 48)}$$

On remarque que lorsque n augmente le déphasage courant/tension tend vers $\pi/2$; il résulte de (XII-47) que les harmoniques de rang élevé ne contribuent pas à la puissance moyenne transférée à la charge. Pour obtenir un bon transfert de puissance, on ne peut compter que sur les premiers harmoniques. Encore faut-il que $L_c\omega/R_c$ ne soit pas trop grand ; il faut donc opérer à priori à **basse** fréquence (par rapport à R_c/L_c).

Si l'on ne peut pas satisfaire à cette condition il est possible de procéder au **filtrage** du courant i_c. Pour cela il suffit de disposer en série avec la charge inductive une capacité C_c. On constitue ainsi un circuit RLC dont on peut choisir la pulsation de résonance ω_c égale à ω ($L_cC_c\omega_c^2 = 1$). Si ce « filtre » passe-bande est suffisamment sélectif le courant se réduit au premier harmonique et il est **en phase** avec le premier terme de v_c d'où une amélioration importante du transfert de puissance :

Précisément : $$i_c(t) \approx \frac{2E}{\pi R_c}\sin(\omega t) \qquad \text{(XII - 49)}$$

$$\text{et} \qquad P_c = < v_c i_c > = \frac{2E^2}{\pi^2 R_c} \qquad \text{(XII - 50)}$$

Un tel onduleur est dit « à résonance ». Si la pulsation ω diffère peu de ω_c, la puissance peut s'écrire (tjs. en ne considérant que le premier harmonique du courant) :

$$P_c = < v_c i_c > = V_1 \frac{V_1 \cos\psi}{2Z} = \frac{V_1^2 R_c}{2Z^2} \qquad \text{(XII - 51)}$$

où Z_c est l'impédance du circuit RLC et ψ le déphasage de l'intensité par rapport à la première composante de $v_c(t)$. Au voisinage de ω_c, on peut écrire avec $Q = L\omega_c/R_c$ (facteur de qualité) et $\Delta\omega = \omega - \omega_c$:

$$Z^2 = R_c^2 + \left(L_c\omega - \frac{1}{C_c\omega}\right)^2 \approx R_c^2\left(1 + 4Q^2\frac{\Delta\omega^2}{\omega_c^2}\right) \qquad \text{(XII - 52)}$$

d'où :

$$P_c = P_{c,max}\frac{1}{1 + 4Q^2\frac{\Delta\omega^2}{\omega_c^2}} \quad \text{avec} \quad P_{c,max} = \frac{2E^2}{\pi^2 R_c} \qquad \text{(XII - 53)}$$

Cette relation (« Lorentzienne ») montre que, si le facteur de qualité est élevé, la puissance varie très vite au voisinage de ω_c (elle est divisée de moitié si : $\Delta\omega = \omega_c/2Q$).

■ Comme pour le hacheur, on peut aussi analyser le fonctionnement de l'onduleur directement dans le domaine temporel en résolvant les équations différentielles satisfaites par $i_c(t)$ dans les différents intervalle de temps :

$$- 0 < t < T/2 : \quad \frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{\tau_c} = \frac{E}{2L_c} \quad \text{avec :} \quad \tau_c = L_c/R_c \qquad \text{(XII - 54)}$$

$$- T/2 < t < T : \frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{\tau_c} = -\frac{E}{2L_c} \qquad \text{(XII - 55)}$$

En régime permanent périodique l'intensité $i_c(t)$ varie exponentiellement entre -I et +I avec la constante de temps τ_c et l'on montre facilement [1] que :

$$I = \frac{E}{2R_c}\text{th}\left(\frac{T}{4\tau_c}\right) \qquad \text{(XII - 56)}$$

Pour obtenir un courant important (et donc une puissance importante) on voit que T/τ_c doit être grand, c'est-à-dire la fréquence faible (devant $1/\tau_c = R_c/L_c$). On retrouve les conclusions de l'analyse fréquentielle.

■ Si l'on ne souhaite pas procéder par filtrage à la fréquence de travail f, on peut utiliser une technique dite de modulation à largeur d'impulsion (M.L.I. ou P.W.M.[1]).

Pour en exposer simplement le principe reprenons le hacheur de tension dévolteur étudié au § 4.1. Si E est la fem de la source continue, f_{co} la fréquence de signal de commutation ($f_{co} = 1/T_{co}$), la valeur moyenne de la tension de sortie est (cf XII- 24) :

$$< v_c(t) > = \alpha E \qquad \text{(XII - 57)}$$

Imaginons alors que le rapport cyclique α varie lentement au cours du temps, par exemple à la fréquence f ($f << f_{co}$). On obtient à la sortie du hacheur une tension elle-même lentement variable à la fréquence f.

---

[1] Pulse-Width Modulation

On a ainsi la possibilité de convertir une tension continue en une tension variable mais bien entendu cette tension n'est pas alternative. Pour remédier à ce problème il suffit d'utiliser une structure « symétrique » comme le montage en demi-pont de la fig.52 Le signal de commande des interrupteurs K_1 et K_2 étant un signal en créneaux, de fréquence f_{co}, de rapport cyclique α on obtient un signal de sortie (fig.53) de valeur moyenne non nulle :

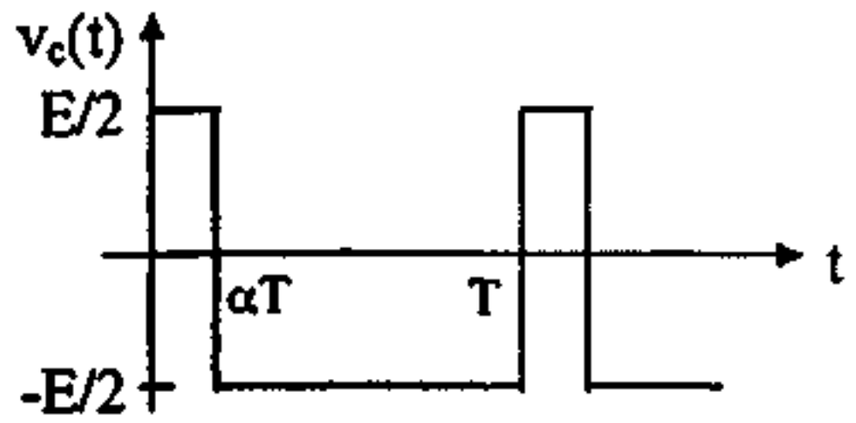


fig.53 Signal de sortie pour un rapport cyclique α ($\neq$ ½)

Précisément :

$$< v_c(t) > = (2\alpha - 1)\, E/2 \qquad \text{(XII - 58)}$$

(on vérifie bien : $< v_c > = 0$ si $\alpha = ½$, $< v_c > = E/2$ si $\alpha = 1$ et $< v_c > = -E/2$ si $\alpha = 0$).

Imaginons alors une variation sinusoïdale du rapport cyclique α, à la fréquence f, autour de la valeur moyenne ½ :

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(1 + k\cos(2\pi ft)\right) \qquad \text{(XII - 59)}$$

On obtient alors :

$$< v_c(t) >_{HF} = \frac{kE}{2}\cos(2\pi ft) \qquad \text{(XII - 60)}$$

où cette « moyenne » est calculée sur l'échelle de temps rapide T_{co}. Bien entendu la tension de sortie ne se réduit pas à cette « moyenne » ! Pour déterminer plus complètement $v_c(t)$ et surtout son spectre (utile pour le filtrage) partons du développement de Fourier du signal de sortie que l'on aurait si le rapport cyclique était constant (il se déduit de celui du signal produit par le hacheur par un simple décalage de -E/2, cf fig.34 et 53), d'où :

$$v_c(t) = \frac{2\alpha - 1}{2}E + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2E}{\pi}\frac{\sin(n\pi\alpha)}{n}\cos(n2\pi f_{co}t - n\pi\alpha) \qquad \text{(XII - 61)}$$

$$v_c(t) = \frac{2\alpha - 1}{2}E + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{E}{\pi}\frac{\sin(n2\pi f_{co}t) + \sin(n2\pi f_{co}t - 2n\pi\alpha)}{n} \qquad \text{(XII - 62)}$$

Supposons enfin que l'on « module » α selon la loi XII-58 :

$$v_c(t) = \frac{kE}{2}\cos(2\pi ft) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{E}{\pi}\frac{\sin(n2\pi f_{co}t) + \sin(n2\pi f_{co}t - n\pi(1 + k\cos(2\pi ft)))}{n} \qquad \text{(XII -63)}$$

On retrouve comme premier terme, la valeur moyenne précédente. La somme permet d'étudier le spectre : on remarque immédiatement la présence des composantes nf_{co} dans le premier terme ; quant au dernier terme il est tout à fait analogue à un signal modulé en fréquence de porteuse : nf_{co} et de modulation : f .

On sait (cf Chap.IX § 3) qu'il apparaît alors des composantes spectrales de fréquence : $nf_{co} \pm mf$. Finalement on retiendra qu'il existe une composante à « basse » fréquence f et des « paquets » de raies distantes de f et centrées autour des « hautes » fréquences nf_{co}. Ces raies sont évidemment plus faciles à éliminer par filtrage passe-bas de la charge (R_c,L_c).

Alors qu'un hacheur « favorise » la composante continue (α = Cste), l'onduleur MLI « favorise » la composante de fréquence f (α variant sinusoïdalement à la fréquence f).

5.2 - Manipulations

5.2.1 - Réalisation pratique

Pour réaliser un onduleur « demi-pont » il faut disposer de deux interrupteurs K_1 et K_2 unidirectionnels dont on peut commander la fermeture et l'ouverture, leurs états devant être complémentaires. Il est très commode d'utiliser deux interrupteurs à MOSFET tels que ceux décrits au § 4.1.2. L'un (K_1) est utilisé en « maître », l'autre K_2 en « esclave ». La sortie du générateur de commande de K_1 synchronisant K_2, la complémentarité des états est alors automatiquement assurée (par la « constitution » du circuit de commande SG 3256). Le schéma de l'onduleur est donnée fig.53 [3,4] :

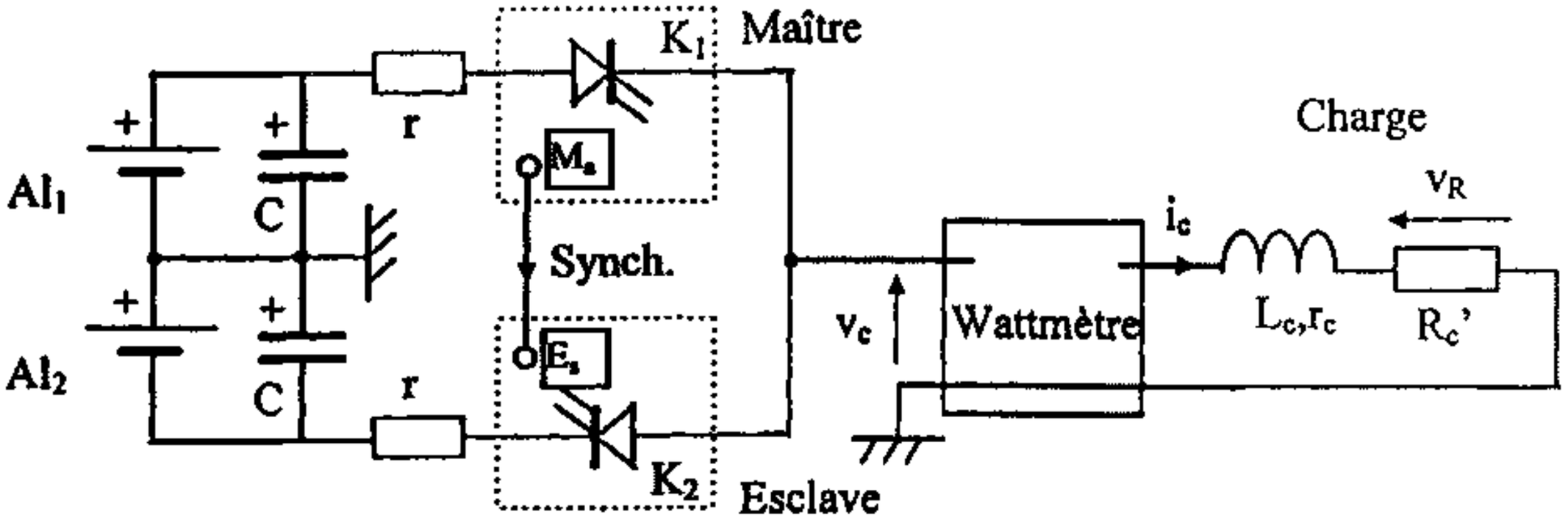


fig.53 - Schéma pratique de l'onduleur demi-pont

Le wattmètre ne sera connecté que pour effectuer les mesures de puissance.

Valeurs des éléments et des paramètres :

- Al_1, Al_2 : alimentation stabilisée continue symétrique : ± 20 V, 1 A (ou plus !)
- K_1, K_2 : interrupteurs à MOSFET (fig.38)
- K_1 est utilisé en « maître », c'est lui qui permet de fixer la fréquence de commutation et le rapport cyclique α (à ajuster à ≈ 0,5). K_2 est utilisé en « esclave » : son entrée synchronisation (E_s) étant reliée à la sortie (M_s) de K_1 ; son rapport cyclique est fixé automatiquement à (1-α).
- Les résistances r = 1 Ω permettent de mesurer les courants i_1 et i_2 circulant dans les deux alimentations.
- Les condensateurs C = 1000 µF (par exemple) améliorent le comportement des alimentations en transitoire. Ils sont à câbler au plus près des interrupteurs (de manière plus générale le câblage doit être soigné pour éviter les inductances parasites).
- Charge : R_c' = 10 Ω (50 W) ; L_c = 10 mH, r_c = 2,7 Ω (en continu) ⇒ R_c = 12,7 Ω

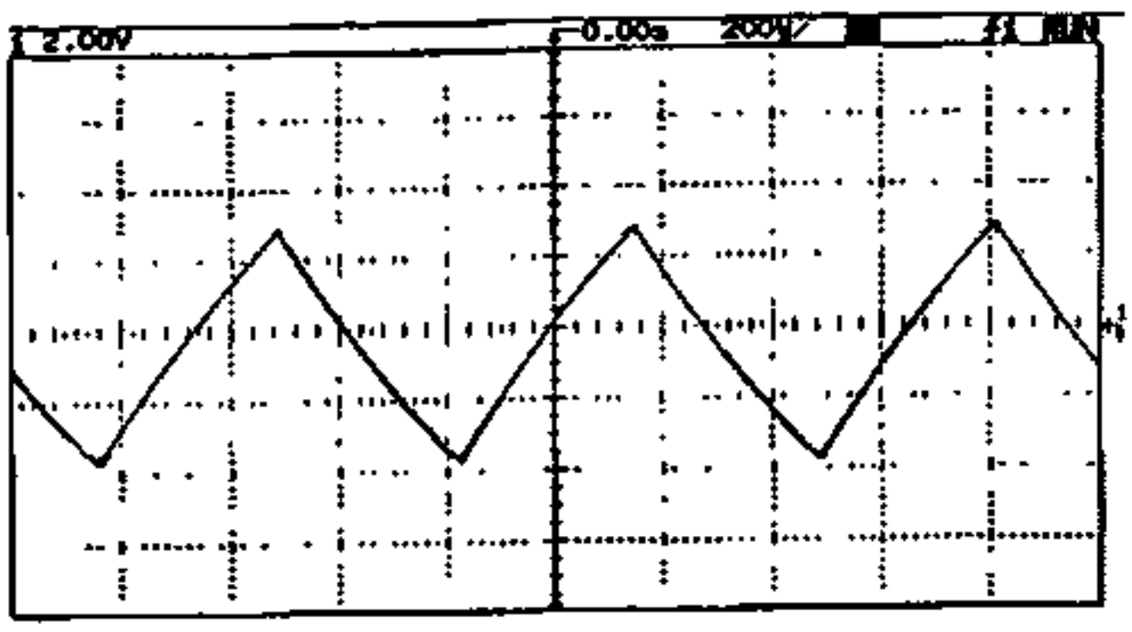
5.2.2 - Montage de base

A fréquence « faible » (ex : 1,50 kHz) on a enregistré la tension $v_R(t)$ aux bornes de R_c' et en ajustant précisément α on a annulé sa valeur moyenne (fig.54a).

Le wattmètre permet de mesurer la puissance reçue par la charge : P_c = 0,76 W. Les intensités moyennes fournies par les alimentations sont : I_1 = 44 mA, I_2 = 45 mA , d'où une puissance totale : P_{al} = 1,74 W et un rendement $\eta \approx 44$ %.

