

$$dn = FN' \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = FN L \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Avec :

- dn : nombre de particules détectées par unité de temps, à un angle θ donné
- F : nombre de particules incidentes par unité de temps
- N : nombre de centres diffuseurs de la cible par unité de volume, $N = \frac{N_a \rho}{A}$
- N_a : nombre d'Avogadro (mol^{-1}) ; ρ : densité volumique ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$) ; A : masse molaire ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
- L : épaisseur de la cible
- $\frac{d\sigma}{d\Omega}$: section efficace différentielle caractéristique de la réaction considérée, à un angle θ donné (en barn/stéradian = b/sr)
- $d\Omega$: angle solide sous lequel est vu le détecteur $\equiv S/d^2$ (cas simple)

Il faut noter que l'on donne souvent directement la valeur du produit NL en donnant l'« épaisseur » en $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Dans 4π , la section efficace totale s'obtient en intégrant la section efficace différentielle sur toutes les directions possibles.

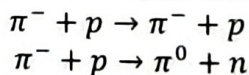
$$\sigma_{\text{Tot}} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \sin(\theta) d\theta$$

$$\Rightarrow n = FNL \sigma_{\text{Tot}}$$

Le résultat d'une expérience de collision va s'exprimer notamment à l'aide de la valeur de sa section efficace (totale ou différentielle), après qu'on ait mesuré n et connaissant les valeurs de F et de NL .

3. Section efficace partielle

L'interaction de deux particules peut donner différents états finals. Par exemple :



Si l'on ne comptabilise qu'un état final donné i , on obtiendra la section efficace partielle σ_i .

La sommation des σ_i sur l'ensemble des réactions possibles donne la section efficace totale.

$$\sigma_{\text{Tot}} = \sum_i \sigma_i$$

4. Luminosité d'un collisionneur

Dans un collisionneur circulaire, deux paquets de N_1 et N_2 particules interagissent en deux endroits, à chaque sens. Le nombre de collisions est proportionnel à N_1 et N_2 , ainsi qu'à la section efficace σ , mais il dépend aussi d'un facteur géométrique Z (difficile à calculer) qui représente le recouvrement des faisceaux.

Expérimentalement, si on appelle f la fréquence de collision des paquets au point de collision (seuil), alors le nombre n d'interactions dans une seconde est donné par :

$$n = f \frac{N_1 N_2}{Z} \quad \sigma = L \sigma$$

On définit la luminosité L comme le nombre d'interactions dans la région des collisions, dans une seconde, pour un processus dont la section efficace est égale à 1 unité. Pour un processus de section efficace σ , on a alors :

$$n = \sigma L$$

Un collisionneur e^+e^- ayant une luminosité $L = 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ produira une interaction par seconde pour une section efficace $\sigma = 10^{-31} \text{ cm}^2$ (ou 0,1 pb).

Le paramètre important est la surface commune des faisceaux lors de la collision Z , qui doit être au plus petit possible pour augmenter la valeur de la luminosité du collisionneur.

On exprime souvent la luminosité intégrée en inverse de section efficace fb^{-1} , fb^{-1} , ...

Exemple : une luminosité $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ pendant 1000 s donne une luminosité intégrée de $10^6 \text{ cm}^{-2} = 10 \cdot (10^{-12}, 10^{-24} \text{ cm}^2)^{-1} = 10 \text{ pb}^{-1}$.

La même luminosité pendant 10^5 s donnera une luminosité intégrée de 10^{10} cm^{-2} soit 1 fb^{-1} .

B. Particules

Préambule

Le modèle standard de la physique des particules, est actuellement la théorie qui permet d'expliquer tous les phénomènes observables en physique des particules. Ce modèle décrit les interactions électromagnétiques (EM), forte (IF) et faible (IF). Il permet aussi la classification de toutes les particules subatomiques connues et d'expliquer les interactions auxquelles elles sont soumises. C'est une théorie quantique de champs relativistes. Dans les chapitres suivants, nous allons faire une première exploration de cette théorie dont la validité repose sur de nombreuses prédictions vérifiées expérimentalement.

