

Physique quantique fondements, le Bellac, tome 1, chapitre 3

I) Polarisation de la lumière et polarisation d'un photon

1) Polarisation d'une onde électromagnétique

Rappels sur la polarisation

$$|teta\rangle = \cos(teta) |x\rangle + \sin(teta) |y\rangle$$

où $|x\rangle$ et $|y\rangle$ sont 2 vecteurs unitaires orthogonaux

Si nous nous limitons à des états de polarisation linéaire, nous pouvons décrire tout état de polarisation comme un vecteur unitaire réel du plan (xOy) dont une base orthonormée possible est formée des vecteurs $|x\rangle$ et $|y\rangle$. Si nous voulons décrire une polarisation quelconque nous devons introduire un système complexe à 2 dimensions $H =$ espace vectoriel des états de polarisation.

-> polarisation circulaire, écriture de l'amplitude complexe des champs E_x et E_y . Le facteur de proportionnalité E_0 commun aux amplitudes complexes E_x et E_y définit l'intensité de l'onde lumineuse mais ne joue aucun rôle dans la description de la polarisation qui est caractérisée par les vecteurs unitaires :

$$|D\rangle = -1/\sqrt{2}(|x\rangle + i|y\rangle) \text{ et } |G\rangle = 1/\sqrt{2}(|x\rangle - i|y\rangle)$$

=> la description mathématique de la polarisation nous amène à utiliser des vecteurs unitaires d'un espace vectoriel complexe bidimensionnel H

Polarisation correspondant au vecteur unitaire $|\Phi\rangle$ plus général :

$$|\Phi\rangle = \lambda|x\rangle + \mu|y\rangle \text{ et } |\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1$$

λ et μ peuvent être paramétrés par 2 angles réels : $\lambda = \cos(teta)$ et $\mu = \sin(teta) \cdot \exp(i \cdot \nu)$

cf exemple page 79 : écriture matricielle

Le vecteur unitaire qui décrit la polarisation de l'onde est appelé vecteur de Jones

2) Polarisation d'un photon

on raisonne à présent avec des sources de photons uniques qui sont enregistrés individuellement par des photodétecteurs D_x et D_y qui détectent respectivement les photons polarisés suivant O_x et ceux polarisés suivant O_y :

- seul un des deux photodétecteurs est enclenché par un photon incident sur la lame
- probabilité p_x de déclenchement de D_x par un photon incident sur la lame = $\cos(teta)^2$ (cohérent avec le résultat obtenu lorsque le nombre N de photons incidents tend vers + infini)

La connaissance de l'état de polarisation du photon permet de déterminer la proba qu'il soit transmis par un analyseur. La seule donnée de probabilités ne fournit qu'une description peu complète de la polarisation d'un photon : une description complète requiert l'introduction d'amplitudes de probabilités, notées a sont des nombres complexes et les probabilités sont données par leur module au carré. En effet :

polariseur et analyseur : proba de

$$p = (\cos(teta))^2 (\cos(alpha))^2 + (\sin(teta))^2 (\sin(alpha))^2 \text{ qu'un photon soit transmis par l'analyseur}$$

or l'expérience (pleins de mesure pour un photon incident préparé dans le même état) montre : $p = \cos(\text{teta}-\alpha)^2$

Les amplitudes de probabilité obéissent aux mêmes règles que les amplitudes ondulatoires. L'amplitude de proba qu'un photon polarisé linéairement suivant la direction n_{teta} soit polarisé suivant la direction n_{α} : $a(\text{teta} \rightarrow \alpha) = n_{\text{teta}} \cdot n_{\alpha} = \cos(\text{teta}-\alpha)$

Amplitude de proba pour que le photon polarisé suivant le trajet x soit transmis par l'analyseur :

$$a_x = a(\text{teta} \rightarrow x) \quad a(x \rightarrow \alpha) = \cos(\text{teta}) \cos(\alpha)$$

$$a_{\text{tot}} = a_x + a_y = \cos(\text{teta}) \cos(\alpha) + \sin(\text{teta}) \sin(\alpha) = \cos(\text{teta}-\alpha)$$