Le transfert de puissance est donc faible et peu efficace ! Mais on peut remarquer que f et R_c/L_c sont justement du même ordre de grandeur.

a - Montage de base



b - Onduleur à résonance

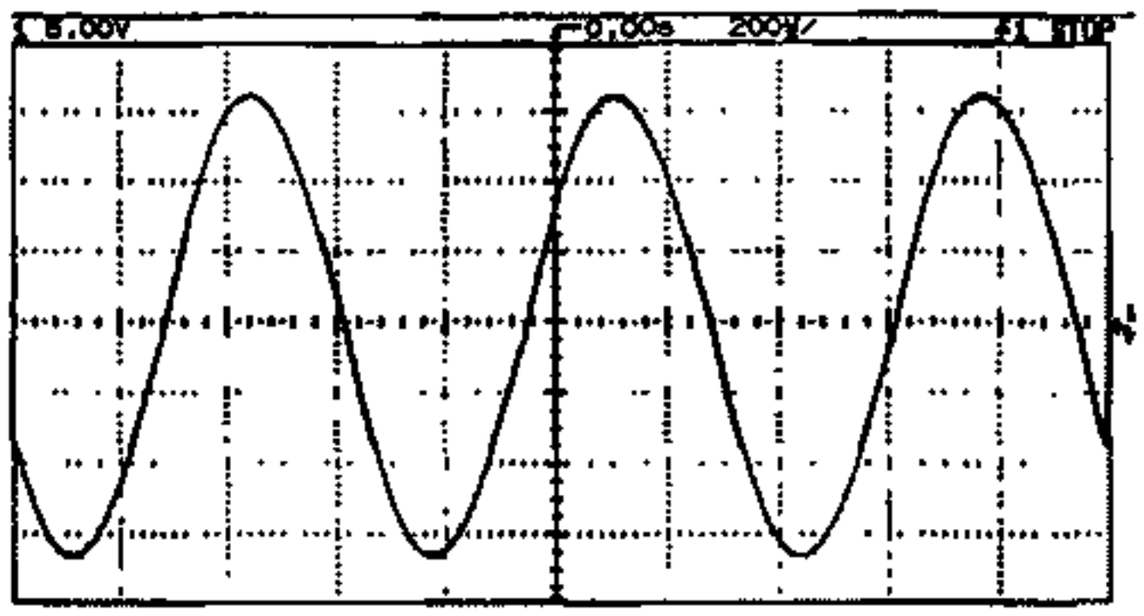


fig.54 - Courant dans la charge

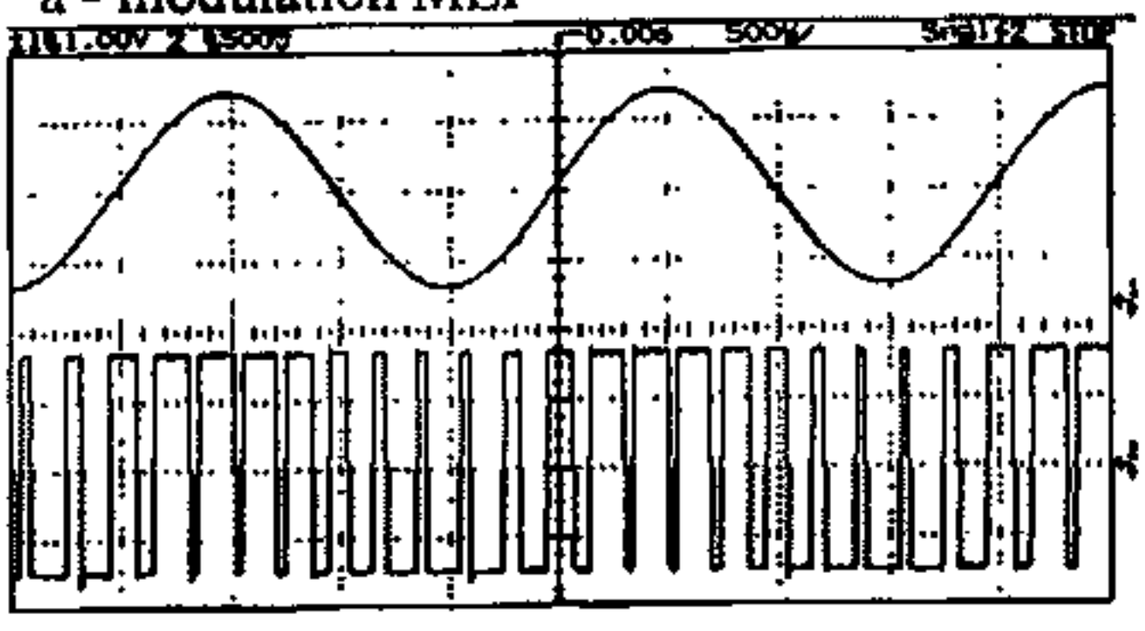
5.2.3 - Onduleur à résonance

On ajoute en série avec la charge une boîte de condensateurs et on ajuste C_c de manière à rendre maximale l'amplitude de v_R. (On a obtenu $C_c = 1{,}13\ \mu F$ si bien que la condition de résonance est parfaitement satisfaite). Le signal est « presque » sinusoïdal (fg. b) et son amplitude est très supérieure à la précédente.
En terme de puissance on obtient cette fois : $P_c = 18{,}5$ W et $P_{al} = 22{,}8$ W ($I_1 = I_2 = 0{,}57$ A). Le transfert de puissance est donc considérablement amélioré ainsi que le rendement (83%).
On peut aussi déterminer les fréquences pour lesquelles la puissance transférée est $P_{max}/2$. On obtient ainsi 1,4 kHz et 1,65 kHz ce qui permet d'estimer le facteur de qualité (cf relation XII-53) à Q = 6. Cette valeur est un peu inférieure à la valeur théorique $L_c\omega_c/R_c$ mais il faut en fait tenir compte de l'augmentation de la résistance de la bobine avec la fréquence.

5.2.4 - Onduleur à M.L.I.

Dans cette partie on porte la fréquence de commutation à $f_{co} = 5$ kHz et on module le rapport cyclique α au niveau de K_1. En effet ce rapport peut être fixé par une tension de commande appliquée à la borne E_{cy} (§ 4.1.2). Pour le faire varier au voisinage de la valeur 0,5 la tension correspondante doit être de la forme : $v_{cy}(t) = V_o + V_1 \cos(2\pi ft)$ (cf relation XII-59). Pour cela on utilise un générateur de fonctions ($V_o \approx 2$ V , $V_1 \approx 1$ V). Pour faciliter les observations on a pris f = 500 Hz.
On a enregistré simultanément (fig.55a) la tension $v_{cy}(t)$ et la tension de commande $v_{com}(t)$ des interrupteurs (modulée MLI) ainsi que le courant dans la charge.

a - modulation MLI



b - Courant dans la charge $i_c(t)$ (en fait $v_R(t)$)

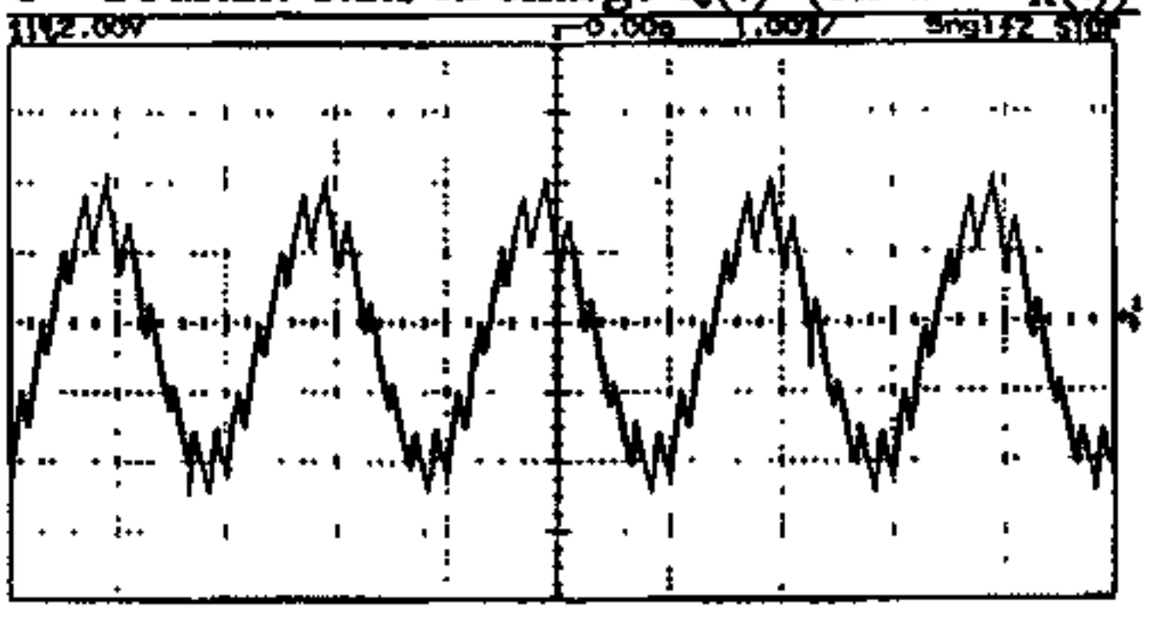


fig.55 - Fonctionnement d'un onduleur MLI

La fig.55 a montre clairement la variation du rapport cyclique avec la tension sinusoïdale et la fig.55b montre que le courant $i_c(t)$ ne se réduit pas à a sa composante sinusoïdale : il est clair que f est trop élevée pour que le filtrage du courant soit suffisant (elle a été choisie ainsi pour faciliter les observations). Par ailleurs la puissance transférée est faible et on observe, comme prévu, une amélioration de la forme de l'onde et de la puissance si on abaisse f (par exemple à 50 Hz)
Il est intéressant d'observer le spectre de ce courant (fig.56). Il comprend une raie principale à la fréquence f (= 500Hz), et des « paquets » de raie autour des fréquences nf_{com} (n.5 kHz).

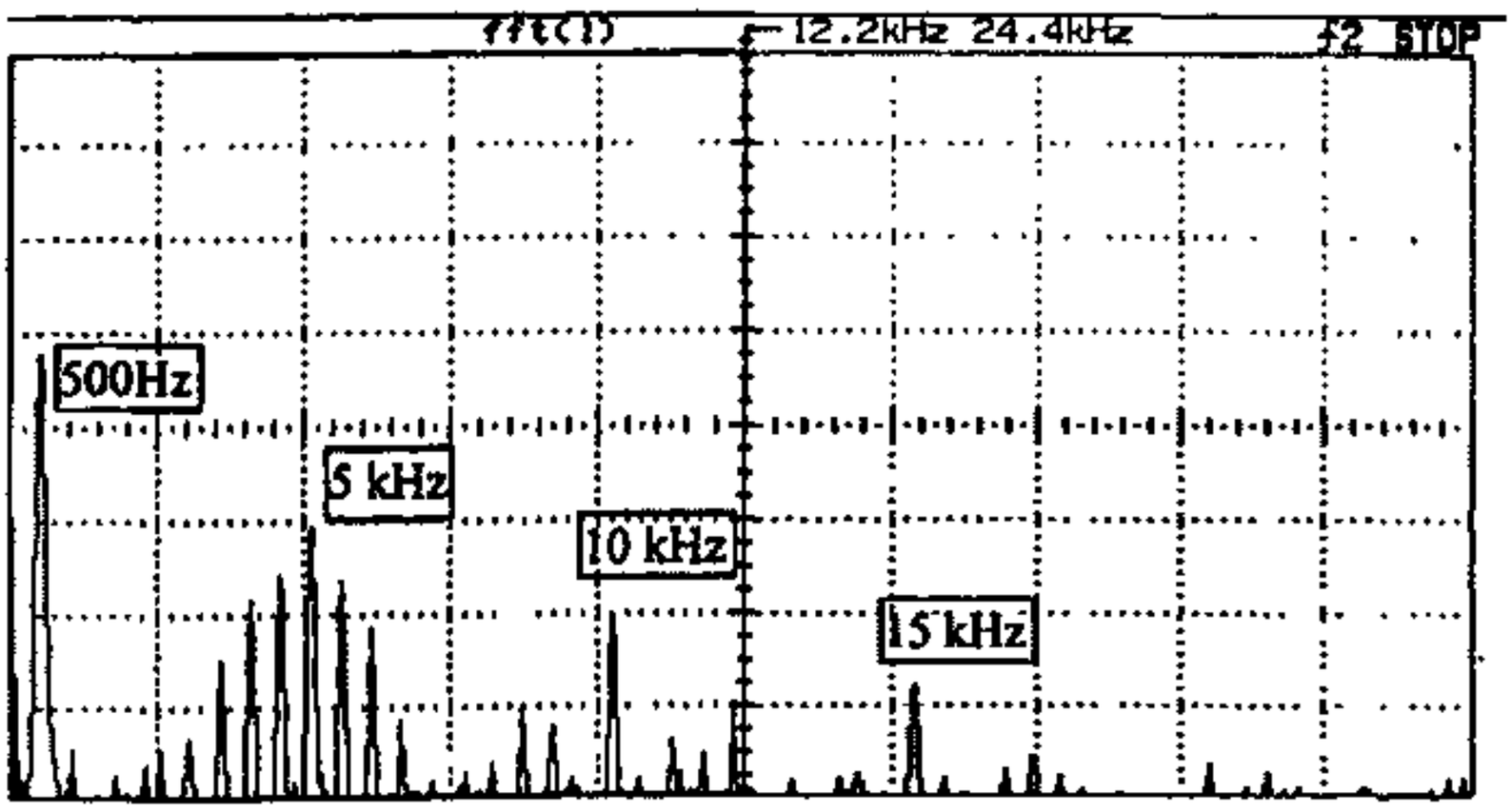


fig.56 - Spectre du courant traversant la charge

5.2.5 - Application de l' onduleur MLI

Nous nous contenterons d'illustrer un application importante des onduleurs (à MLI notamment). Vu que l'on peut produire avec un bon rendement énergétique une tension alternative de fréquence variable il devient possible de commander la vitesse de moteur « alternatif » synchrone ou asynchrone [1].
L'onduleur précédent permet de commander directement un petit moteur synchrone 24 V[5]. On le place tout simplement à la place de la charge (R_c,L_c). Ce moteur est prévu pour tourner à la fréquence f_R de 250 tr/min (4,2 tr/s) lorsqu'il est alimenté avec une tension de fréquence f =50 Hz (f_R = f/12). Au moyen de l'onduleur il accepte de tourner pour une fréquence f variant entre 10 et 100 Hz (f_R variant de 0,8 tr/s à 8 tr/s). On peut vérifier le synchronisme en utilisant un stroboscope.

Remarque : Si l'on ne dispose que d'un moteur 220 V il est tout à fait possible d'interposer entre l'onduleur et le moteur un transformateur élévateur en prenant les précautions d'usage en présence d'une telle tension !

[5] moteur synchrone SYNU-05501 disponible chez Radiospares

REFERENCES

[1] M.Lavabre ; Electronique de puissance ; Casteilla
[2] P.T.Krein ; Elements of Power Electronics ; Oxford
[3] P.T.Krein ; The special needs of converter experiments
[4] P.T.Krein ; A sequence of power electronics experiments
(Les références [3,4] sont disponibles sur Internet : http ://power.ece.uiuc.edu/krein_text)

[5] G.Séguier ; Electronique de Puissance ; Dunod (1999)

6 - Malvino ; Principes d'Electronique ; McGraw-Hill
7 - D.Aubert ; Dictionnaire de Physique Expérimentale (tome III) ; Pierron
8 - M.Vauchelles ; Travaux pratiques d'électronique Ellipses
9 - R.Mérat, R.Moreau (et col.) ; Physique Appliquée Term F3 Nathan (1990)
10 - A.Hebert, C.Naudet, M.Pinard ; Machines électriques, Electronique de puissance ; Dunod

CHAPITRE XIII

ASSERVISSEMENTS

1 - Introduction [1]

Pour réaliser la « commande » d'une grandeur de sortie x_s par une grandeur d'entrée x_e on utilise le plus souvent un système asservi (ou asservissement).
Un asservissement est un système bouclé à contre-réaction dans lequel on compare la valeur $x_s(t)$ de la grandeur de sortie à la valeur désirée x_s(dés.). Le signal issu de cette comparaison a pour effet de modifier la valeur de $x_s(t)$ de manière à ce quelle tende vers la valeur x_s(dés.).
Cette description fait apparaître deux propriétés importantes de ces systèmes : la **précision** (écart entre $x_s(t)$ et x_s(dés.) et la **rapidité** (temps mis par $x_s(t)$ pour « atteindre » x_s(dés.)).
On distingue deux familles de systèmes asservis : les systèmes « suiveurs » dans lesquels la grandeur de sortie doit suivre les variations de la grandeur d'entrée (ex : asservissement de position) et le systèmes « régulateurs » dans lesquels la grandeur de sortie doit se maintenir à une valeur fixée malgré les perturbations subies par le système (ex : asservissement de vitesse).

1.1 - Asservissement de position

Le schéma de principe d'un asservissement de position est donné fig.1 :

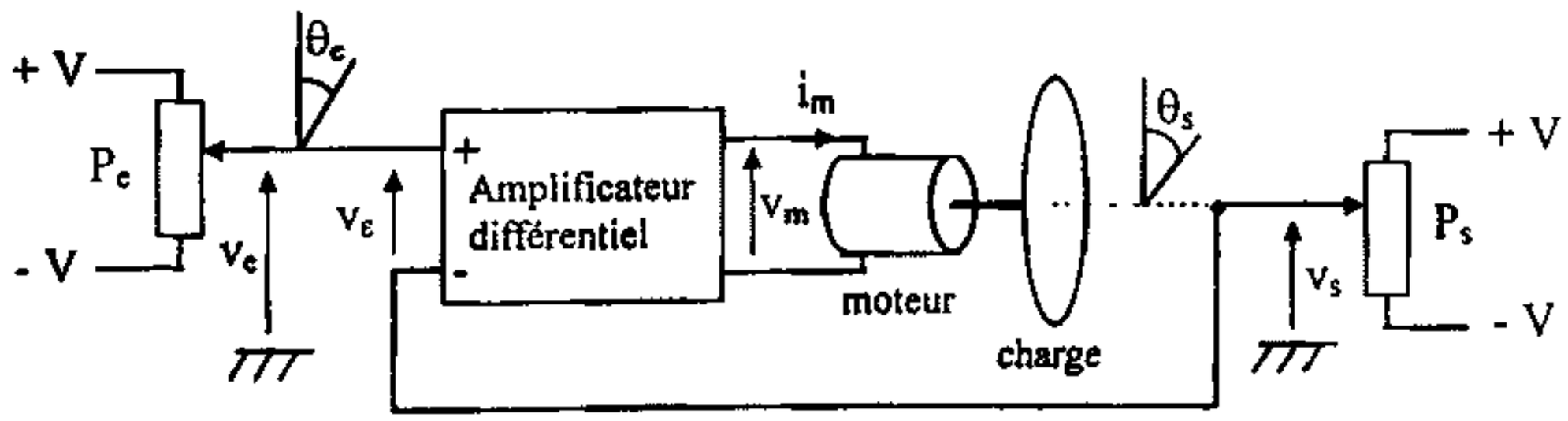


fig.1 - Schéma de principe d'un asservissement de position

Ce système permet la commande de la position angulaire $\theta_s(t)$ d'une pièce mobile (la « charge ») au moyen d'un potentiomètre de commande P_e dont le curseur est repéré par l'angle $\theta_e(t)$.
Pour cela un moteur électrique à courant continu entraîne la charge et, simultanément, le curseur d'un potentiomètre P_s (dit de « recopie »). Les potentiomètres P_e et P_s délivrent des tensions v_e et v_s proportionnelles aux angles θ_e et θ_s : $v_e = k\,\theta_e$ et $v_s = k\,\theta_s$ ($k = V/\pi$)

Le moteur est alimenté par un amplificateur différentiel dont la tension différentielle d'entrée est : $v_\varepsilon = v_e - v_s = k(\theta_e - \theta_s)$. Lorsque $v_\varepsilon \neq 0$ le moteur tourne entraînant P_s de telle manière que $|v_\varepsilon|$ diminue ; il s'arrête lorsque $v_\varepsilon = 0$. On a alors : $\theta_s = \theta_e$ si bien que P_e permet de commander la position de sortie.