I. Particules et Symétries

1. Introduction

Les symétries jouent un rôle important en physique et particulièrement en physique des particules. On peut caractériser les symétries suivant trois catégories :

- **Symétrie continue / symétrie discrète** : correspond à la structure mathématique du groupe qui décrit la symétrie.
- **Symétrie d'espace-temps / symétrie interne** : dépend si la symétrie porte sur l'espace-temps dans lequel évolue la particule ou sur la particule elle-même.
- **Symétrie globale / symétrie locale** : la symétrie peut être appliquée en chaque point de l'espace de façon indépendante ou non. Ces symétries sont associées aux symétries de jauge que nous aborderons plus tard.

On peut par exemple avoir une symétrie continue d'espace ou une symétrie discrète d'espace.

Si un changement effectué dans un système physique ne produit aucun effet observable, alors le système est dit invariant au changement, ce qui implique l'existence d'une symétrie.

Les symétries sont étroitement reliées aux lois de conservation et au concept d'invariance. L'unification des interactions fondamentales, réalisée jusqu'à présent seulement pour les interactions électromagnétique et faible, est-elle aussi liée au concept de symétrie.

Une caractéristique du principe de symétrie en physique est qu'on peut définir une grandeur non observable associée à cette symétrie. On va associer à la symétrie un principe d'invariance et une loi de conservation.

Le lien entre lois de conservation, symétries et principe d'invariance a été réalisé dans les années 1920 par la mathématicienne Emmy Noether (1882-1935). Elle a montré :

- Que la loi de conservation de l'impulsion impliquait l'invariance de toutes les lois de la physique lors d'une translation spatiale $\Rightarrow$ il n'y a pas de position privilégiée dans tout

- Equation de Schrödinger pour une particule libre invariante sous une transformation globale (groupe $U(1)$ de symétrie) → conservation de la charge électrique.
- Equation de Schrödinger invariante sous une transformation locale (groupe $U(1)$ de symétrie) → introduction d'un champ de jauge (le champ électromagnétique) et des interactions entre la matière et ce champ de jauge.

II. Classification des particules

Classification des particules.

Standard Model of Elementary Particles

three generations of matter (fermions)

↳ résolution de l'équation de Dirac (antiparticules aussi)

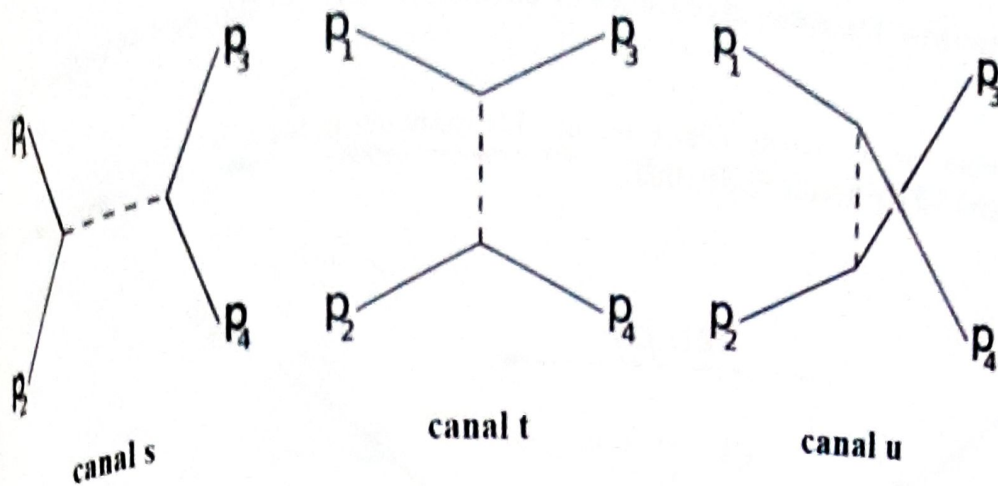
	I	II	III		
mass	$\approx 2.4 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 172.44 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 125.09 \text{ GeV}/c^2$
charge	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H Higgs
QUARKS	$\approx 4.8 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 95 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	0	
	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 105.67 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$	
	-1	-1	-1	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
LEPTONS	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$	$< 1.7 \text{ MeV}/c^2$	$< 15.5 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$	
	0	0	0	± 1	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

↑
matière ordinaire

interactions

1. Les leptons

On distingue 3 familles de leptons chargés, de charge $Q/e = -1$: l'électron, le muon et le tau.



