

Radiometrie

Institut d'Optique Graduate School

Fall 2019

Julien Moreau

Julien.moreau@institutoptique.fr

Laboratoire Charles Fabry – Biophotonics Group

1

Organisation du cours

1^{er} semestre

Radiométrie : 9 CM et 6 TD

Colorimétrie (*Hervé Sauer*) : 3 CM et 1 TD

Examen écrit (2 heures)

2nd semestre

Système de détection I (*Riad Haidar*) : 5 CM et 2 TD

Système de détection II : 4 CM et 3 TD

Examen écrit (2 heures)

Bibliographie pour ce cours

Livre en Français

« ***Bases de radiométrie optique*** »
(J.L. Meyzonnette, T. Lépine, édition Cépaduès)

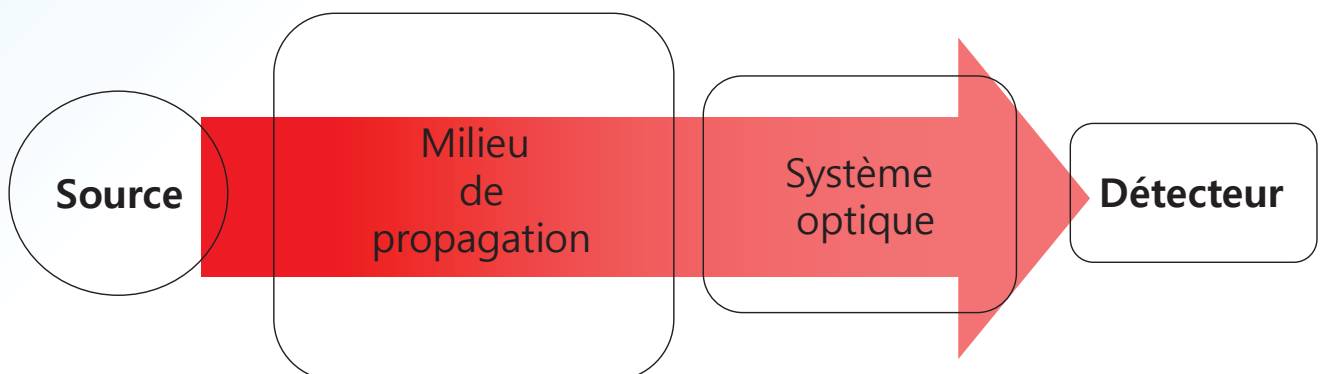
Livre en Anglais

« ***Introduction to Radiometry and Photometry*** »
(R.McCluney, *Optoelectronics library*)

Radiométrie

A quoi sert la Radiométrie ??

A modéliser et à quantifier la propagation de la lumière sur l'ensemble d'un système, depuis la source jusqu'au détecteur.



Ou plus simplement, permet de répondre à une question (essentielle):
est ce que mon système optique a une chance de fonctionner !

A l'issue de ce premier semestre, vous serez capables :

1. D'utiliser à bon escient les **grandeurs radiométriques**.
2. D'évaluer **l'étendu géométrique** d'un système optique et donc le **flux collecté** par un détecteur.
3. De calculer la luminance et les propriétés spectrales d'une **source thermique (modèle du Corps noir)**.
4. De modéliser les propriétés en **réflexion d'une surface**.
5. De modéliser **l'absorption et la diffusion** d'un milieu de propagation.

Prérequis: Optique géométrique

Applications

Grand public

Cinéma, Photographie, Télévision



Biomédical

Instrumentation optique, Imagerie médicale



Industriel

Photovoltaïque, Eclairage, Visualisation, Surveillance, Contrôles non destructifs



Spatial

Observation planétaire ou spatiale, conception de satellites.



Défense

Identification, Navigation, Pilotage



I. Caractérisation d'un rayonnement

1. Introduction à la radiométrie..... 8
2. Angle solide et étendue géométrique.....13
3. Grandeurs radiométriques: flux, intensité, luminance.....32
4. Radiométrie des systèmes optiques.....60
5. Application: sonde OSIRIS-REx et l'astéroïde Bennu.....76

II. Sources lumineuses

1. Le corps noir: modèle et propriétés80
2. Sources par luminescence.....105
3. Application : Effet de serre et température de la Terre.....113

III. De la source au détecteur

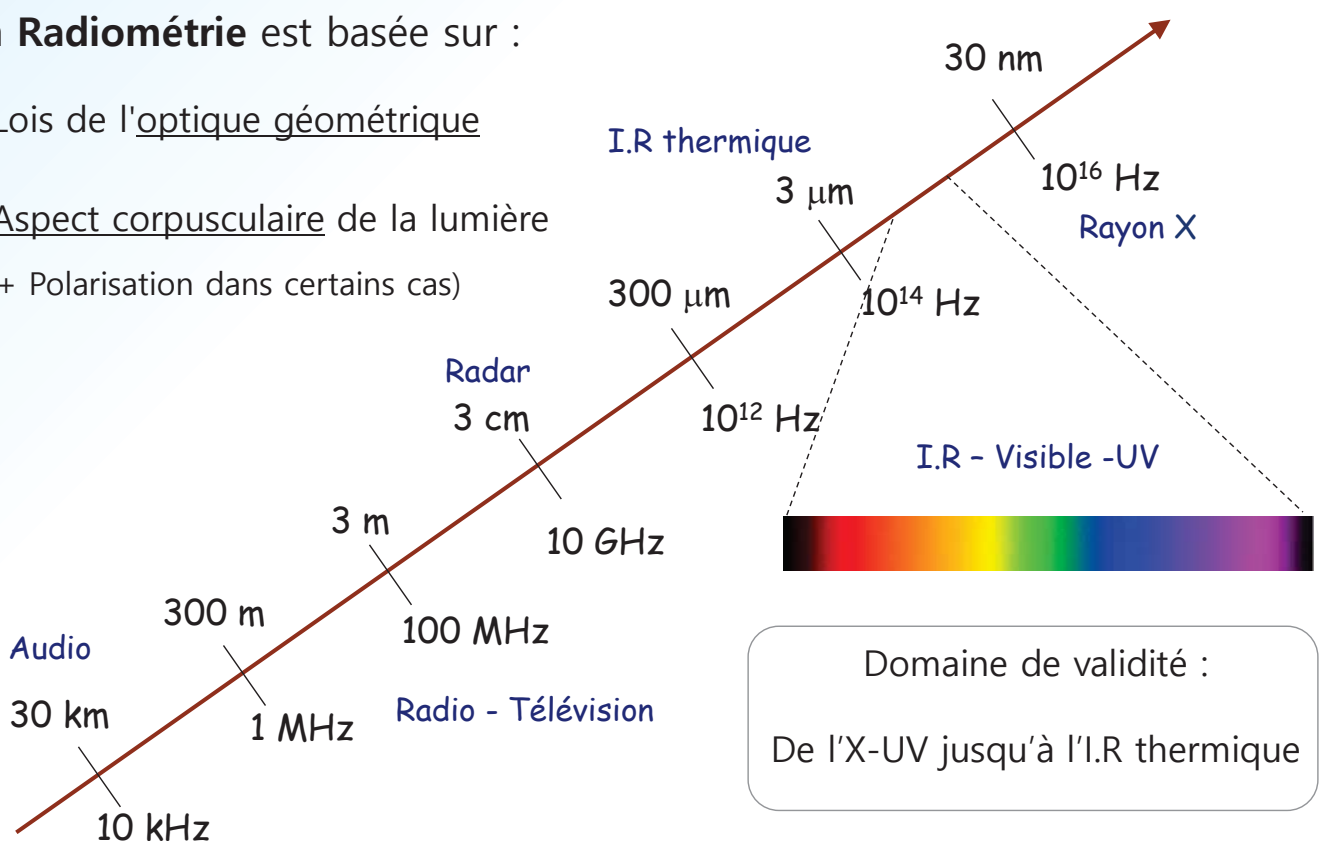
- I. Réflexion sur une interface.....116
- II. Milieu de propagation: absorption et diffusion simple123
- III. Cas général d'un milieu diffusant : RTE.....134
- IV. Exemples: atmosphère et tissus biologiques149

IV. Annexes

Radiométrie et spectre

La **Radiométrie** est basée sur :

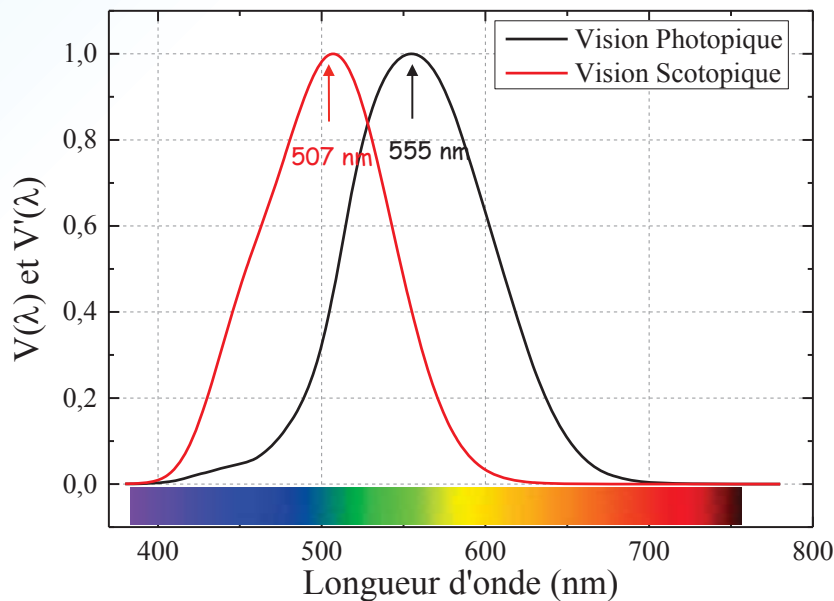
- Lois de l'optique géométrique
- Aspect corpusculaire de la lumière
(+ Polarisation dans certains cas)



Vision humaine

On distingue deux régimes de fonctionnement de l'œil humain :

- Vision de jour (uniquement cônes) : vision Photopique
- Vision de nuit (uniquement bâtonnet) : vision Scotopique



Valeur standard (CIE) de l'efficacité lumineuse relative spectrale $V(\lambda)$ et $V'(\lambda)$

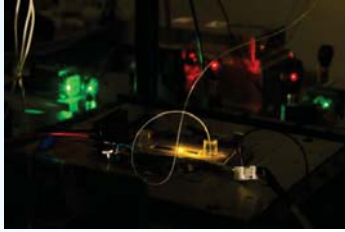
Le spectre visible s'étend donc de 380 nm à 720 nm environ

Unités en radiométrie

En Radiométrie, on exprimera les quantités, soit en unités énergétiques (Watt par exemple) dans le cas général, soit en unités visuelles lorsqu'on ne s'intéresse qu'à la fraction du rayonnement située dans le spectre visible .

Grandeurs	Symbol	Unité énergétique	Unité visuelle
Energie	Q	Joule (J)	Joule (J)
Flux	F, P, ϕ	Watt (W)	Lumen (lm)
Eclairement	E	W.m^{-2}	Lux
Intensité	I	W.sr^{-1}	Candela (cd)
Luminance	L	$\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$	Cd.m^{-2}

Les unités visuelles sont utilisées dans de nombreux domaines : éclairage, visualisation, multimédia.



Quelles grandeurs photométriques et géométriques pour définir des sources de lumière aussi diverses ?

Angle solide

Luminance

Flux

Intensité

Etendue géométrique

Plan du cours

I. Caractérisation d'un rayonnement

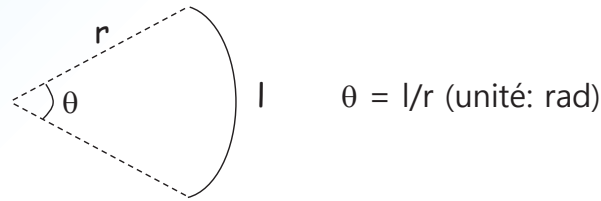
1. Introduction à la radiométrie
- 2. Angle solide et étendue géométrique**
3. Grandeurs radiométriques: flux, intensité, luminance...
4. Radiométrie des systèmes optiques
5. Application: sonde OSIRIS-REx et l'astéroïde Bennu

II. Sources lumineuses

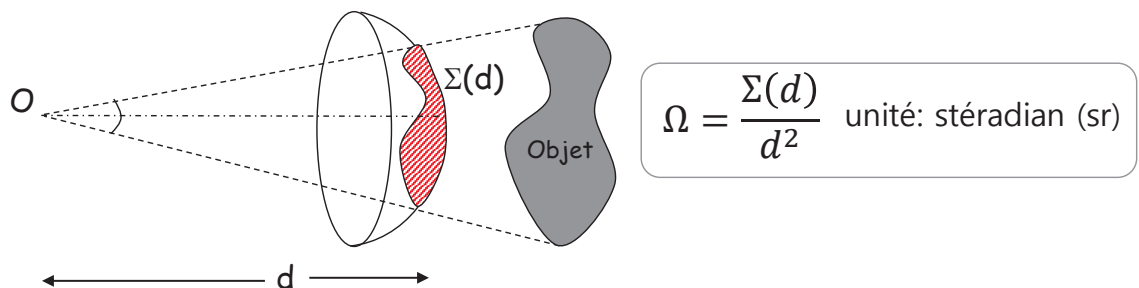
III. De la source au détecteur

Définition angle solide

- Angle en 2D : rapport entre la longueur de l'arc de cercle et son rayon r

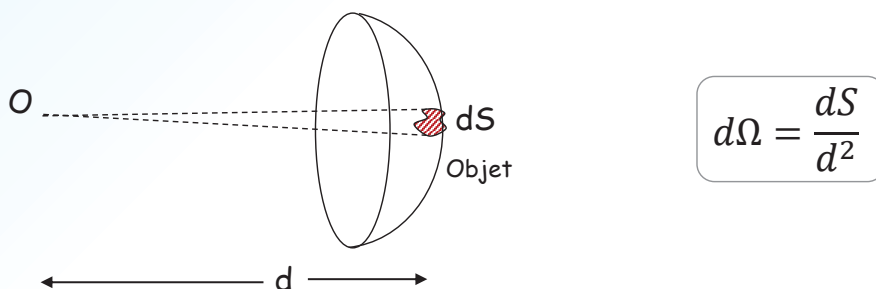


- Dans l'espace, un objet est vu sous un angle solide Ω défini par le rapport entre l'aire Σ de la projection de l'objet sur une sphère et le carré du rayon de la sphère:



Rappels angle solide

- Pour un petit objet de surface dS à distance d , vue de face : $\Sigma(d) \sim dS$

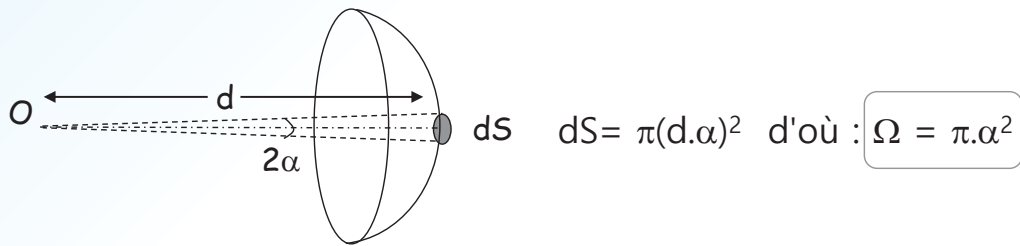


- Si la surface est inclinée d'un angle θ par rapport à la direction d'observation :

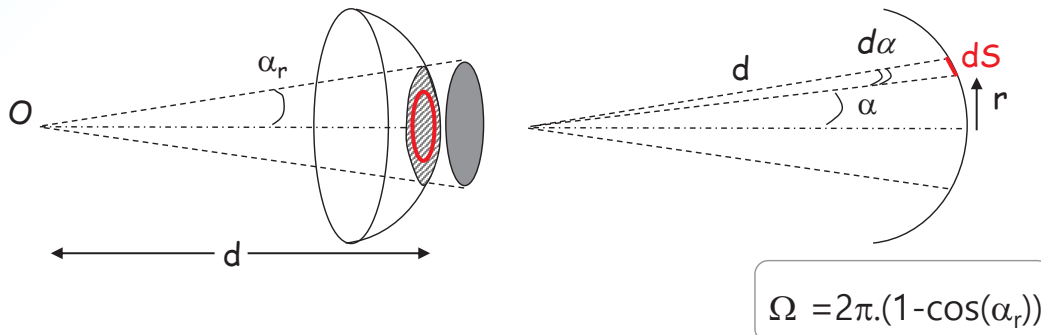
$$d\Omega = \frac{dS \cdot \cos\theta}{d^2}$$

Rappels angle solide

- Angle solide d'un petit disque de rayon angulaire $\alpha \ll 1$



- Angle solide d'un disque quelconque de rayon angulaire α_r :

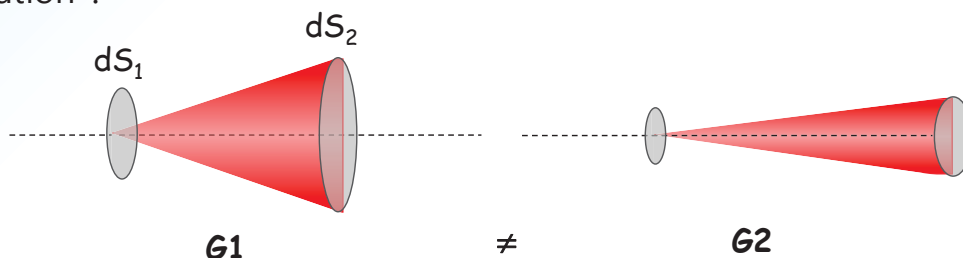


Il est aussi possible de calculer l'angle solide d'autres géométries simples comme un capteur rectangulaire: <http://www.mpia.de/~mathar/public/mathar20051002.pdf>

Etendue géométrique

Construction ad hoc de l'étendue géométrique:

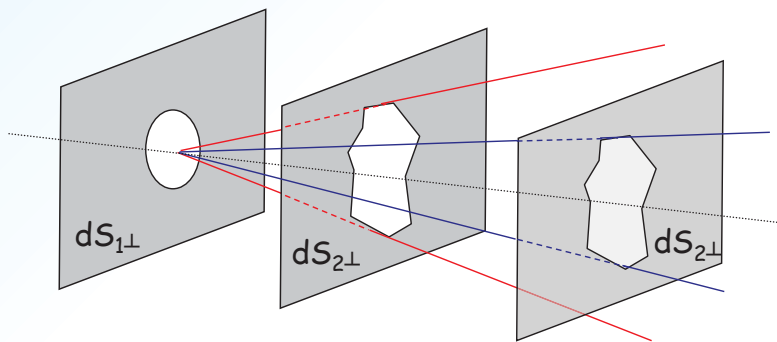
Existe t'il une quantité géométrique **G** qui caractérise complètement un pinceau de lumière issu de dS_1 vu de dS_2 et qui soit conservée lors de sa propagation ?



Combien de surface(s) et de distance(s) sont nécessaires pour définir un faisceau, dans le cadre de l'optique géométrique ?

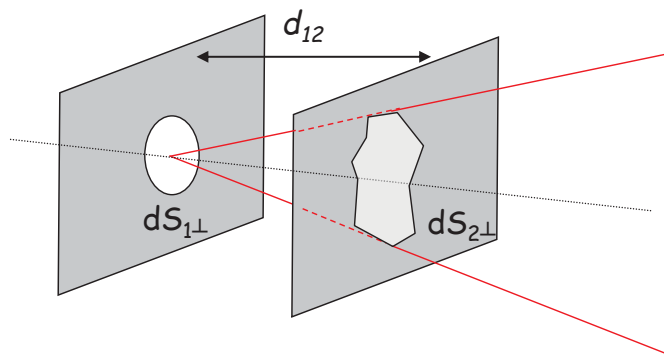
Etendue géométrique

- 2 surfaces perpendiculaires $dS_{1\perp}$ et $dS_{2\perp}$



Pas suffisant !

- 2 surfaces perpendiculaires $dS_{1\perp}$ et $dS_{2\perp}$ + distance d_{12} entre les deux surfaces



Le pinceau de lumière est défini de façon unique.

Etendue géométrique

2 surfaces ($dS_{1\perp}$, $dS_{2\perp}$) et 1 distance d_{12} sont nécessaires et suffisantes. On définit de manière générale une quantité **G** tel que :

$$d^2G = dS_{1\perp}^\alpha \cdot dS_{2\perp}^\beta \cdot d_{12}^\gamma$$

- Par symétrie (dS_1 et dS_2 joue le même rôle) on doit avoir : $\beta = \alpha$
- On remarque que si on multiplie par 2 la distance, alors l'une des surface doit être augmentée de 4 pour caractériser le même pinceau : $\gamma = -2\alpha$

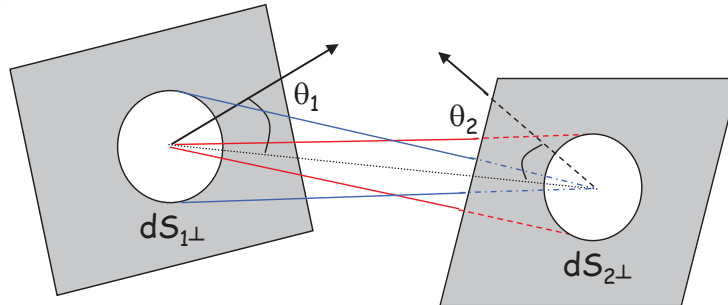
$$d^2G = (dS_{1\perp} \cdot dS_{2\perp})^\alpha \cdot d_{12}^{-2\alpha}$$

- La quantité la plus simple est donc : $d^2G = \frac{dS_{1\perp} \cdot dS_{2\perp}}{d_{12}^2}$

Etendue géométrique

Si on généralise le résultat précédent:

- à un milieu d'indice n quelconque : facteur n^2 (qui sera justifié plus loin)
- des surfaces dS_1 et dS_2 non perpendiculaires à l'axe du pinceau de lumière. On considère alors les surfaces projetées.



Finalement, on peut définir l'étendue géométrique comme :

$$d^2G = n^2 \frac{dS_1 \cos(\theta_1) \cdot dS_2 \cos(\theta_2)}{d_{12}^2} \quad \text{Unité : m}^2 \cdot \text{sr}$$

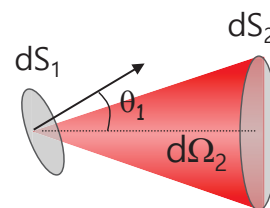
Etendue géométrique

On peut aussi écrire l'étendue géométrique sous d'autres formes :

$$d^2G = n^2 \frac{dS_1 \cos(\theta_1) \cdot dS_2 \cos(\theta_2)}{d_{12}^2}$$



$$d^2G = n^2 dS_1 \cos(\theta_1) d\Omega_2$$

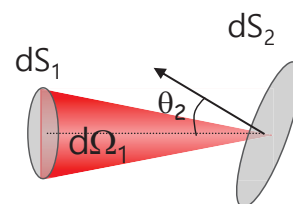


i.e. le produit de la surface apparente dS_1 par l'angle solide de dS_2 vu par dS_1

$$d^2G = n^2 \frac{dS_1 \cos(\theta_1) \cdot dS_2 \cos(\theta_2)}{d_{12}^2}$$



$$d^2G = n^2 d\Omega_1 dS_2 \cos(\theta_2)$$



i.e. le produit de la surface apparente dS_2 par l'angle solide de dS_1 vu par dS_2

Etendue géométrique

Dans le cas d'un faisceau de lumière non élémentaire:

$$G = n^2 \iiint \frac{dS_1 \cdot \cos(\theta_1) \cdot dS_2 \cdot \cos(\theta_2)}{d_{12}^2}$$

Calcul plus ou moins compliqué suivant la configuration !

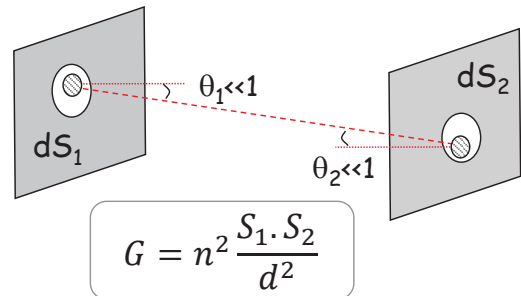
1^{er} cas élémentaire de 2 petites surfaces, coaxiales, éloignées ($D_1 \ll d$ et $D_2 \ll d$).

Exemple: détecteur regardant une source lointaine, sans optique.

$$d^2 G = n^2 \frac{dS_1 \cdot \cos(\theta_1) dS_2 \cdot \cos(\theta_2)}{d^2}$$

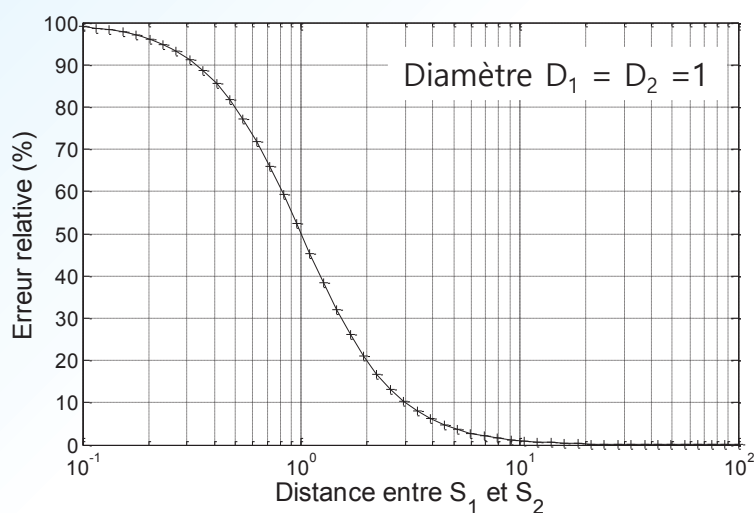
$$d^2 G \approx n^2 \frac{dS_1 \cdot dS_2}{d^2}$$

$$G = n^2 \iint \frac{dS_1 \cdot dS_2}{d^2} = n^2 \frac{S_1 \cdot S_2}{d^2}$$



Etendue géométrique

A quel point cette approximation de G est elle valable ?

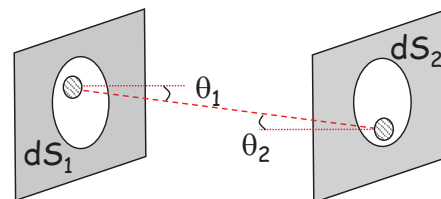


Calcul approché :

$$G = \frac{S_1 \cdot S_2}{d^2}$$

Calcul exact (numérique !) :

$$G_{exact} = \iiint \frac{dS_1 \cdot \cos(\theta_1) \cdot dS_2 \cdot \cos(\theta_2)}{d_{12}^2}$$



→ Erreur non négligeable lorsque la distance entre les deux surfaces devient du même ordre de grandeur que le diamètre des surfaces.