1.2 - Asservissement de vitesse

Le schéma de principe d'un asservissement de vitesse est donné fig.2 :

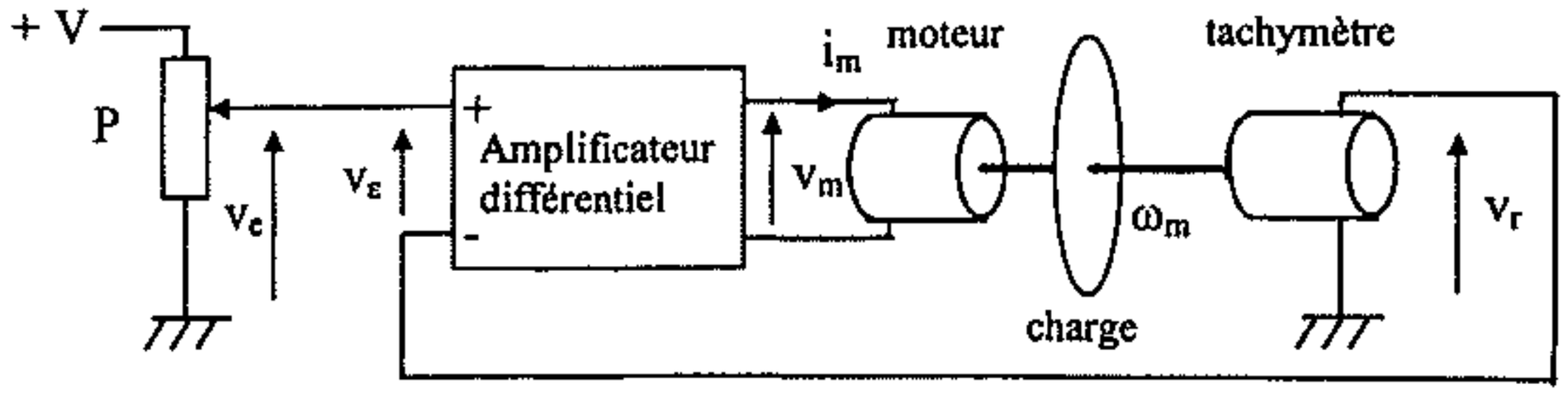


fig.2 - Schéma de principe d'un asservissement de vitesse

Ce système permet la commande de la vitesse angulaire ω_m (> 0) d'une pièce mobile (la charge) au moyen du potentiomètre de commande P. Pour cela le moteur à courant continu qui entraîne la charge, entraîne aussi un « tachymètre » : capteur de vitesse qui fournit une tension v_r proportionnelle à la vitesse angulaire : $v_r = k_{tac}\,\omega_m$.

Les capteurs de vitesse les plus courants sont [2] :

- la dynamo tachymétrique qui fournit directement une tension continue (ou presque) proportionnelle à la vitesse angulaire ω_m (à noter que le signe de cette tension permet de déterminer le sens de la rotation)
- l'alternateur tachymétrique qui fournit une tension sinusoïdale dont l'amplitude et la fréquence sont proportionnelles à la vitesse angulaire. L'obtention d'une tension continue proportionnelle à ω_m nécessite une transformation : redressement et filtrage dans le premier cas, conversion fréquence → tension dans le second cas.
- le capteur optique constitué d'un disque percé de n_d ouvertures qui passent successivement à travers une fourche optique constituée d'une diode électroluminescente et d'un photodétecteur (Chap.XII § 4.3.2). Le signal issu du photodétecteur est un signal « rectangulaire » de fréquence : $f_c = n_d\, f_m = n_d(\omega_m/2\pi)$. Il reste à réaliser une conversion fréquence tension pour obtenir la tension v_r proportionnelle à ω_m. Pour cela le signal rectangulaire de période $T_c = 1/f_c$ (mis en forme) est appliqué à un monostable qui délivre des impulsions récurrentes de période T_c , d'amplitude V_{ms} et de largeur τ_{ms} constantes, dont il suffit d'extraire la valeur moyenne grâce à un filtre passe-bas :

$$v_r = V_{ms}\frac{\tau_{ms}}{T_c} = V_{ms}\tau_{ms}f_c = \frac{V_{ms}\tau_{ms}n_d}{2\pi}\omega_m = k_c\omega_m \qquad \text{(XIII - 1)}$$

Le filtrage n'étant jamais idéal, cette tension présente une ondulation qui est d'autant plus faible que la fréquence de coupure du filtre est plus basse ; malheureusement le temps de réponse est d'autant plus long.

Le moteur est alimenté par un amplificateur différentiel dont la tension d'entrée est $v_\varepsilon = v_c - v_r = v_c - k_{tac}\,\omega_m$. Supposons alors que pour une cause quelconque (variation de la charge notamment) la vitesse angulaire ω_m diminue (resp. augmente), il en résulte une augmentation (resp. diminution) de la tension d'entrée v_ε ce qui a pour effet d'augmenter (resp.de diminuer) v_m ainsi que la vitesse ω_m.

Le système permet donc bien de réguler la vitesse angulaire vis-à-vis des variations du couple résistant exercé par la charge (applications : perceuses, machines-outils ...).

Remarque : On notera que la tension d'entrée v_e de l'amplificateur différentiel est, à priori, non nulle pour l'asservissement de vitesse, contrairement au cas de l'asservissement de position

2 - Etude d'un asservissement de position [5]

2.1 - Etude théorique (modélisation)

La modélisation de l'asservissement de position (fig.1) dépend de celle du moteur à courant continu. Nous utiliserons le modèle présenté au Chap.XII § 4 en adaptant les notations et en négligeant l'inductance de l'induit et le frottement de Coulomb (cf § 2.2) ; notre modèle est donc linéaire.

■ équation électrique (simplifiée) :

$$v_m = R_m i_m + K \omega_s \quad \text{où} \quad \omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} \qquad \text{(XIII - 2)}$$

■ équation mécanique (simplifiée) :

$$J_m \frac{d\omega_s}{dt} = - a \omega_s + K i_m \qquad \text{(XIII - 3)}$$

ici J_m désigne le moment d'inertie total de la partie tournante, de même : - a ω_s est le couple de frottement fluide total s'exerçant sur cette partie.

Par ailleurs les potentiomètres P_e et P_s étant alimentés symétriquement par les mêmes tensions +V et -V et étant supposés linéaires on a :

$$v_e = k \theta_e \quad , \quad v_s = k \theta_s \quad \text{où} \quad k = V/\pi \qquad \text{(XIII - 4)}$$

(la tension relevée sur leur curseur varie en effet de 2V pour un tour)

Enfin l'amplificateur différentiel est supposé fonctionner linéairement et son amplification différentielle est A_v (ajustable), d'où :

$$v_m = A_v (v_e - v_s) \qquad \text{(XIII - 5)}$$

Effectuons alors une transformation de Laplace des équations précédentes, en supposant le système initialement au repos, et en notant en majuscules les transformées des fonctions du temps : $f(t) \rightarrow F(p)$ où $p = \alpha + j\omega$.
On obtient :

$$V_m = R_m I_m + K\Omega_s \qquad \text{(XIII - 6)}$$
$$J_m p\Omega_s = - a\Omega_s + KI_m \qquad \text{(XIII - 7)}$$
$$V_m = A_v(V_e - V_s) \qquad \text{(XIII - 8)}$$

En éliminant I_m entre (XIII-6) et (XIII-7) on a : $(J_m p + a + K^2/R_m)\, \Omega_s = K\, V_m/R_m$; on peut alors définir la transmittance H_m du moteur (tension → vitesse) :

$$H_m(p) = \frac{\Omega_s}{V_m} = \frac{K}{J_m R_m} \frac{1}{p + \frac{1}{J_m}(a + \frac{K^2}{R_m})} = \frac{A_m}{p\tau_m + 1} \qquad \text{(XIII - 9)}$$

Avec : $\tau_m = \frac{J_m R_m}{aR_m + K^2}$ et $A_m = \frac{K\tau_m}{J_m R_m} = \frac{K}{aR_m + K^2}$ (XIII - 10)

τ_m est le temps de réponse « électromagnétique » du moteur qui caractérise l'évolution de sa vitesse relativement à la tension d'alimentation.

L'asservissement peut alors être représenté par le schéma bloc de la fig.3 où l'on précisé dans chaque bloc la transmittance correspondante (rapport de la grandeur de sortie à la grandeur d'entrée) :

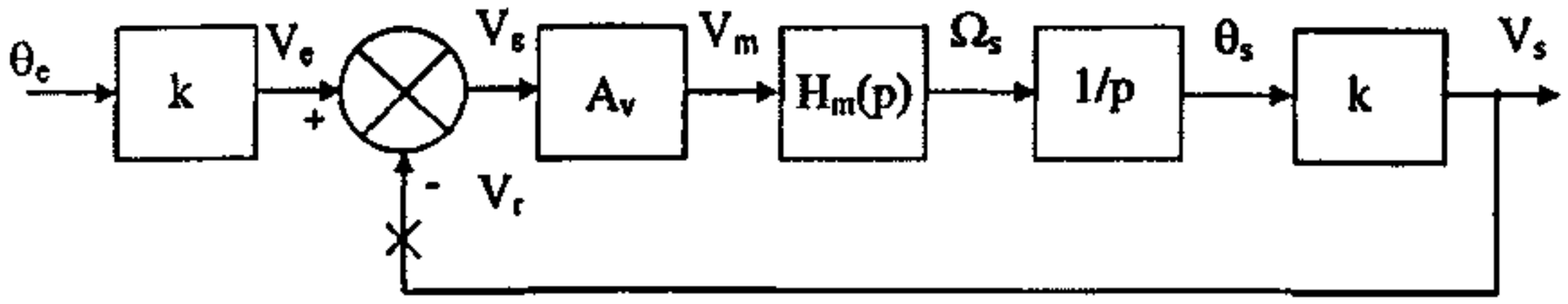


fig.3 - Schéma bloc de l'asservissement de position

Grâce à ce schéma et en privilégiant les tensions, on peut définir :

■ la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$T(p) = \left(\frac{V_r}{V_e}\right)_{\text{boucle ouverte}} = \frac{V_s}{V_\varepsilon} = kA_vH_m / p = \frac{kA_vA_m}{p(p\tau_m + 1)} = \frac{B_m}{p(p\tau_m + 1)} \qquad \text{(XIII -11)}$$

(l'ouverture de la boucle est représentée schématiquement sur la fig.2)

Cette fonction présente un pôle d'ordre 1 à l'origine, le système est dit de « type 1 », explicitons B_m :

$$B_m = kA_vA_m = \frac{kA_vK}{aR_m + K^2} \qquad \text{(XIII - 12)}$$

■ la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{\text{boucle fermée}} = \frac{V_s}{V_s + V_e} = \frac{V_s / V_e}{V_s / V_\varepsilon + 1} = \frac{T}{1+T} \qquad \text{(XIII - 13)}$$

On retrouve la relation de Black pour un retour unitaire ($V_r = V_s$).

Explicitement :

$$H(p) = \frac{1}{1/T + 1} = \frac{B_m}{p(p\tau_m + 1) + B_m} = \frac{B_m / \tau_m}{p^2 + p/\tau_m + B_m/\tau_m} \qquad \text{(XIII - 14)}$$

Mettons cette fonction de transfert du second ordre sous forme « standard » :

$$H(p) = \frac{\omega_o^2}{p^2 + 2m\omega_o p + \omega_o^2} \qquad \text{(XIII - 15)}$$

Avec : $\omega_o = \sqrt{\frac{B_m}{\tau_m}} = \sqrt{\frac{kA_vK}{R_mJ_m}}$: pulsation propre (XIII - 16)

$$m = \frac{1}{2\omega_o\tau_m} = \frac{1}{2\sqrt{B_m\tau_m}} = \frac{aR_m + K^2}{2\sqrt{kA_vKJ_mR_m}} \quad \text{: coeff. réduit d'amortissement} \qquad \text{(XIII - 17)}$$

On remarque que l'amplification A_v agit à la fois sur la pulsation propre et sur l'amortissement ($A_v \uparrow \Rightarrow \omega_o \uparrow$ et $m \downarrow$) ; par contre le produit $m\omega_o = 1/2\tau_m$ reste constant. Par ailleurs comme m est toujours positif le système est, à priori, stable pour toutes valeurs de l'amplification A_v. Nous verrons qu'en réalité le système peut devenir instable (cf § 2.3.).

2.2 - Réalisation pratique

Il est assez facile de réaliser une maquette d'asservissement de position angulaire (fig.4). Il suffit d'associer un « bon » moteur à courant continu (on a utilisé un moteur à rotor sans fer[1]) et un potentiomètre sans butées (dit à « 360° ») de bonne linéarité (≈1%). Les potentiomètres relativement peu coûteux[2] ont pour inconvénient d'introduire un couple de frottement assez important. Il en existe de bien plus performants spécialement destinés aux asservissements, mais très onéreux ! Ils permettraient d'obtenir des résultats bien meilleurs que ceux donnés par la suite.
La liaison mécanique peut être assurée par un cardan[3] miniature. On peut éventuellement ajouter un disque pour repérer, au moins sommairement, l'angle θ_s (particulièrement facile à réaliser si le moteur possède un axe « double »). Ceci n'est néanmoins pas indispensable car l'étude du système s'effectue essentiellement à partir des tensions v_s et v_e.

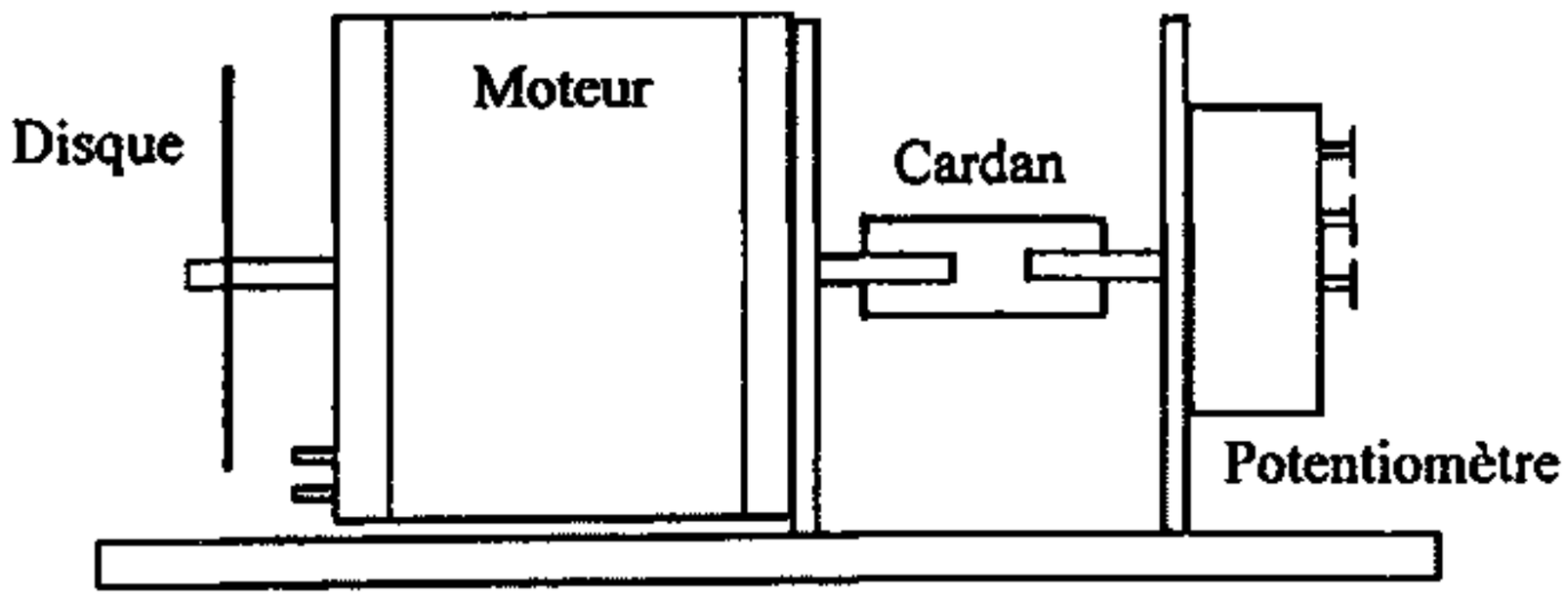


fig.4 - Schéma pratique de l'asservissement de position (partie mécanique)

L'électronique de commande est simple. Son schéma complet est représenté fig.5 ;on a successivement :

- un ampli différentiel d'amplification différentielle unité.
- un ampli inverseur d'amplification : $A_v = -R_2 / R_1$, ajustable grâce à R_2
- un ampli de puissance d'amplification -1 permettant de délivrer plusieurs centaines de mA.

Tous ces montages ont été étudiés au Chap.IV auquel on se reportera.

