

## 1 Plancher chauffant

D'après INSA

On s'intéresse au réseau hydraulique d'un système de plancher chauffant de bâtiment. Ce dispositif repose sur les pertes de charge de l'écoulement, dissipées sous forme de chaleur. Il se compose des éléments suivants, illustrés sur la figure ci-dessous :

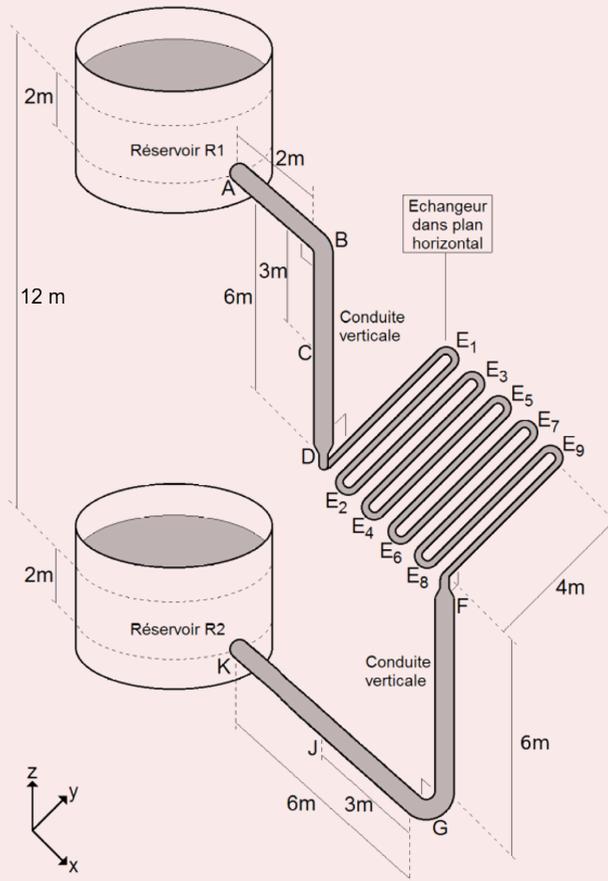


Fig. 1.1 – Circuit hydraulique du plancher chauffant.

- ▷ un réservoir d'entrée  $R_1$  et un réservoir de sortie  $R_2$ , dont les niveaux sont maintenus constants, par exemple en étant reliés à des bassins extérieurs en terrasse.

- ▷ une conduite d'amenée, ainsi qu'une conduite d'échappement, en acier soudé de rugosité relative  $\varepsilon_1 = 0,05 \text{ mm}$  et de diamètre  $d_1 = 0,1 \text{ m}$ .
- ▷ un serpentin qui sert d'échangeur thermique coulé dans la dalle de béton à chauffer, et dans lequel se concentre la plupart des pertes de charge. Ce serpentin en acier laminé, de rugosité  $\varepsilon_2 = 0,1 \text{ mm}$  et de diamètre  $d_2 = 0,05 \text{ m}$ , comporte 10 segments horizontaux de même longueur  $L = 4,0 \text{ m}$ , reliés par des coudes à  $180^\circ$ .