Le canal s correspond aux particules 1 et 2 qui émettent une particule intermédiaire qui éventuellement se scindera en particules 3 et 4 : le canal s est la seule voie qui permet de découvrir des résonances et de nouvelles particules instables pourvu que leurs temps de vie soient suffisamment longs pour qu'elles puissent être détectées. Ex : annihilation électron-positron ou quark-antiquark. Le canal t représente le processus dans lequel la particule 1 émet une particule intermédiaire se transformant ainsi en la particule finale 3, alors que la particule 2 absorbe la particule intermédiaire pour devenir la particule 4. Ex : diffusion de deux électrons. Le canal u correspond au canal t dans lequel on a interchangé les rôles des particules 3 et 4.

3. Les interactions

a. Interaction gravitationnelle et graviton

En supposant qu'on arrive à montrer que l'interaction gravitationnelle est une interaction fondamentale basée sur une théorie quantique, le graviton (qui serait de spin 2) a été postulé comme étant son boson de jauge, mais il n'a jamais été observé.

Un ordre de grandeur de la probabilité d'émission ou d'absorption d'un graviton est 10^{-11} .

Si on prend la constante de couplage de l'interaction forte égale à l'unité, et si on considère deux protons situés à la distance r , alors le rapport $F_G/F_{em} = 10^{-36}$.

À l'échelle des noyaux et particules, les effets de l'interaction gravitationnelle sont donc bien négligeables.

b. Interaction électromagnétique et photon

Le photon échangé dans toute interaction électromagnétique n'est pas chargé : on dit que l'interaction s'effectue par courant neutre. Le photon, de spin 1, a $m_\gamma c^2 = 0$, donc la portée de l'interaction est infinie.

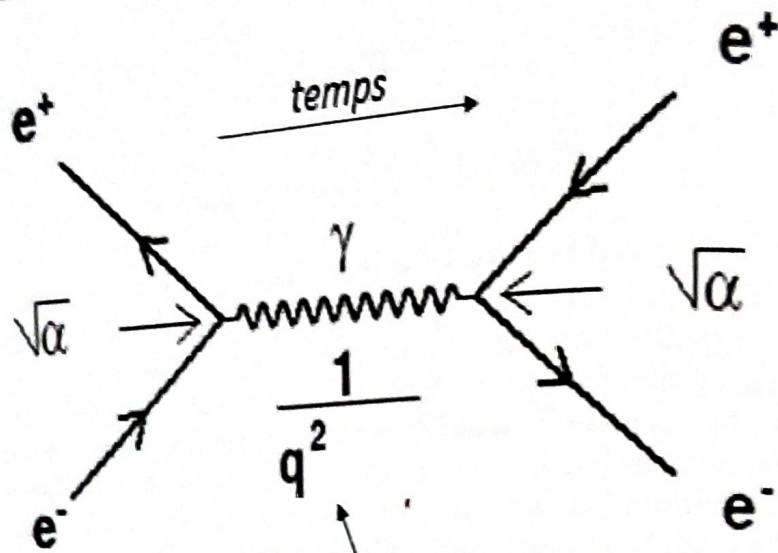
Deux électrons, qui se repoussent par répulsion coulombienne, échangent des photons, mais ces photons ne peuvent être mis en évidence : ils sont virtuels.

Pour que la particule échangée soit observable, il faut $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Par contre, si l'interaction est telle que $\Delta E \cdot \Delta t < \hbar$, la particule échangée n'est plus observable : elle est dite virtuelle.

L'interaction électromagnétique est caractérisée par $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$, la « constante » de structure

fine, qui caractérise l'intensité avec laquelle l'interaction électromagnétique se couple aux charges électriques.

Le diagramme de Feynman décrivant la diffusion élastique électron-positron (mécanisme d'annihilation) est représenté ci-dessous.