---

[1] Ex : Premotec 9904-120-... disponible chez Radiospares
[2] Ex : Bourns 6539 S disponible chez Farnell
[3] Ex : cardan Graupner disponible chez Jet

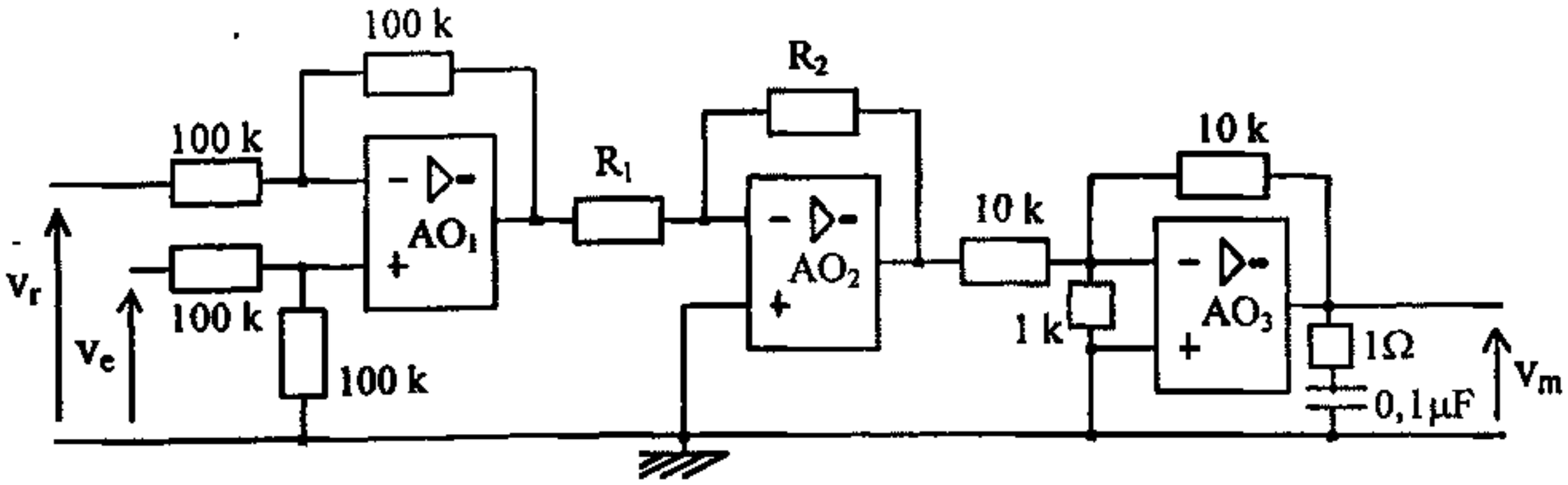


fig.5 - Schéma pratique de l'asservissement de position (partie électrique)

Valeurs des éléments (fig.1 et 5)

M : moteur Premotec 9904-120 (par exemple)
P_s : potentiomètre « servo » 1 kΩ Bourns 6539S (par exemple)
P_e (si nécessaire) : potentiomètre classique (avec « butées ») 1 kΩ
Remarque : Il peut être prudent de protéger les potentiomètres P_e et P_s en plaçant, en série avec les alimentations ± V, deux résistances « talons » r.

R_1 = 10 kΩ , R_2 = boîtes de résistances
$AO_1 = AO_2$ = TL081 , AO_3 = L 165 (ou TCA 365)

Important :

- L'amplificateur de puissance AO_3[4] doit être disposé sur un radiateur et ses bornes d'alimentation (± 15 V) doivent être découplées par des condensateurs d'au moins 100 µF.
On notera la présence, inhabituelle, d'une résistance de 1 kΩ entre les bornes + et - et d'un réseau R-C (1Ω-0,1 µF) à la sortie ; ces éléments (conseillés par le constructeur) sont destinés à assurer la stabilité et à améliorer le comportement de l'AO en régime transitoire. Des diodes de puissance disposées entre la sortie et les lignes d'alimentation sont aussi nécessaires pour protéger l'amplificateur des surtensions inductives (ce composant est assez fragile).
- AO1 et AO2 seront aussi découplés au niveau de leurs bornes d'alimentation par des condensateurs d'au moins 10 µF.
- Il est conseillé d'utiliser une alimentation différente pour les potentiomètres P_e, P_s et pour la chaîne amplificatrice.
- On ne doit pas attendre d'une maquette électromécanique aussi simple des résultats parfaits ; néanmoins elle permet d'illustrer de nombreuses propriétés des asservissements.

2.3 - Caractérisation du système mécanique

■ caractéristiques électriques

On peut mesurer la résistance R_m de l'induit au moyen de la fonction « ohmmètre » d'un multimètre numérique (si la résistance est inférieure à 1 Ω on a avantage à utiliser la mesure « 4 fils »).

[4] Un autre amplificateur de puissance utilisable est le LM 12. Il présente l'intérêt de pouvoir être alimenté par une tension supérieure à 15 V (jusqu'à 40 V). Par ailleurs il peut être utilisé en suiveur comme un AO classique

On effectue plusieurs mesures pour différentes positions du collecteur et on prend la moyenne. En ce qui concerne l'inductance L_m, le plus simple est d'utiliser un inductancemètre ou un pont de mesures (très souvent la mesure est effectuée à 1000 Hz).
On a ainsi obtenu : $R_m \approx 10\ \Omega$, $L_m \approx 3{,}5$ mH
La constante de temps correspondante est $\tau_{el} = L_m/R_m \approx 0{,}35$ ms, elle est notablement inférieure aux autres constantes de temps caractéristiques du système si bien que nous négligerons L_m dans toute la suite.

■ caractéristiques mécaniques

- Il est facile de mesurer le facteur de proportionnalité K entre la fem induite et la vitesse angulaire. En régime *permanent* on a en effet : $V_m = R_m I_m + K\,\omega_m$. Il suffit donc d'alimenter le moteur avec une alimentation stabilisée et de mesurer les grandeurs : V_m, I_m et $\omega_m = 2\pi f_m$ pour différents régimes (fig.6) :

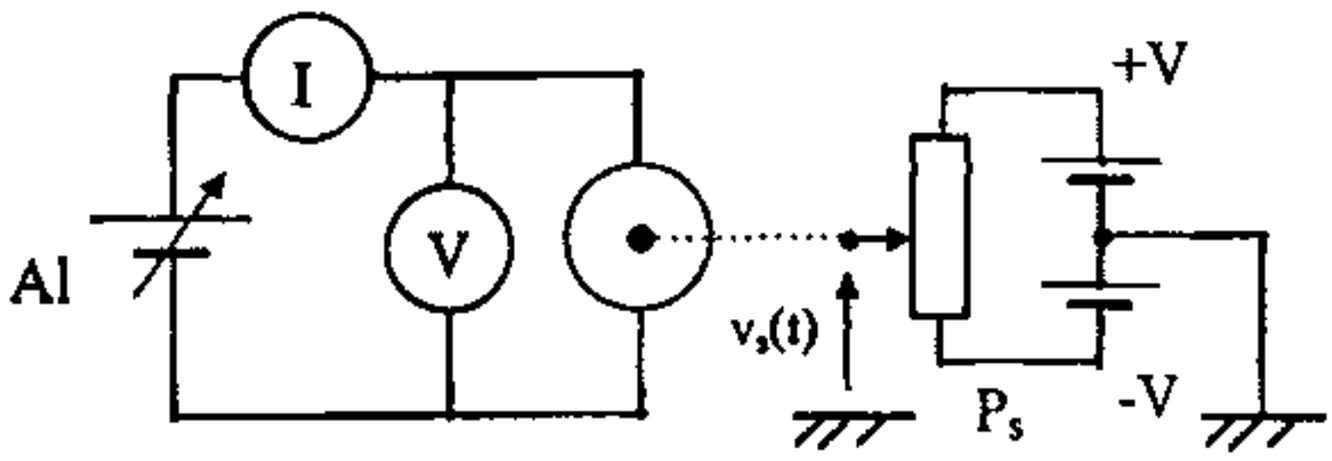


fig.6 - Mesure du coefficient K

V_m et I_m sont mesurées grâce à un voltmètre et un ampèremètre (montage aval classique). La fréquence de rotation f_m par l'intermédiaire de la fréquence du signal en dents de scie $v_s(t)$ que l'on récupère au niveau du curseur du potentiomètre P_s alimenté symétriquement en +V et -V.

Ces mesures expérimentales permettent de construire la courbe représentant : V_m-$R_m I_m$ en fonction de ω_m (on obtient pratiquement une droite de pente K = 0,1 V.s).

■ La mesure du moment d'inertie J_m et de la constante de proportionnalité a du couple de frottement fluide est un peu plus complexe : il faut opérer en régime transitoire. Pour cela on utilise le montage de la fig.7 :

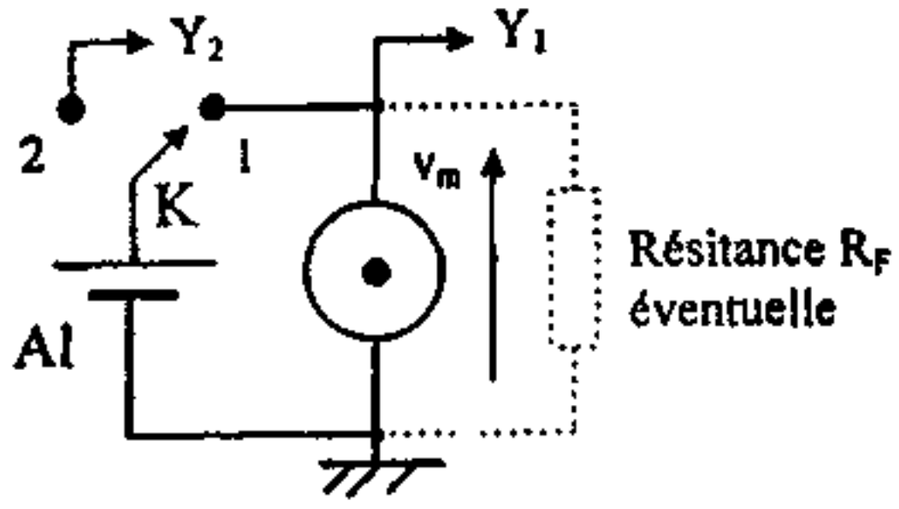


fig.7 Mesure des paramètres J_m et a

L'inverseur K étant en position 1 le moteur est alimenté et atteint son régime permanent. A l'ouverture de K (1 → 2) l'alimentation est coupée et le moteur ralentit soit sous l'action des seuls couples de frottement mécaniques (fluide et solide) : - $a\omega_m$ et $-c_f$ ($\omega_m > 0$) en l'absence de R_F, soit sous l'action des couples mécaniques précédents et du couple de freinage électromagnétique en présence de R_F.

Dans ce dernier cas les équations mécanique et électrique s'écrivent (cf. Chap.XII § 4.3) :

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = -a\omega_m - C_f + Ki \qquad \text{(XIII - 18)}$$

$$-R_F i = R_m i + K\omega_m \ (L_m \text{ négligée}) \qquad \text{(XIII - 19)}$$

d'où :
$$\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{\omega_m}{\tau} = -\frac{C_f}{J_m} \qquad \text{(XIII - 20)}$$

avec :
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{J_m}\left(a + \frac{K^2}{R_m + R_F}\right) \qquad \text{(XIII - 21)}$$

La solution de l'équation (18) est : $\omega(t) = -c_f/J_m + (\omega(0)+c_f/J_m)e^{-t/\tau}$ (≥ 0) (XIII - 22)

Il suffit d'enregistrer, à l'oscilloscope numérique en voie 1, les variations de la tension aux bornes du moteur qui est proportionnelle à la vitesse angulaire ($v_m = -\frac{R_F}{R_m + R_F} K\omega$).

Lors de son basculement l'inverseur K fournit par ailleurs un échelon de tension en voie 2 qui assure le déclenchement du balayage (mode « monocoup » ou « single »). En l'absence de R_F on a ainsi obtenu l'enregistrement de la fig.8.

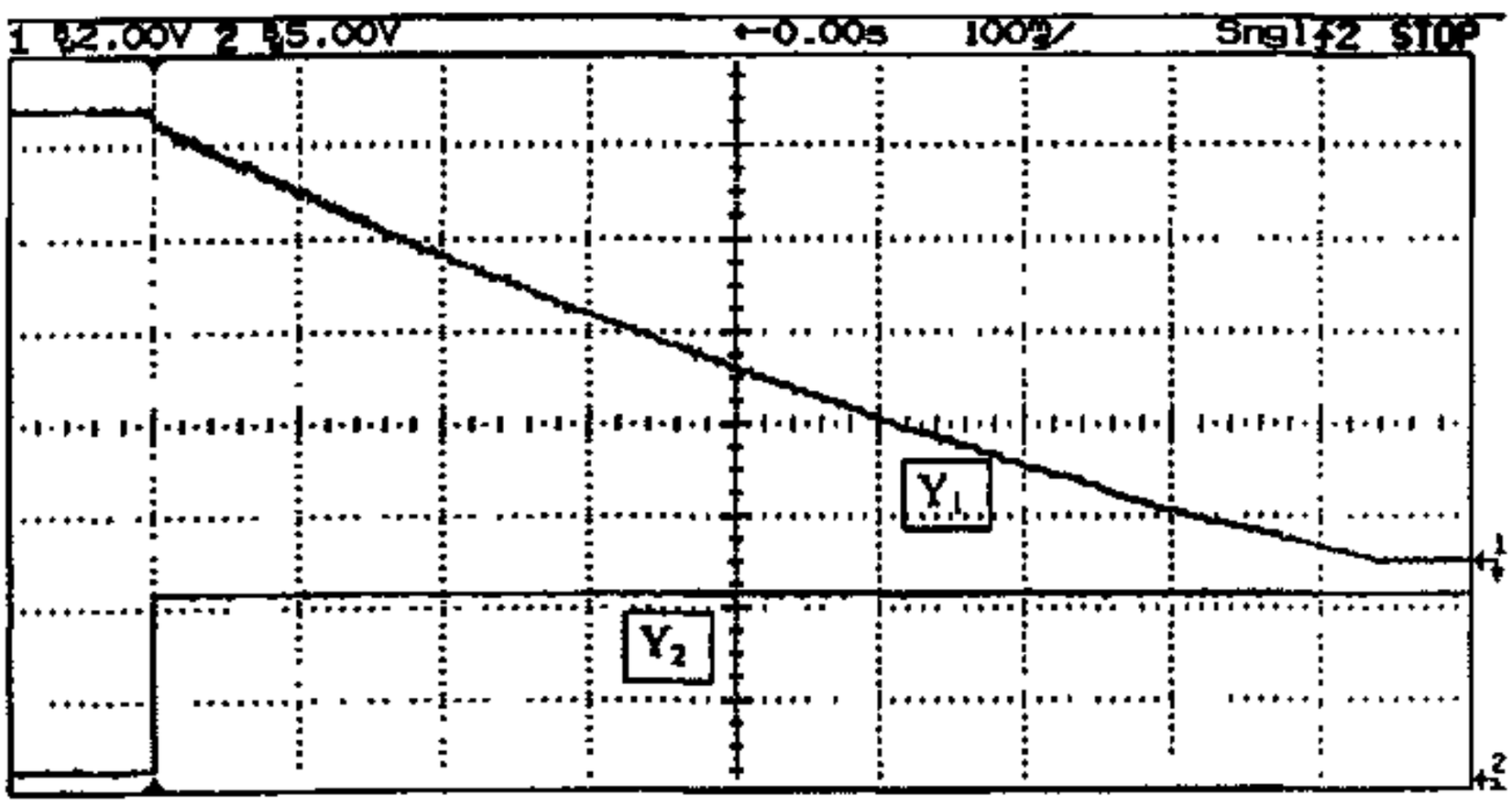


fig.8 Décroissance de la vitesse du moteur

(La discontinuité de la tension $v_m(t)$ en $t = 0$ est liée à celle de l'intensité $i_m(t)$).

La modélisation de la décroissance[5] de la vitesse par une loi de la forme $A + B\exp(-t/\tau_\infty)$ permet de déduire $\tau_\infty \approx 1{,}36$ s.
En reprenant la même étude mais avec une résistance $R_F = 50\ \Omega$, on obtient $\tau_F \approx 110$ ms.

D'après (21) : $1/\tau_\infty = a/J_m$ $(R_F \to \infty)$ et donc : $J_m = \frac{K^2}{R_m + R_F} \frac{1}{1/\tau_F - 1/\tau_\infty}$ (XIII - 23)

D'où : $J_m \approx 2{,}1.10^{-5}$ kg.m^2 et $a = 1{,}5.10^{-5}$ N.m.s

[5] Cette étude est particulièrement aisée avec une carte d'acquisition (phénomènes lents) et le logiciel Synchronie.

Les valeurs ainsi mesurées sont en assez bon accord avec celles données par le constructeur pour le moteur seul (la présence du potentiomètre P_s et d'un disque de repérage ayant pour effet d'augmenter un peu J et a).
On peut alors déduire l'ordre de grandeur de la constante de temps électromécanique τ_m :

$$\tau_m = \frac{R_m J_m}{aR_m + K^2} \approx 17 \text{ ms} \qquad \text{(XIII - 24)}$$

A noter que le terme aR_m est ici négligeable ; par ailleurs, on voit, que cette constante de temps est notablement supérieure à $\tau_{el} \approx 0{,}4$ ms.

2.4 - Présentation qualitative de l'asservissement

On réalise le montage de la fig.9 dans lequel l'amplificateur (fig.5) est relié aux potentiomètres P_e et P_s alimentés de manière symétrique (+V et -V). Le plus simple est d'utiliser une alimentation stabilisée symétrique (des piles peuvent aussi convenir).