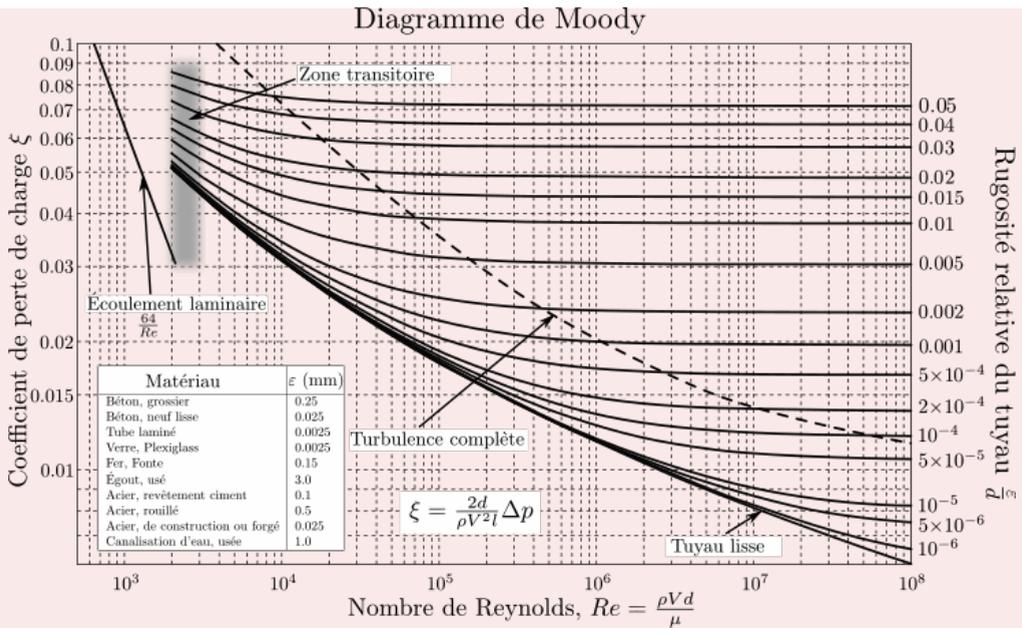
### Écoulement gravitaire

Le fluide circulant dans les conduites est de l'eau, considérée comme un fluide newtonien incompressible, de masse volumique  $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , de viscosité  $\mu = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  et de température supposée constante  $T_0$ . Le fluide s'écoule en régime stationnaire sous l'effet de la gravité du réservoir  $R_1$ , dont la surface libre est à la pression  $P^0 = 1,0 \text{ bar}$ , vers le réservoir  $R_2$  avec un débit volumique  $D_v = 5,0 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ . On suppose que les pertes de charge des tuyaux d'amenée et d'échappement sont négligeables devant celles du serpentin.

1. Calculer la pression du fluide au point C, ainsi que la vitesse moyenne  $v_1$  dans les tuyaux d'amenée ou de sortie, et la vitesse moyenne  $v_2$  dans le serpentin.
2. Le coefficient de perte de charge singulière vaut  $K = 1,5$  pour un coude, en déduire la perte de charge singulière dans le serpentin.
3. Pour ce type d'écoulement, la perte de charge régulière par unité de longueur est :

$$\frac{dC}{dl} = \xi \frac{\rho v_2^2}{2d_2}$$

où  $\xi$  est le coefficient de friction, qui peut être déterminé en exploitant le diagramme de Moody ci-dessous. Calculer la perte de charge régulière dans le serpentin.



**Fig. 1.2** – Diagramme de Moody : évolution du coefficient de friction en fonction du nombre de Reynolds  $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$  et de la rugosité relative  $\frac{\varepsilon}{d}$  de la conduite.

- Calculer la différence de pression (aussi appelée « charge ») entre les surfaces libres des liquides dans les deux réservoirs. Montrer que cette différence de charge est dissipée par les pertes de charge régulières et singulières.

### Dispositif de pompage

Dans le cas où ce dispositif ne dispose pas de réservoirs en terrasse, le fluide s'écoule en sens inverse et le régime d'écoulement stationnaire est assuré par une pompe placée en J. On souhaite que le débit soit proche de la valeur de l'installation précédente.

- Justifiez que les pertes de charge dans le serpentin ne sont pas modifiées. En déduire la charge dont doit augmenter le fluide entre l'entrée et la sortie de la pompe. Quelle sera alors la pression à l'entrée et à la sortie de la pompe, en négligeant les pertes de charge singulières ajoutées par la pompe elle-même ?
- De quelle hauteur devrait monter le fluide pour obtenir une telle augmentation de charge ? On utilise cette unité de charge sur la figure 1.3 pour choisir la pompe adaptée à l'installation, en tenant compte de son rendement (figure 1.4). Quelle(s) pompe(s) choisir ?
- Quelle sera alors la puissance électrique consommée par cette installation ?