Etendue géométrique

2nd cas très classique de 2 surfaces circulaires, coaxiales avec $S_1 < S_2$

Exemple: photodiode en face d'une source étendue

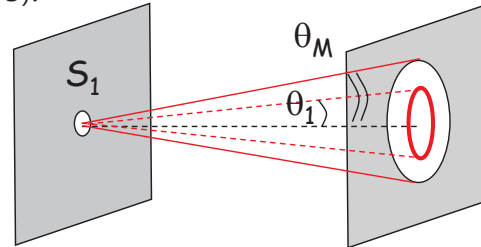
On décompose la surface circulaire S_2 en anneaux élémentaires dont on connaît une expression de l'angle solide $d\Omega_1$ (cf slide 15):

$$d^2G = dS_1 \cos(\theta_1) d\Omega_1$$

$$G = \iint dS_1 \cos(\theta_1) d\Omega_1$$

$$G = S_1 \int \cos(\theta_1) 2\pi \sin(\theta_1) d\theta_1$$

$$G = \pi S_1 \left[\sin^2(\theta_1) \right]_0^{\theta_M}$$



$$G = \pi n^2 S_1 \sin^2(\theta_M)$$

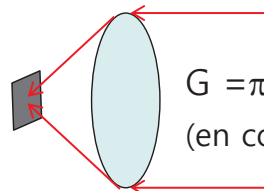
Cette expression de l'étendue géométrique sera très utile dans les systèmes optiques.

Etendue géométrique

Les 2 surfaces S_1 et S_2 sont les 2 surfaces limitantes du systèmes : cela peut être la source, le détecteur, une optique ou un diaphragme.

Exemples:

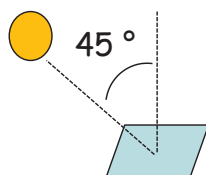
- Une photodiode ($100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$) au foyer d'une optique de diamètre 4 cm et de focal 10 cm



$$G = \pi \cdot (100 \mu\text{m})^2 \cdot (2/10)^2 = 1.2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2\text{sr}^{-1}$$

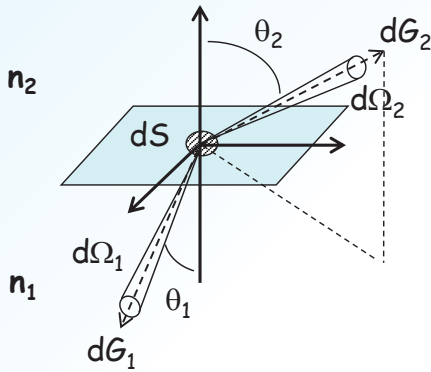
(en considérant l'optique asphérique et donc $\sin(\theta) = \tan(\theta)$)

- Un panneau solaire de 1 m^2 regardant le soleil de diamètre angulaire $0,5^\circ$ à 45° du zénith



$$G = S_p \cdot \cos(45^\circ) \cdot \pi \cdot (0.25 \cdot \pi / 180)^2 = 4.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{sr}^{-1}$$

Conservation de l'étendue géométrique à la réfraction, réflexion



On considère une interface entre deux milieux d'indice n_1 et n_2 et un faisceau incident avec un angle θ_1 . Les lois de Descartes s'écrivent:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

$$n_1 \cos(\theta_1) d\theta_1 = n_2 \cos(\theta_2) d\theta_2$$

On multiplie les deux précédentes équations:

$$n_1^2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_1) d\theta_1 = n_2^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) d\theta_2 \quad \text{On multiplie par } 2\pi:$$

$$n_1^2 \cos(\theta_1) d\Omega_1 = n_2^2 \cos(\theta_2) d\Omega_2$$

$$n_1^2 dS \cos(\theta_1) d\Omega_1 = n_2^2 dS \cos(\theta_2) d\Omega_2$$

On obtient: $d^2G_1 = d^2G_2$

Le même résultat peut être démontré pour la réflexion (avec $\theta_1 = \theta_2$ et $n_1 = n_2$)

Principe fondamental de la Radiométrie

Un système optique sans perte, quel qu'il soit, ne pourra jamais diminuer l'étendue géométrique d'un faisceau lumineux.

Un système optique, peut réduire l'étendue géométrique d'un faisceau lumineux MAIS uniquement en sacrifiant une partie du flux.

En conséquence, c'est la plus faible étendue géométrique d'un système *source – optiques – détecteur* qui va déterminer ces performances radiométriques.

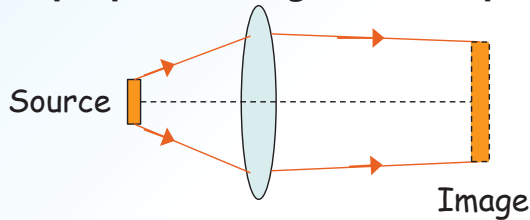
Étendue géométrique

L'étendue géométrique d'un faisceau circulaire s'écrit: $G = \pi n^2 S_1 \sin^2(\theta)$

Quel est l'effet d'une optique ?

Surface x divergence = cst

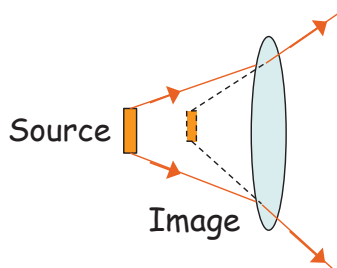
Optique convergente sans perte



La divergence du faisceau a **diminué** mais la taille de l'image a **augmenté**

→ **G constant**

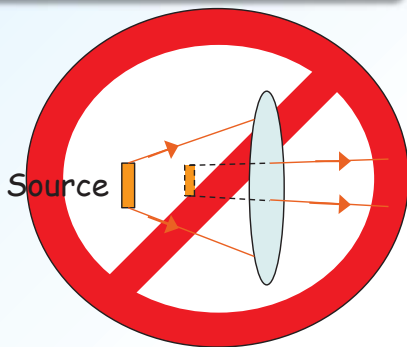
Optique divergente sans perte



La divergence du faisceau a **augmenté** mais la taille de l'image a **diminué**

→ **G constant**

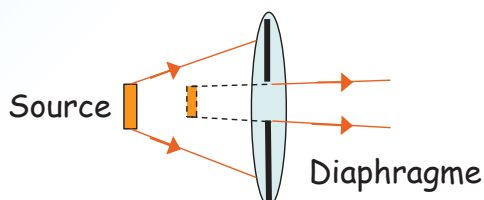
Étendue géométrique



La divergence **et** la taille de l'image ont **diminué tout en gardant le même flux**

→ **Impossible !**

Optique convergente + diaphragme



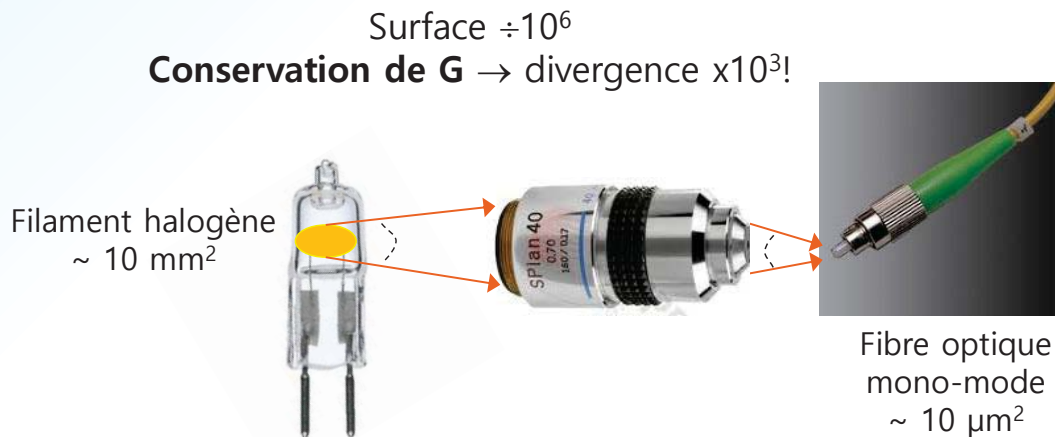
Avec un diaphragme, en **diminuant le flux**, il est possible de **réduire l'étendue géométrique**

Mathématiquement, l'étendue géométrique est l'équivalent optique de l'entropie en thermodynamique : un système physique doit fournir de l'énergie (ici, réduire le flux) pour réduire l'entropie (l'étendue géométrique).

A noter que les 'défauts' d'un système optique, en particulier la diffusion vont systématiquement augmenter l'étendue géométrique.

Etendue géométrique

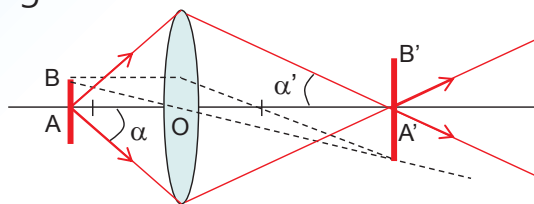
Exemple: injecter la lumière provenant d'une lampe halogène dans une fibre monomode.



Il est physiquement impossible de collecter toute la lumière provenant du filament et de la focaliser sur un spot micrométrique, quel que soit le nombre d'éléments optiques utilisé! En pratique, seule une toute petite fraction de la lumière ($< 1\%$) sera injectée dans la fibre.

Etendue géométrique

Autre démonstration (plus faible), en utilisant uniquement l'optique géométrique, pour une lentille convergente:



$$\frac{\sin(\alpha')}{\sin(\alpha)} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{1}{\gamma}$$

La surface de l'objet est égal à $\pi \cdot AB^2$

La surface de l'image est égal à $\pi \cdot A'B'^2$

$$\text{Donc : } \frac{\sin^2(\alpha')}{\sin^2(\alpha)} = \frac{S_{obj}}{S_{img}} \implies S_{img} \cdot \sin^2(\alpha') = S_{obj} \cdot \sin^2(\alpha)$$

$\rightarrow$ **G est constant**

I. Caractérisation d'un rayonnement

1. Introduction à la radiométrie
2. Angle solide et étendue géométrique
- 3. Grandeurs radiométriques: flux, intensité, luminance...**
4. Radiométrie des systèmes optiques
5. Application: sonde OSIRIS-REx et l'astéroïde Bennu

II. Sources lumineuses

III. De la source au détecteur

Flux ou Puissance

Flux énergétique:

Un Flux énergétique ou une Puissance est une quantité d'énergie par unité de temps, exprimé en Watt : $W = J.s^{-1}$



Flux photonique:

Pour un rayonnement monochromatique, un flux photonique est un nombre de photons par unité de temps :

$$F_{ph} = F_e / \frac{hc}{\lambda}$$

Quelques ordres de grandeur :

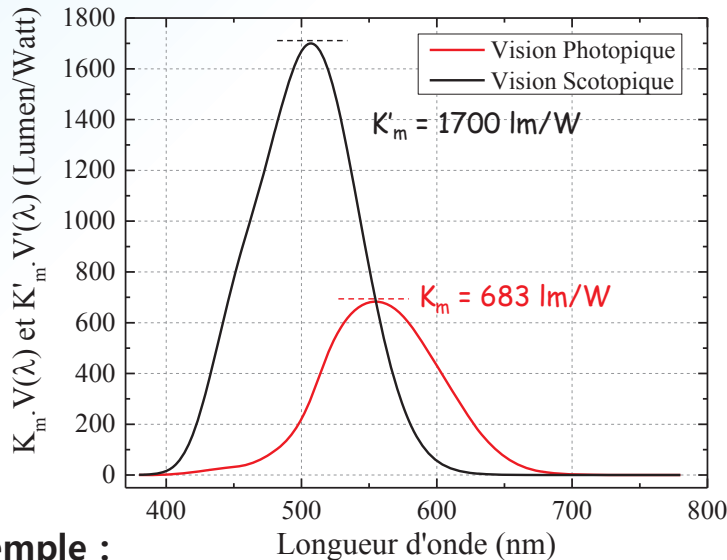
Pointeur laser rouge :	$F_e = 1 \text{ mW}$
Lampe halogène :	$F_e = 10 \text{ à } 100 \text{ W}$
Soleil :	$F_e = 4.10^{26} \text{ W}$



Cette quantité ne donne aucune information sur la distribution angulaire du rayonnement ou la géométrie de la source.

Flux visuel:

Pour beaucoup d'applications, seule la partie visible du spectre est pertinente. L'unité du flux visuel est le Lumen (lm). La conversion lm/W passe par l'efficacité lumineuse relative spectrale $V(\lambda)$ et la constante K_m ($V'(\lambda)$ et K'_m en vision de nuit).



Rayonnement monochromatique:

$$F_v(\lambda) = F_e(\lambda) \cdot K_m \cdot V(\lambda)$$

Rayonnement polychromatique :

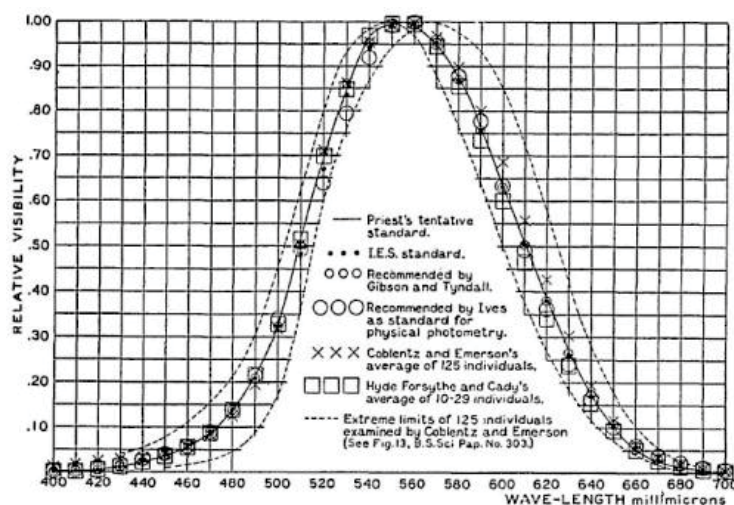
$$F_v = K_m \cdot \int dF_e(\lambda) \cdot V(\lambda) \cdot d\lambda$$

Exemple :

Pointeur laser rouge 1mW à 635 nm; $V(635) = 0.22$ $F_v = 0.15$ lm

Efficacité lumineuse $V(\lambda)$

Contrairement à presque toutes les autres définitions en physique qui essayent d'être indépendantes de l'observateur, cette loi, par nature, mélange physique et psychophysiologie humaine!



Un synthèse des différentes mesures de sensibilité ayant servis pour la définition de l'observateur standard 1924

Il faut donc être conscient des nombreuses sources de variabilité : différences physiologiques entre individus et adaptation visuelle notamment (la vision intermédiaire, dite *mésoscopique*, n'est ainsi pas du tout traitée).

Efficacité lumineuse

Valeurs de l'efficacité lumineuse spectrale (2°) en lm/W pour la vision photopique:

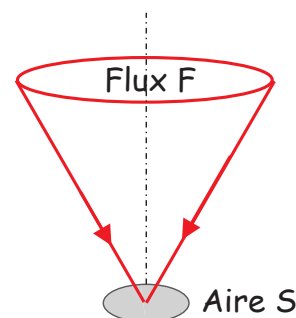
λ (nm)	$K_m \cdot V$ (lm/W)
400	1.7
410	6.2
420	13.8
430	22.7
440	34.4
450	44.2
460	58.2
470	88.7
480	122.1
490	162.5
500	237.9
510	355.5
520	490.5
530	585.7
540	651.9
550	675.5
560	680.8
570	664.7

λ (nm)	$K_m \cdot V$ (lm/W)
580	612.2
590	554.3
600	472.5
610	381.4
620	288.9
630	203.6
640	132.7
650	81.5
660	45.6
670	24.3
680	12.3
690	5.9
700	2.9
710	1.4
720	0.6
730	0.3
740	0.2
750	0.1

Eclairement

L'éclairement est une densité de flux reçu par unité de surface.

$$E(x, y) = \frac{dF(x, y)}{dS}$$



Quantité très utile et souvent plus pertinente que le flux (sur un détecteur, une source secondaire...).

Il s'exprime en W.m^{-2} pour un éclairement énergétique et en lux (lm.m^{-2}) pour un éclairement visuel.

Eclairement

Quelques valeurs d'éclairement lumineux typiques:

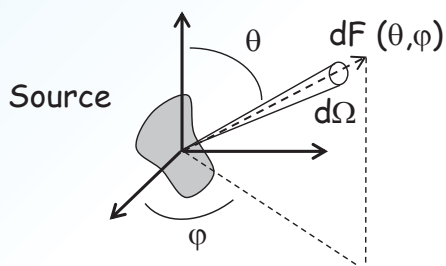
	Eclairement (lux)	
Nuit noir avec nuages	< 0,01	Vision scotopique
Nuit de pleine lune	1	
Appartement bien éclairé	200 à 400	Vision photopique
Local de travail	200 à 3000	
Extérieur par ciel couvert	500 à 25 000	
Extérieur en plein soleil	50 000 à 100 000	

Pour une source, on parle plutôt d'émittance: une densité de flux émis par unité de surface.

$$M(x, y) = \frac{dF(x, y)}{dS}$$

Intensité

L'intensité d'une source est le flux émis par unité d'angle solide dans une direction d'observation donnée, exprimé en W.sr⁻¹ ou en Candela (cd)



$$I(\theta, \varphi) = \frac{dF(\theta, \varphi)}{d\Omega}$$

Sauf pour des cas particuliers, l'intensité d'une source dépend en général de la direction d'observation.



Quelques ordres de grandeur :

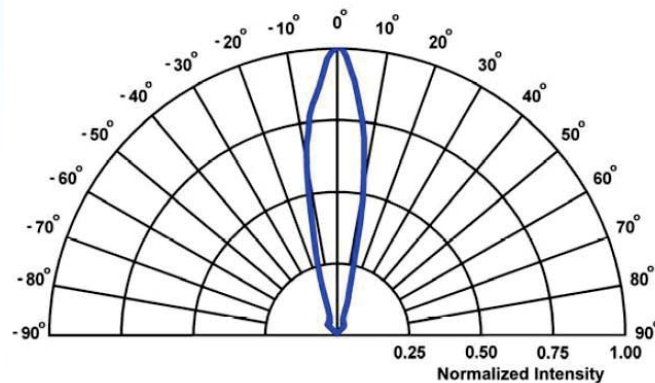
Pointeur laser rouge (1mW, full divergence 1 mrad) : $I = F/\pi\alpha^2 = 1270 \text{ W.sr}^{-1}$

Lampe halogène (100W, demi-espace) : $I = F/2\pi = 16 \text{ W.sr}^{-1}$

Soleil : $I = F/4\pi = 3.10^{25} \text{ W.sr}^{-1}$

Intensité

Le diagramme de variation de I en fonction de la direction d'observation est appelée indicatrice ou diagramme de rayonnement.



Indicatrice d'une LED 635 nm (Thorlabs LED631E)

L'intensité est utile pour caractériser des sources quasi ponctuelles : laser, LED.

Ne donne aucune information sur la géométrie de la source: taille, distribution spatiale des émetteurs.

La candela

Historiquement, c'est l'intensité qui a été utilisée comme unité de référence photométrique. En pratique, au 18^{ème} et 19^{ème} siècle, des flammes obtenues grâce à des bougies calibrées servaient d'étalon photométrique.

Ces étalons ont commencés à avoir d'importantes applications industrielles avec l'apparition de l'éclairage public au 19^{ème} siècle.



Lampe de Hefner (1884)
permettant d'obtenir une flamme
contrôlée



Platine en fusion. Adopté en
1889 comme nouvelle
référence photométrique

En 1948, la conférence générale des poids et mesures définit la candela comme unité de mesure du système internationale d'unités.

La candela

Depuis 1979, la définition de la candela est donnée par:

« La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian. »

Ce choix de $1 / 683 \text{ W.sr}^{-1}$ (que l'on retrouve dans le maximum de la courbe d'efficacité lumineuse spectrale) a été fait pour une raison de cohérence avec les définitions et étalons précédents.

En 2018, une profonde redéfinition du système S.I. va être adoptée* mais la définition de la candela restera quasi identique.

**Pour plus d'information sur cette réforme, plusieurs conférences sont disponible sur le YouTube du Laboratoire LNE*

Intensité



Le 'problème' de l'intensité :

Il existe 7 unités de base dans le système international (SI)

• Longueur	Mètre
• Temps	Seconde
• Masse	Kilogramme
• Température	Kelvin
• Courant électrique	Ampère
• Quantité de matière	Mole
• Intensité lumineuse	Candela

Mais par abus de langage, très souvent « l'intensité » sera utilisée en physique pour désigner une puissance (en Watt) ou même un éclairement (W.m^{-2}) !

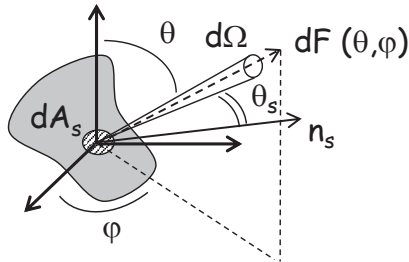
Luminance

Luminance :

On considère un élément de surface dA_s de la source émettant une intensité $dI(\theta, \varphi)$

La luminance de cet élément de surface, dans la direction (θ, φ) est définie par :

$$L(x, y, z, \theta, \varphi) = \frac{dI(\theta, \varphi)}{n^2 dA_s \cos(\theta_s)} = \frac{d^2 F(\theta, \varphi)}{n^2 dA_s \cos(\theta_s) d\Omega}$$



$$L(x, y, z, \theta, \varphi) = \frac{d^2 F}{d^2 G}$$

L'unité de la luminance énergétique est le **W.m⁻².sr⁻¹**

L'unité de la luminance visuelle est le **cd.m⁻²**

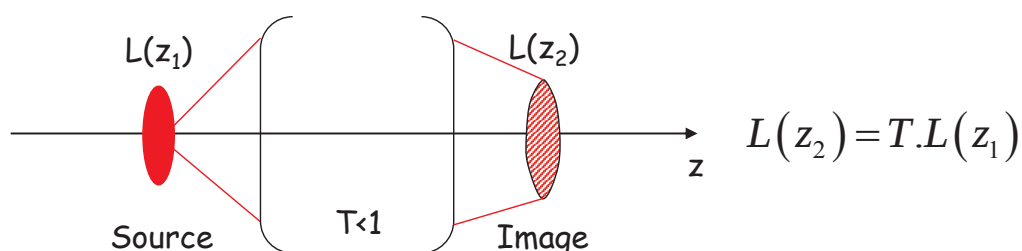
Conservation de la luminance

Conservation de G → conservation de la luminance

- En l'absence d'absorption ou de diffusion la luminance est conservée tout le long du trajet d'un faisceau lumineux.

En particulier, la luminance de l'image d'une source donnée par un système optique quelconque est au plus égale à celle de la source primaire.

- Dans le cas d'un milieu à pertes (absorbant mais non diffusant), on a simplement :



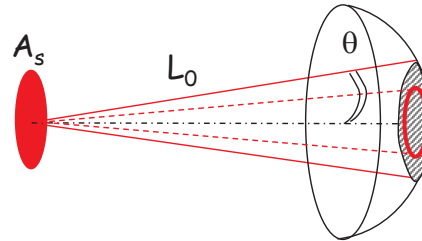
Source émettant un faisceau conique uniforme :

Pour une source de surface A_s émettant un faisceau conique de luminance uniforme L_0 (cas fréquemment rencontré) :

$$d^2F = L_0 d^2G$$

$$F_{tot} = n^2 L_0 \iint dA_s \cos(\theta_s) d\Omega$$

$$L_0 = \frac{F_{tot}}{\pi \cdot n^2 A_s \sin^2(\theta)}$$



Exemple :

Lampe halogène (100W, supposée isotrope, filament de 2x5 mm) :

$$L = 100 / (\pi \cdot 210^{-3} \cdot 510^{-3}) = 3.2 \cdot 10^6 \text{ W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}$$

Source Lambertienne

Source Lambertienne:

Une source lambertienne à une luminance égale dans toutes les directions :

$$L(\theta, \varphi) = \text{constante}$$

$$L_{\text{lambertien}} = \frac{F_{tot}}{\pi n^2 A_s}$$

Un certain nombre de surfaces éclairées peuvent être modélisées par un rayonnement Lambertien. C'est le cas par exemple de surfaces rugueuses ou mates mais pas des surfaces lisses.



Une source lambertienne est différente d'une source dont l'intensité est la même dans toutes les directions !

Luminance

Quelques exemples typiques de sources et leurs luminances :

	Luminance (Cd/m ²)
Ciel de nuit noir	0,0004
Ciel bleu	5 000
Lampes économiques	$1 \cdot 10^4$
Neige au soleil	$1 \cdot 10^4$
LED de puissance	$2 \cdot 10^7$
Disque Solaire	$1,6 \cdot 10^9$

Une source lumineuse peut provoquer un éblouissement inconfortant entre 3000 et 10 000 Cd/m².

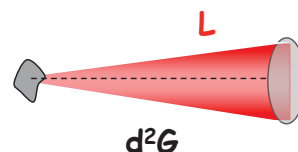
Au delà de 10^5 Cd/m², l'éblouissement devient neutralisant.