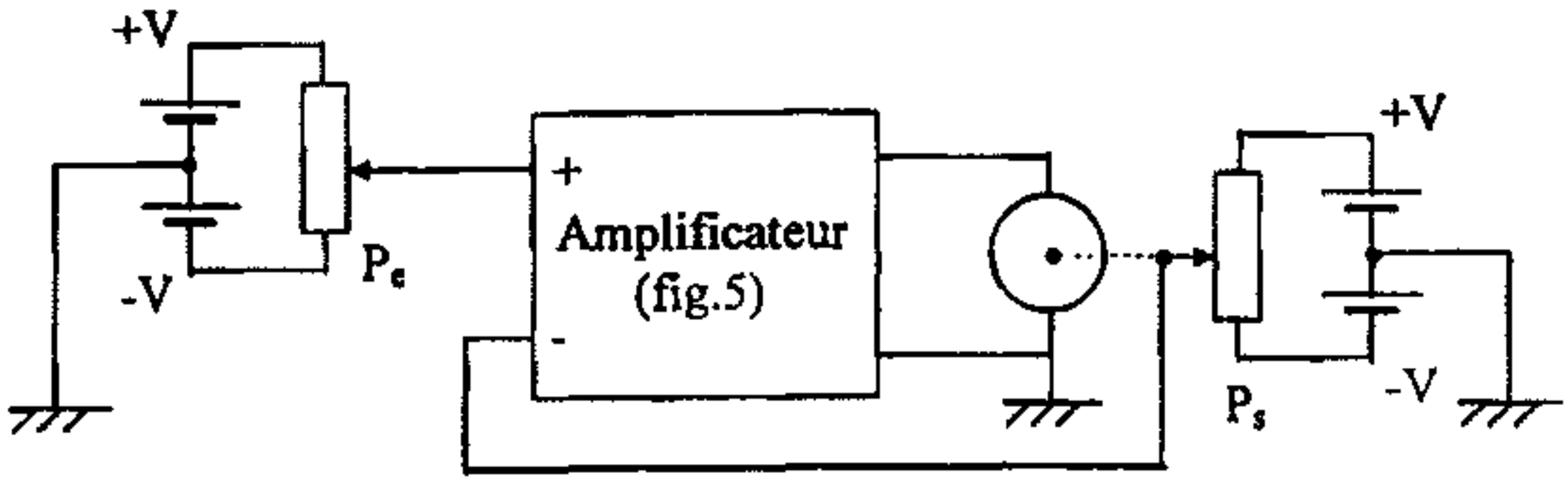


fig.9 Présentation de l'asservissement

Valeurs des éléments et des paramètres

V = 5 volts (si l'on utilise des résistances de protection pour les potentiomètres, cf § 2.2, il faudra modifier V ; pour r =1 kΩ prendre V = 15 V)
R_2 = 10 kΩ initialement, soit A_v = 1
En agissant sur le potentiomètre de commande P_e (angle θ_e) on constate que le potentiomètre P_s (angle θ_s) le suit dans ses variations (si le système ne fonctionne pas essayer tout d'abord de permuter les bornes du moteur) ; précisément :

- à faible amplification (A_v = 1) on constate en agissant manuellement sur l'arbre que le « couple de rappel » qui tend à ramener le système à la valeur θ_s(dés.) est faible, le système est donc très sensible aux perturbations (et notamment aux frottements de Coulomb), il est donc peu précis. Il sera intéressant d'estimer quantitativement la plage de valeurs de v_e (ou de θ_e pour laquelle θ_s ne change pas.
- à plus forte amplification (A_v = 5 ou 10) on constate au contraire que ce couple est bien plus intense et que la plage précédente s'est réduite ; la précision a donc augmenté.
- à des amplification encore supérieures (A_v > 20) on constate l'apparition d'oscillations (dites de pompage). Celles-ci ne peuvent pas être prévues par le modèle précédemment proposé (§ 2.1), il est nécessaire d'utiliser un modèle non linéaire [3].

2.5 - Identification du système

Pour vérifier la validité du modèle proposé on détermine expérimentalement le module de la transmittance en régime permanent sinusoïdal. Pour cela on applique une tension d'entrée $v_e(t)$ sinusoïdale grâce à un générateur de fonctions et on mesure à l'oscilloscope numérique les valeurs efficaces des tensions v_e et v_s. Pour que les mesures soient correctes il faut que l'amplitude de v_s (et donc de θ_s) soit suffisante pour que l'influence des frottements solides soit négligeable (cf § 2.4). Il faut veiller néanmoins à ne pas saturer pour que la modélisation linéaire précédente soit valide.

Pour satisfaire à ces exigences contradictoires on pourra être amené à modifier l'amplitude de la tension d'entrée en fonction de la fréquence de manière à avoir, à chaque fréquence, une amplitude de sortie correcte.

L'utilisation d' un wobbulateur permet de vérifier rapidement que l'*allure* de la courbe de réponse est correcte (absence de non linéarités), mais les mesures « précises » sont à faire selon la procédure précédente.

Avec $A_v = 10$ ($R_2 = 100\ k\Omega$), une fréquence variant entre 4 Hz et 30 Hz, les mesures de $V_{e,ef}$ et de $V_{s,ef}$ ont permis de construire la courbe représentative de $|\underline{H}(j\omega)| = V_{s,ef} / V_{e,ef}$ (fig.10).

On a superposé aux points expérimentaux la courbe théorique et on a ajusté les paramètres m et ω_o de manière optimale (au sens de l'algorithme de Marquardt).

D'après (XIII -15) : $$\underline{H}(j\omega) = \frac{\omega_o^2}{-\omega^2 + 2jm\omega_o\omega + \omega_o^2} \qquad \text{(XIII -25)}$$

d'où :

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{\omega_o^2}{((\omega^2 - \omega_o^2)^2 + (2m\omega_o\omega)^2)^{1/2}} \qquad \text{(XIII - 26)}$$

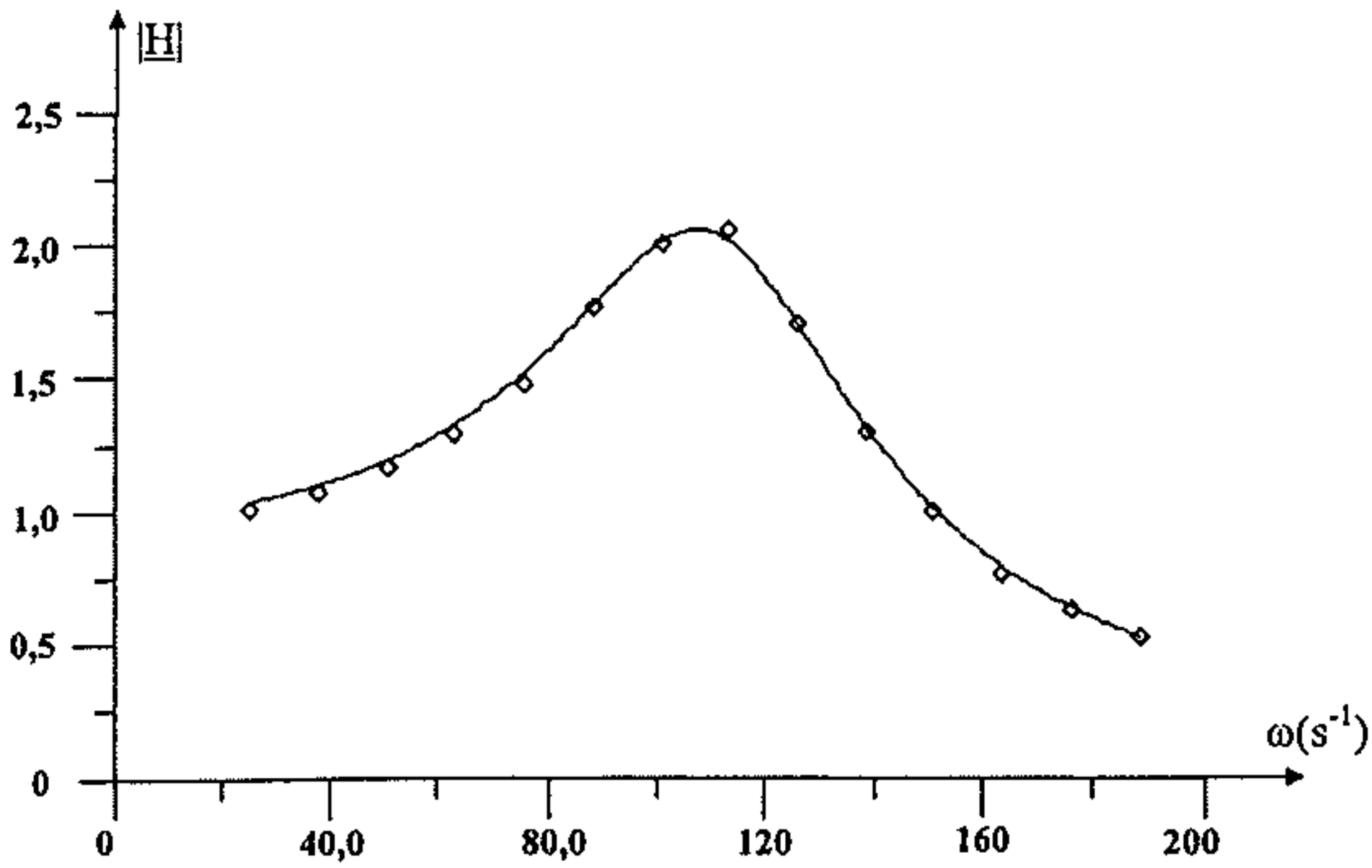


fig.10 - Fonction de transfert en boucle fermé du système asservi

On voit que l'accord entre le système et le modèle est qualitativement bon, l'optimisation permet d'obtenir les valeurs suivantes des paramètres :

$$\omega_o \approx 115 \quad , \quad m \approx 0{,}25$$

On en déduit la valeur correspondante de $\tau_m = 1/2m\omega_o \approx 17{,}4$ ms, peu différente de la valeur estimée en 2.3.

Remarque :
Le bon accord entre les points expérimentaux et la courbe théorique doit être considéré avec prudence ! Un système d'ordre élevé (3 par exemple) peut en effet être convenablement approché, dans un domaine limité de fréquences, par un système d'ordre moins élevé (2 par exemple). C'est d'ailleurs le cas de notre système si l'on tient compte de l'inductance L_m ; son influence cesserait d'ailleurs d'être négligeable à très grand gain [4].

2.6 -Réponse indicielle

Pour caractériser un asservissement de position, la réponse à un échelon de tension est évidemment essentielle. Pour la déterminer, il suffit d'appliquer une tension d'entrée « carrée » de faible fréquence (1 Hz par exemple) et de forte amplitude (1 V crête à crête est commode)
On a ainsi obtenu l'oscillogramme de la fig.11 qui montre l'absence d'erreur statique c'est-à-dire que v_s tend vers v_e au bout d'un temps suffisant. Cette propriété est valide pour les systèmes de type ℓ supérieur ou égal à 1 (présence d'un pôle d'ordre ℓ à l'origine dans T(p)) et l'amplification est ici suffisante pour que l'on ne soit pas gêné par les frottements solides.

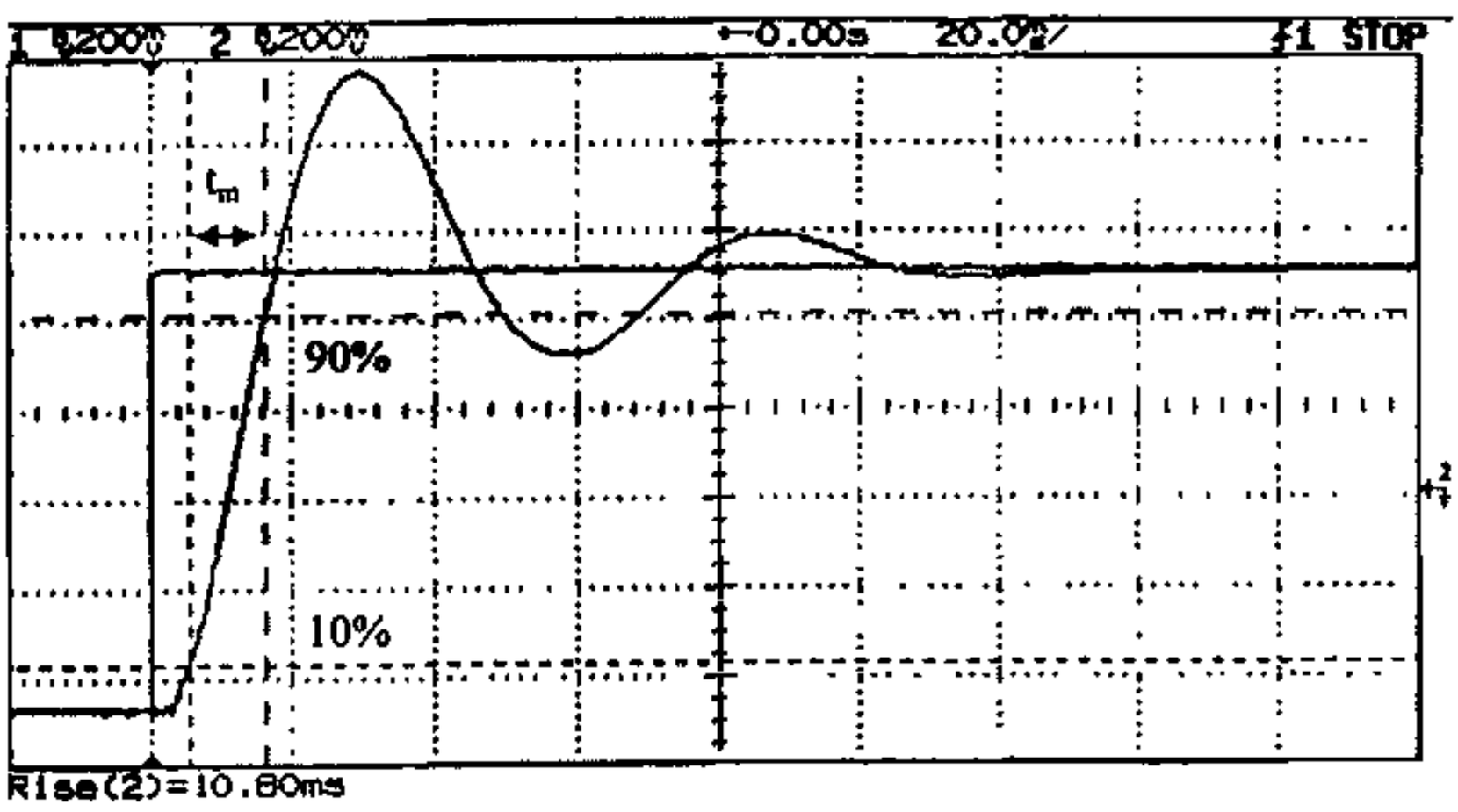


fig.11 Réponse indicielle de l'asservissement

Par ailleurs on note la présence de dépassements dans la réponse, le premier dépassement D_1 est de l'ordre de 46% (fig.11). On établit théoriquement [4] que, pour un système d'ordre 2, le dépassement ne dépend que de m selon :

$$D_1 = \exp\left(-\pi \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}\right) \qquad \text{(XIII - 27)}$$

En résolvant numériquement cette équation on obtient $m \approx 0{,}24$ ce qui est correct.

Différents « temps caractéristiques » peuvent être mesurées à partir de cette réponse :

■ En physique on considère la pseudo-période T_{ps} (à noter $T_{ps} = 2\ t_1$ où t_1 est la date du premier maximum D_1). On mesure ainsi : $T_{ps} \approx 58$ ms.
La relation théorique est classique :

$$T_{ps} = \frac{2\pi}{\omega_o \sqrt{1-m^2}} \qquad \text{(XIII - 28)}$$

En utilisant les paramètres estimés au 5.2.3. $T_{ps} = 56{,}5$ ms ce qui est bon (l'influence de m est évidemment ici peu importante !)

■ En électronique on considère le **temps de montée** t_m qui est la durée nécessaire pour que la réponse passe de 10% à 90% de la valeur finale. T_m peut être mesuré directement par l'oscilloscope numérique. On obtient ainsi : $t_m = 10{,}6$ ms.

Il est moins simple de déterminer théoriquement t_m en fonction de ω_o et m. Différentes approximations peuvent être utilisées , par exemple [4] :

$$t_m \approx \frac{1 - 0{,}4167m + 2{,}917m^2}{\omega_o} \qquad \text{(XIII - 29)}$$

Cette relation donne : $t_m \approx 9{,}4$ ms ce qui est relativement correct.

■ Enfin en automatique on utilise le **temps de réponse** à 5 %, t_r qui est la durée nécessaire pour que la réponse ne diffère pas de plus de 5% de la valeur finale (c'est à dire que pour $t \geq t_r$, $v_s(t)$ doit appartenir à une « bande » limitée par deux droites à 95% et 105% de la valeur finale). Grâce à ses curseurs l'oscilloscope permet d'obtenir $t_r = 97$ ms.

Ici encore ce temps est assez difficile à exprimer théoriquement. On se contente souvent de la relation approchée : $t_r \approx \frac{3}{m\omega_o}$ qui donne 130 ms ; ce temps est donc largement surestimé.