Propagateur du photon
où q est le quadri-moment transféré

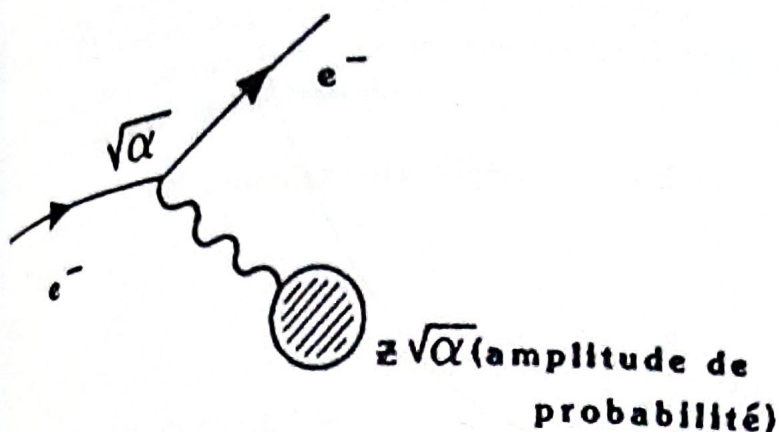
$\sqrt{\alpha}$ est l'amplitude de probabilité d'émettre ou d'absorber un photon virtuel. La probabilité d'interaction est donnée par $(\sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha})^2 = \alpha^2$.

En multipliant les constantes de couplage aux vertex et le propagateur pour un photon ($1/q^2$ avec $m_\gamma = 0$), on obtient l'amplitude de la diffusion électron-positron :

$$f_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\alpha} \frac{1}{q^2} = \frac{\alpha}{q^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \times \frac{1}{q^2}$$

La section efficace du processus est alors : $\frac{d\sigma}{dq^2} \propto |f(q)|^2 = \frac{\alpha^2}{q^4}$

Le diagramme de Feynman décrivant la diffusion d'un électron par un noyau de charge Ze sera :



La probabilité d'interaction sera : $(\sqrt{\alpha} Z \sqrt{\alpha})^2 = Z^2 \alpha^2$.

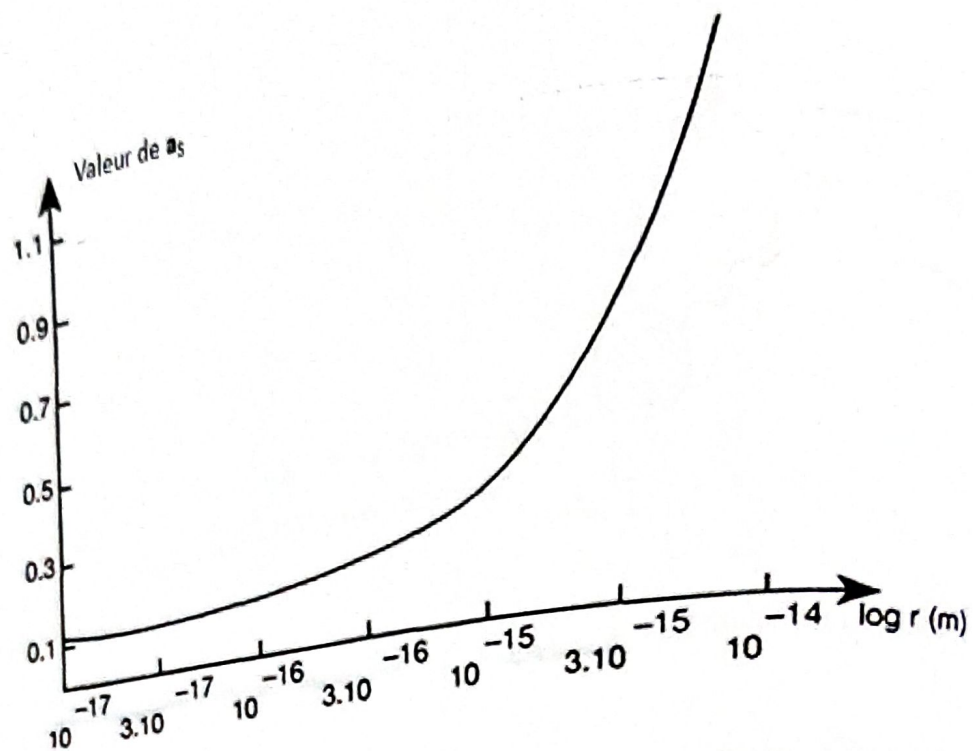
c. Interaction forte et gluons

Dans les hadrons, seules particules qui subissent l'interaction forte, les quarks échangent des gluons, sans masse, de spin 1, qui portent eux aussi le nombre quantique de couleur (les gluons existent en fait sous 8 états de charge de couleur).