Relations radiométriques

Relations 'fondamentales' entre les grandeurs radiométriques:

Flux et luminance L:

$$d^2F = L \cdot d^2G$$



Flux et intensité I:

$$dF = I \cdot d\Omega$$

Si et uniquement si, le faisceau est uniforme en luminance alors:

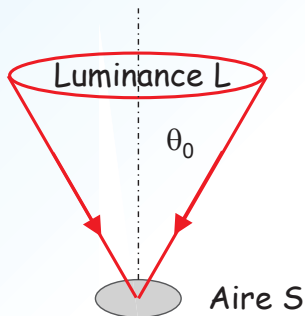
$$F_{tot} = L_0 \cdot G = L_0 \pi n^2 A_s \sin^2(\theta)$$

Si et uniquement si, le faisceau est uniforme en intensité alors:

$$F_{tot} = I_0 \cdot \Omega = 2\pi \cdot I_0 (1 - \cos(\theta))$$

Eclairement d'une surface :

Si une surface est éclairée par un rayonnement de luminance uniforme :



$$E = \frac{F}{S} = \frac{L \cdot G}{S}$$

$$E = \pi \cdot n^2 L \cdot \sin^2(\theta_0)$$

Si l'éclairage est hémisphérique (éclairage Lambertien): $E = n^2 \pi L$



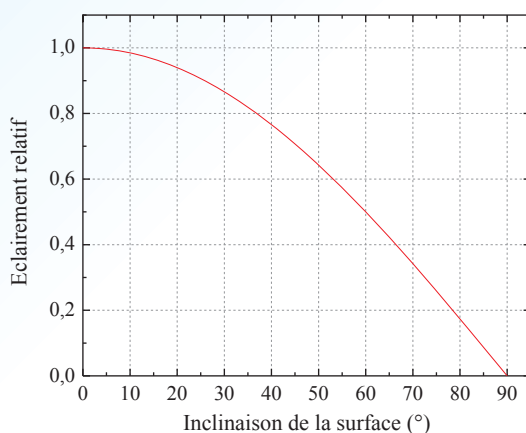
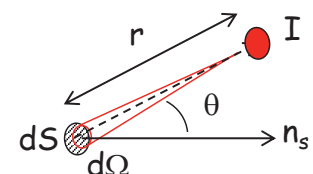
L'étendue géométrique d'un demi-espace est $\pi \cdot S$ et NON $2\pi \cdot S$

Loi de Bouguer

Pour une source d'intensité I , éclairant une surface dS :

$$dF = I \cdot d\Omega = I \cdot \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$

L'éclairement de cette surface est donc donné par :



$$\text{Loi de Bouguer: } E = I \cdot \frac{\cos \theta}{r^2}$$

→ Eclairement maximal pour une surface perpendiculaire à la source et nulle pour une source à 90°

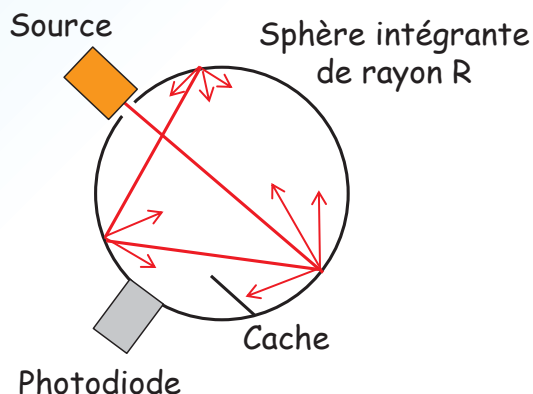
Pierre Bouguer (1698-1758), Mathématicien et physicien français. Auteur des premières mesures quantitatives en photométrie. Auteur de la loi de Beer-Lambert, de la loi de variation d'intensité avec l'inclinaison, d'une mesure du seuil différentiel de détection de l'œil humain et de l'anomalie de Bouguer en gravimétrie. Elu à l'Académie de Science et à la Royal Society.



Sphère intégrante

Une sphère intégrante est une sphère creuse (diamètre de qq dizaines de cm à qq mètres) avec un revêtement très réfléchissant et diffusant sur une large bande spectrale ($\rho \sim 1$). Permet une mesure du flux total émis par une source quelconque.

L'éclairement sur la photodiode est proportionnel au flux total émis par la source quelque soit son indicatrice.



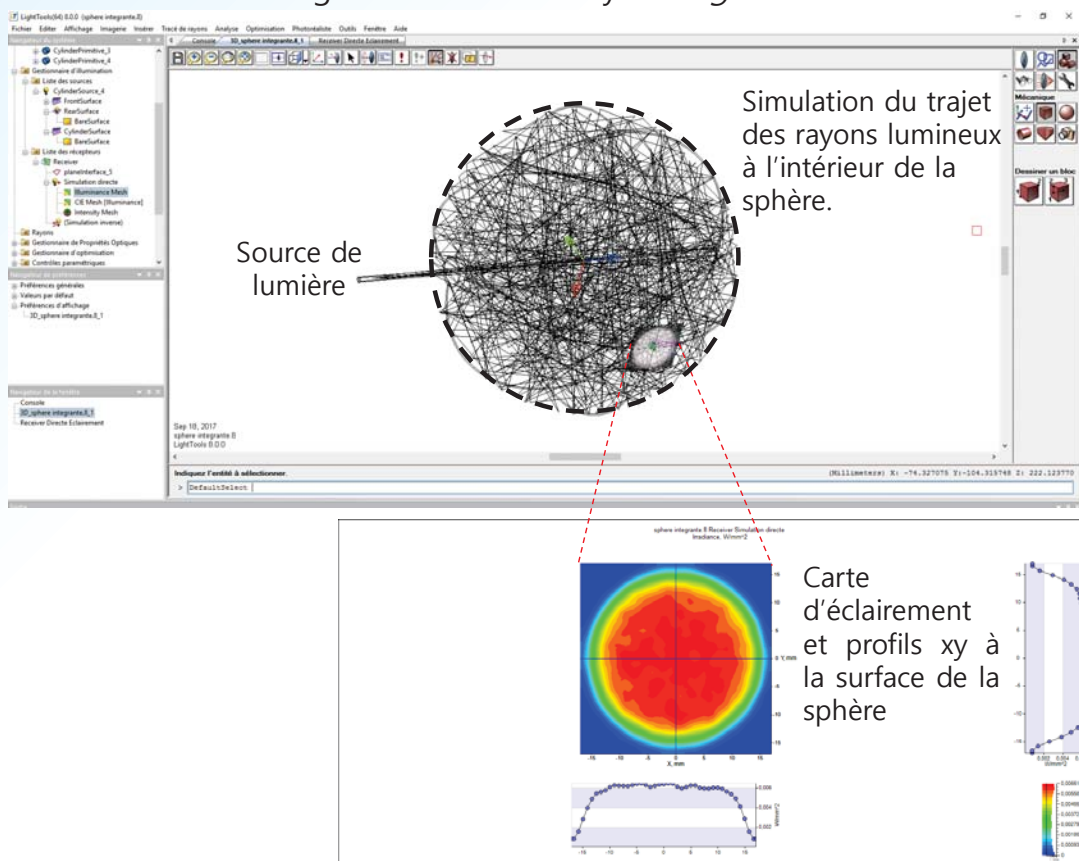
$$E = \frac{F_{tot}}{4\pi R^2} \frac{\rho}{1 - \rho}$$



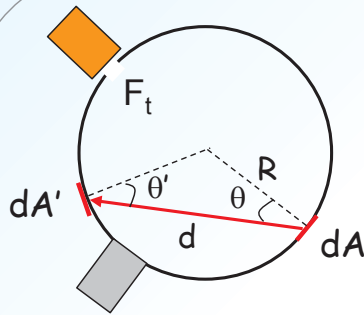
Sphère Intégrante de chez LabSphere©

Sphère intégrante

Simulation sous le logiciel de tracé de rayons: *Lighttools*



Sphère intégrante

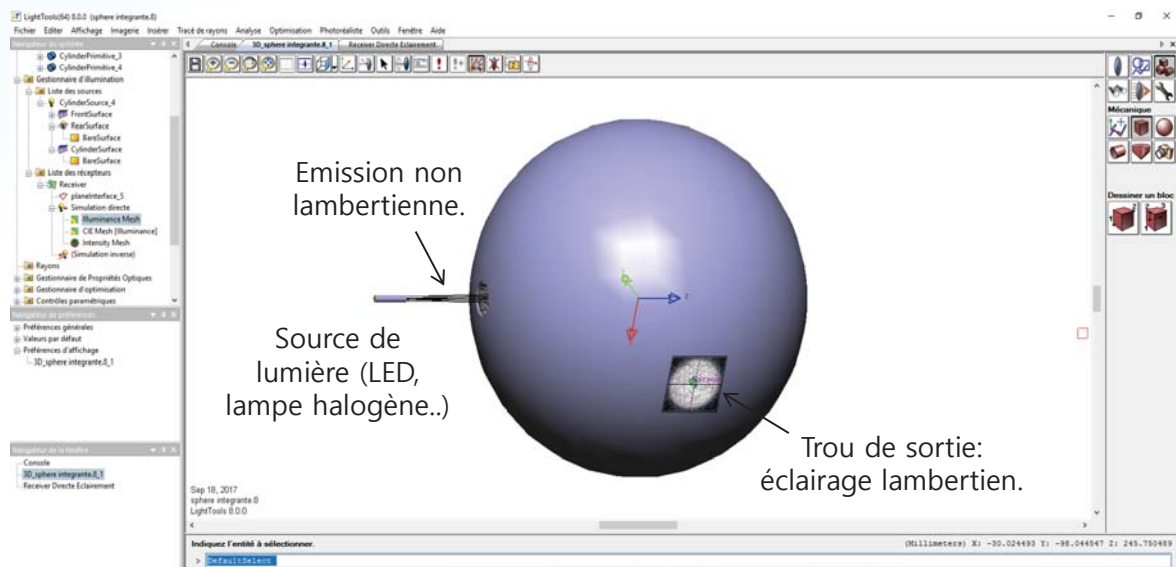


Démonstration: (voir poly de TP)

$$E_{tot} = \frac{\rho}{1 - \rho} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} F_t$$

Sphère intégrante

Une autre application de la sphère intégrante est de pouvoir générer un éclairage lambertien à partir de n'importe quelle source de lumière. Il suffit simplement d'utiliser la lumière sortant par un petit trou à la surface de la sphère. Très utile pour calibrer des systèmes optiques ou des détecteurs.



Spectro-radiométrie: importance du paramètre de longueur d'onde à la fois pour :

- La **source**: toutes les sources de lumière ont un spectre d'émission et donc un flux qui dépend fortement de la longueur d'onde considérée.
- La **propagation**: les propriétés de transmission/absorption/diffusion des milieux traversés et les indices optiques varient aussi avec λ .
- La **détection**: la réponse d'un capteur n'est jamais identique sur tout le spectre.

En conséquence, les quantités radiométriques : $F(\lambda)$, $I(\lambda)$, $L(\lambda)$ et même $G(\lambda)$ en toute rigueur, varient avec la longueur d'onde.

On définit donc des densités spectrales ou quantités spectrales :

$\frac{\partial F}{\partial \lambda}$ ou $\frac{\partial F}{\partial \nu}$: Flux spectrique (unité W.m^{-1} ou W.Hz^{-1})

$\frac{\partial I}{\partial \lambda}$ ou $\frac{\partial I}{\partial \nu}$: Intensité spectrique (unité $\text{W.sr}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ou $\text{W.sr}^{-1}.\text{Hz}^{-1}$)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda}$ ou $\frac{\partial L}{\partial \nu}$: Luminance spectrique (unité $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ou $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{Hz}^{-1}$)

Toutes les relations radiométriques vues précédemment s'appliquent de façon identiques avec ces quantités spectrales.

En pratique, il suffira d'intégrer ces relations sur le spectre utile pour obtenir la quantité souhaitée (flux total sur la bande de détection d'un détecteur par exemple).

Principales méthodes d'analyse spectrale

- Analyse par dispersion angulaire: les composantes spectrales de la lumière incidente sont déviées angulairement et sélectionnées mécaniquement en sortie.

Spectrographes à prismes, à réseaux

- Analyse par transformée de Fourier: le rayonnement incident est filtré par un interféromètre à deux ondes à différence de marche variable.

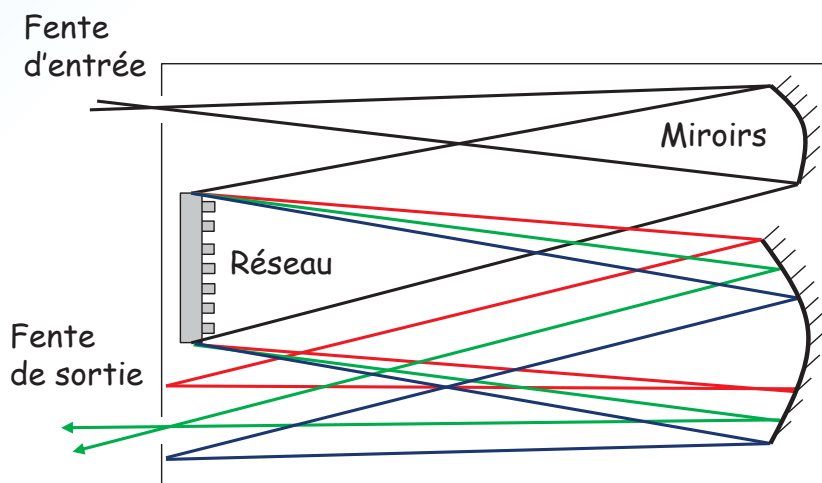
Interféromètre de Michelson

- Analyse par interférométrie à ondes multiples: le rayonnement incident est filtré par un interféromètre de type Fabry-Pérot, d'épaisseur variable.

- Utilisation de filtres interférentiels.

Principe de l'analyse spectrale d'un rayonnement par dispersion angulaire

Etalement angulaire du spectre au moyen d'un élément optique dispersif (prisme, historiquement, et maintenant réseau de diffraction) ; sélection et balayage d'une bande spectrale au foyer d'un collimateur (par fente mobile ou barrette de détecteurs).



Spectromètre Ocean Optics©

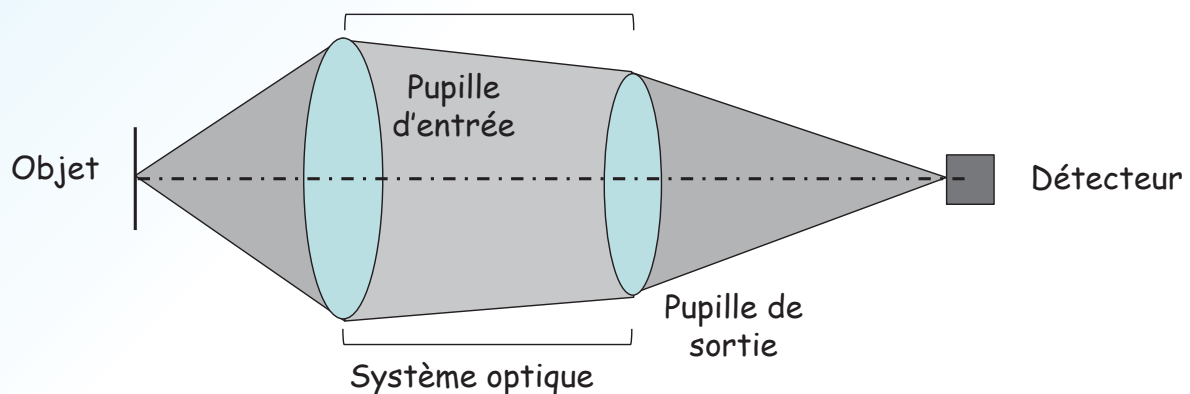
I. Caractérisation d'un rayonnement

1. Introduction à la radiométrie
2. Angle solide et étendue géométrique
3. Grandeurs radiométriques: flux, intensité, luminance...
- 4. Radiométrie des systèmes optiques**
5. Applications: sonde OSIRIS-REx et l'astéroïde Bennu

II. Sources lumineuses

III. De la source au détecteur

Système optique



Pour déterminer le flux reçu par le détecteur, provenant d'un objet, il faut déterminer :

- Le **diaphragme d'ouverture**
 - Le **diaphragme de champ**
- ⇒ Etendue géométrique G

Classification des systèmes

De façon remarquable, on peut classer d'un point de vue radiométrique, tous les systèmes optiques de type 'imageant' en seulement deux catégories:

Les capteurs de flux

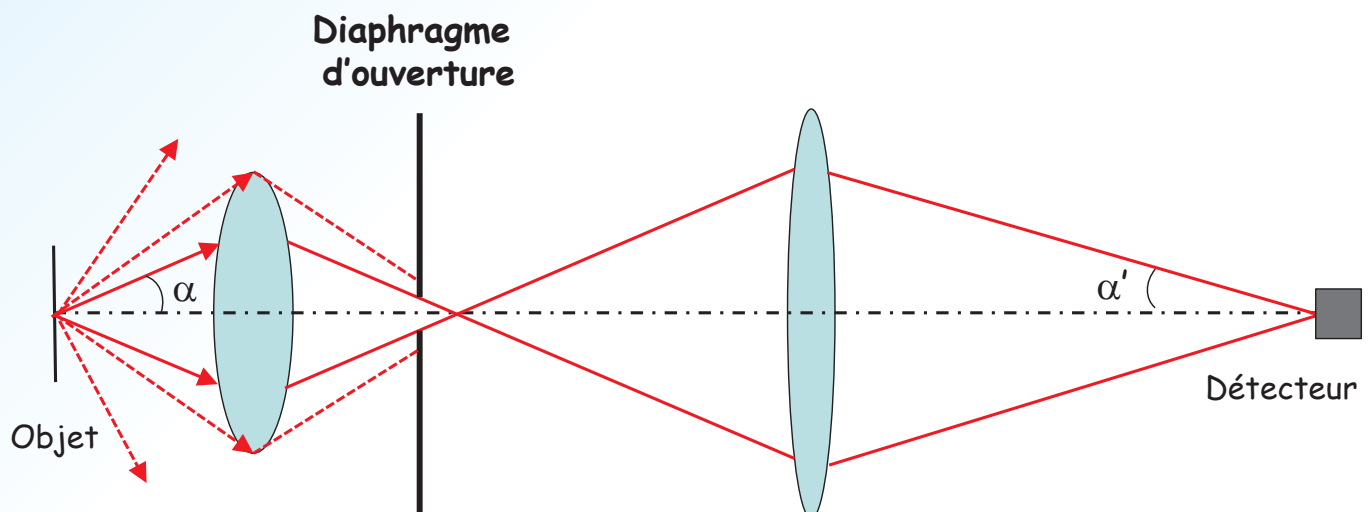
Les capteurs d'image

Ces deux catégories correspondent à deux configurations géométriques différentes, liées en particulier au diaphragme de champ.



- Un même système optique peut se trouver dans l'une ou l'autre de ces deux catégories suivant l'objet ou la source observée. Cette classification n'est pas intrinsèque au système optique, il faut toujours se poser la questions suivant l'application!
- Cette classification radiométrique n'est pas liée à la fonction du système optique (ex: un appareil photo peut être en mode capteur de flux dans certain cas).

Diaphragme d'ouverture

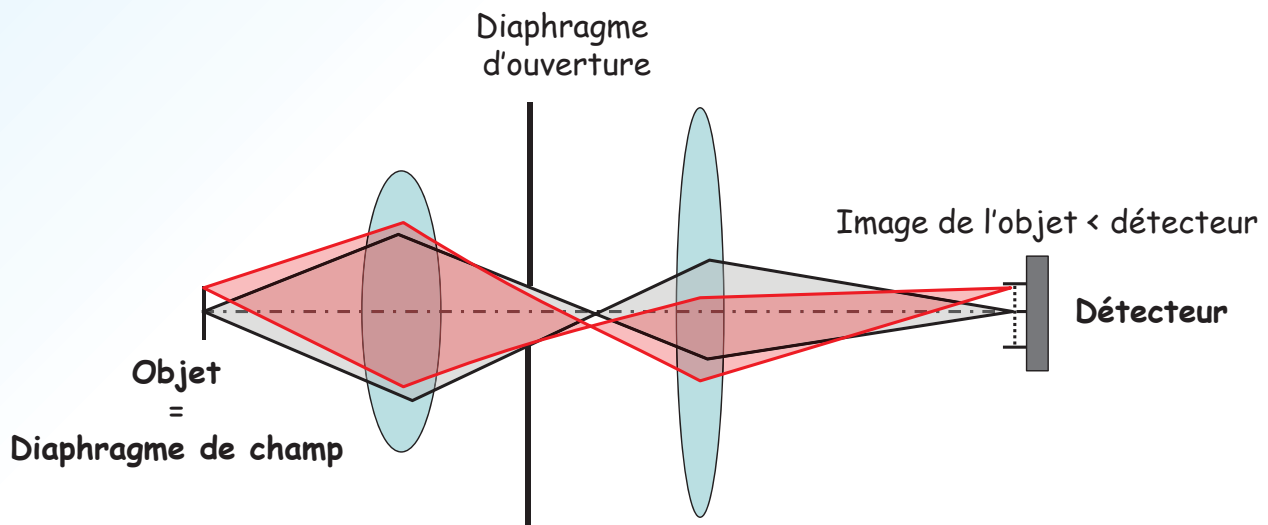


Le diaphragme d'ouverture impose un angle maximal α pour les faisceaux provenant de l'objet (resp. arrivant sur le détecteur : α')

Ce diaphragme d'ouverture peut être n'importe quel élément du système (un véritable diaphragme ou une optique).

Diaphragme de champ

Diaphragme de champ: 2 cas possibles

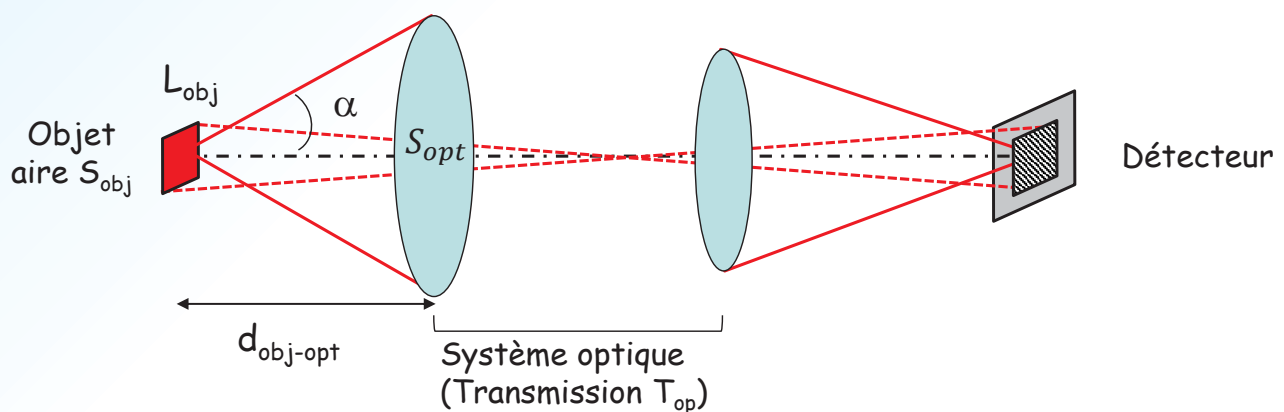


1^{er} cas : C'est la taille de l'objet qui limite le champ du système

Diaphragme de champ = Objet → **Capteur de flux**

Capteur de flux

Calcul du flux reçu dans un capteur de flux



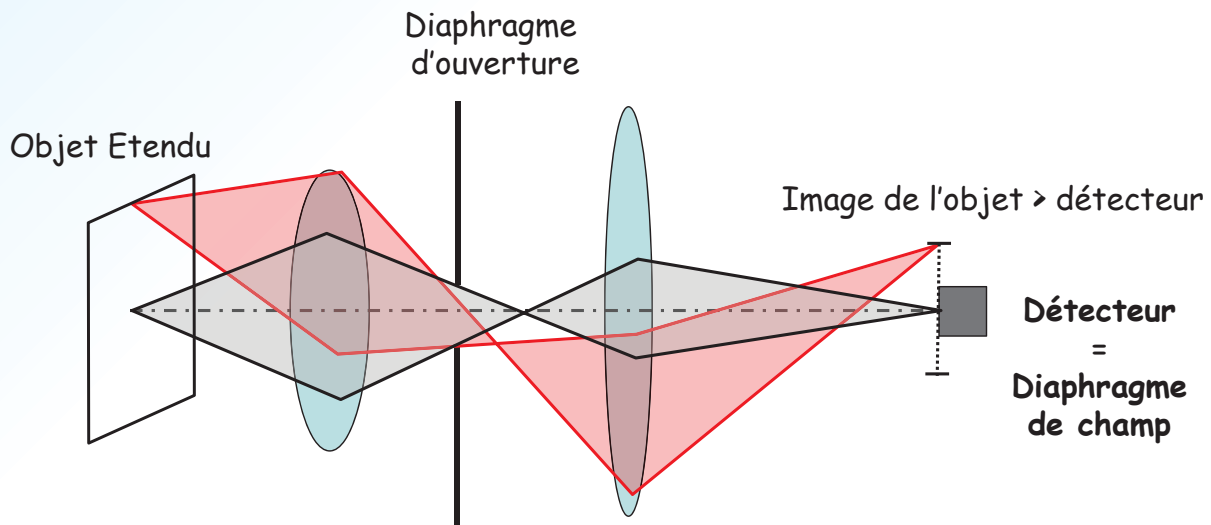
Si S_{obj} est petit par rapport à la surface de l'optique et la luminance de l'objet uniforme alors :

$$F_{dét} = T_{op} \cdot L_{obj} \cdot \pi \cdot S_{obj} \cdot \sin^2(\alpha) = T_{op} \cdot L_{obj} \cdot \frac{S_{obj} \cdot S_{opt}}{d_{obj_opt}^2}$$

diaphragme d'ouverture = pupille d'entrée

Système d'imagerie

Diaphragme de champ

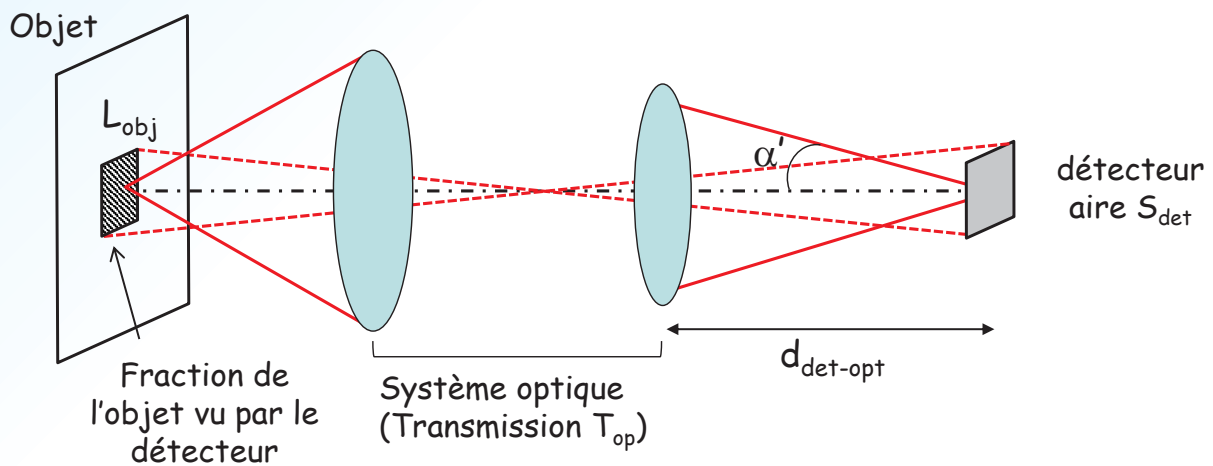


2nd cas : c'est la taille du détecteur qui limite le champ du système

Diaphragme de champ = détecteur → **Capteur d'image**

Système d'imagerie

Calcul du flux reçu dans un capteur d'image



Si S_{det} est petit par rapport à la surface de l'optique (très souvent le cas en pratique) et la luminance de l'objet uniforme alors :

$$F_{det} = T_{op} \cdot L_{obj} \cdot \pi \cdot S_{det} \cdot \sin^2(\alpha')$$

En pratique, α' est relié directement au nombre d'ouverture du système optique

Nombre d'ouverture

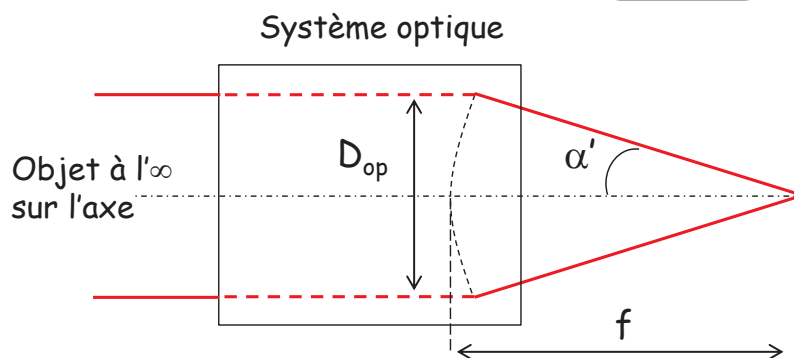
Nombre d'ouverture : Cas particulier d'un objet à l' ∞