2.7 - Principe des « correcteurs » [4, 5]

Comme on l' a vu au § 2.4 l'amplification A_v doit être importante si l'on veut que l'asservissement soit « précis ». Malheureusement l'augmentation de A_v entraîne une diminution de l'amortissement m (relation XIII-12) et donc des « dépassements » importants (cf § 2.6). L'utilisation d'un « correcteur » va permettre d'agir sur l'amortissement tout en conservant la même amplification.
De manière générale les propriétés d'un asservissement (précision et stabilité notamment) peuvent être modifiées en introduisant dans la chaîne directe un « correcteur », il s'agit d'un quadripôle de transmittance C(p). La fonction de transfert en boucle ouverte du système devient donc : $T'(p) = T(p).C(p)$

Les correcteurs les plus classiques sont dits :

- P.I. (proportionnel intégral) : $C(p) = K_1 + K_2/p$
- P.D. (proportionnel dérivé) : $C(p) = K_1 + K_2 p$
- P.I.D. (proportionnel, intégral et dérivé) : $C(p) = K_1 + K_2/p + K_3 p$

Une intéressante description qualitative de leur action est donnée dans [6].
Nous nous limiterons à un autre type de correcteur dit « à avance de phase » bien adapté à l'amélioration des performances de l'asservissement de position. Sa fonction de transfert est :

$$C(p) = \frac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1} \quad \text{avec} \quad \tau_1 > \tau_2 \qquad \text{(XIII - 30)}$$

Le diagramme de Bode d'amplitude (gain $20 \log|\underline{C}(j\omega)|$ en fonction de ω sur une échelle logarithmique) et de phase ($\arg(\underline{C}(j\omega))$ en fonction de ω (log)) est donné fig.12

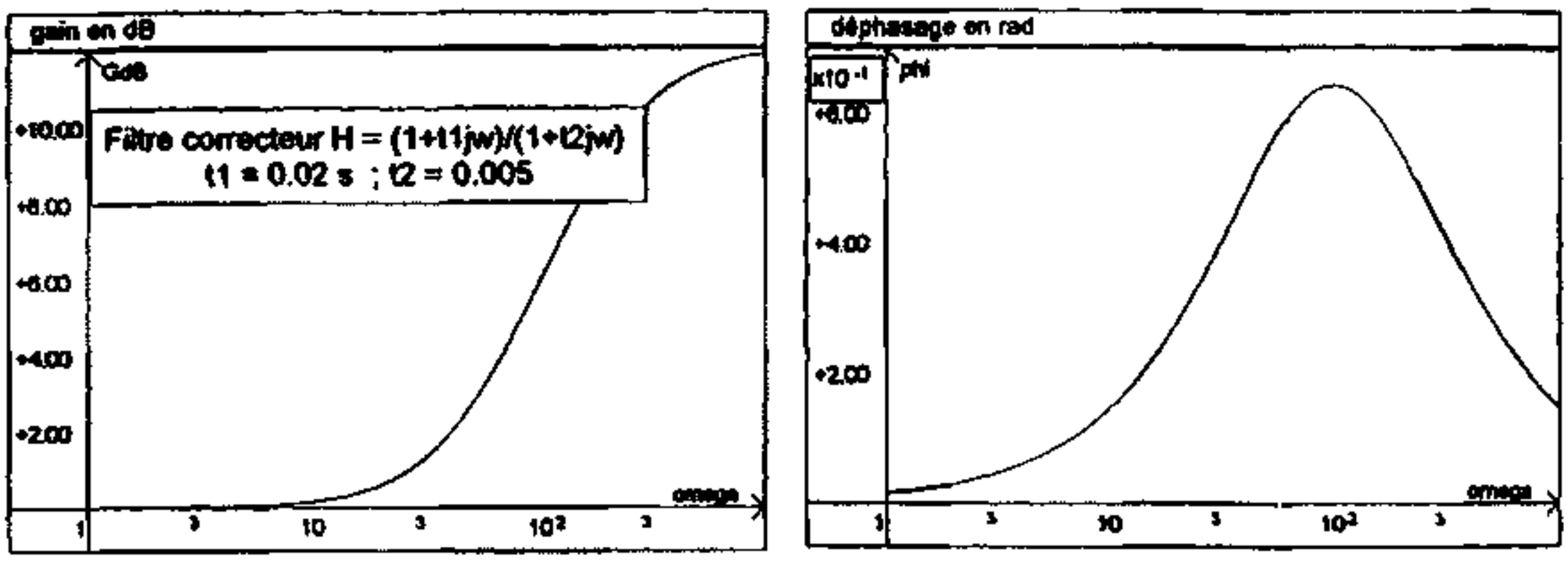


fig.12 Diagramme de Bode d'un correcteur à avance de phase

Le diagramme de phase montre clairement l'avance de phase introduite par le correcteur. Par ailleurs on remarque l'augmentation de la transmittance à hautes fréquences (elle passe de 1 pour $\omega << 1/\tau_2$ à τ_1/τ_2 pour $\omega >> 1/\tau_1$).

Comme : $T(p) = \dfrac{B_m}{p(p\tau_m + 1)}$ on a : $T'(p) = \dfrac{B_m}{p(p\tau_m + 1)} \dfrac{p\tau_1 + 1}{p\tau_2 + 1}$ (XIII - 31)

En choisissant : $\tau_1 = \tau_m$: on obtient : $T'(p) = \dfrac{B_m}{p(p\tau_2 + 1)}$ (XIII - 32)

Avec ce choix le système reste exactement de la même forme. Il y a simplement remplacement de la constante de temps $\tau_m = \tau_1$ par la constante de temps τ_2 plus faible ce qui va augmenter le coefficient d'amortissement et réduire les dépassements dans la réponse indicielle et ceci tout en gardant le même facteur B_m et donc le même comportement vis-à-vis des perturbations comme les frottements (cf. § 2.4).

Comme : $m = \dfrac{1}{2\sqrt{B_m \tau_m}}$, de même : $m' = \dfrac{1}{2\sqrt{B_m \tau_2}}$

$$\text{donc :} \quad \frac{m'}{m} = \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_2}} \qquad \text{(XIII - 33)}$$

Le correcteur est très facile à réaliser ; il suffit de modifier l'amplificateur inverseur réalisé avec AO_2 en disposant en parallèle sur R_1 et R_2 des condensateurs C_1 et C_2 (fig.10)

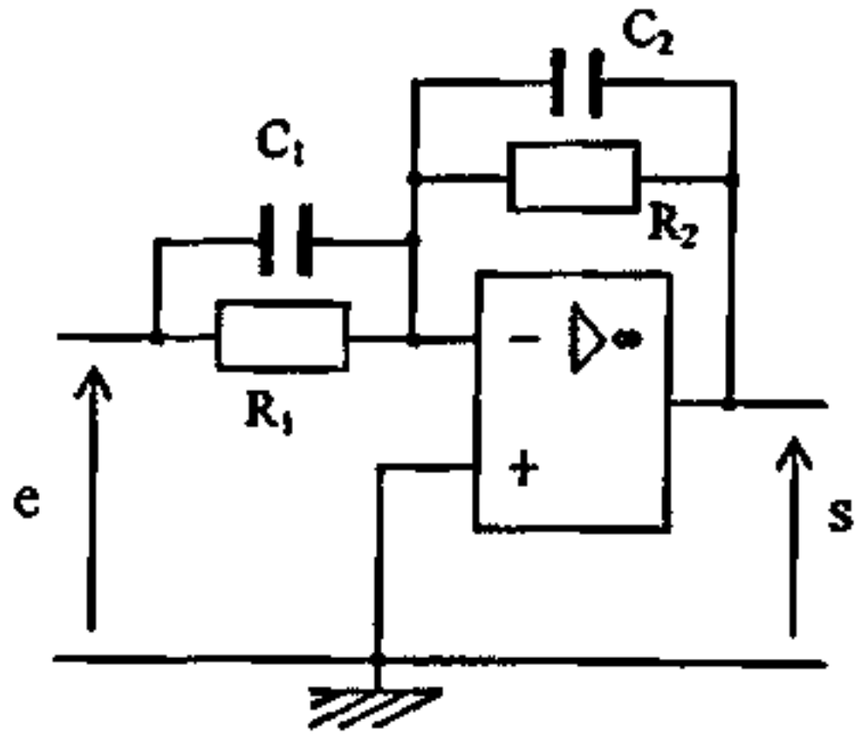


fig.13 - **Réalisation du correcteur** à avance de phase ($R_1C_1 > R_2C_2$)

La fonction de transfert s'obtient immédiatement, en notant Z_1 et Z_2 les impédances équivalentes des deux associations parallèles et Y_1 et Y_2 les admittances correspondantes :

$$A_v'(p) = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = -\frac{Y_1(p)}{Y_2(p)} = -\frac{1/R_1 + C_1 p}{1/R_2 + C_2 p} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{R_1C_1p+1}{R_2C_2p+1} = A_vC(p) \quad \text{(XIII - 34)}$$

Ainsi C(p) s'introduit naturellement avec : $\tau_1 = R_1C_1$ et $\tau_2 = R_2C_2$ (XIII - 35)

Pour illustrer l'utilisation de ce correcteur, nous partons du système précédent dont le dépassement $D_1 \approx 0{,}46$ (donc très important) et le coefficient d'amortissement $m \approx 0{,}25$, sa réponse indicielle est rappelée fig.14-a

Nous désirons obtenir un système ne présentant plus qu'un dépassement d'amortissement $D_1' \approx 0{,}1$ ce qui correspond à $m' \approx 0{,}6$.

On prend donc : $C_1 = \tau_1 / R_1 = \tau_m / R_1 \approx 1{,}7\ \mu F$ ($\tau_m \approx 17$ ms)

Pour passer à $m' \approx 2{,}4\ m$, il faut avoir $\tau_2 = \tau_m/(2{,}4)^2 = 2{,}95$ ms, d'où : $C_2 = \tau_2/R_2 \approx 30$ nF.

Avec des valeurs expérimentales voisines de ces valeurs (1,7 µF et 32 nF) on a obtenu la réponse indicielle désirée (fig.14-b) ; l'amélioration est évidente à la fois au niveau du dépassement, du temps de réponse et du temps de montée.

a) b)

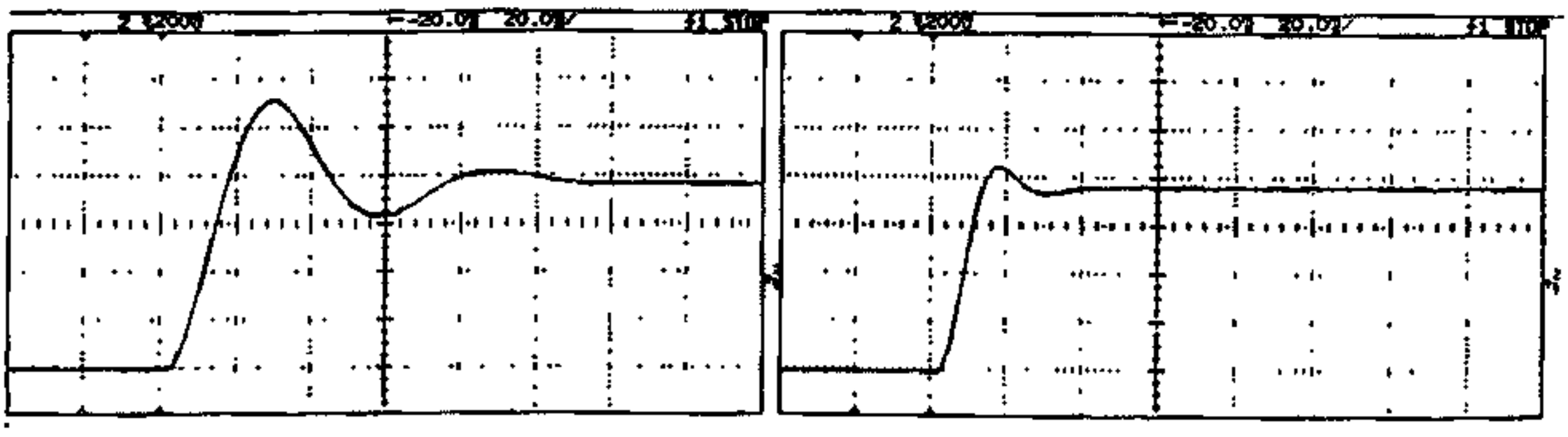


fig.14 - Comparaison des réponses indicielles (sans et avec correcteur)

Remarque :
On ne peut pas trop augmenter le coefficient d'amortissement car le rapport $\tau_2/\tau_1 = (m'/m)^2$ **devient très élevé et comme il fixe le gain en** haute fréquence le système va saturer lors de **l'application de l'échelon.**

3 - Etude d'un asservissement de vitesse

3.1 - Etude théorique

Nous avons vu précédemment (Chap.XII § 4.3) que la vitesse angulaire ω_m d'un moteur électrique à courant continu peut être commandée par un hacheur de tension dont on fait varier le rapport cyclique α. Comme le rapport cyclique peut lui-même être commandé par une tension v_{cyc} (Chap.XII § 4) il est facile de concevoir un asservissement de vitesse pour un moteur muni d'un codeur optique (fig.15) :

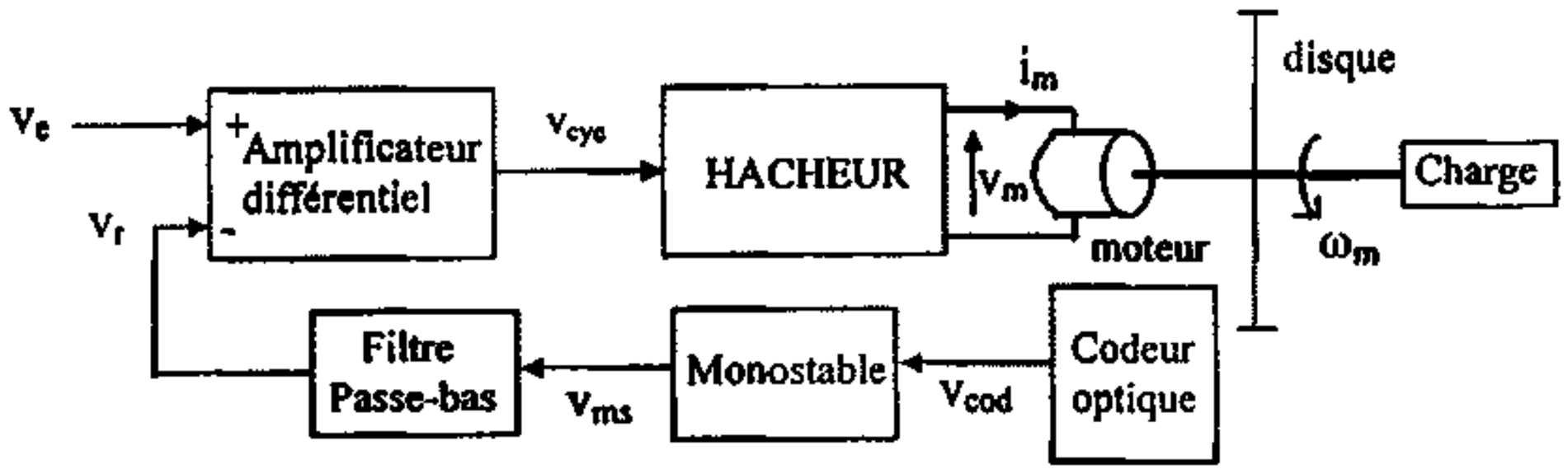


fig.15 - Schéma de principe de l'asservissement de vitesse à hacheur

Nous nous limiterons aux régimes permanents du système, à vitesse angulaire constante ω_m (>0). On peut alors écrire :

■ pour le moteur (Chap.XII § 4.3) :

-équation électrique : $< v_m > = R_m I_m + K \omega_m$ (XIII - 36)

-équation mécanique : $0 = - a \omega_m - C_f - C_r + K I_m$ (XIII - 37)

où C_r est un couple « résistant » exercé sur l'arbre moteur ; en pratique il est dû à une génératrice de charge couplée au moteur.

■ pour le hacheur (Chap.XII § 4) :

$$< v_m > = k_H \alpha = k_H(V_{cyc} - V_o) \quad \text{(XIII - 38)}$$

En effet la valeur moyenne de la tension de sortie du hacheur est proportionnelle au rapport cyclique α qui dépend linéairement de la tension de commande V_{cyc} (V_o est une tension de « décalage »).

■ pour le convertisseur fréquence → tension (Chap.XIII § 1) :

$$V_r = k_c \omega_m \quad \text{où} \quad k_c = \frac{V_{ms} \tau_{ms} n_d}{2\pi} \quad \text{(XIII - 39)}$$

Ceci suppose bien entendu que la constante de temps du filtre est suffisante pour que le filtrage soit correct ($R_f C_f >> T_c$

■ pour l'amplificateur différentiel d'amplification A_v (ajustable) on a :

$$V_{cyc} = A_v(V_e - V_r) \quad \text{(XIII - 40)}$$

En résolvant les équations précédentes on obtient facilement :

$$\omega_m = \frac{k_H K A_v}{k_H k_C K A_v + a R_m + K^2} V_e - \frac{R_m (C_f + C_r) + k_H K V_o}{k_H k_C K A_v + a R_m + K^2} \qquad \text{(XIII - 41)}$$

La relation (XIII-41) montre :
- **que l'on peut commander la vitesse ω_m au moyen** de la tension de commande V_e
- **que la vitesse ω_m dépend de la charge** (C_r) mais d'autant **moins** que **le dénominateur du second terme est plus grand, c'est à dire que** l'amplification A_v est **plus élevée.**

■ **La génératrice de charge liée au moteur** exerce sur l'arbre moteur un **couple total de la forme :** $-a'\omega_m - C_f' + C_r - K'I_g$ **qui correspond :** aux frottements fluide et solide, **au couple exercé par le moteur et au couple de freinage** électromagnétique. La vitesse **étant supposée constante cette somme est nulle si bien que** C_r est fonction affine de l'intensité I_g. Il en résulte finalement que ω_m **est fonction affine décroissante de I_g selon :**

$$\omega_m = \frac{k_H A_v}{k_H k_C K A_v + (a + a') R_m + K^2} V_e - \frac{R_m (C_f + C_f' + K' I_g) + k_H K V_o}{k_H k_C K A_v + (a + a') R_m + K^2} \qquad \text{(XIII - 42)}$$

3.2 - Réalisation pratique

■ Le moteur utilisé **est un moteur à courant continu à codeur optique.** Si le codeur est à « électronique incorporée » **le signal de sortie est directement utilisable**[6]

■ **La génératrice de charge est un moteur à courant continu analogue mais** sans codeur.

■ **L'accouplement est réalisé au moyen d'un cardan.**

On a choisi de réguler la vitesse au voisinage de $f_m = 2400$ tr.min^{-1} = 40 Hz, ce qui correspond à un rapport cyclique voisin de 0,5 pour un hacheur alimenté sous 20 V. La tension de commande V_{cyc} doit alors être de l'ordre de 2,0 V.