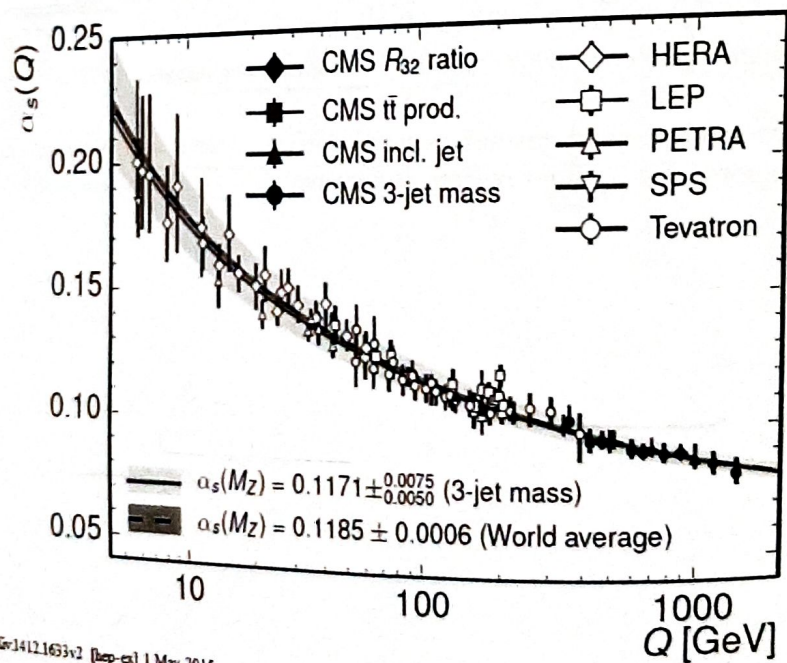
L'interaction forte a une courte portée, de l'ordre de 1,5 fm.

Par analogie avec l'interaction électromagnétique, l'intensité de l'interaction, correspondant à l'émission ou l'absorption d'un gluon par un quark, est caractérisée par $\alpha_s = \frac{g_F^2}{4\pi\hbar c}$ où g_F joue le même rôle que la charge électrique pour l'interaction électromagnétique.

Si la distance séparant les quarks est inférieure au diamètre des nucléons, alors $\alpha_s \sim \text{cste}$. Pour des distances plus importantes, α_s augmente rapidement avec r .

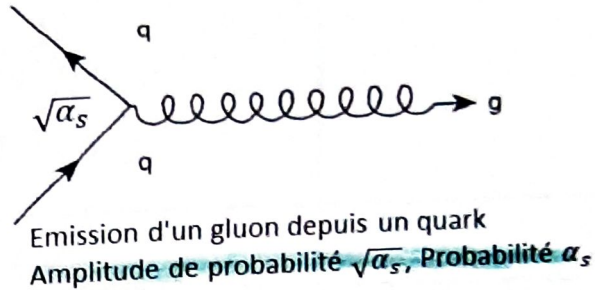
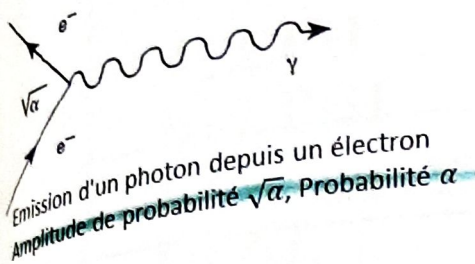


La force augmente avec la distance, c'est pourquoi il est impossible d'extraire un quark d'un hadron et de l'obtenir à l'état libre. On parle de confinement des quarks.



A l'échelle des quarks, le quantum d'interaction est le gluon. A l'échelle des nucléons, le quantum d'interaction est le pion. Mais il n'y a pas de problème avec ces deux modèles, puisque la théorie de l'échange des mésons est intégrée dans le modèle des quarks. La force de cohésion nucléaire peut être schématisée soit par l'échange d'un pion, soit par l'échange simultané de l'ensemble $u\bar{d}$ (ou $d\bar{u}$, ...) avec échange interne de gluons.