On appelle nombre d'ouverture (noté N ou f/#) d'un système optique :

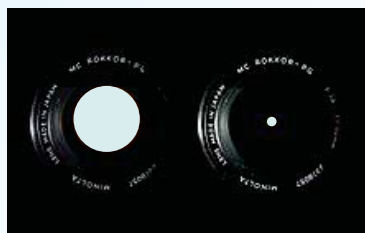
$$N = \frac{1}{2 \cdot \sin(\alpha')}$$

Pour un système aplanétique (sans coma, ni aberration sphérique), les plans principaux sont des portions de sphère, d'où :

$$N = \frac{f}{D_{op}}$$



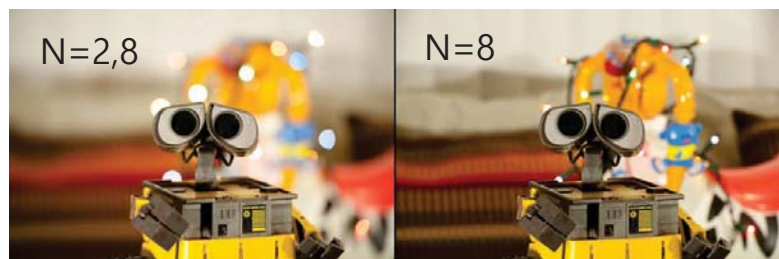
Nombre d'ouverture



$f/1,4$ (N = 1,4) $f/16$ (N = 16)

Petit nb d'ouverture :

- plus de lumière
- aberrations importantes
- profondeur de champ réduite



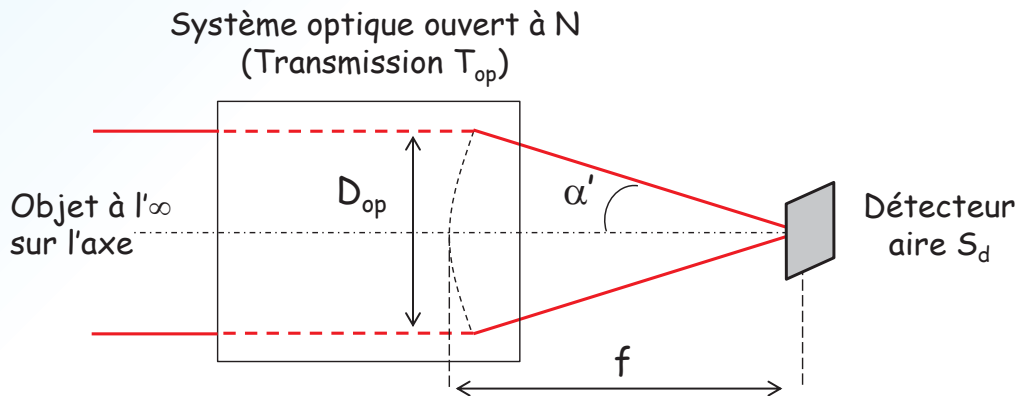
En microscopie, on définit plutôt l'ouverture numérique : $NA = n_0 \cdot \sin \theta$

Avec n_0 , l'indice du milieu couvrant (air, eau ou huile)



Configuration ∞ -foyer

Capteur d'image en configuration ∞ -foyer :



Le flux reçu par le détecteur s'écrit (pour S_d petit) :

$$F = T_{op} \cdot L_{obj} \cdot \pi \cdot S_d \cdot \sin^2(\alpha')$$

$$F = T_{op} \frac{\pi \cdot S_d}{4N^2} L_{obj}$$

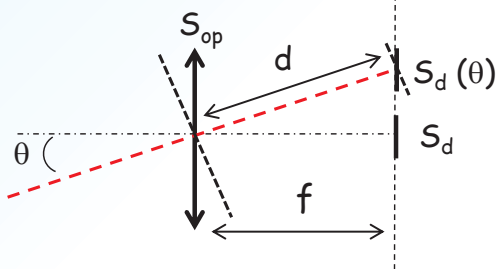


Uniquement valable
pour un objet à l' ∞

Eclairement hors axe

Eclairement dans le plan image pour un objet hors axe?

(lentille mince, faible ouverture)



Pour le pixel sur l'axe:

$$G = \frac{S_d S_{opt}}{f^2}$$

Pour un pixel hors axe:

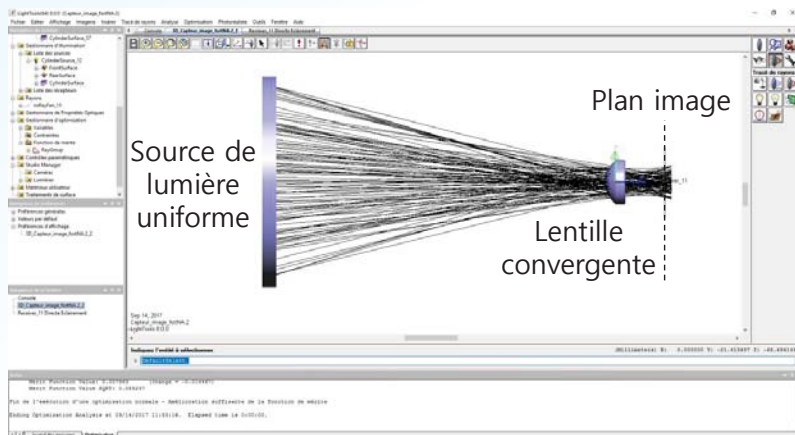
$$G(\theta) = \frac{S_d \cos \theta S_{opt} \cos \theta}{d^2}$$

Or: $f = d \cos \theta$ D'où: $G(\theta) = \frac{S_d \cdot S_{opt} \cos^4 \theta}{f^2} = G(0)$

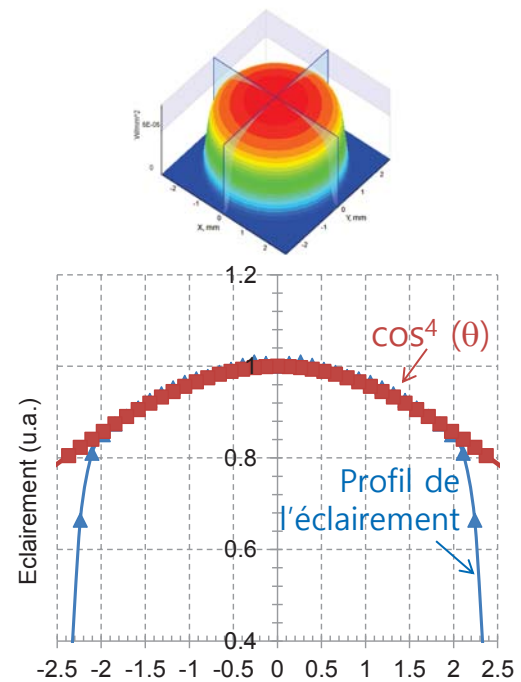
Donc, pour un objet de luminance uniforme : $E(\theta) = E(0) \cdot \cos^4(\theta)$

Loi en $\cos^4(\theta)$

Cette loi de l'éclairement hors axe est souvent appelée loi en $\cos^4(\theta)$. Pour des systèmes optiques peu aberrants, elle est bien vérifiée en pratique.



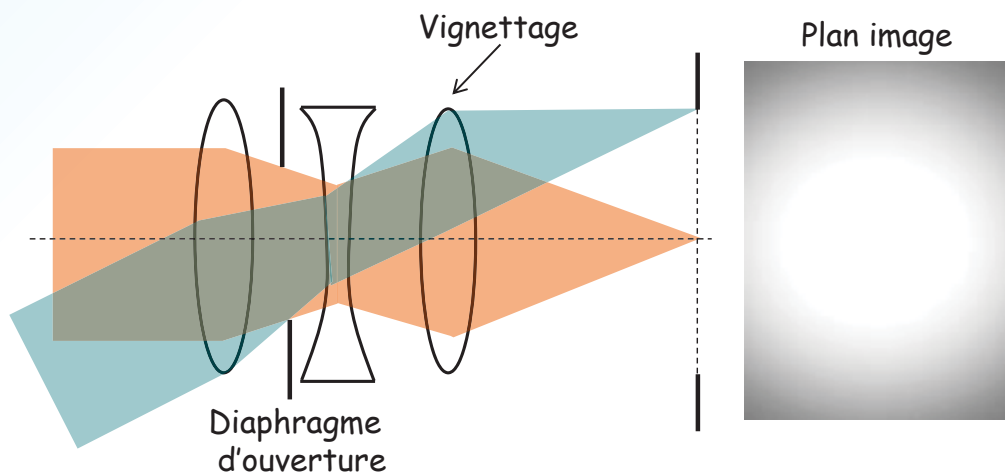
Simulation sous *Lighttools*



Coupe de l'éclairement dans le plan focal

Vignettage

Dans un système optique complexe, l'éclairement loin de l'axe optique sera très souvent limité par les différents éléments optiques ou mécaniques : Phénomène de vignettage

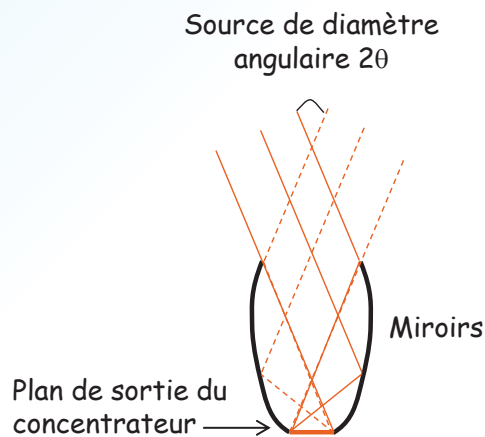


On observe un assombrissement très rapide au bords de l'image (coins sombres). Dans les bords de l'image, la loi en de variation de l'éclairement en $\cos^4(\theta)$ n'est plus valable.

Optique non imageantes

Pour certaines applications: énergie solaires, éclairage à LED... on cherche à maximiser la quantité de lumière collectée et non à faire une image de la source. Dans ce cas il est préférable d'utiliser des optiques non imageantes.

Ex: concentrateur parabolique



Ces systèmes permettent de collecter un maximum de flux, mais ne forme pas une image (au sens du stigmatisme) de la source.

La conservation de l'étendue géométrique reste valable dans ces systèmes !

Radiométrie et diffraction

Tout propagation réelle de la lumière devrait inclure le phénomène de **diffraction**.

En radiométrie, souvent négligeable : influence de la diffraction $< 1\%$

Toutefois, pour certaines applications demandant une grande précision de mesure (métrologie), il est nécessaire de tenir compte de la diffraction dans le bilan radiométrique.

On trouve dans la littérature (voir références en bas de page), des modèles analytiques dans un certain nombre de configurations courantes (source, détecteur circulaire, lumière monochromatique et polychromatique). Au-delà, un calcul numérique est la seule solution.



Exception notable: il faut toujours vérifier que le détecteur (photodiode, pixel d'une caméra...) est plus grand que la tache d'Airy, en particulier dans l'I. R.

1. Point source et ouverture circulaire: "Diffraction Losses in Radiometry and Photometry", W R Blevin, Metrologia, 6 (2), (1970)
2. Source et détecteur de taille finie: " Diffraction Corrections in Radiometry", W.H. Steel and al., JOSA, 62 (9), (1972)

I. Caractérisation d'un rayonnement

1. Introduction à la radiométrie
2. Angle solide et étendue géométrique
3. Grandeurs radiométriques: flux, intensité, luminance...
4. Radiométrie des systèmes optiques

5. Application: sonde OSIRIS-REx et l'astéroïde Bennu

II. Sources lumineuses

III. De la source au détecteur

Sonde OSIRIS-REx



OSIRIS-REx est une sonde de la NASA lancée en 2016, qui a pour mission de se **poser sur un astéroïde pour en prélever un échantillon et le ramener sur Terre.**

L'un des instruments à bord, est un télescope dans le visible qui doit permettre à la sonde de se diriger vers l'astéroïde *Bennu* pour s'y poser en 2020. Montrer que ce télescope *PolyCam* est effectivement capable de détecter l'astéroïde à une distance de plusieurs millions de km pour commencer ces manœuvres de mise en orbite.

Comment va-t-on modéliser ce problème :

On va calculer la luminance du soleil réfléchi par l'astéroïde et donc la quantité de flux reçu par OSIRIS.

Grandeurs utiles :

- Caractéristiques optiques du télescope (focal, diamètre du télescope, taille des pixels de la caméra...)
- Luminance du soleil dans le visible
- Caractéristique de l'astéroïde (taille, albédo).

Sonde OSIRIS-REx



Caractéristiques de l'astéroïde *Bennu*

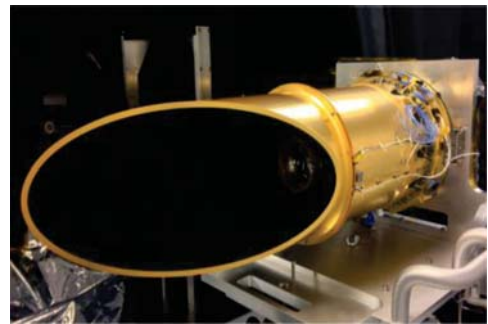
Distance du soleil	150 millions km
Diamètre	500 m
Albedo	5%

Télescope PolyCam

Diamètre	203 mm
Focal	635 mm
Transmission	50 %

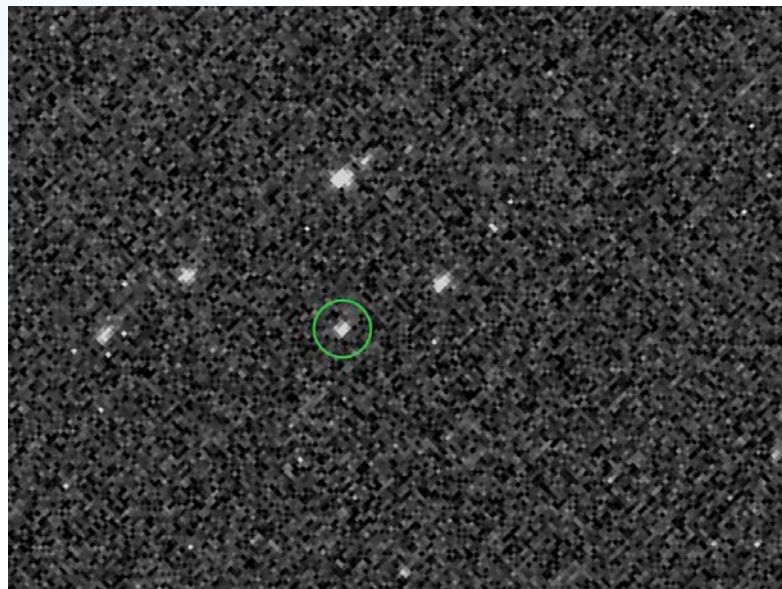
Caméra CCD visible

Capteur	1024 x 1024
Taille des pixels	9 x 9 μm



Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

Sonde OSIRIS-REx



Séquence d'images sur une durée d'une heure de l'astéroïde *Bennu* envoyée par OSIRIS le 17 août 2018, à une distance de 2 millions kilomètres. Images prises par l'instrument PolyCam. Crédit: NASA/OSIRIS-REx

Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

I. Caractérisation d'un rayonnement

II. Sources lumineuses

1. Le corps noir: modèle et propriétés

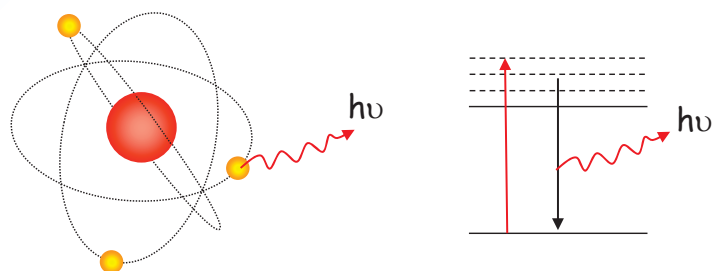
2. Sources par luminescence

3. Application : effet de serre et température de la Terre

III. De la source au détecteur

Sources lumineuses

In fine, la lumière de toute **source primaire** provient de la désexcitation d'atomes ou de molécules.

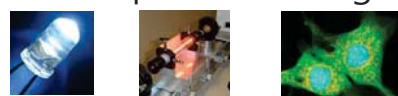


On distingue deux grandes classes de sources lumineuses :

- Par **incandescence**: l'énergie est apportée par la température (agitation thermique)



- Par **luminescence**: Toute autre mode d'excitation que le chauffage (fluorescence, électroluminescence, photoluminescence...)



Corps noir

Corps noir : modèle théorique pour une source à incandescence parfaite.

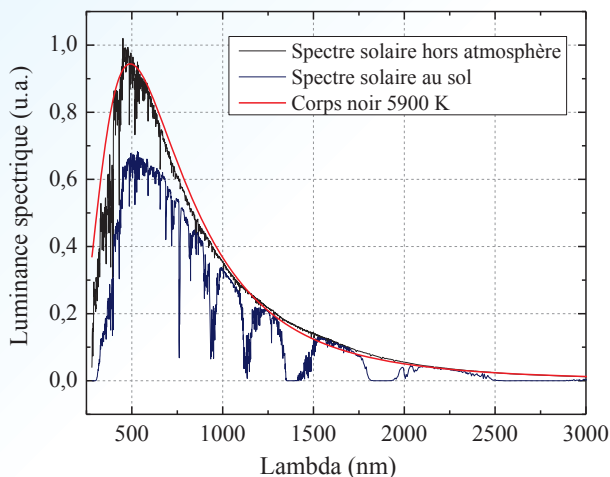


Fig. 1 : Spectre solaire (données ASTM¹)

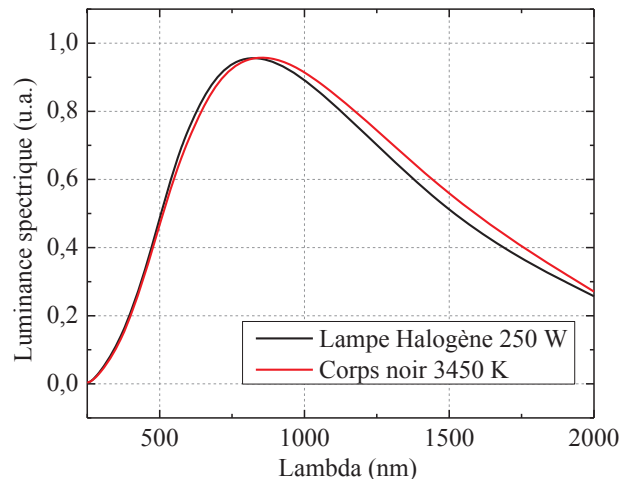


Fig. 2 : Spectre d'une lampe halogène 250 W et comparaison avec un corps noir à 3450 K

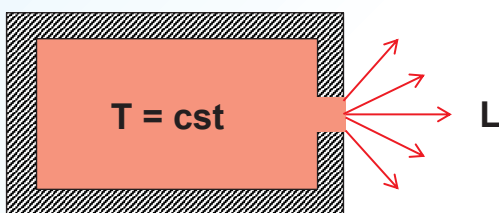
Exemple : ampoules à filament, lampes halogène, soleil, mais aussi (avec une bonne approximation) êtres vivants et la plupart des surfaces rugueuses faiblement réfléchissantes

¹. <http://rredc.nrel.gov/solar/spectra/>

Corps noir

Un corps noir absorbe toutes les radiations incidentes.

→ **Emissivité = Absorption = 100%** (Loi de Kirchhoff)



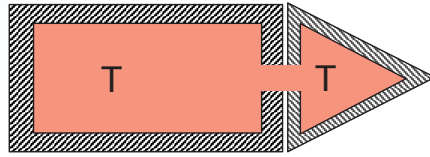
On modélise un corps noir par une large enceinte percée d'un petit trou, contenant un gaz de photon en équilibre thermique à une température T .

Ses propriétés essentielles sont:

- La luminance d'un corps noir ne dépend pas de sa forme ou des matériaux le composant.
- Un corps noir est une source idéale de type Lambertienne.
- Le spectre d'émission d'un corps noir ne dépend que de sa température.

Corps noir

Supposons que l'on connecte deux corps noirs de même température mais de forme ou/et de matériaux différents



Si la luminance dépendait de la forme/matériaux du Corps noir:

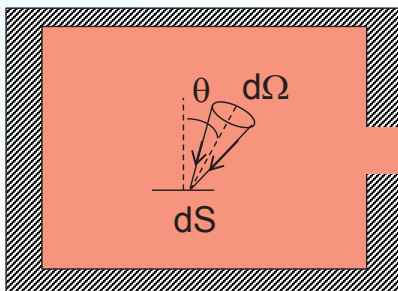
- Flux net d'une enceinte vers l'autre.
 - Echauffement spontanée d'une cavité
- Interdit par le **2nd Principe** de la thermodynamique !

Le rayonnement d'un Corps noir ne dépend pas de la forme ou des matériaux le constituant. Il est nécessairement isotrope.

Un corps noir est une source Lambertienne

Corps noir

Luminance et énergie interne:

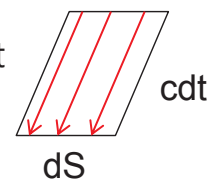


Le flux spectrique traversant l'élément de surface dS et provenant de $d\Omega$ s'écrit :

$$d^2 F_\lambda = dS \cdot L_\lambda \cdot \cos(\theta) \cdot d\Omega$$

Avec l'énergie : $d^3 Q_\lambda = d^2 F_\lambda \cdot dt$

Cette énergie est contenue dans un cylindre de base dS et de hauteur $c \cdot dt \cdot \cos(\theta)$:



D'où, pour une longueur d'onde donnée, la densité volumique d'énergie spectrique s'écrit :

$$du_\lambda = \frac{d^3 Q_\lambda}{dS \cdot c \cdot dt \cdot \cos(\theta)} = \frac{L_\lambda \cdot d\Omega}{c}$$

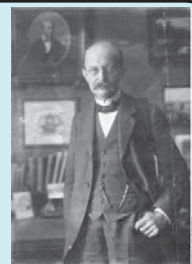
Corps noir

La luminance spectrique d'un corps noir est donc proportionnelle à sa densité d'énergie interne :

$$u_\lambda = \int \frac{L_\lambda d\Omega}{c} \quad L_\lambda = \frac{c}{4\pi} u_\lambda$$

Mais une approche de physique classique (thermodynamique classique) n'a pas permis aux physiciens du 19^{ème} siècle de déterminer correctement la densité d'énergie interne de ce gaz de photons dans la cavité...

Max Planck (1858-1947), Physicien allemand, professeur à l'Université de Berlin. Il est le premier à avoir relié le concept de l'entropie d'un système au dénombrement de ses états possibles ($S = k \cdot \log(W)$). Max Planck est surtout reconnu pour avoir postulé la quantification de l'énergie, ouvrant la voie à la révolution quantique en Physique. Prix Nobel en 1918.



Corps noir

Hypothèse de Planck

quantification de l'énergie d'un oscillateur : $E = n \frac{hc}{\lambda}$



Le gaz de photon constituant le Corps noir est considéré comme un ensemble d'oscillateurs à différentes longueurs d'onde λ , de densité d'énergie interne spectrique :

$$u_\lambda = \rho(\lambda) \cdot \bar{n} \cdot \frac{hc}{\lambda} \quad \bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(n)$$

$\bar{n}$ étant le niveau d'énergie moyen d'un oscillateur.