■ **Le convertisseur fréquence → tension est représenté fig.16. Il est constitué d'un monostable en technologie TTL (74121) qui possède une entrée (« B ») à trigger de Schmidt. Ce monostable produit à sa sortie (« Q ») des impulsions de largeur $\tau_{ms} \approx 0,7 R_T C_T$. Il est suivi d'un simple filtre passe bas du premier ordre de constante de temps $R_f C_f$.**

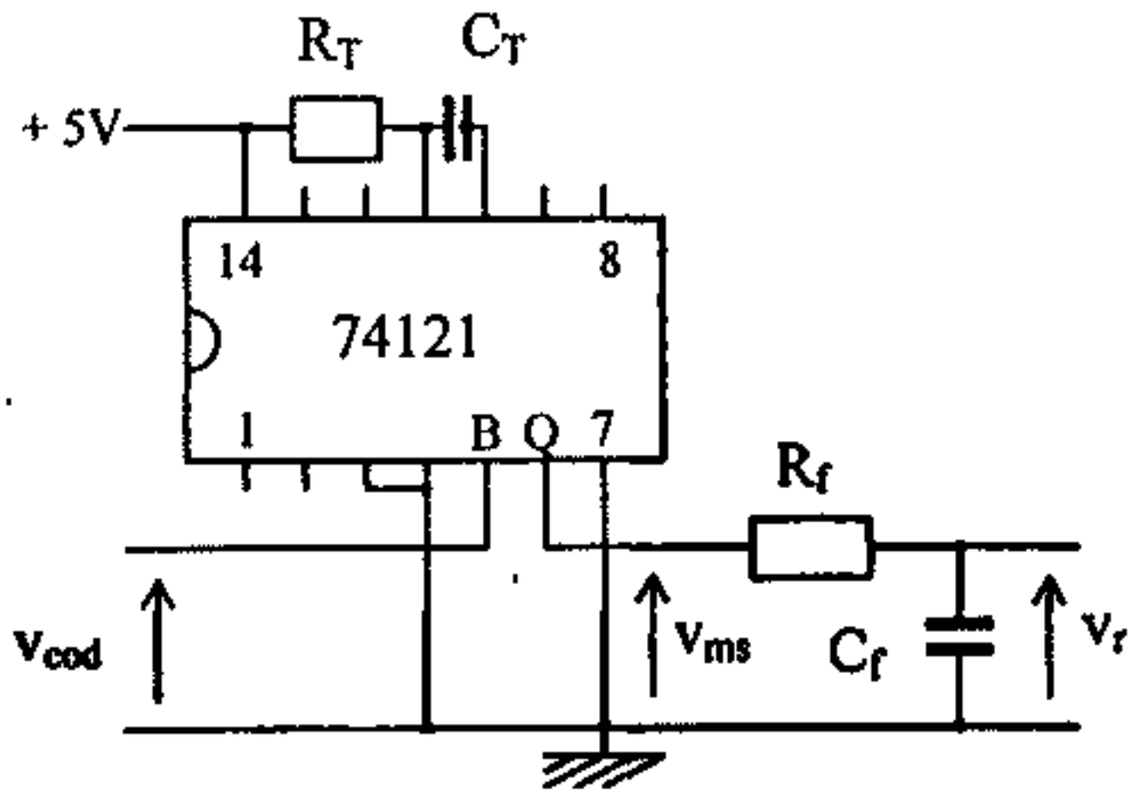


fig.16 - Convertisseur fréquence → tension simplifié

[6] **C'est le cas du moteur MRINC de Medelor**

Valeurs des éléments :

On a choisi ces éléments de manière à avoir $V_r \approx 1{,}5$ V pour le régime désiré, soit :

- $R_T = 10\ k\Omega$, $C_T = 18$ nF ($\tau_{ms} \approx 125\ \mu s$)
- $R_f = 1\ k\Omega$, $C_f = 10\ \mu F$ ($R_fC_f = 10$ ms >> $T_c = 1/n_d f_m = 0{,}26$ ms)

Remarques :

- On peut vérifier le bon fonctionnement du convertisseur F → V en appliquant à l'entrée du monostable une tension rectangulaire (par exemple) dont on fait varier la fréquence, et, on mesure la tension issue du filtre. On vérifiera ainsi l'excellente linéarité du montage (bien entendu la fréquence doit être inférieure à $1/\tau_{ms}$).

Si l'on désire de meilleurs performances on peut utiliser des convertisseurs F → V intégrés comme : LM 2907 (N.S.), LM 331 (N.S.), AD650 (A.D.)...

- L'amplificateur différentiel d'amplification A_v ajustable est représenté fig.17. On a immédiatement : $A_v = (1 + R_2/R_1)$ (Chap.IV § 6).

Valeurs des éléments

$AO_1 = AO_2 = TL081$
$R_1 = 10\ k\Omega$, R_2 = boîtes de résistances.

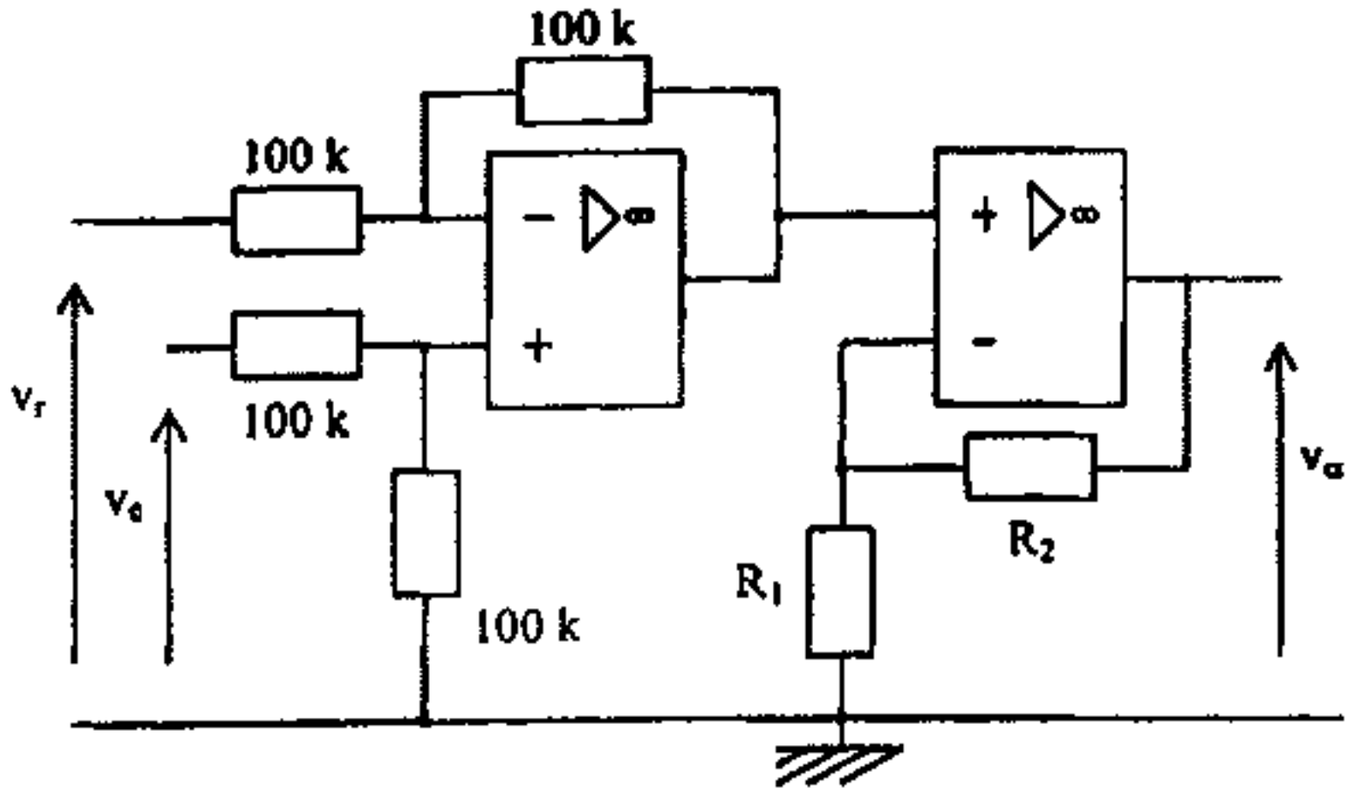


fig.17 - Amplificateur différentiel de l'asservissement de vitesse

- La tension de commande V_c est fournie par une alimentation stabilisée ou par un diviseur potentiométrique. Le plus commode est d'utiliser une alimentation numérique qui permet d 'ajuster très précisément la tension.

Avec ce dispositif on a obtenu les caractéristiques $f_m(I_g)$ illustrant l'influence de la charge sur la vitesse. L'une de ces courbes a été tracée en boucle ouverte en utilisant la commande manuelle du hacheur, les deux autres en boucle fermée avec des amplifications égales à 1 (R_2 = 0) puis 10 ($R_2 = 90\ k\Omega$). L'intensité I_g est mesurée par un ampèremètre disposé en série avec le rhéostat de charge relié à la génératrice, rhéostat dont on abaisse progressivement la résistance. La fréquence f_m se déduit de la fréquence f_c du signal issu du codeur ($f_m = f_c/n_d$) qui est mesurée au fréquencemètre.

Bien entendu selon la valeur choisie pour A_v on devra modifier la valeur de V_e pour avoir la même vitesse à vide.

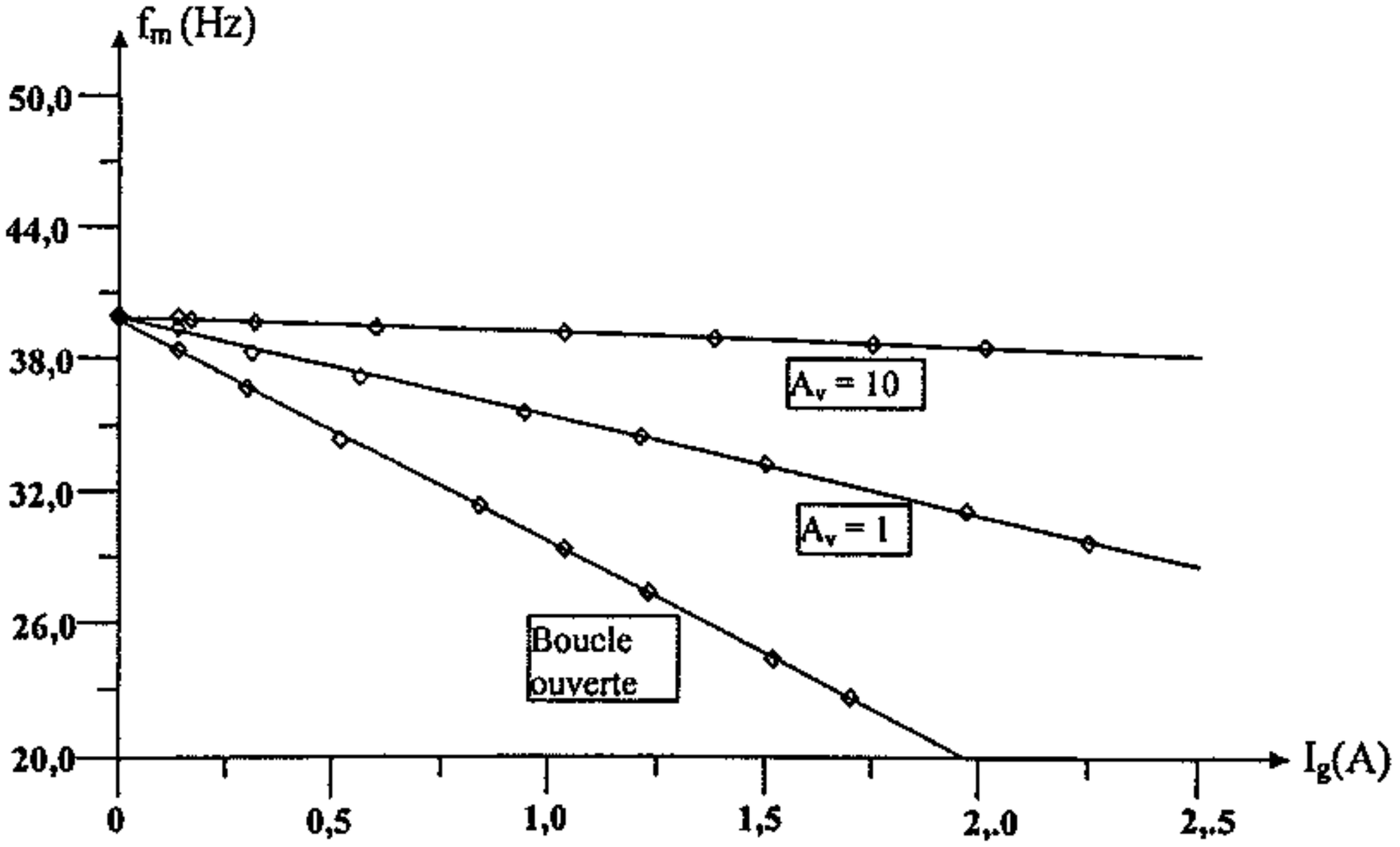


fig.18 - Influence de la charge sur la vitesse de rotation

Ces courbes montrent l'intérêt de l'asservissement pour la régulation de vitesse vis-à-vis de la charge. Bien entendu, comme précédemment (§.2), ses performances pourraient être améliorées par l'emploi de correcteurs.

REFERENCES

[1] I.Jelinski ; Traitement du signal, Asservissements linéaires ; Vuibert
[2] G.Asch ; Les capteurs en Instrumentation industrielle ; Dunod
[3] J.Ch.Gille , P.Decaulne, M.Pélegrin ; Systèmes asservis non linéaires ; Dunod
[4] B.C.Kuo ; Atomatic Control Systems ; Prentice-Hall
[5] D.Block Lab Session 4,5,6 ; University of Illinois ; Educator's Corner Experiments
CD-ROM : HP Educator's Corner Hewlett-Packard
ou site Internet : www.hp.com/info/collegelab
[6] F.Manneville, J.Esquieu ; Electronique (Systèmes bouclés linéaires) ; Dunod

INDEX ALPHABETIQUE

Additionneur : (analogique) IV.6.1.4 ; (binaire) X.3.2
Amplificateur (généralités) VI.1
Amplificateur différentiel VI.5
Amplificateur à FET IV.4.3
Amplificateur Opérationnel IV.5
Amplification (tension) VI.2 ; VI.3 ; VI.4 - (puissance) VI.4 ;VI.6
Ampli inverseur IV.6.1.3
Ampli non inverseur IV.6.1.1
Analyseur de spectres II.4 ; III.5 ; VII Annexe 5
Asservissement XIII ; (alimentation) XII.2.4.3 ; (phase) IX.3.3.2

Barkhausen VIII.2.2.1
Bascules (RS) X.4 .1; (RSH) X.4.2.1 ; (D) X.4.2.2 ; (JK) X.4.2.4
Bessel (filtres) VII.Annexe 3 ; (fonctions) IX.3.1.2
Bobine I.2.4.2
Boole X.1.1
Boucle à verrouillage de phase IX.3.3.2 ; IX.4.2
Butterworth VII.Annexe 3

Capacités commutées (filtres) VII.5
Capteurs V
Caractéristique dipôle I.1
Charge répartie VI.3
CMOS X.1.3 ; X.Annexe 1
Collecteur commun VI.4
Commutation diodes et transistors IV.2.4 et IV.3.3
Comparateurs IV.6.2
Compteur binaire X.4.2.5
Condensateur I.2.4.3
Conformateur VIII.3.1.5
Conversion analogique numérique III.2
Convertisseurs : (CAN) XI.5 ; (CNA) XI.6
Convertisseurs : fréquence-tension XIII.3.2 ; tension-temps XI.1.1
Convertisseurs de puissance XII.1
Correcteur d'asservissement XIII.2.7

Darlington VI.6.2.3
Démodulation synchrone IX.2.3.2 ; I.2.3
Déphasage I.2.2 ; II.3.3 ; X.3.4
Dérivateur IV.6.1.7
Détecteur de crête VII.Annexe 1
Détecteur d'enveloppe IX.2.3.1

Détection synchrone IX.2.3
Diodes IV.2
Diodes électroluminescentes (LED) IV.2.5.4
Diode de roue libre XII.2.6.2 ; XII.4
Dipôles (mesures) I.1
Dipôles (modélisation) I.2.4
Discriminateur (simplifié) IX.3.3.1

Early IV.3.2.5
Echantillonnage III.1
Echantillonneur-bloqueur XI.5.1
Emetteur commun VI.2

Fenêtre de pondération III.4
FFT III.3.
Filtrage XII.2.3
Filtre universel VII.4.3.1
Filtres VII
Fonction de transfert VII.1.2
FSK IX.4

Générateur pseudo-aléatoire IX.4.2 (fig.43)

Hacheur dévolteur XII.4.1
Hacheur survolteur XII.4.2
Hystérésis (comparateur) IV.6.2.2

Impédance I.2
Intégrateur IV.6.1.6

Jauge de contrainte V.3.2
Jonction PN IV.2 ; V.4.3

Masse électrique I.1.3
Mesures à l'oscillo. II.3
M.L.I. (onduleur) XII.5.2.4
Modem (principe) IX.4
Modulateur d'Armstrong IX.3.2.1
Modulateur FSK IX.4.1
Modulation d'amplitude IX.2
Modulation de fréquence IX.3
Monostable X.3.6
MOSFET XII.1.2 ; X. Annexe 1
Multimètre (principe) XI.4
Multimètre (propriétés) XI. Annexe
Multiplexage X.3.5
Multiplieur IV.7 ; VI.5.4 ; IX.2.2.1
Multivibrateur VIII.3.1.2

OCT : voir VCO
Onduleurs XII.5
Oscillateurs VIII
Oscillateur à résistance négative VIII.2.1
Oscillateur à AO VIII.1 ; VIII.2.1.1 ; VIII.3.1
Oscilloscope analogique II.1
Oscilloscope numérique II.2

Paramètres hybrides IV.3.2.5 ; VI.7
Phasemètre X.3.4
Photodiode IV.2.5.3
Piézoélectrique (effet) V.3.1
PLL : voir boucle à verrouillage de phase
Ponts de mesure I.2.5
Pression (capteur) V.3.3
Portes logiques (oscillateur) VIII.3.3 ; (caractéristiques) X.2
Push-pull VI.6