Le mécanisme de l'IF présente un fort parallèle avec celui de l'IE :



Les gluons sans masse et colorés, qui sont échangés par des quarks colorés, jouent un rôle analogue à celui des photons sans masse échangés par les particules chargées électriquement. Mais il existe des différences notables entre ces deux interactions :

- les gluons échangés portent eux aussi des charges de couleur (rouge, vert et bleu) alors que les photons ne portent pas de charge électrique.
- $\alpha \sim \text{cte}$ tandis que α_s varie avec la distance, donc avec l'énergie de l'interaction.

On associe à l'IF un potentiel qui augmente avec la distance, tandis que le potentiel de l'IE est inversement proportionnel à la distance.

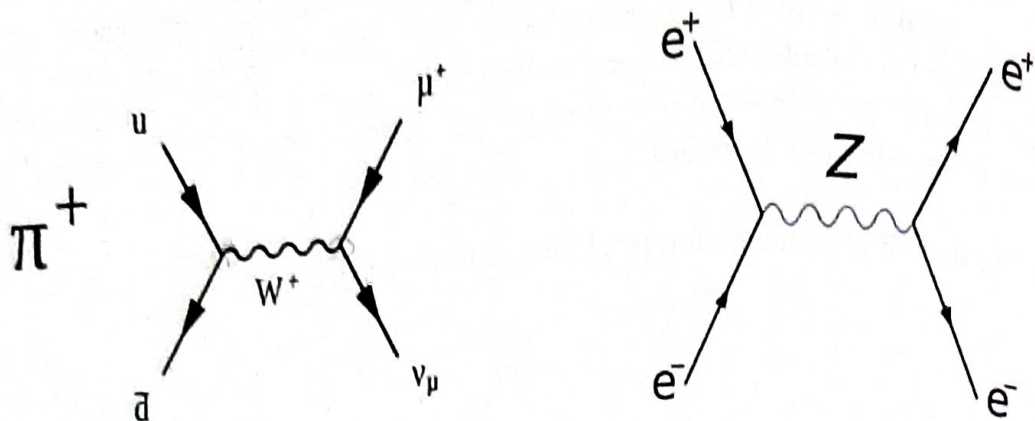
Puis les quarks s'éloignent les uns des autres et plus grande est leur force de liaison, due à la présence des gluons. Si on veut les séparer, il faut appliquer une énergie tellement importante que les quarks se transforment en un « jet » de hadrons.

d. Interaction faible et bosons vectoriels intermédiaires

Dans le cas d'une interaction faible par courant chargé, avec échange de charge électrique entre les particules, un boson W^+ ou W^- est échangé (spin 1, masse 80,4 GeV).

Dans le cas d'une interaction faible par courant neutre, sans échange de charge électrique entre les particules, un boson Z^0 est échangé (spin 1, masse 91,2 GeV).

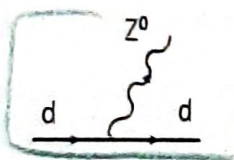
Exemple :



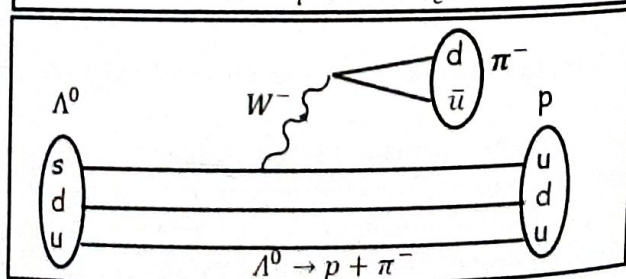
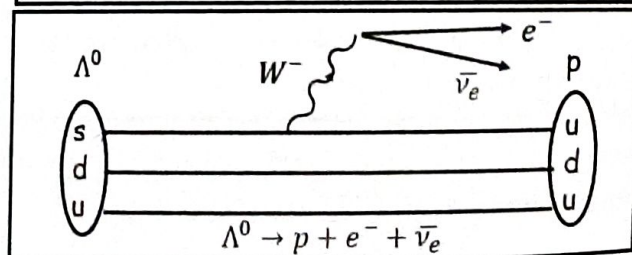
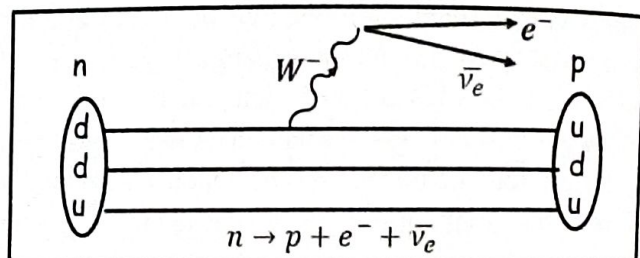
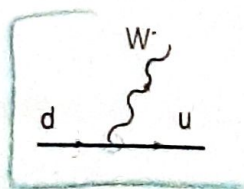
L'interaction faible est la seule à pouvoir changer la saveur des quarks.