Avec la probabilité $p(n)$ pour un oscillateur d'être dans l'état n donnée par la statistique de Boltzmann (équilibre thermique) :

$$p(n) = \frac{e^{-n \frac{hc}{k_B T \lambda}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n \frac{hc}{k_B T \lambda}}} = \left(1 - e^{-\frac{hc}{k_B T \lambda}} \right) e^{-n \frac{hc}{k_B T \lambda}}$$

Corps noir

On pose $u = e^{-\frac{hc}{k_B T \lambda}}$: $\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(n) = (1-u) \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot u^n$

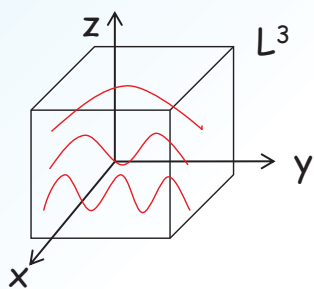
Or: $\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot u^n = u \left(\sum_{n=0}^{\infty} u^n \right)'$

D'où: $\bar{n} = (1-u) \cdot u \left(\frac{1}{1-u} \right)' = \frac{u}{1-u}$

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}$$

Corps noir

Dans une cavité $L \times L \times L$, les modes du champ électromagnétique sont de la forme (voir cours d'électromagnétisme 1A) :

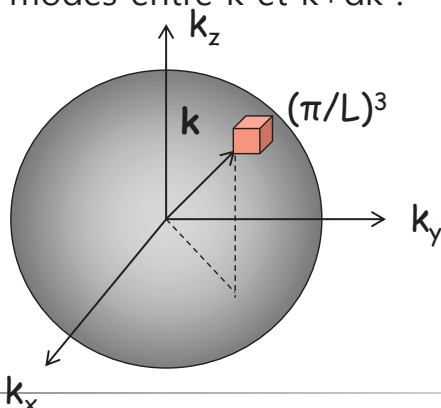


$$k_x = n_x \pi / L$$

$$k_y = n_y \pi / L$$

$$k_z = n_z \pi / L$$

Nombre de modes entre k et $k+dk$:



$$n(k) = \frac{4\pi k^2 dk}{(\pi/L)^3} \cdot \overbrace{\frac{1}{8}}^{k_{x,y,z} > 0} \cdot \underbrace{2}_{\text{2 Polarisations}}$$

$$\rho(k) = \frac{n(k)}{L^3}$$

$$\rho(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} d\lambda$$

Loi de Planck

On obtient donc une densité d'énergie interne spectrique du gaz de photon à l'équilibre thermique T :

$$u_\lambda = \rho(\lambda) \cdot n \cdot \frac{hc}{\lambda}$$

$$u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}$$

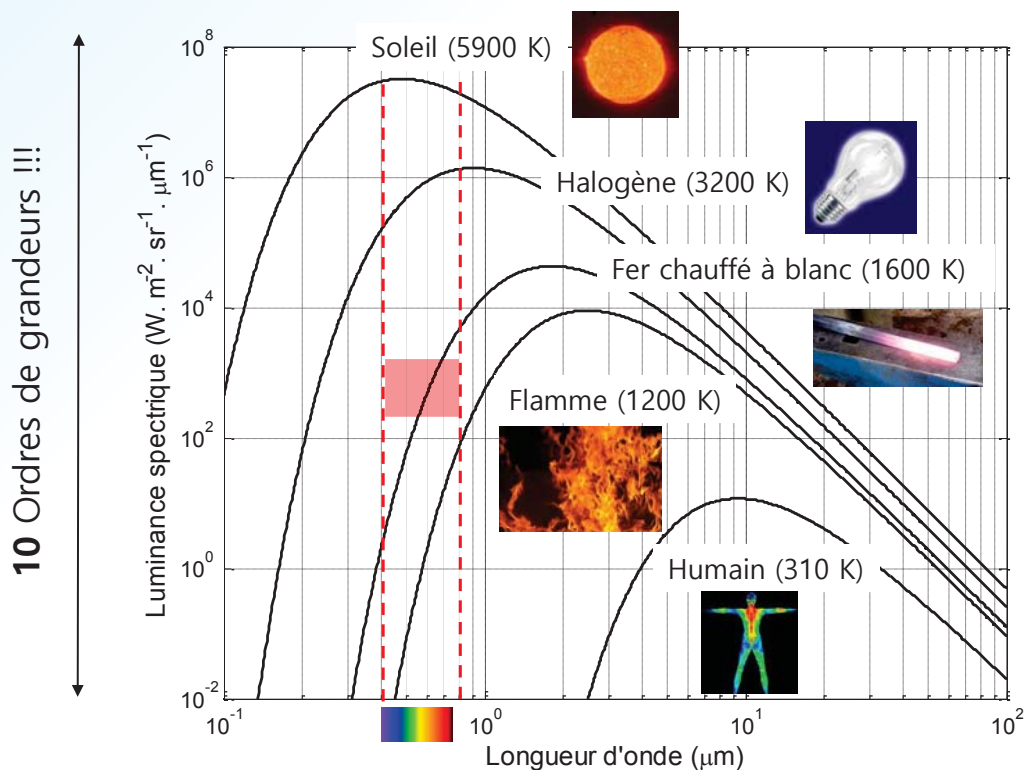
On en déduit la luminance spectrique d'un corps noir :

Loi de Planck : $\frac{dL}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T \lambda}} - 1}$ $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{m}^{-1}$

Le spectre d'émission d'un corps noir ne dépend que de sa température.

Loi de Planck

Exemple de spectres de corps noir théoriques

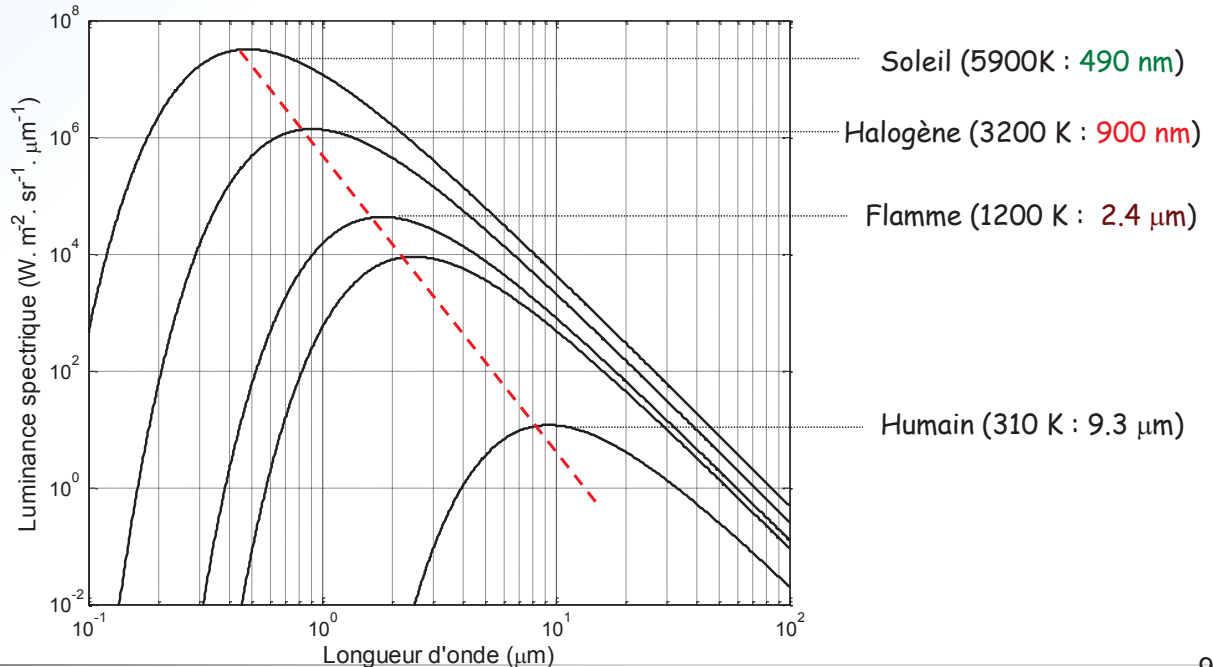


D'autres phénomènes (**bandes d'absorption/d'émission**) se superposent en réalité à ces spectres théoriques.

Loi de Wien

On montre que la position du maximum d'émission λ_m est proportionnelle à l'inverse de la température:

Loi de Wien: $\lambda_m \cdot T = K_1 = 2898 \mu\text{m K}$ (! avec λ_m en micron)



Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

91

Corps noir

Au maximum d'émission λ_m , la luminance spectrique d'un corps noir s'écrit:

$$\frac{dL}{d\lambda}(\lambda_m) = K_2 \cdot T^5$$

Avec $K_2 = 4,093 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{K}^{-5} \cdot \mu\text{m}^{-1}$



la luminance spectrique $\frac{dL}{d\lambda}$ est ici par micron

Cette formule est utile pour avoir une estimation de la luminance d'un corps noir dans une bande de détection $\Delta\lambda$ autour de son maximum d'émission.

Exemple: Estimation de la luminance du soleil dans le visible ($\Delta\lambda = 300 \text{ nm}$)

$$L_{\text{soleil}}^{\text{visible}} =$$

Valeur exacte (par intégration de la loi de Planck) : $L_{\text{soleil}}^{\text{visible}} = 8.13 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$

Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

92

Loi de Stefan

Loi de Stefan :

La densité d'énergie interne sur tout le spectre vaut :

$$L_{tot} = \int \frac{\partial L}{\partial \lambda} d\lambda \quad \text{On pose: } x = \frac{hc}{k_B T \lambda} \quad dx = -\frac{d\lambda}{\lambda^2} \frac{hc}{k_B T}$$

$$L_{tot} = \frac{2k_B^4 T^4}{h^3 c^2} \int \frac{x^3}{e^x - 1} dx \quad \text{Les tables d'intégrales donnent: } \int \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

La luminance totale d'un corps noir, sur l'ensemble du spectre, est donc donnée par :

Loi de Stefan:

$$L_{tot} = K_3 \cdot T^4$$

$$K_3 = \frac{2\pi^4 k_B^4}{15h^3 c^2} = 1,804 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{K}^{-4}$$

$$M_{tot} = \sigma \cdot T^4$$

$$\text{Constante de Stefan: } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$$

Luminance relative

Lois du corps noir en coordonnées réduites :

Pour ne pas avoir à calculer explicitement la loi de Planck, on définit la luminance spectrique relative en coordonnées réduites λ/λ_m :

$$\left(\frac{dL}{d\lambda}\right) / \left(\frac{dL}{d\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_m} = f_e(\lambda/\lambda_m) \longrightarrow \frac{dL}{d\lambda}(\lambda) = K_2 \cdot T^5 f_e(\lambda/\lambda_m)$$

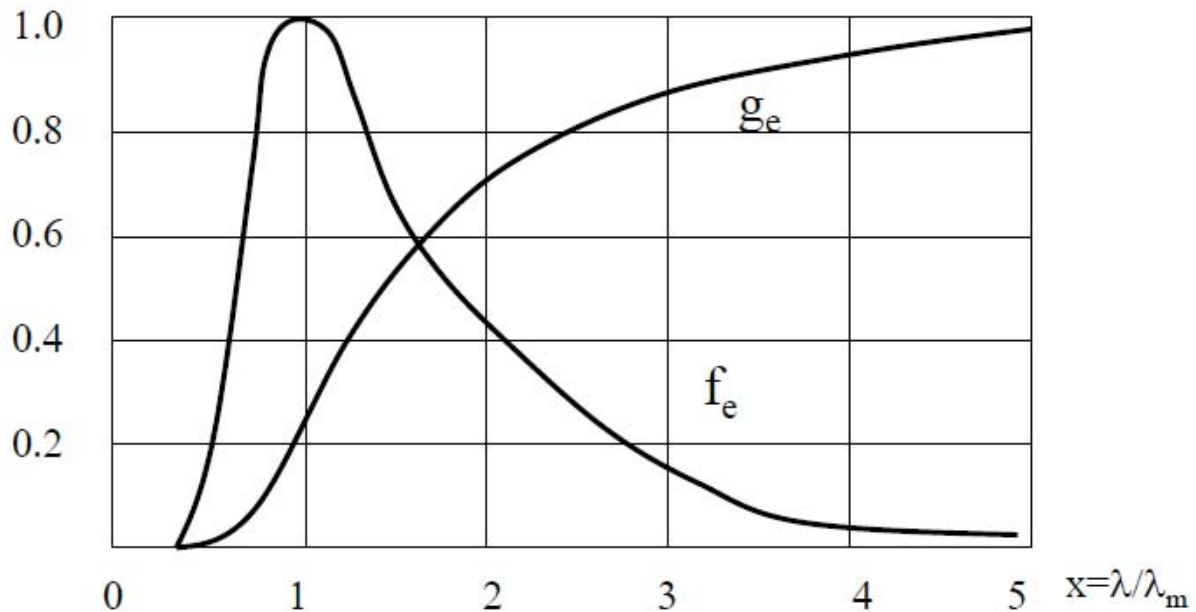
Et de même, la luminance totale émise entre 0 et λ :

$$\int_0^\lambda \frac{dL}{d\lambda} d\lambda / \int_0^\infty \frac{dL}{d\lambda} d\lambda = g_e(\lambda/\lambda_m) \longrightarrow \int_0^\lambda \frac{dL}{d\lambda} d\lambda = K_3 \cdot T^4 g_e(\lambda/\lambda_m)$$

Les fonctions normalisées $f_e(\lambda/\lambda_m)$ et $g_e(\lambda/\lambda_m)$ sont tabulées.

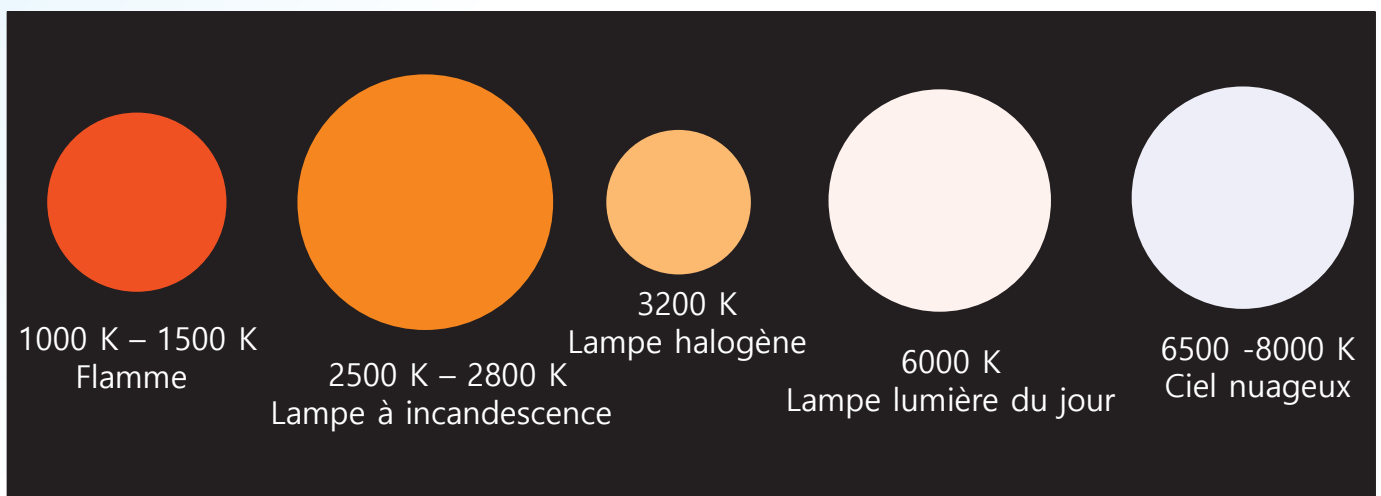
Luminance relative

Fonctions normalisées $f_e(\lambda/\lambda_m)$ et $g_e(\lambda/\lambda_m)$



Température de couleur

On définit la température de couleur proximale comme celle du corps noir dont la couleur se rapproche le plus de celle de la lumière à caractériser.



Pour des sources par luminescence, la température de couleur n'a aucun rapport avec la température réelle de l'objet.

Corps 'gris'

Corps gris

Pour les émetteurs qui ne sont pas des corps noirs parfaits mais dont l'absorption (et donc l'émissivité) est constante sur une portion du spectre:

On parle de **corps 'gris'** : émissivité ε inférieure à 1 ($\varepsilon = \alpha < 1$)

Exemple¹ :

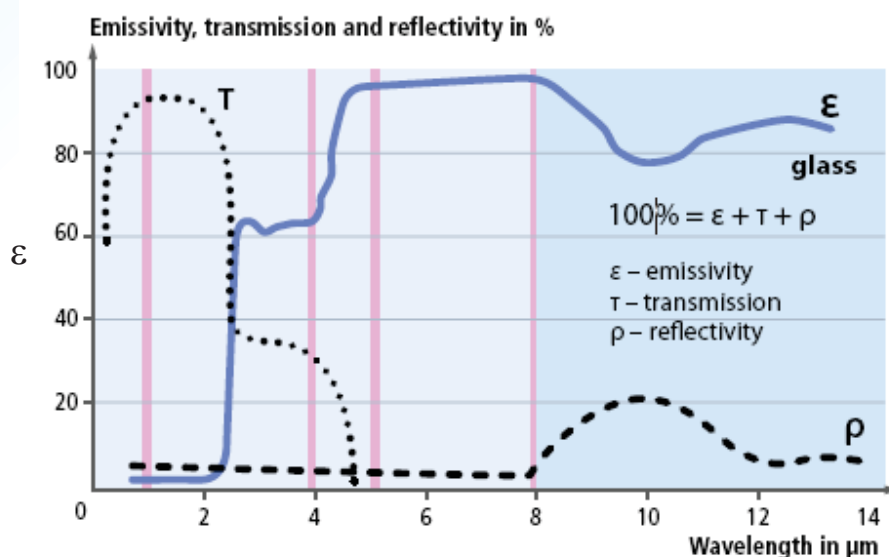
	Emissivité
Corps humain (dans l'IR)	0,98
Eau (IR)	0,95
Bois (IR)	0,90
Verre (IR)	0,92
Filament de tungstène (visible)	0,3
Miroir aluminium (visible)	0,04

Emissivité ~ 1 pour beaucoup d'objets dans l'I.R. (en dehors des métaux)

1. <http://fr.wikipedia.org/wiki/Emissivité>

Emissivité

L'émissivité de tous les matériaux dépend fortement de la longueur d'onde (comme l'absorption et la réflectivité). Un objet peut être un corps noir dans une certaine gamme de λ et être un réflecteur dans une autre gamme spectrale.



Emissivité du verre en fonction de la longueur d'onde

Corps 'gris'

Il est possible pour ces sources, d'utiliser malgré tout la loi de Planck et les autres lois du Corps noir en les corrigeant de leur émissivité :

$$\frac{dL}{d\lambda}_{\text{corps gris}} = \varepsilon(\lambda, T) \cdot \frac{dL}{d\lambda}_{\text{corps noir}}$$



En pratique l'émissivité d'un objet donné dépend de la longueur d'onde considérée de sa température et de son état de surface.

L'émissivité est un paramètre difficile à connaître précisément en général, le modèle théorique du corps gris ne donnera alors qu'une **estimation de la luminance** d'une source.

Corps noir expérimentaux

Un corps noir parfait à une réflectivité nulle et une absorption de 100% sur tout le spectre électromagnétique. En pratique, il est uniquement possible de s'approcher de cet idéal sur une portion limitée du spectre dans l'IR thermique.

Il existe commercialement un certain nombre de **sources d'étalonnage de type corps noir** dont la précision varie de 1% (émissivité de 0,99) à 0,1% (émissivité de 0,999) pour les plus coûteuses.



Prisma Instruments



AOIP

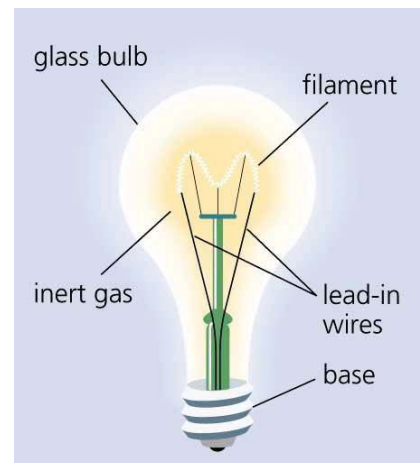
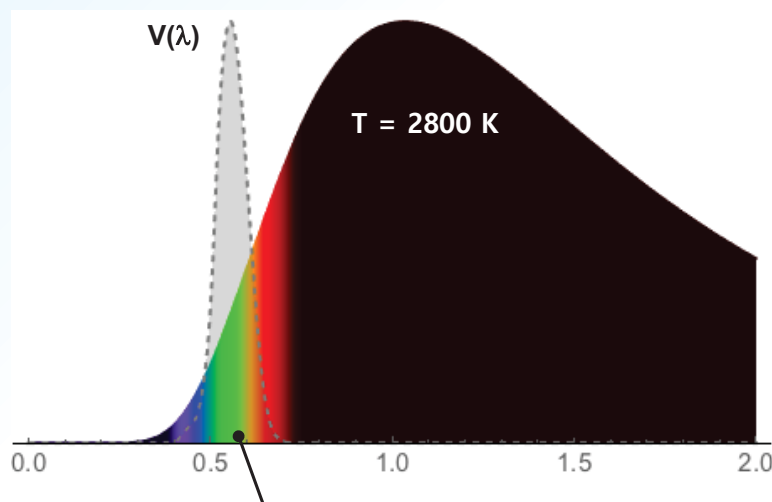


HGH

Ces sources servent essentiellement à calibrer la réponse des détecteurs proche-infrarouge ou dans l'infrarouge thermique.

Lampes incandescentes

Lampe à filament : $T \approx 2800 \text{ K}$

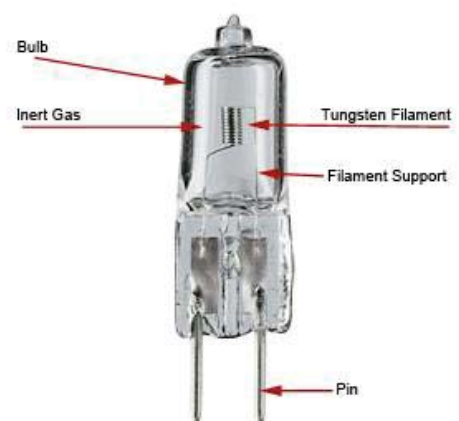
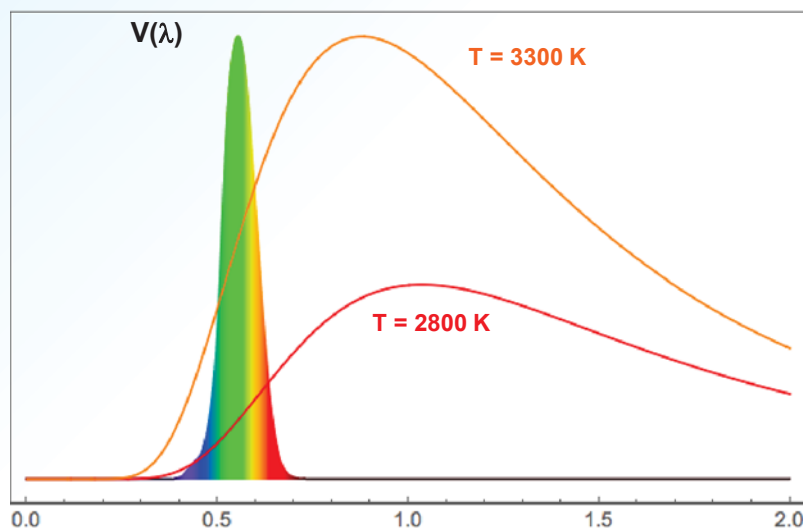


Seulement 10 % de la luminance totale est dans le visible !

- Le filament est chauffé par un courant électrique (effet Joule).
- Faible efficacité lumineuse $\leq 20 \text{ lm/W}$.
- Emission isotropique, spectre large et continu.

Lampes incandescentes

Lampe halogène à filament Tungstène : $T \approx 3200 \text{ K}$

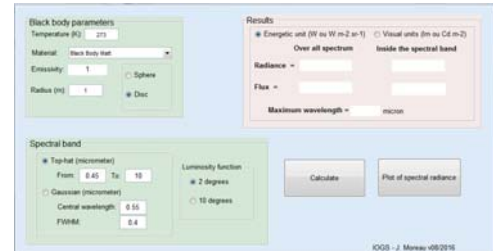


- Le filament est chauffé par un courant électrique (effet Joule)
- Meilleure efficacité lumineuse $\leq 30 \text{ lm/W}$
- Emission isotropique, spectre large et continu.

Référence corps noir

Sur *Libres savoirs/Radiométrie* (<http://paristech.institutoptique.fr/site.php?id=31>) vous trouverez les outils et des références suivantes liés au corps noir:

- Une interface graphique Matlab permettant de calculer différentes grandeurs radiométriques d'un corps noir.



- Des tables d'émissivité de différents matériaux.

Plan du cours

I. Caractérisation d'un rayonnement

II. Sources lumineuses

1. Le corps noir: modèle et propriétés
- 2. Sources par luminescence**
3. Application : effet de serre et température de la Terre

III. De la source au détecteur

Sources par luminescence

Principe : Excitation **sélective** d'un niveau fondamental à un niveau supérieur en énergie et retour dit «radiatif» à l'état initial.

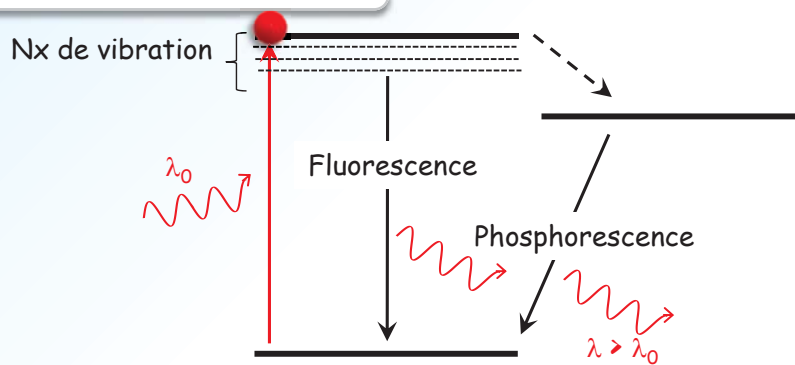
Sources d'excitation variées : Courant (électroluminescence), lumière incidente (phosphorescence, fluorescence), réaction chimique (chimiluminescence, bioluminescence), frottement mécanique (triboluminescence).

Propriétés spectrales : Spectre d'émission étroit relié au gap énergétique du matériau excité.



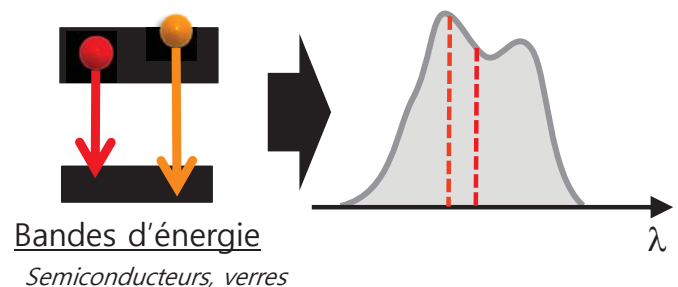
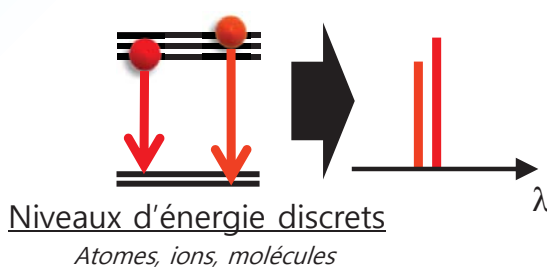
Le modèle du corps noir ne s'applique pas !

Fluorescence/Phosphorescence



Minéral Fluorite
(Weardale, England)

Un fluorophore absorbe l'énergie lumineuse sur une bande relativement étroite et la restitue à une longueur d'onde plus haute : $\lambda > \lambda_0$. Désexcitation spontanée après un temps caractéristique. Emission isotrope.