Rauch VII.4.3.3
Redressement (simple et double alternance) XII.2.2
Redressement commandé XII.3
Registres X.4.2.3 ; X. Annexe 2
Régulateur (RIT) XII.2.5
Réjecteur (filtre) VII.4.3.2 ; VIII.3.1.5
Relaxation (oscillateur) VIII.3
Réponse indicielle VIII.3.1.3 ;VIII.4.1.3
Réponse impulsionnelle VIII.3.1.2 ; VIII.4.1.2
Résistance, résistor I.2.4.1
RMS (TRMS) XI.4.1.3

Sallen-Key VII.4.3.2
Schmitt (trigger) IV.6.2.2 ; VIII.3.3.2 ; X.2.1
Semiconducteurs IV.1
Sonde de mesure II.1.2.3
Sortance X.2.4
Soustracteur IV.6.1.5
Stabilisation XII.2.4
Suiveur IV.6.1.8
Synchronisation VIII.3.4

Taux d'ondulation XII.2.1
Thermistance V.4.2
Thermocouple V.1
Thyristor XII.1.2
Trajectoire de phase VIII fig.4, fig.15, fig.19 , fig.35
Transcodage X.3.3
Transformée de Fourier II.4 ; III.3
Transistor bipolaire IV.3
Transistor à effet de champ J-FET IV.4

Transistor unijonction VIII.3.2
Trapèze de modulation IX.fig.4
Triac XII.3.3
TTL X.1.3 ; X Annexe1

UJT : voir transistor unijonction
Van der Pol VII.2.1.2
VCO VIII.3.1.4 ; IX.3.3.2
Verrou D X.4.2.2

Wien (oscillateur) VIII.2.2.2
Zener IV.2.5.2 ; XII.2.4.1

Brochages des composants

Circuits logiques

A ; B ; E = Entrées

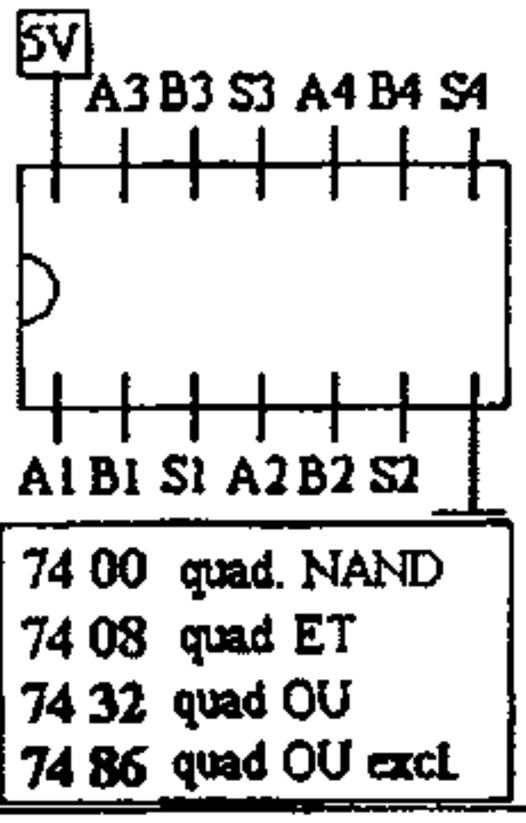
S = Sortie

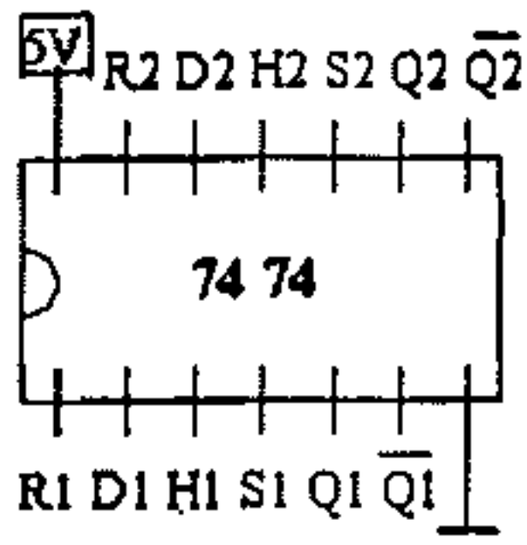
H = horloge (clock CLK)

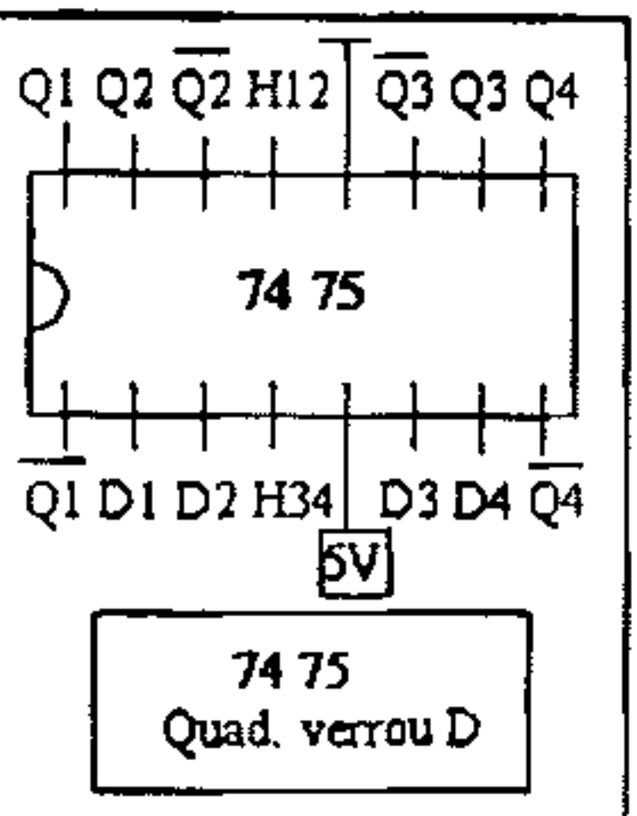
R = mise à 0 (clear CLR)

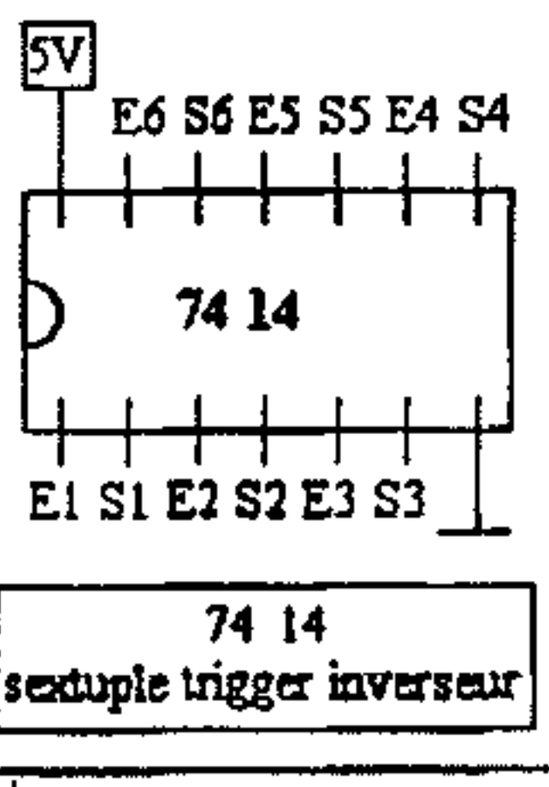
S = mise à 1 (preset PR)

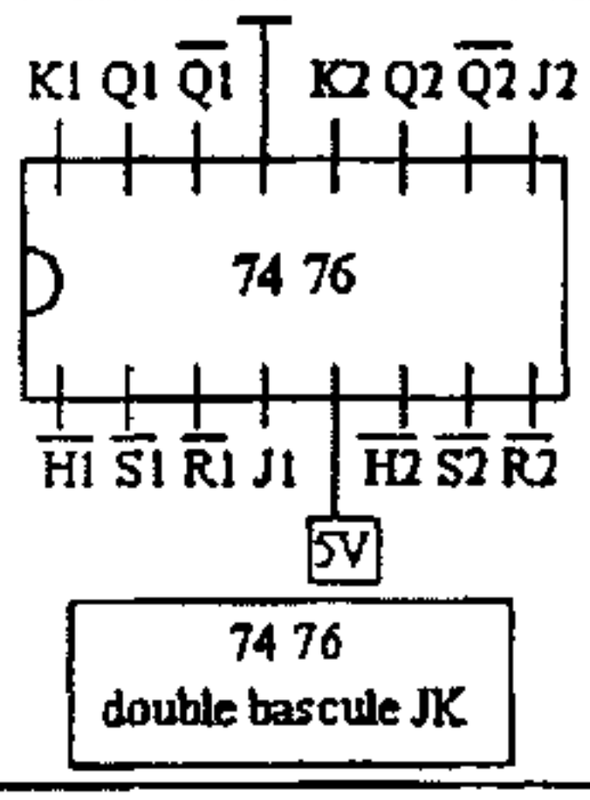
$\overline{R}$, $\overline{S}$: action active sur 0 (inactive sur 1)

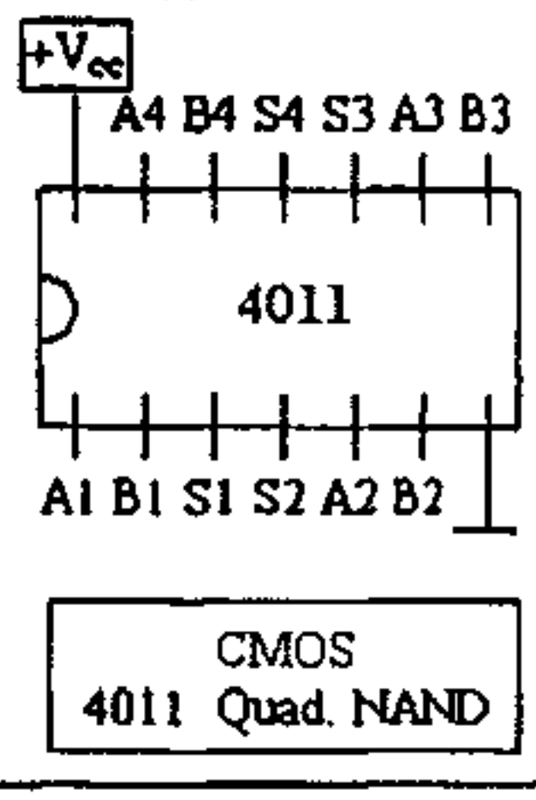


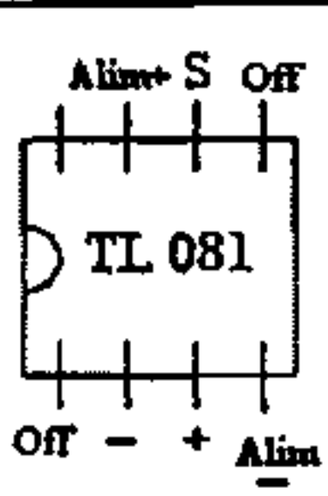


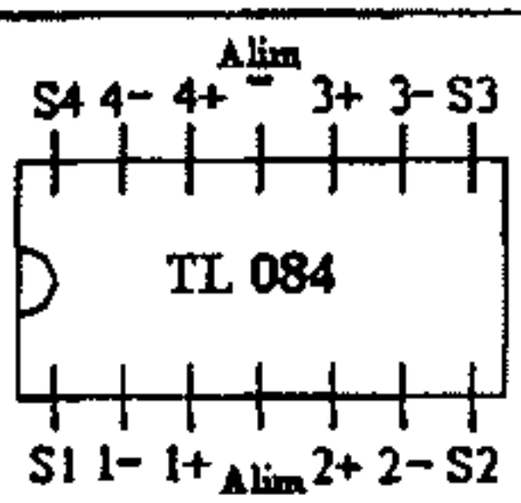


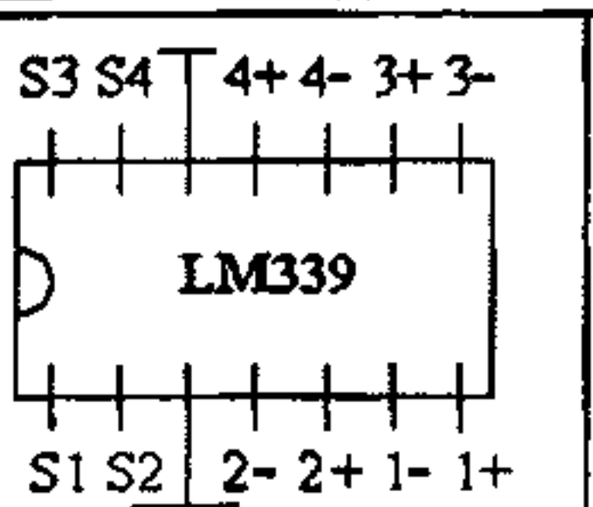


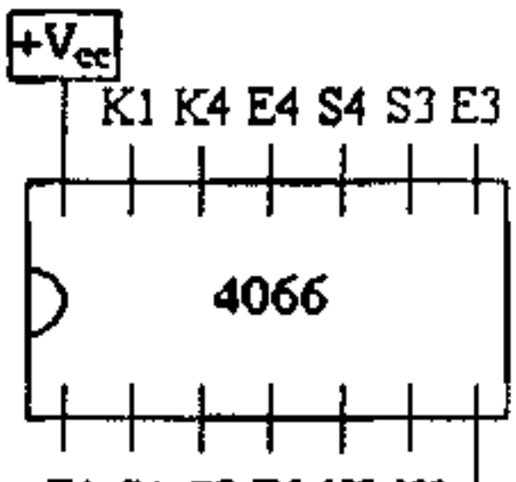




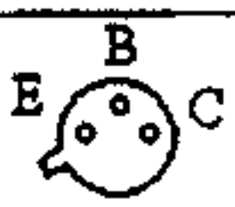






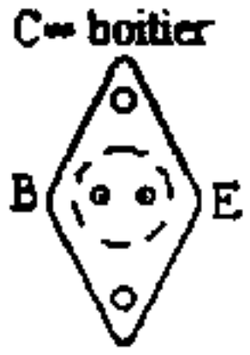


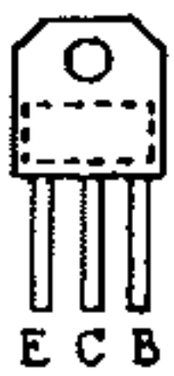
BC 239



2N2219 (npn)
2N2905 (pnp)

C = boitier

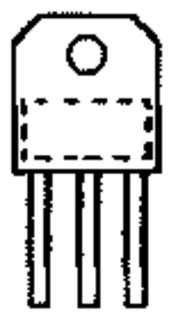




2N 3055 npn — **TIP 3055** npn — **TIP2955** pnp

vue de dessous

Darlington



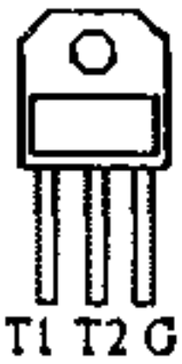
TIP 110 npn — **TIP 115** pnp

2N3819 (JFet)

2N2646 (UJT)

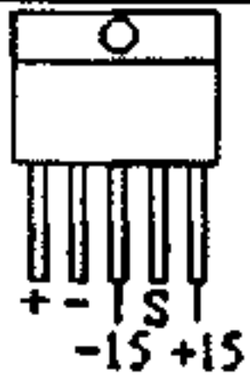
vue de dessus

TIC 116 (thyristor)

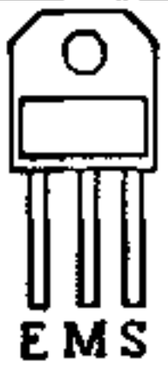


TIC253 (triac)

BUK 455 200 (MOSFET)



TCA 365 (AO puis.)



régulateur 7805

FOURNISSEURS

COMPOSANTS

Radiospares - Beauvais (60)
Farnell - Villefranche (69)
Electronique Diffusion - Roubaix (59)
Médélor SA - Tartaras (42)
Sélectronic - Lille (59)
Conrad Electronic - Lille (59)
Vishay - Micromesures - Malakoff (92)
Jet Modélisme - Lyon (69)

MATÉRIEL D'ENSEIGNEMENT

Electrome - Bordeaux (33)
(composants, plaquettes dédiées)

Maison des Enseignants de Provence - Marseille (13)
(composants, plaquettes dédiées)

Physic Plus - Vénissieux (69)
(simulateur logique, commande de thyristors)

Didalab - Trappes (78)

LOGICIELS

Eurosmart - Marne-la-Vallée (77)
(Synchronie, cartes d'acquisitions, capteurs, détecteur de crête)

Langage et Informatique - Colomiers (31)
(Ardoise de l'électricité, capteurs)

Jeriko - Paris (75)
(Solwin)

JOUVE
1, rue du Docteur Sauvé, 53100 Mayenne
Imprimé sur presse rotative numérique
N° 954954D - Dépôt légal : août 2012

REF : 8090006/06

Imprimé en France

AGRÉGATION DE SCIENCES PHYSIQUES

Expériences d'électronique

L'électronique analogique, l'électronique numérique et l'électronique de puissance constituent les principales parties de cet ouvrage. Elles sont illustrées par des sujets aussi variés que les filtres, les oscillateurs, les convertisseurs analogiques-numériques, les hacheurs et onduleurs ou les asservissements.

Cet ouvrage est destiné en premier lieu aux candidats à l'agrégation de sciences physiques externe et interne, mais son contenu le rendra également utile à tous les enseignants de classes préparatoires ou de 1er cycle universitaire (voire de 2e cycle) qui souhaitent mettre au point des manipulations de cours ou de travaux pratiques. Les étudiants de ces filières y trouveront également une approche expérimentale de nombreuses notions qui ne sont souvent traitées que de manière très formelle.

DANGER
PHOTOCOPILLAGE TUE LE LIVRE

9 782842 913243

Réf. 809.0006 Dépôt à Paris : Librairie des Prépas 34, rue Serpente 75006 Paris ISBN 2 84291 324 8