Exemples de désintégrations
par interaction faible

On peut avoir échange
de courant neutre



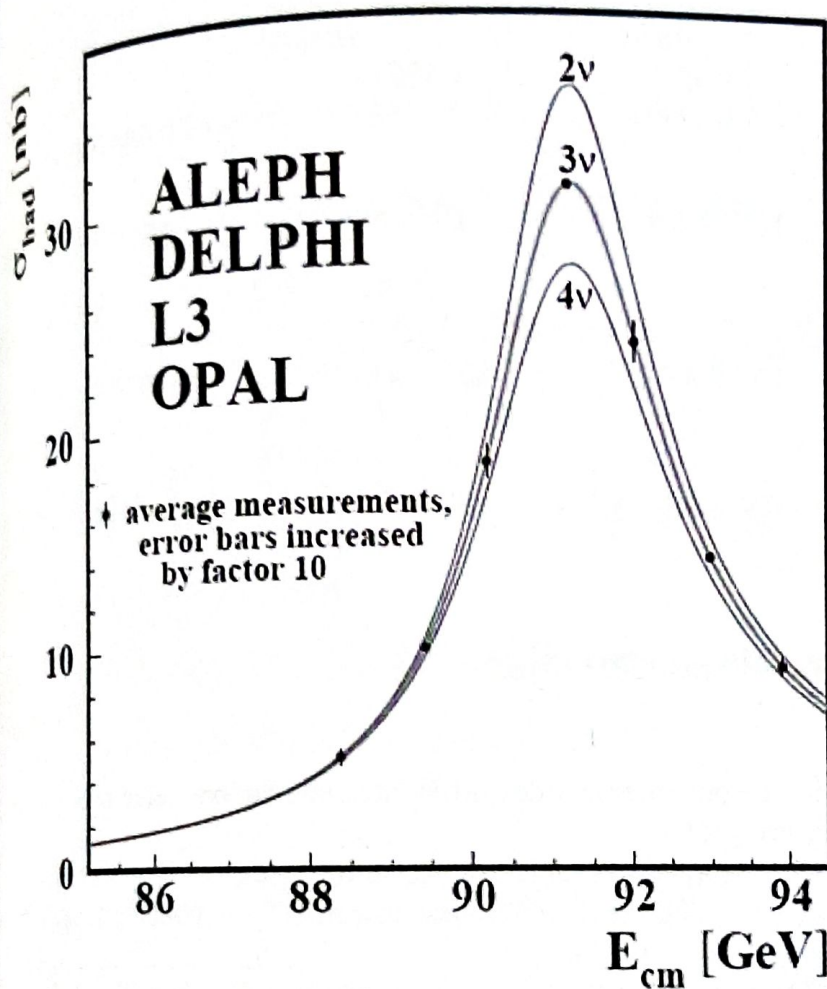
ou de courant chargé



Les masses importantes des bosons intermédiaires entraînent un rayon d'action très faible, de l'ordre de 10^{-3} fm . L'interaction faible a donc une courte portée.

Quelques propriétés du boson Z^0 .

Le boson Z^0 a été complètement étudié avec l'accélérateur LEP (dans sa première phase, de 1989 à 1995) à $\sqrt{s} = 91$ GeV, avec 17 millions de désintégrations observées. Sa masse et sa largeur ont été mesurées très précisément : $M_{Z^0}c^2 = 91,1876 \pm 0,0021$ GeV. La mesure de la largeur du Z^0 a permis de déduire le nombre de familles de neutrinos. La valeur obtenue est $N_\nu = 2,9841 \pm 0,0083$ confirmant par là même le nombre de familles de leptons et de quarks.