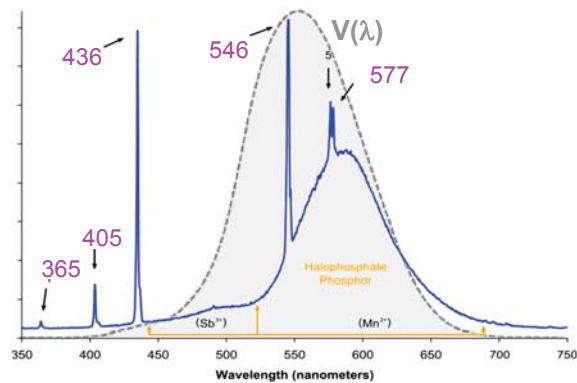
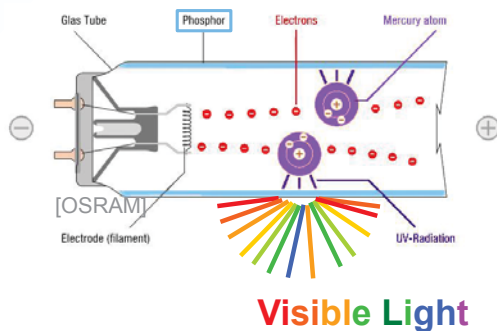
Sources fluorescentes

Lampe basse consommation/lampe fluo-compacte,

Consommation électrique faible et une très grande efficacité lumineuse ($\leq 50 \text{ lm/W}$)

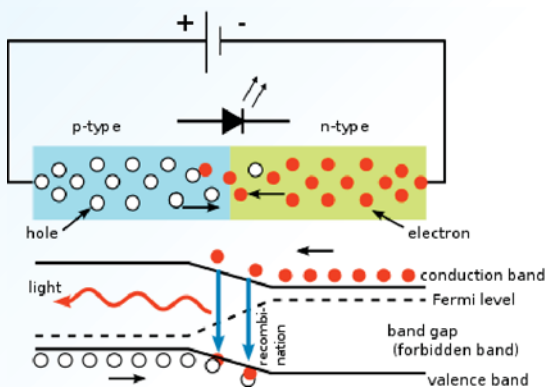


Principe : Excitation par décharge d'un gaz (généralement vapeur de mercure) qui émet dans l'UV (254 nm, 185nm)
Cette émission UV excite une poudre fluorescente déposée sur la face interne du tube. Ce dernier émet vers l'extérieur dans le visible



Sources électroluminescentes

Diodes électroluminescentes (LED)



Recombinaison électron – trou dans une jonction P-N: émission d'un photon (électroluminescence).
Rayonnement quasi monochromatique : $h\nu \sim \Delta E_g$

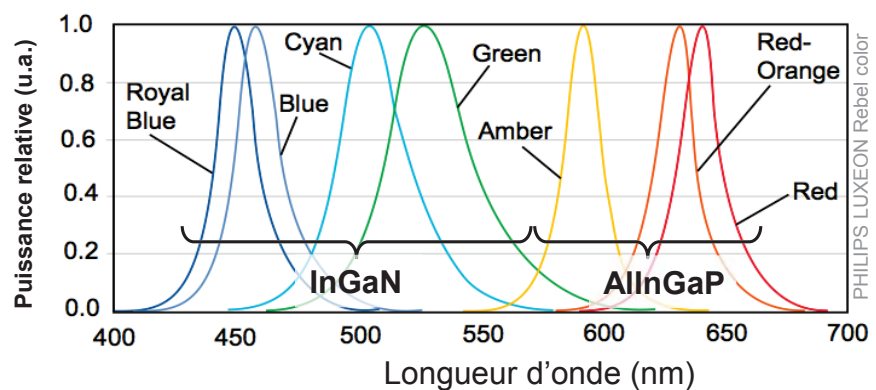
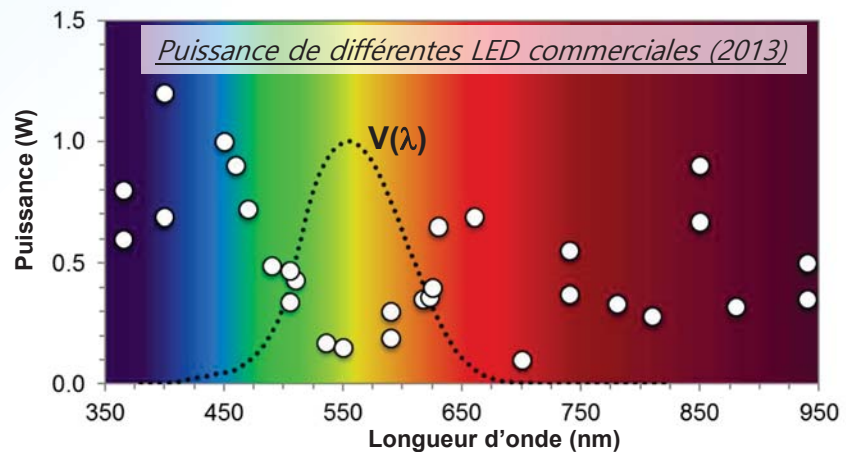
Faible surface d'émission (diamètre de qqs 100 μm).

- Grand choix de longueur d'onde d'émission (UV - visible – I.R) suivant le semi-conducteur utilisé.
- Faible consommation d'énergie, grande durée de vie. Augmentation exponentielle de la puissance des LED depuis 1960. Apparition récente de LED de puissance (plusieurs W) pour l'automobile et l'éclairage.



LED spectre d'émission

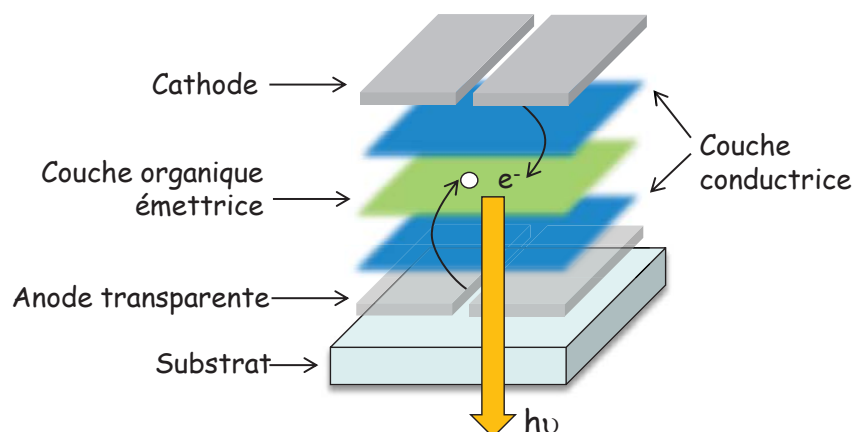
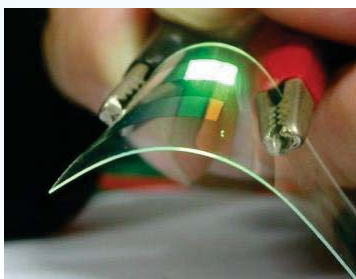
InGaAsP	1,1 - 1,65 μm
AlGaAs	750 - 870 nm
GaAsP	550 - 700 nm
AlGaAsP	630 - 670 nm
AlGaInP	550 - 680 nm
InGaN	390 - 530 nm



Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

OLED

Les diodes électroluminescentes organiques (OLED) sont un type de LED fabriquées à partir d'une superposition de plusieurs **couches semi-conductrices organiques** entre deux électrodes dont l'une (au moins) est transparente.



Les avantages principaux sont une faible consommation d'énergie et la possibilité d'avoir un support souple. Durée de vie et vieillissement encore problématique !

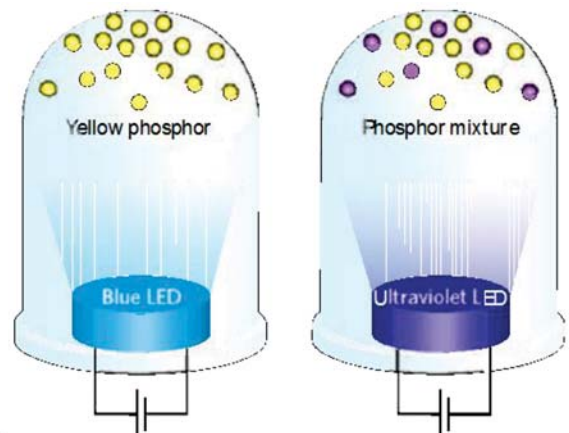
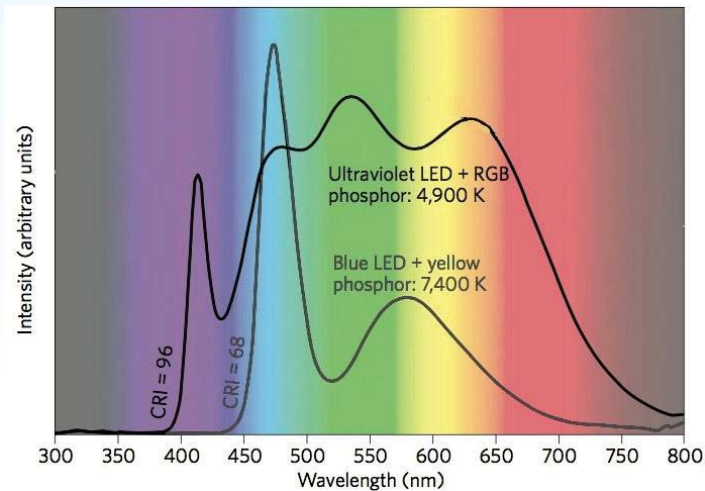
Utilisées dans de plus en plus d'appareil grand public : portables, télévision, éclairage d'ambiance...

Julien Moreau – Institut d'Optique - 2019

LED blanche

Cas des LED blanches

Utilisation d'une LED bleu ou UV (InGaN) recouvert d'une couche de matériau phosphorescent



Très simple de fabrication, bonne efficacité lumineuse (**>50-100 lm/W**) mais problème de dissipation thermique. Enjeux considérables sur le plan industriel et énergétique.

Plan du cours

I. Caractérisation d'un rayonnement

II. Sources lumineuses

1. Le corps noir: modèle et propriétés
2. Sources par luminescence

3. Application : effet de serre et température de la Terre

III. De la source au détecteur



Expliquer la température moyenne à la surface de la Terre (de l'ordre de 15°C) en utilisant le modèle du Corps Noir et l'effet de serre.

Comment va-t-on modéliser ce problème :

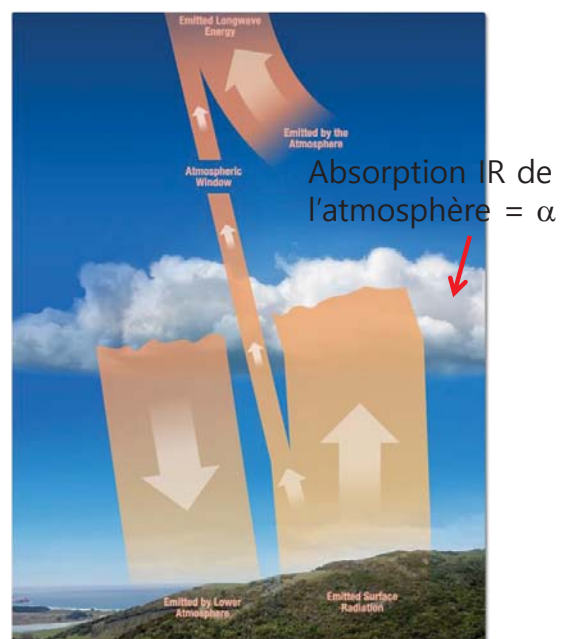
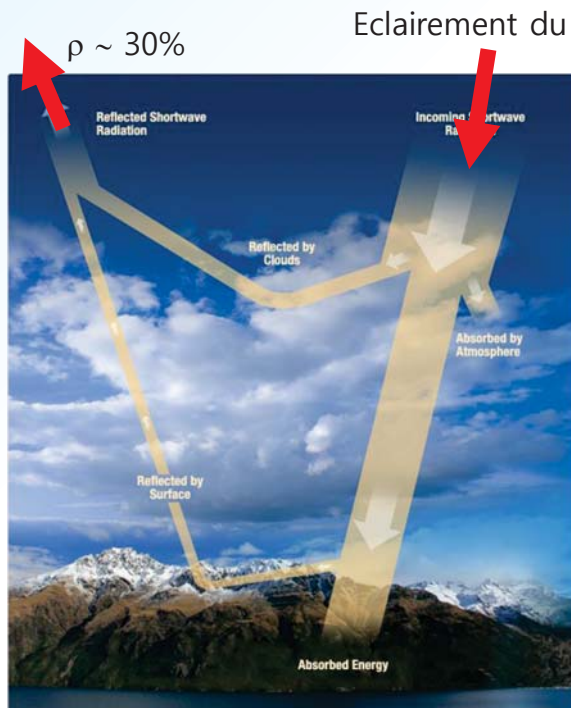
On va considérer l'atmosphère comme un corps gris, absorbant une partie du rayonnement solaire et en réémettant une partie vers la surface de la Terre (effet de serre) et l'autre vers l'espace. En écrivant une équation d'équilibre des flux, on doit pouvoir en déduire une température d'équilibre.

Grandeurs à récupérer :

- Albédo de l'atmosphère.

Climat et effet de serre

Albédo de la Terre:



En moyenne, au niveau du sol $T_{\text{Terre}} \sim 288 \text{ K}$

I. Caractérisation d'un rayonnement

II. Sources lumineuses

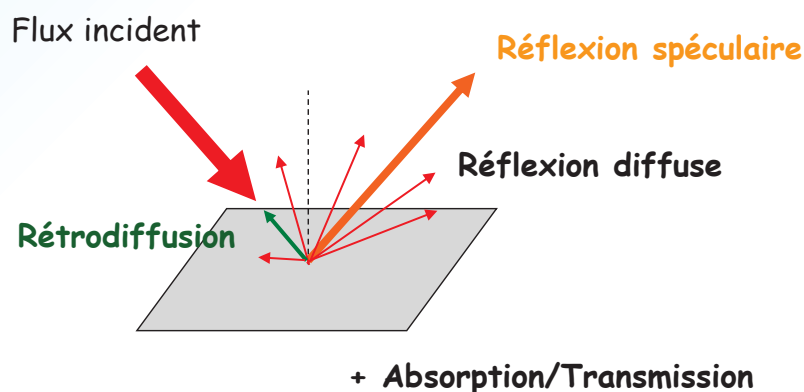
III. De la source au détecteur

1. Réflexion sur une interface

2. Milieu de propagation: absorption et diffusion simple
3. Cas général d'un milieu diffusant : RTE
4. Exemples: atmosphère et tissus biologiques

Propriétés des surfaces

Une surface séparant deux milieux :



Réflexion spéculaire: réflexion dans la direction $(-\theta)$, donnée par les lois de Fresnel.

Réflexion diffuse: réflexion due à la rugosité, dans toutes les directions.

Rétrodiffusion: cas particulier de la réflexion diffuse dans la direction du flux incident.

Rappel: réflexion

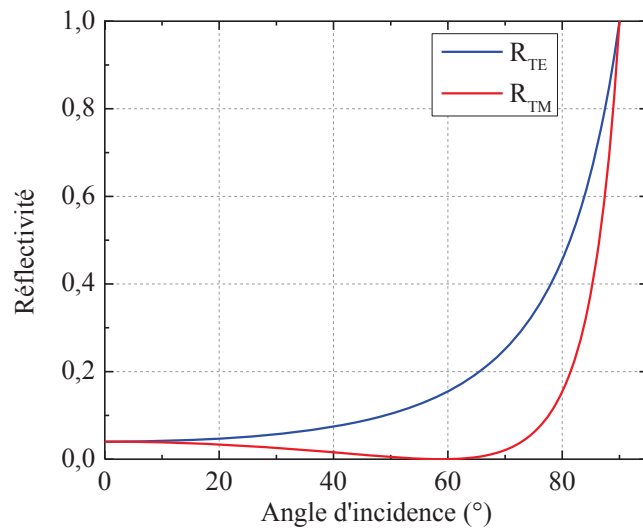
Réflexion spéculaire : lois de la réflexion de Fresnel:

$$r_{TE} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$r_{TM} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

En incidence normale :

$$r_{TE} = r_{TM} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



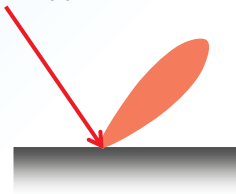
Réflectivité d'une interface Air-Verre

→ La connaissance de l'indice optique et de l'angle d'incidence suffisent donc pour prévoir très simplement la quantité de lumière renvoyée de façon spéculaire par une cible.

Réflexion diffuse

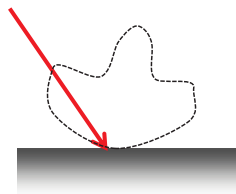
Contrairement au cas simple de la réflexion spéculaire, la réflexion diffuse par une surface est un problème théorique complexe.

$$r_{diff} = \delta(\theta, \varphi)$$



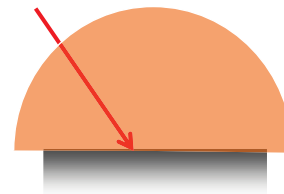
Réflexion
quasi-spéculaire

$$r_{diff} = f(\theta, \varphi)$$



Cas général

$$r_{diff}(\theta, \varphi) = \text{cst}$$

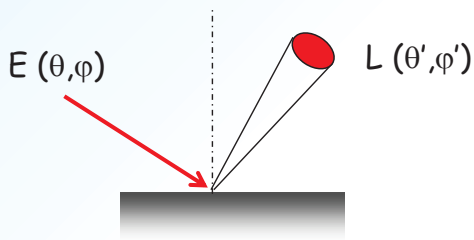


Réflexion
Lambertienne

L'amplitude de la réflexion diffuse est directement liée à la **rugosité** de la surface.

BRDF

Pour une surface quelconque, on définit la BRDF (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*) : rapport de la luminance dans la direction (θ', φ') à son éclairement $E(\theta, \varphi)$:



$$BRDF(\lambda, \theta, \varphi, \theta', \varphi') = \frac{L(\lambda, \theta', \varphi')}{E(\lambda, \theta, \varphi)} \text{ (unité: sr}^{-1}\text{)}$$

Idéalement, la BRDF d'une surface devrait respecter un certain nombre de propriétés:

- Positive : $BRDF > 0$
- Symétrique : $BRDF(\theta, \varphi, \theta', \varphi') = BRDF(\theta', \varphi', \theta, \varphi)$
- Conservation de l'énergie : $\int BRDF \cdot \cos(\theta') \cdot d\Omega' \leq 1$

Exemples: Surface lambertienne: $BRDF = \rho / \pi$

Modèles de BRDF

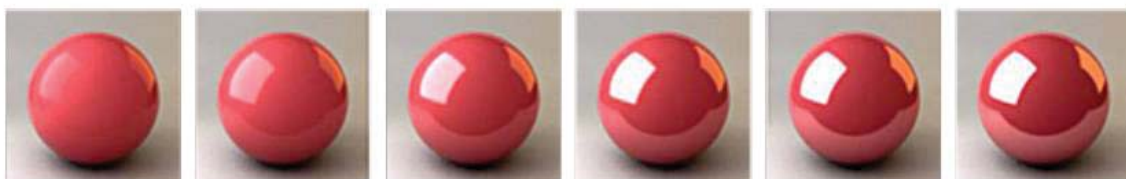
De très nombreux modèles de BRDF ont été développés pour modéliser des surfaces diffuses (sols, peau, végétation...). On distingue :

- **les modèles empiriques:** Phong, Blinn, Ward...

Rapides à calculer numériquement et donnant une impression visuelle satisfaisante mais qui ne sont pas basés sur un modèle physique.

- **les modèles physiques:** Torrance-Sparrow, Oren Nayar...

Beaucoup plus lourds et nécessitant des informations détaillées sur les matériaux.



Base de données de BRDF sur plus de 100 matériaux: <https://www.merl.com/brdf/>

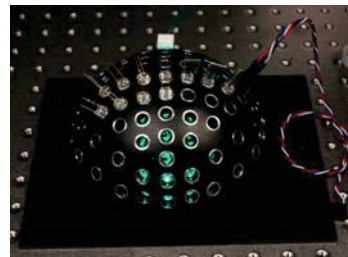
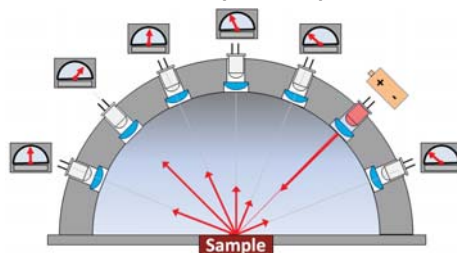
Mesures de BRDF

En raison du grand nombre de paramètres, la mesure de BRDF est très difficile et longue à réaliser de façon exhaustive. Une technique de base est l'ellipsométrie (gonio-réfectomètre)



Ellipsometer from Accurion®

Plus rapide mais moins précises (mesures discrètes), différentes techniques basées sur une mesure hémisphérique ont été développées :



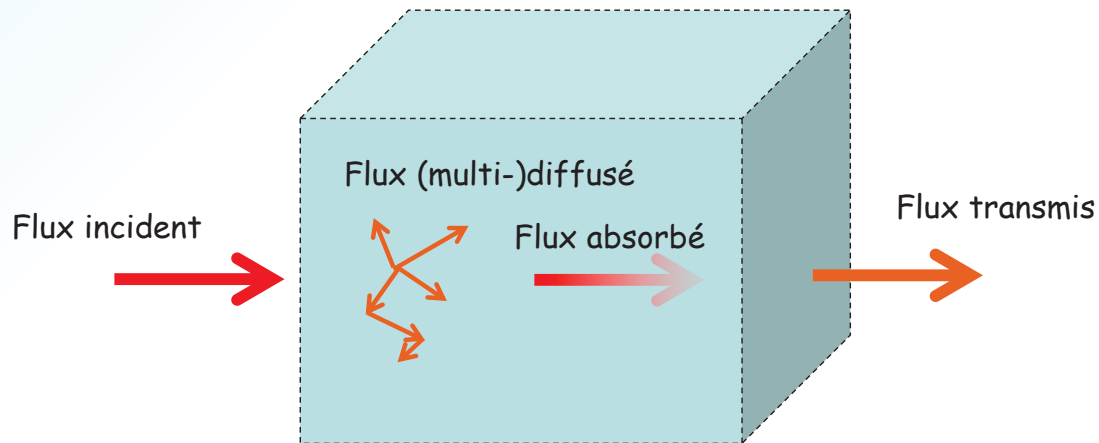
M. Ben-Ezra, X. Li and al. 'An LED-only BRDF Measurement Device'

Plan du cours

- I. Caractérisation d'un rayonnement
- II. Sources lumineuses
- III. De la source au détecteur
 1. Réflexion sur une interface
 2. Milieu de propagation: absorption et diffusion simple
 3. Cas général d'un milieu diffusant : RTE
 4. Exemples: atmosphère et tissus biologiques

Milieu de propagation

Pour de nombreuses applications, le milieu traversé par la lumière n'est pas le vide mais peut être l'atmosphère terrestre, l'océan, des tissus biologiques...



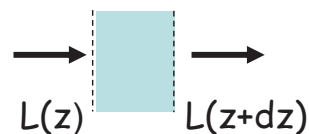
Il faut alors déterminer l'impact de **l'absorption** et de la **diffusion** sur la lumière transmise à travers le milieu de propagation.

Absorption

L'absorption d'un milieu linéaire est simplement modélisée par la loi de Beer-Lambert:

$$L(z + dz) - L(z) = -\mu_a(\lambda, z) \cdot L(z) \cdot dz$$

$$\frac{dL}{dz} = -\mu_a(\lambda, z) \cdot L(z)$$



Milieu homogène :

$$L(z) = L_0 e^{-\mu_a(\lambda) \cdot z}$$

Milieu non homogène :

$$L(z) = L_0 e^{-\int_0^z \mu_a(\lambda, s) \cdot ds}$$

On observe une décroissance exponentielle le long du chemin optique, liée à l'absorbance $\mu_a(\lambda, z)$ (ou coefficient d'absorption linéique; unité : m^{-1}) du milieu traversé. Cette loi n'est valide que pour un milieu linéaire.

Absorption

Indice de réfraction d'un milieu absorbant et coefficient d'absorption linéique

Indice de réfraction d'un milieu absorbant: $n(\lambda) = n'(\lambda) - j.k(\lambda)$

Champ électrique: $E(\lambda, z, t) = E(\lambda, 0).e^{j\omega t}.e^{-j\omega.n(\lambda)z/c}$

La densité d'énergie s'écrit:

$$U(\lambda, z) = \varepsilon_0 \langle |E(\lambda, z, t)|^2 \rangle$$

$$U(\lambda, z) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \left| E(\lambda, 0).e^{-\omega.k(\lambda)z/c} \right|^2$$

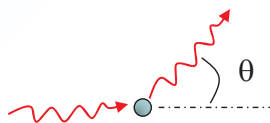
$$U(\lambda, z) = \frac{1}{2\varepsilon_0} E^2(\lambda, 0).e^{-2\omega.k(\lambda)z/c} \text{ avec } \omega = 2\pi c/\lambda$$

D'où : $\mu_a(\lambda) = \frac{4\pi.k(\lambda)}{\lambda}$

Diffusion simple

Interaction entre une onde incidente et une 'particule'.

Le milieu est alors caractérisé par un coefficient de diffusion linéique $\mu_s(\lambda, z)$ (unité m^{-1}):



La modélisation la plus simple d'un milieu diffusant consiste à faire l'hypothèse de **diffusion simple**: les photons diffusés sont considérés comme 'perdus'. Le problème devient alors identique à celui de l'absorption et on retrouve exactement la même loi:

Milieu homogène :

$$L(z) = L_0 e^{-\mu_s(\lambda).z}$$

Milieu non homogène :

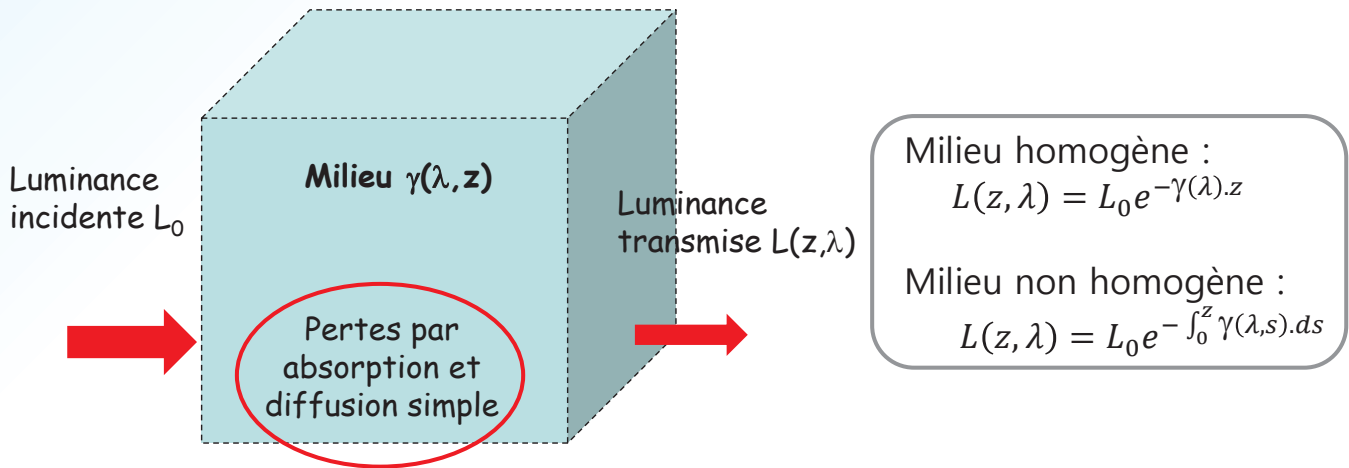
$$L(z) = L_0 e^{-\int_0^z \mu_s(\lambda, s).ds}$$

Cela n'est valable que pour des milieux faiblement diffusant.