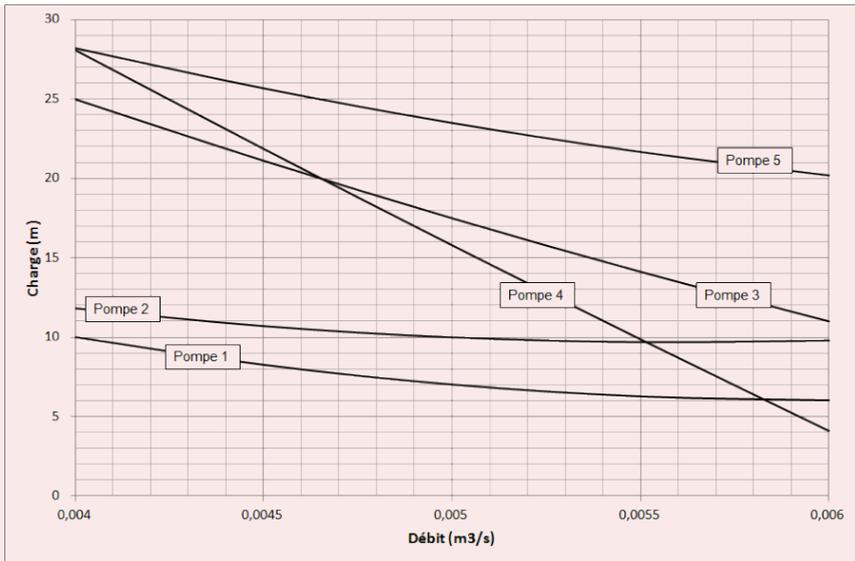


Fig. 1.3 – Caractéristique charge-débit des pompes disponibles.

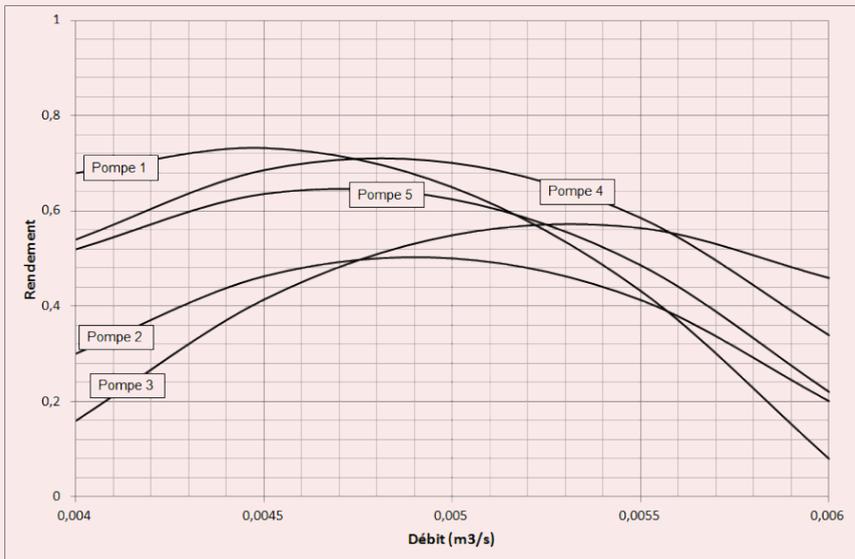


Fig. 1.4 – Évolution du rendement des pompes disponibles en fonction de leur débit.