H = espace des états de polarisation

$$a(x \rightarrow x) = 1$$

$$a(x \rightarrow y) = 0$$

Polarisation correspondant au vecteur unitaire $|P_{\text{Phi}}\rangle$ plus général :

$$|P_{\text{Phi}}\rangle = \lambda |x\rangle + \mu |y\rangle \quad \text{et} \quad |\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1$$

λ et μ peuvent être paramétrés par 2 angles réels : $\lambda = \cos(\text{teta})$ et $\mu = \sin(\text{teta}) \cdot \exp(i \cdot \nu)$

L'amplitude de probabilité pour trouver un état de polarisation $|\psi\rangle$ dans $|P_{\text{Phi}}\rangle$ sera donnée par le produit scalaire :

$$\langle \psi | P_{\text{Phi}} \rangle$$

polarisation d'un photon = propriété physique quantique

A l'aide d'un polariseur linéaire orienté suivant Ox on prépare un ensemble de photons dans un état de polarisation linéaire $|x\rangle$ ils arrivent 1 par 1 sur le polariseur et seuls ceux dont la polarisation est parallèle à Ox sont transmis . On teste ensuite cette polarisation dans un analyseur linéaire: s'il est parallèle à Ox les photons sont transmis avec une proba de 1, s'il est perpendiculaire à Ox avec une proba de 0. En revanche si l'analyseur est orienté dans une direction quelconque, nous pouvons seulement prédire une proba de transmission : $|\langle \text{teta} | x \rangle|^2 = \cos(\text{teta})^2$

Remarques :

- on ne peut pas déterminer la polarisation d'un photon isolé: on dispose d'un nombre N de photons préparés dans des conditions identiques puis test
- si les photons sont transmis avec une proba $\cos(\text{teta})^2$ on ne pourra pas en déduire qu'ils ont été préparés dans l'état de polarisation linéaire \Rightarrow on observera la même proba de transmission s'ils ont été préparés dans l'état de polarisation elliptique \Rightarrow effectuer une autre expérience avec une nouvelle orientation. Seul un test dont les résultats ont une proba de 0 ou 1 permet de déterminer sans ambiguïté l'état de polarisation des photons

3) Cryptographie quantique

actuellement : systèmes à clé publique : la clé permettant de déchiffrer le message est rendue publique : $N = pq$ ou est un nombre très grand et p et q 2 nombres premiers, si l'opération $p \cdot q$ est très rapide, décomposer N en p fois q est beaucoup plus long : temps de calcul nécessaire à un ordinateur pour décomposer un nombre N en facteurs premiers : environ : $\exp(1,9 \cdot (\ln N)^{1/3} \cdot (\ln(\ln(N)))^{2/3})$

cryptographie quantique : utilisation de la méca q pour s'assurer que la transmission d'une clé n'a pas été espionnée

La transmission d'un message, chiffré ou non peut se faire en utilisant les 2 états de polarisation linéaire orthogonaux d'un photon $|x\rangle$ et $|y\rangle$: on attribue la valeur 1 à $|x\rangle$ et 0 à $|y\rangle$

Alice transmet un message codé de cette façon à Bob à l'aide d'une fibre optique. Bob à l'aide d'un prisme polarisant sépare les photons de polarisation verticale et horizontale (prisme de Wollaston) et 2 détecteurs placés derrière le prisme lui permette de décider si le photon était polarisé horizontalement ou verticalement : il peut reconstituer le message
Eve s'installe sur la fibre, détecte les photons et renvoie à Bob des photons de polarisation identique que ceux qu'elle a reçus, Bob ne saura pas que la ligne a été espionnée.

II) Spin $\frac{1}{2}$