Milieu absorbant et diffusant

Pour un milieu absorbant et faiblement diffusant, caractérisé par un coefficient de diffusion et d'absorption linéique.

Coefficient d'extinction linéique du milieu : $\gamma = \mu_a + \mu_s$ (unité m^{-1})

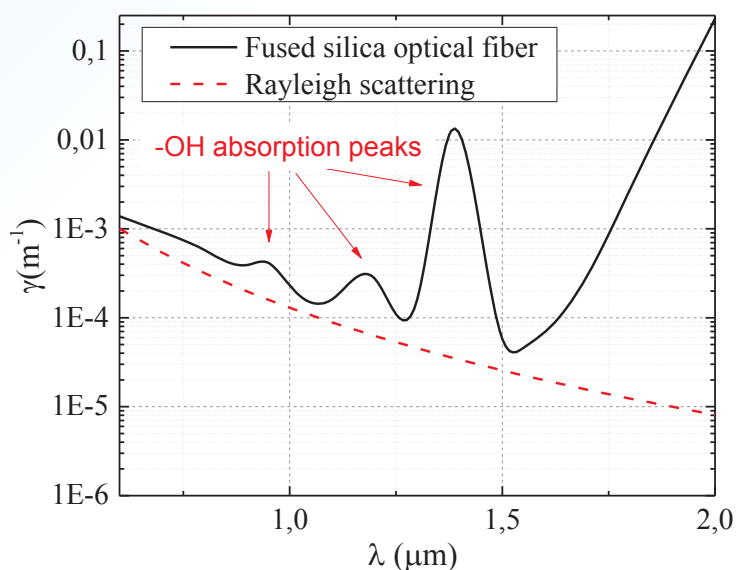


→ On retrouve la loi classique de décroissance exponentielle du flux (ou de la luminance).

Exemple de milieux complexes

- **Fibres optiques** visible/proche IR.

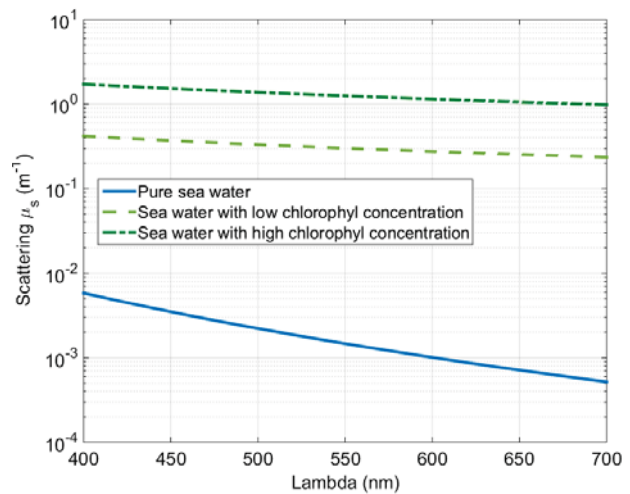
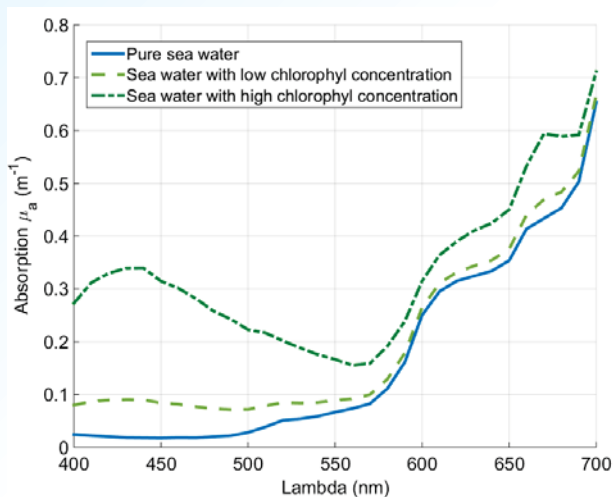
Cœur en silice fondue ultra pure → atténuation $\sim 0,1 \text{ dB/km}$



Exemple de milieu où l'extinction γ est principalement dominée par la diffusion Rayleigh due aux microscopiques inhomogénéités d'indice dans le verre.

Exemple de milieux complexes

- **Océans** dans le visible.



Extrait de Mobley C.D. *The optical properties of water* (1995) In Bass M (ed.) *Handbook of Optics*

Exemple de milieu complexe où l'absorption et la diffusion jouent un rôle et dépendent des conditions environnementales, ici la quantité de micro-organismes dans l'eau.

Nombres caractéristiques

On définit le libre parcours moyen comme l'inverse du coefficient d'extinction:

$$l_p = \frac{1}{\gamma} \text{ (unité: m)}$$

Il donne la distance caractéristique de propagation d'un photon dans le milieu.

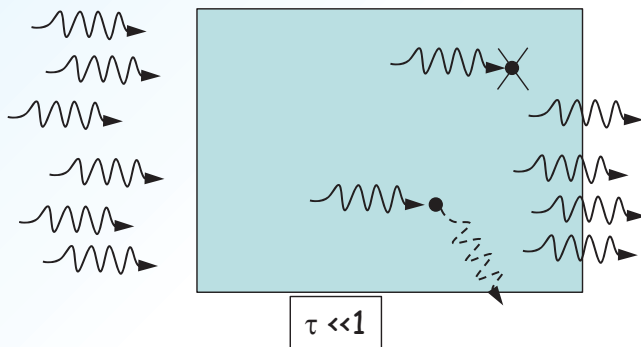
De façon équivalente, on peut définir pour un milieu homogène d'épaisseur z un nombre sans dimension: l'épaisseur optique

$$\begin{aligned} \tau &= \gamma \cdot z \\ &= z/l_p \text{ (sans unité)} \end{aligned}$$

L'hypothèse de diffusion simple n'est valable que si l'épaisseur optique τ du milieu de propagation est plus petit que 1.

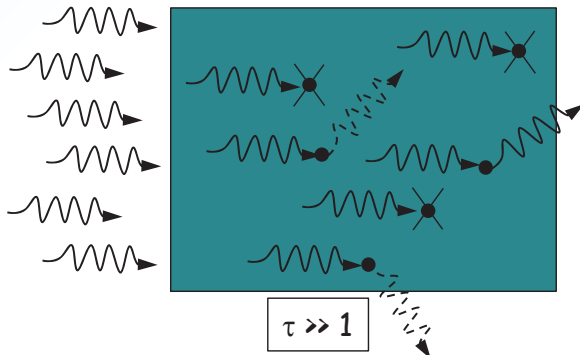
Epaisseur optique

L'épaisseur optique permet de savoir dans quel régime de diffusion on se trouve:



$\tau \ll 1$ milieu **optiquement fin** : la probabilité qu'un photon soit diffusé ou absorbé est faible (et diffusion multiple négligeable).

→ **Milieu quasi-transparent**



$\tau \gg 1$ milieu **optiquement épais** : les photons ont une probabilité élevée d'être multi-diffusés ou absorbés avant de sortir du milieu. Leur direction de sortie est aléatoire.

→ **Milieu opaque**

Epaisseur optique

Exemple de milieu optiquement fin ou épais

	Coefficient d'extinction	Longueur de propagation	Nature du milieu de propagation?
Océan, $\lambda = 450 \text{ nm}$	$5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$	5 m	
Océan, $\lambda = 700 \text{ nm}$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$	5 m	
Atmosphère claire, dans le visible	10^{-1} km^{-1}	1 km	
Brouillard, dans le visible	5 km^{-1}	1 km	
peau, $\lambda = 600 \text{ nm}$	200 cm^{-1}	1 mm	

Pour de nombreuses applications: océanographie, climatologie, astrophysique, optique biomédicale, l'hypothèse de diffusion simple n'est pas applicable (milieu optiquement épais). Il faut traiter alors la diffusion de façon rigoureuse et établir une équation de transport de la lumière à l'échelle microscopique.

I. Caractérisation d'un rayonnement

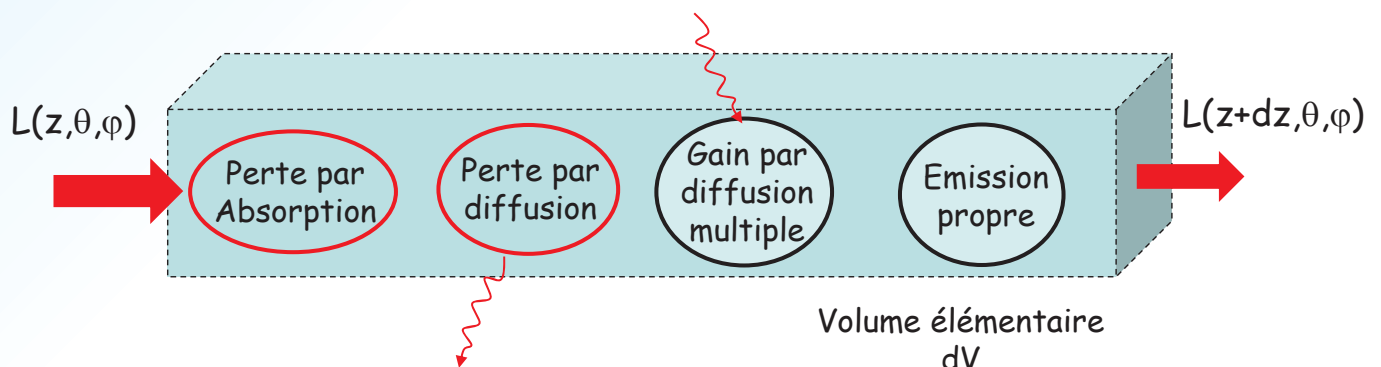
II. Sources lumineuses

III. De la source au détecteur

1. Réflexion sur une interface
2. Milieu de propagation: absorption et diffusion simple
- 3. Cas général d'un milieu diffusant : RTE**
4. Exemples: atmosphère et tissus biologiques

Propagation, cas général

Le principe est de faire un **bilan radiatif** (gains – pertes en terme de luminance) à l'échelle d'un volume élémentaire dV du milieu de propagation.

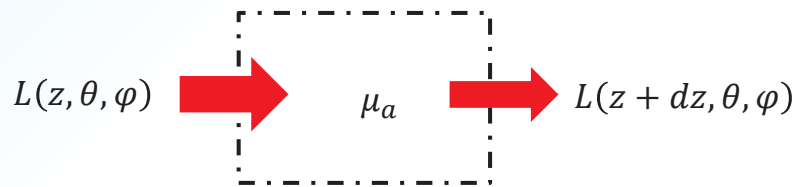


Les lois macroscopiques simples de décroissance exponentielles vues précédemment ne sont pas valables dans ce cas général.

L'objectif est d'établir une nouvelle équation qui relie $L(z)$ et $L(z+dz)$: **l'équation de transfert radiatif (RTE)**

Absorption et diffusion simple

Dans le volume élémentaire de longueur Δz , **les pertes par absorption**, en terme de luminance, entre z et $z+dz$ s'écrivent:



$$L(z + dz, \theta, \varphi) - L(z, \theta, \varphi) = -\mu_a \cdot dz \cdot L(z, \theta, \varphi)$$

D'où :

$$\left. \frac{dL}{dz} \right|_{abs} = -\mu_a \cdot L(z, \theta, \varphi)$$

De même, les **pertes par diffusion**:

$$\left. \frac{dL}{dz} \right|_{diff} = -\mu_s \cdot L(z, \theta, \varphi)$$

Gain par émission propre : Si l'émission propre du milieu est non négligeable (corps noir dans l'I.R. thermique, émission de fluorescence...), alors la luminance

est augmentée d'un terme source:

$$\left. \frac{dL}{dz} \right|_{emis} = S(z, \theta, \varphi)$$

Fonction de phase

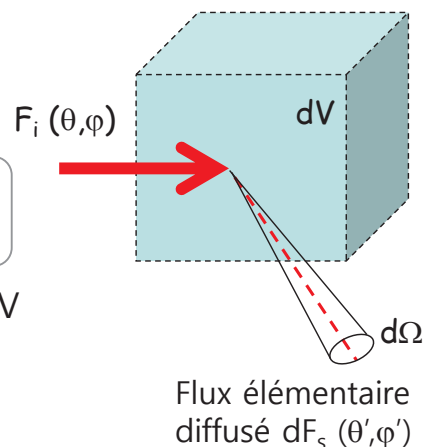
Diffusion, cas général

Pour quantifier le gain en luminance dû aux photons multi-diffusés, il faut définir une fonction caractéristique du milieu diffusant.

Fonction de phase:

$$p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') = \frac{I_s(\theta', \varphi')}{F_{s,total}} = \frac{1}{d\Omega} \cdot \frac{dF_s(\theta', \varphi')}{F_{s,total}}$$

Avec $F_{s,total}$ le flux total diffusé par le volume dV



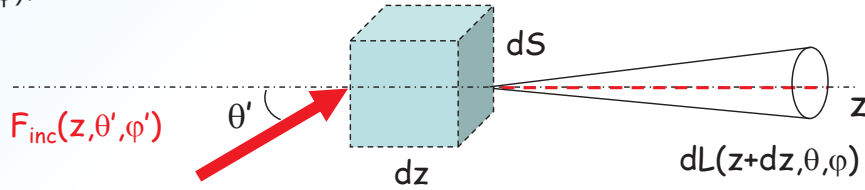
la fonction de phase donne la probabilité pour un photon se propageant dans la direction (θ, φ) d'être diffusé dans une direction (θ', φ') .

Exemple : Pour une diffusion isotrope : $I_s = \frac{F_s}{4\pi}$ d'où $p(\lambda, \theta', \varphi', \theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi}$

Fonction de phase

Gain par diffusion multiple:

On considère les photons se propageant selon une direction (θ', φ') et diffusés selon (θ, φ) .



L'intensité diffusée dans la direction (θ, φ) par le volume élémentaire est donc donnée par la fonction de phase du milieu :

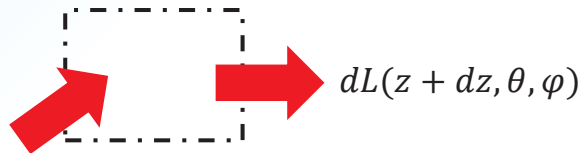
$$I_s(z + dz, \theta, \varphi) = p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \cdot F_{s, total}$$

avec par définition: $F_{s, total} = \mu_s \cdot F_{inc}(z, \theta', \varphi') \cdot \frac{dz}{\cos \theta'}$

Où $\frac{dz}{\cos \theta'}$ est le chemin parcourue par la lumière dans le volume élémentaire.

Equation de transfert radiatif

$$\text{D'où: } dL(z + dz, \theta, \varphi) = \frac{I_s}{dS} = \mu_s \cdot p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \cdot F_{inc}(z, \theta', \varphi') \cdot \frac{dz}{\cos \theta'} \cdot \frac{1}{dS}$$



$$F_{inc}(z, \theta', \varphi') = L(z, \theta', \varphi') d\Omega dS \cos \theta'$$

En terme de luminance, le gain par diffusion multiple est donc égale à:

$$\left. \frac{dL}{dz} \right|_{multi} = \mu_s \cdot L(z, \theta', \varphi') \cdot p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \cdot d\Omega$$

Finalement, en tenant compte des photons diffusés de toutes les directions (θ', φ')

$$\left. \frac{dL}{dz} \right|_{multi} = \mu_s \int_0^\pi \int_0^{2\pi} L(z, \theta', \varphi') \cdot p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \cdot \sin(\theta') d\theta' d\varphi'$$

Equation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif (RTE) s'établit en faisant le bilan radiatif global et s'écrit donc* :

$$\frac{dL}{dz} = -(\mu_a + \mu_s)L + S + \mu_s \int_0^\pi \int_0^{2\pi} L(z, \theta', \varphi') \cdot p(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \cdot \sin(\theta') d\theta' d\varphi'$$

- *A priori, toutes ces quantités peuvent aussi dépendre du temps t et de la longueur d'onde λ considérée.*

La RTE est une équation intégral-différentielle qui décrit le transport de la luminance. Dans les cas d'un milieu optiquement fin: absorption ou diffusion simple uniquement, cette équation se simplifie et on retrouve les lois de type Beer-Lambert vues précédemment.

Elle ne possède pas de solutions analytiques dans le cas général et doit être résolue numériquement. Un très grand nombre de travaux existent sur ce sujet.

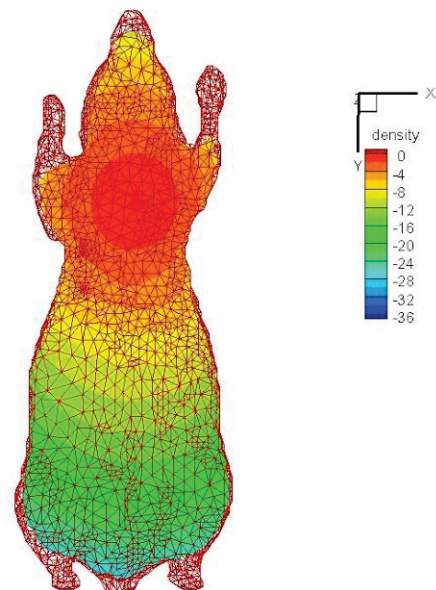
Equation de transfert radiatif

Quelques **solutions analytiques** existent mais uniquement dans des cas simples:

- Point source dans un milieu infini
- Milieu extrêmement diffusant

Sinon, on utilise des **codes numériques**, d'origine académique ou industrielle (COMSOL), essentiellement basés sur des codes de type **éléments finis** : maillage du milieu de propagation et résolution de la RTE sur chaque nœud du maillage.

Très gourmand en temps de calcul!



Quelques modèles de diffusion

La **diffusion Rayleigh**, qui s'applique essentiellement aux molécules ou aux très petites particules diffusantes, est la plus simple à traiter. La fonction de phase est en $1 + \cos^2(\theta)$ et le coefficient de diffusion μ_s varie en $1/\lambda^4$ (cf Electromagnétisme 1A)

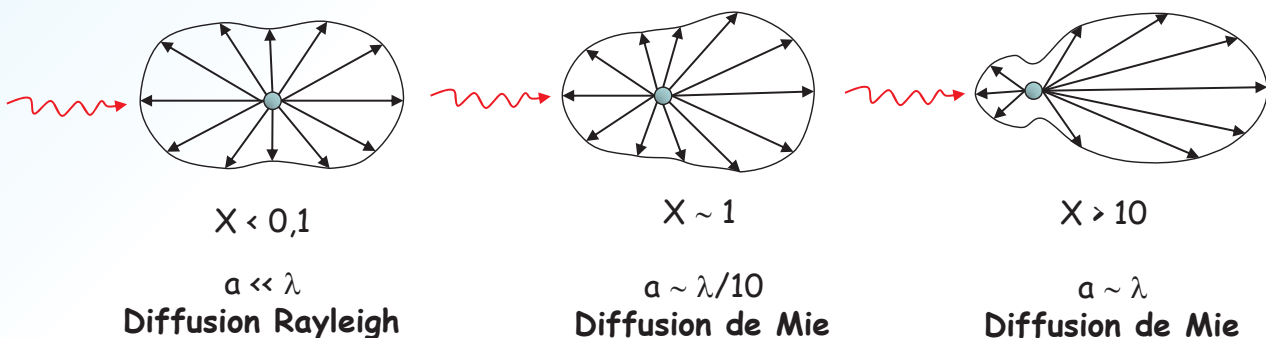
La **diffusion de Mie** est une solution exacte des équations de Maxwell pour les particules sphériques de taille quelconque. Les fonctions de phase peuvent avoir des profils très complexes pour les particules diffusantes de grande taille devant λ .



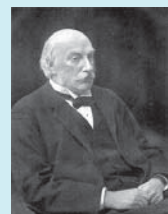
Quelques modèles de diffusion

Fonctions de phase typiques

La fonction de phase de diffusion d'une particule de diamètre a éclairée par un rayonnement λ , dépend fortement du paramètre de taille $X = 2\pi a/\lambda$:



(Lord) John William Strutt Rayleigh (1842-1919) Physicien anglais, professeur à Cambridge. Il découvre avec W. Ramsay l'élément Argon, développe une théorie de la localisation sonore chez l'être humain et résout le problème électromagnétique de la diffusion permettant d'expliquer la couleur bleu du ciel. Reçoit le prix Nobel en 1904.



Diffusion de Mie

Le problème de la diffusion de la lumière par une sphère fut résolu par Mie en 1908 et ces solutions de Mie restent un outil essentiel de l'optique moderne. Le détail de cette théorie^{1,2} sort du cadre de ce cours mais l'on peut en donner les grandes lignes:

On part de l'équation d'onde scalaire issue des équations de Maxwell :

$$\nabla^2 \varphi + k^2 \varphi = 0$$

On cherche ensuite une solution en coordonnées sphériques, adaptée au problème de la diffusion par une sphère:

$$\varphi = Z(r) \cdot f(\varphi) \cdot P_l^m(\theta)$$

Où Z est une fonction de Bessel et P_l^m un polynôme de Legendre. On remonte à une solution exacte pour le champ E diffusé sous la forme d'une combinaison linéaire de ces fonctions.

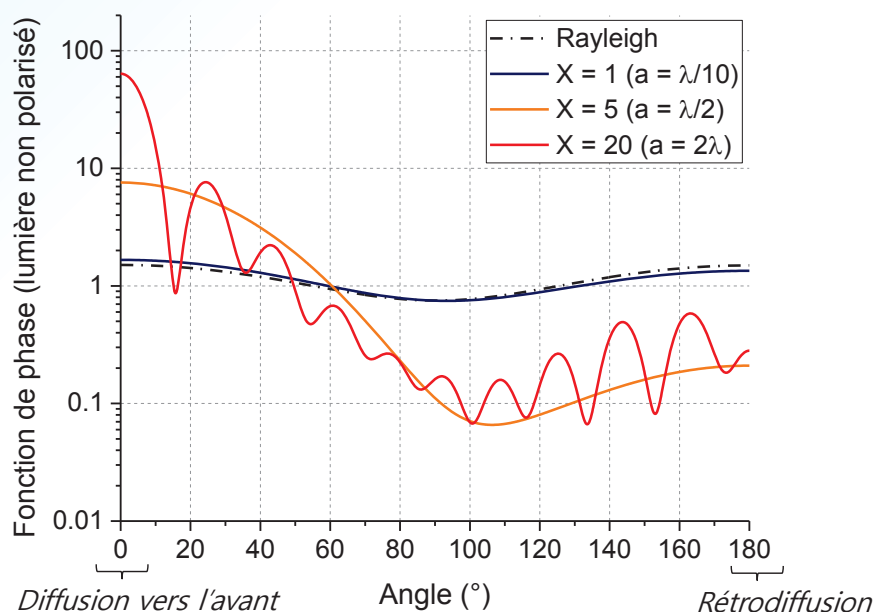
On peut ensuite calculer les grandeurs pertinentes telles que la fonction de phase du milieu, les sections efficaces de diffusion ou d'absorption...etc.

¹. H.C. van de Hultz, 'Light scattering by small particles', 1981

². Calcul en ligne des diagrammes de Mie : http://omlc.ogi.edu/calc/mie_calc.html

Diffusion de Mie

Comparaison des fonctions de phase (calculées par la théorie de Mie) pour différentes valeurs du paramètre de taille $X = 2\pi a/\lambda$:



Pour $X = 1$, peu de variation angulaire (on s'approche d'une diffusion de Rayleigh). Pour $X = 20$, diffusion vers l'avant ~1000x plus importante que sur les cotés !

Milieu optiquement épais ($\tau \gg 1$), conséquences pratiques

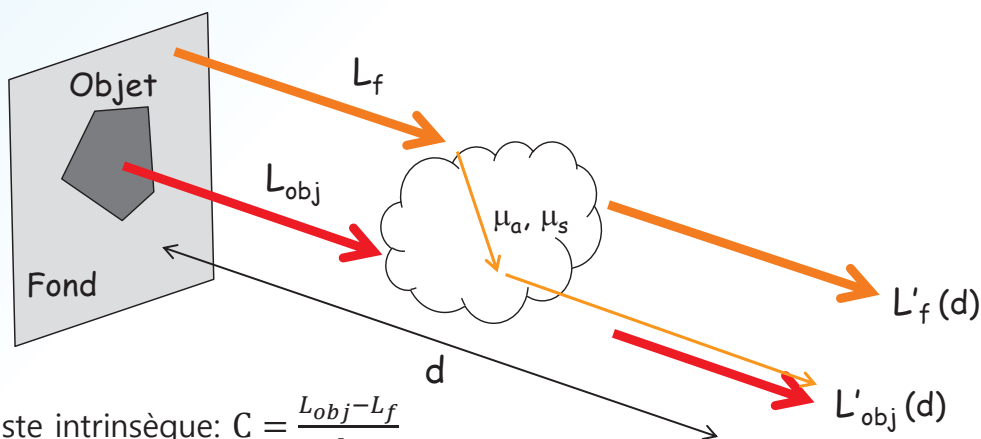
- Les caractéristiques radiométriques du faisceau incident sont fortement modifiées lors de la traversé d'un milieu diffusant (la conservation de l'étendue géométrique ne s'applique pas dans ce cas !).
- Imagerie à travers le milieu très difficile (très peu de photons balistiques qui sont à l'origine du stigmatisme).
- Le contraste d'un objet par rapport au fond est fortement dégradé lorsqu'il est vu à travers un milieu optiquement épais.