## Écoulement gravitaire

1. En régime stationnaire, la conservation du débit permet de calculer les vitesses d'écoulement supposées uniformes dans les tuyaux larges et dans le serpent :  $v_1 = \frac{4D_v}{\pi d_1^2} = 0,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $v_2 = \frac{4D_v}{\pi d_2^2} = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Par ailleurs, si on néglige les pertes de charge dans le tuyau d'amenée,

la relation de Bernoulli permet d'exprimer la pression au point C :

$$P_C = P^0 + \rho g(z_{\text{surf}} - z_C) - \frac{\rho v_1^2}{2} = 1,5 \text{ bar.}$$

- En incluant les angles droits (D et F) à l'entrée et à la sortie du serpentin, on compte 10 coudes, ce qui correspond à des pertes de charge singulières  $\Delta C_s = 10K \frac{\rho v_2^2}{2} = 0,49 \text{ bar}$ .
- L'écoulement dans le serpentin est caractérisé par un nombre de Reynolds élevé :

$$Re = \frac{\rho v_2 d_2}{\mu} = 1,3 \times 10^5$$

correspondant à un régime turbulent. La loi laminaire de Poiseuille ne s'applique pas, il faut utiliser le diagramme de Moody : la rugosité relative du serpentin vaut  $\frac{\varepsilon_2}{d_2} = 0,002$ , ce qui correspond ici à  $\xi = 2,4 \times 10^{-2}$ . On en déduit la perte de charge régulière pour les 40 m de tuyaux horizontaux du serpentin :  $\Delta C_r = \xi \frac{\rho v_2^2 10L}{2d_2} = 0,62 \text{ bar}$ .

- En supposant les surfaces libres quasi-immobiles, la différence de charge entre elles ne dépend que de la différence de hauteur  $\Delta z = 12 \text{ m}$ , et vaut environ  $\Delta C_{\rho g \Delta z} = 1,18 \text{ bar}$ , ce qui permet de compenser la somme des pertes de charge  $\Delta C_s + \Delta C_r = 1,11 \text{ bar}$ .

## Dispositif de pompage

- L'écoulement dans un coude étant symétrique, le calcul des pertes de charge n'est pas significativement modifié dans le cas d'un écoulement en sens inverse impulsé par une pompe. Celle-ci doit dans ce cas assurer la compensation du saut de hauteur  $\Delta z$  et des pertes de charge totales, ce qui correspond à une charge de pompe d'au moins  $\Delta C_{\text{pompe}} = 2,3 \text{ bar}$ . D'après Bernoulli, la pression à l'entrée de la pompe en K étant  $P_{\text{ent}} = P^0 + \rho g \Delta z_K - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = 1,2 \text{ bar}$ , on en déduit la pression de sortie  $P_{\text{sor}} = 3,5 \text{ bar}$ .
- Pour obtenir une telle augmentation de charge, l'eau devrait s'élever d'au moins 23,5 m, ce qui laisse deux options dans le choix de la pompe, d'après la figure 1.3 : la pompe 5 assure cette augmentation de charge pour un débit de  $5,0 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ , et la pompe 4 peut le faire pour un débit acceptable de  $4,35 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ . La figure 1.4 montre que ces pompes présentent respectivement des rendements intéressants de 62 % et 66 %. La pompe 3 présenterait un rendement trop faible ( $\simeq 25 \%$ ) au débit qui lui permettrait d'assurer l'augmentation de charge voulue.
- La puissance hydraulique utile d'une pompe est  $\mathcal{P}_u = D_v \Delta C_{\text{pompe}}$ , et la connaissance de son rendement (figure 1.4) permet d'évaluer la puissance électrique consommée  $\mathcal{P}_e = \frac{\mathcal{P}_u}{\eta}$ . L'exploitation graphique précédente donne  $\mathcal{P}_e = 1,9 \text{ kW}$  pour la pompe 5, et  $\mathcal{P}_e = 1,5 \text{ kW}$  pour la pompe 4, finalement plus économe si l'on accepte de travailler à un débit réduit de  $4,35 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$  qui ne modifie quasiment pas la valeur estimée du coefficient de friction  $\xi$ .