Cas limite de $\tau \rightarrow \infty$: émission en sortie quasi lambertienne +
équilibre thermique (collisions multiples)
→ Emission en sortie qui tend vers un corps noir

Contraste

Contraste d'un objet dans un milieu absorbant et diffusant



Contraste intrinsèque: $C = \frac{L_{obj} - L_f}{L_f}$

Contraste apparent: $C(d) = \frac{L'_{obj}(d) - L'_f(d)}{L'_f(d)}$

Pour distinguer un objet de son environnement, on évalue son contraste en luminance. Si le milieu de propagation est absorbant et/ou diffusant, on parle de contraste apparent.

Contraste visuel

En raison des phénomènes d'absorption et de diffusion, le contraste d'une cible va chuter en fonction de la distance d'observation, jusqu'à tendre vers zéro (l'objet est alors invisible et masqué par la luminance du fond)

Il est généralement admis que la valeur minimale de contraste nécessaire, appelé le seuil de contraste visuel, pour détecter la présence d'un objet sur un fond, est égal à:

$$C_{\text{seuil}} = \pm 2\%$$



On appelle visibilité la distance pour laquelle le contraste apparent d'un objet noir devient inférieur à ce seuil de 2 %.

Plan du cours

- I. Caractérisation d'un rayonnement
- II. Sources lumineuses
- III. De la source au détecteur
 - 1. Réflexion sur une interface
 - 2. Milieu de propagation: absorption et diffusion simple
 - 3. Cas général d'un milieu diffusant : RTE
 - 4. Exemples: atmosphère et tissus biologiques**

Atmosphère terrestre

Effet négligeable lorsque la distance source – détecteur est faible

Mais modélisation précise indispensable pour de nombreuses applications en astronomie, télémétrie, énergie solaire, étude du climat...

Quelques conséquences pratiques de l'atmosphère terrestre :

- Absorption et diffusion du rayonnement utile
- Source de rayonnement parasite (en particulier I.R.)
- Turbulence, effet mirage.



Atmosphère terrestre

Les propriétés optiques de l'atmosphère terrestre dépendent fortement de l'altitude, de la température, de l'humidité ou de la pollution (aérosols).

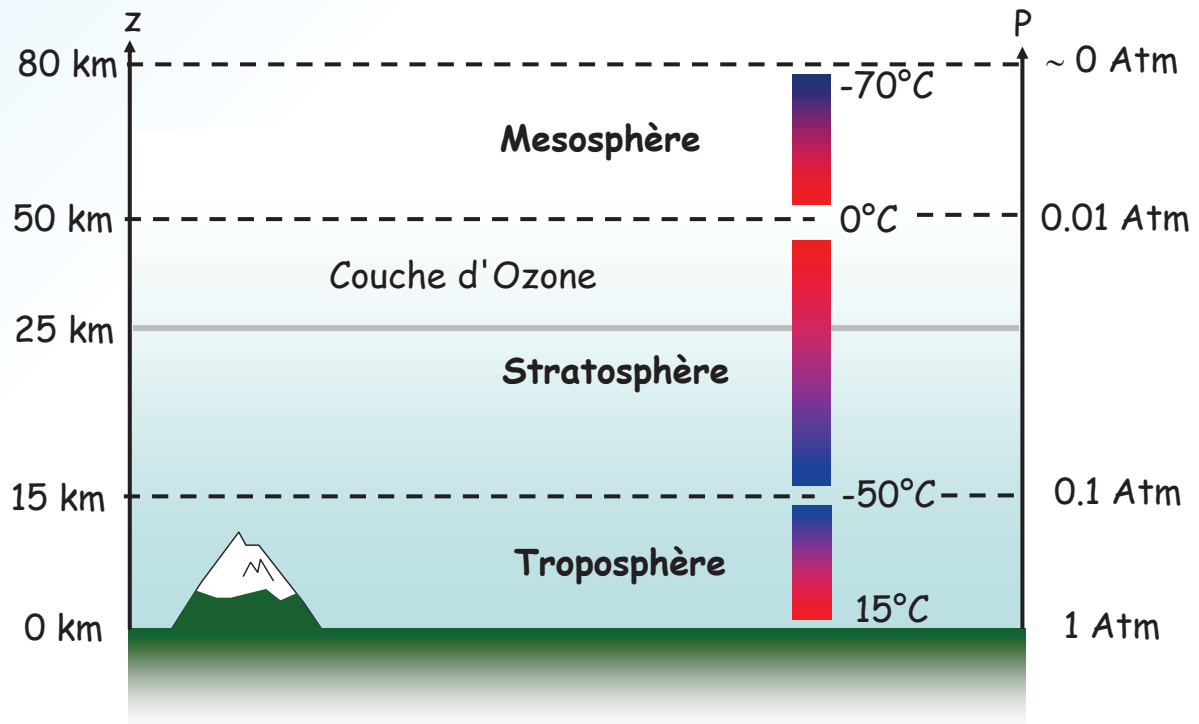
Exemple de distance de visibilité (à 550 nm) en fonction de différentes conditions météo:

Condition météo	Coef. d'extinction γ (km ⁻¹)	Visibilité (km)
Temps très clair	< 0,1	> 30
Brume légère	0.4 à 0.8	5 à 10
Brouillard	> 2	< 2

Chute du contraste des objets
lointains en raison de la diffusion
atmosphérique en $1/\lambda^4$: couleur
bleu des objets lointains



Structure verticale de l'atmosphère terrestre



Pression & température

Evolution standard de la température et de la pression en fonction de l'altitude

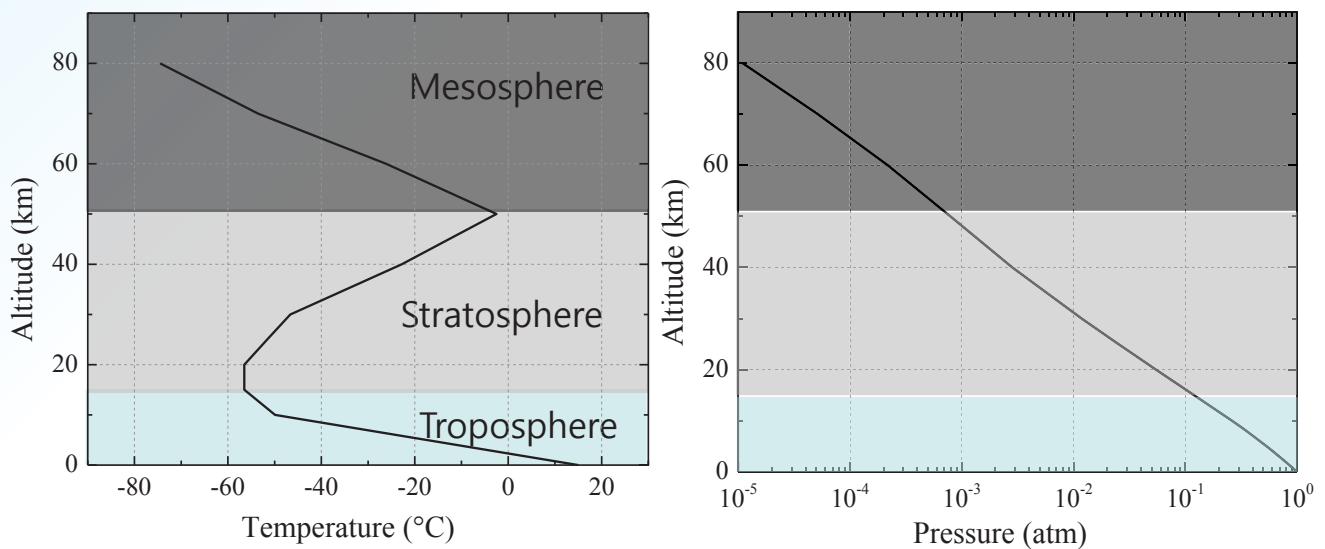
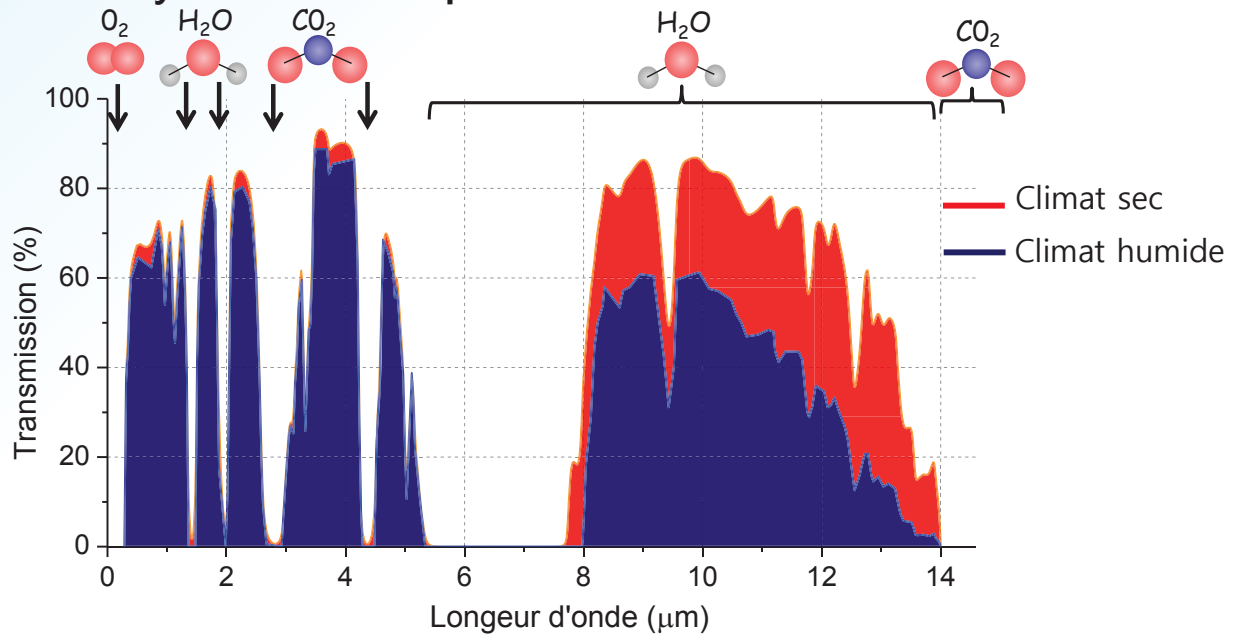


Fig 1. U.S Standard Atmosphere Air Properties¹

¹. http://www.engineeringtoolbox.com/standard-atmosphere-d_604.html

Spectre de transmission

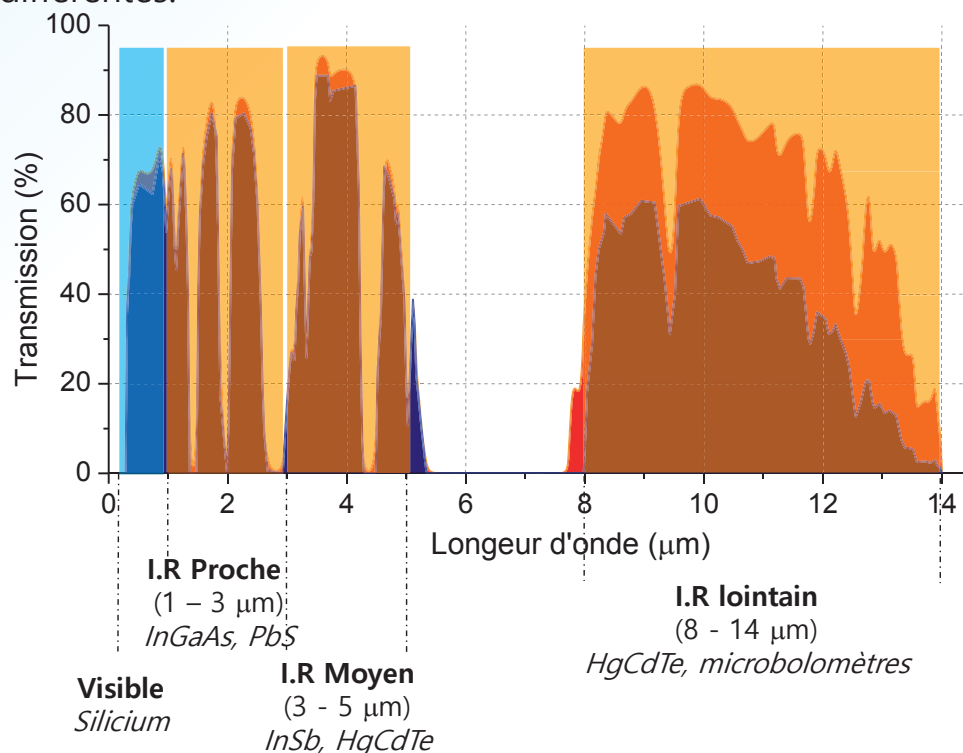
Transmission moyenne de l'atmosphère au niveau du sol



La **vapeur d'eau** et le **CO₂** sont responsables de bandes d'absorption très importantes dans l'I.R. proche et lointain. En particulier, la transmission atmosphérique dans l'I.R. thermique dépend fortement de l'humidité de l'air (construction des grands télescopes dans les déserts secs !).

Fenêtres infrarouges

Il existe un certain nombre de bandes spectrales où l'atmosphère est optiquement fine. Ces bandes correspondent aussi à des technologies de capteurs différentes.

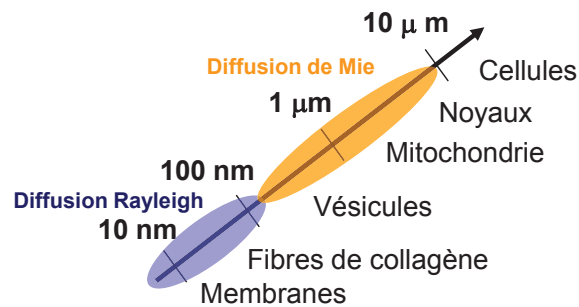
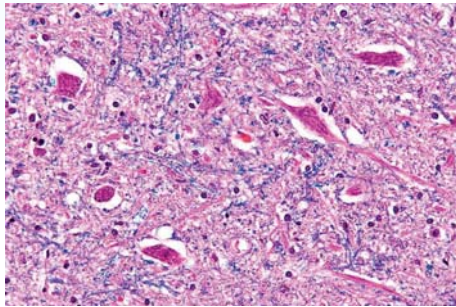


Tissus biologiques

Les tissus biologiques sont de manière générales très diffusant et absorbant (avec l'exception notable de la cornée).

Libres parcours moyen $\sim 10 \mu\text{m}$ à $100 \mu\text{m}$: milieu optiquement épais.

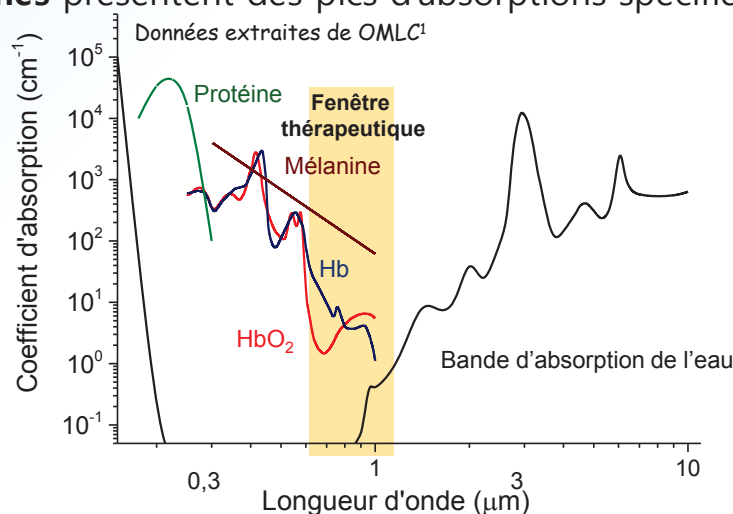
→ Imagerie à travers les tissus difficile car très peu de photons balistiques !



→ Beaucoup de structures de tailles très différentes. Modélisation essentiellement basée sur la RTE et des modèles numériques de type Monte Carlo.

Fenêtre thérapeutique

- **L'eau** absorbe fortement dans l'UV et au-delà de $1,3 \mu\text{m}$.
- **L'hémoglobine** (sang) absorbe dans le bleu et le vert
- Les **protéines** présentent des pics d'absorptions spécifiques dans l'UV

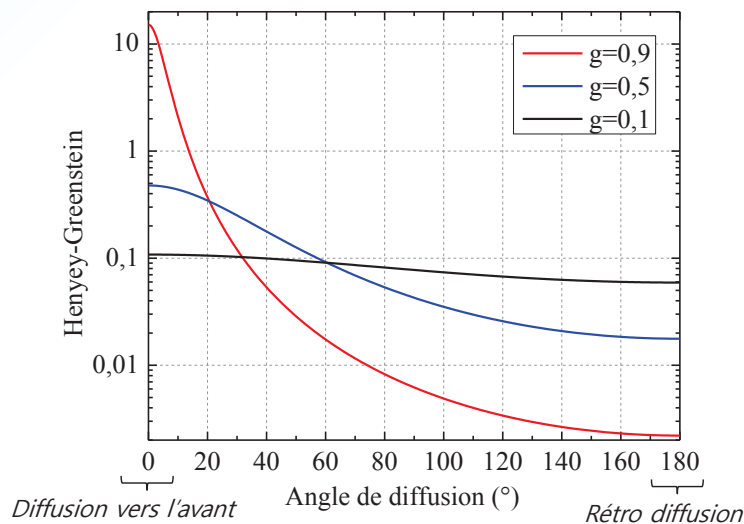


¹ <http://omlc.ogi.edu/index.html>

Il existe une gamme spectrale 650 – 1300 nm, appelée fenêtre thérapeutique où l'extinction est minimum. Toute l'optique biomédicale à visée thérapeutique utilise cette fenêtre pour opérer.

La fonction de phase pour décrire la diffusion dans les structures tissulaires est donnée par la fonction de phase de Henyey-Greenstein :

$$p(\theta) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cdot \cos(\theta))^{3/2}}$$



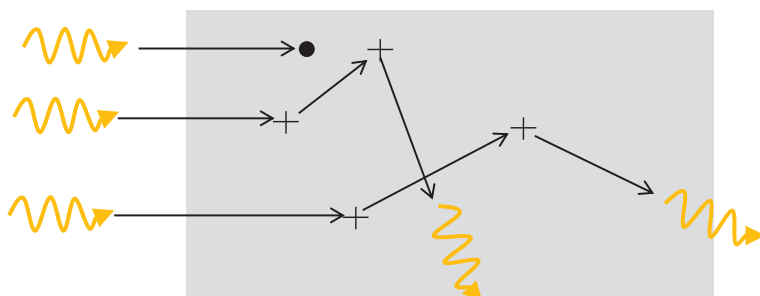
g étant le coefficient d'anisotropie, $g \sim 0.9$ pour la plupart des tissus biologiques

Simulation Monte-Carlo

L'équation de transfert radiatif ne possédant pas de solution analytique dans le cas général, de nombreuses méthodes numériques ont été développées pour résoudre le cas des milieux optiquement épais.

Une des méthode principale est la méthode dite de 'Monte-Carlo'

On modélise le milieu par un coefficient d'absorption μ_a , de diffusion μ_d et une fonction de phase $p(\theta, \phi)$. Le programme lance les photons un par un jusqu'à obtenir une statistique significative.



Simulation Monte-Carlo

Principe d'une simulations de Monte Carlo¹.

Chaque photon se déplace d'une distance aléatoire d , avec une probabilité d'être absorbé ou diffusé. Si il est absorbé, il disparaît et on relance un nouveau photon. Si il est diffusé, il continue de se propager avec une nouvelle direction de propagation. On continue jusqu'à la disparition du photon ou sa sortie de la boîte de simulation.

On effectue ceci pour **un très grand nombre de photons ($>10^6$)**

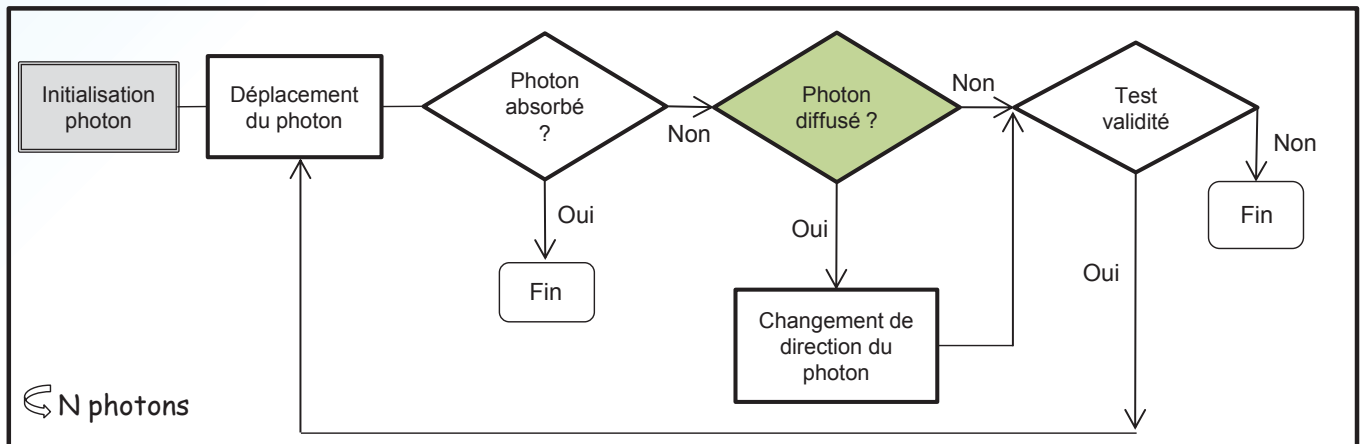
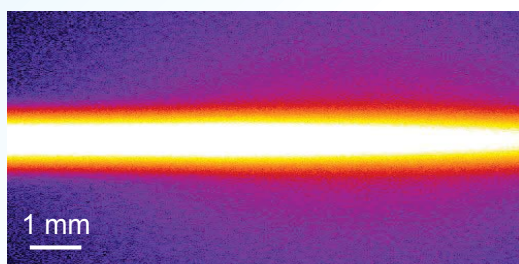


Diagramme d'une simulation de Monte Carlo

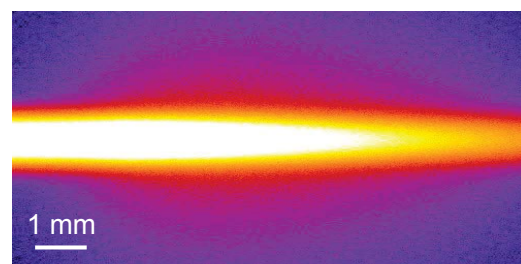
¹. S.A. Prahl, M. Keijzer, S.L. Jacques, A.J. Welch 'A Monte Carlo Model of Light Propagation in Tissue', SPIE Institute Series Vol. IS 5 (1989)

Simulation Monte-Carlo

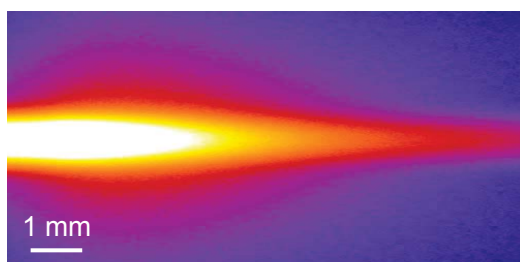
Exemple d'une simulation de Monte Carlo (sous *Matlab*) d'un faisceau gaussien collimaté se propageant dans un tissu biologique.



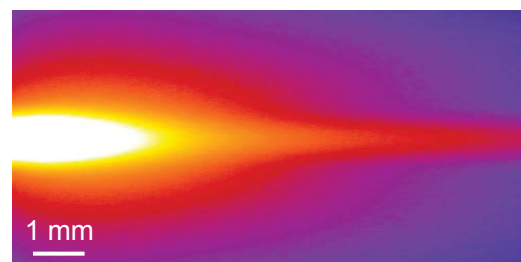
$$\mu_s = 2.5 \text{ cm}^{-1}$$



$$\mu_s = 5 \text{ cm}^{-1}$$



$$\mu_s = 10 \text{ cm}^{-1}$$



$$\mu_s = 20 \text{ cm}^{-1}$$

I. Caractérisation d'un rayonnement

II. Sources lumineuses

III. De la source au détecteur

III. Annexes

Lexique Français - Anglais

Français	Anglais
Flux (ou Puissance)	Flux (or Power)
Intensité	Intensity
Eclairement énergétique	Irradiance
Eclairement visuel	Illuminance
Luminance énergétique	Radiance
Luminance visuelle	Luminance
Flux/Intensité/Luminance spectrique	Spectral Flux/Intensity/Radiance
Angle solide	Solid angle
Etendue géométrique	Geometrical extent, étendue, throughput
Source Lambertienne	Lambertian source
Ouverture	Aperture number
Corps noir	Black body
Emissivité	Emissivity
Réflexion spéculaire	Specular reflection
Diffusion (d'un volume ou d'une surface)	Scattering

La radiométrie facile

1/2

Flux
 $F = L \cdot G$

Etendue géométrique (sans optique)

$$G = n^2 \frac{S_{\text{source}} \cdot S_{\text{obj}}}{d_{\text{source-obj}}^2}$$

Flux total: F_{tot}



Surface de la source: S_{source}

θ



Surface de l'objet: S_{obj}

Luminance (si uniforme*)

$$L = \frac{F_{\text{tot}}}{\pi n^2 S_{\text{source}} \sin^2 \theta}$$

Surface de l'optique: S_{opt}



Etendue géométrique (avec optique)

< pixel: $G = n^2 \frac{S_{\text{source}} \cdot S_{\text{opt}}}{d_{\text{source-obj}}^2}$

Si l'image

> pixel: $G = n^2 \frac{\pi \cdot S_{\text{pixel}}}{4 N^2}$

*et si $\theta = \frac{\pi}{2}$: source Lambertienne

Julien Moreau – Institut d'Optique - 2018

La radiométrie facile

2/2

Eclairement (loi de Bouguer)

$$E = \frac{I \cdot \cos \theta}{d_{\text{source-obj}}^2}$$

Intensité (si uniforme)

$$I = \frac{F_{\text{tot}}}{\Omega}$$

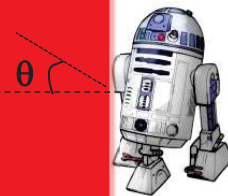


Flux total: F_{tot}

θ_s

Angle solide

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta_s)$$



Surface de l'objet: S_{obj}

Flux reçu

$$F = E \cdot S_{\text{obj}}$$

Julien Moreau – Institut d'Optique - 2018