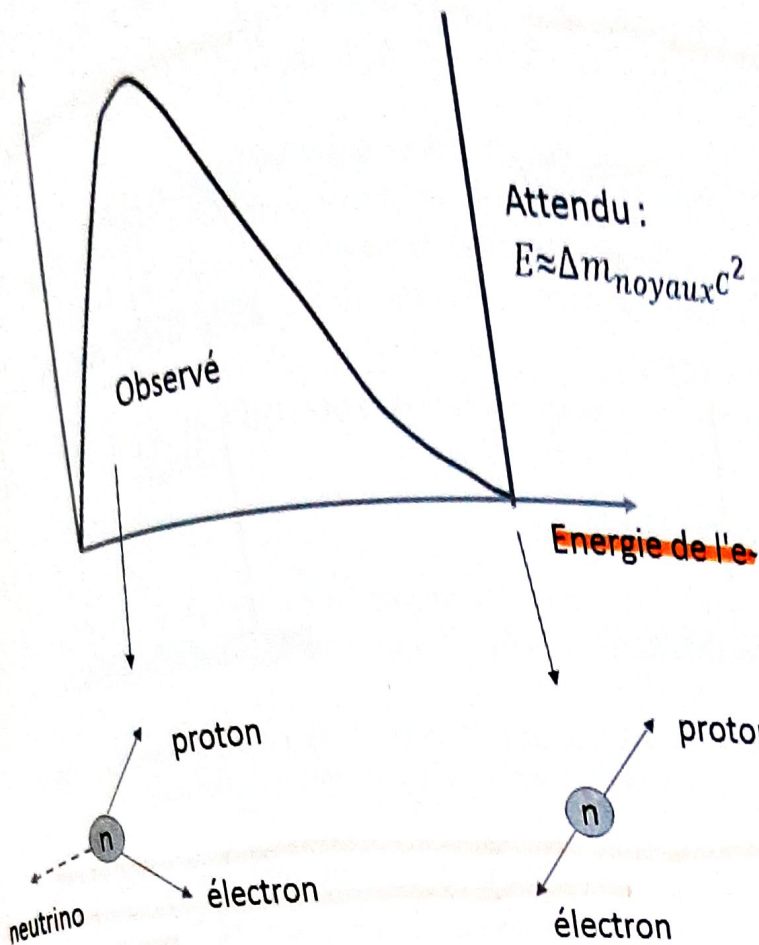


Quelques propriétés des bosons $W^\pm$.

Les bosons $W^\pm$, produits par paires W^+W^- , ont été étudiés dans la phase suivante LEP II, avec $\sqrt{s}$ variant de 136 GeV en 1995 jusqu'à 209 GeV en 2000. La masse et la largeur des bosons W ont été mesurées très précisément : $M_Wc^2 = 80,385 \pm 0,015$ GeV.

e. Récapitulatif pour les interactions fondamentales

Interaction	Forte	Electromagnétique	Faible
Particules de Jauge	gluons	Photons γ	$W^\pm, Z^0$



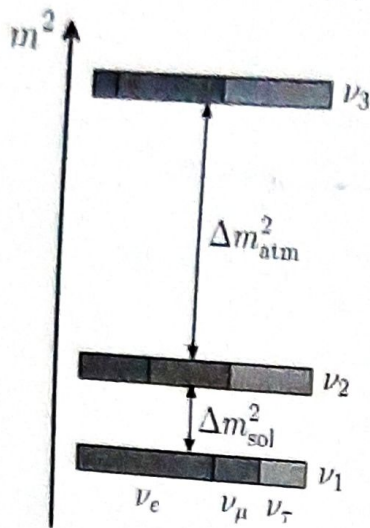
La particule inconnue est en fait le neutrino (en réalité c'est ici l'antineutrino électronique) qui n'a été découverte expérimentalement qu'en 1956 par Cowan et Reines auprès d'un réacteur nucléaire. Le neutrino est très difficile à détecter. Il n'interagit que par interaction faible. Pour donner un ordre de grandeur, il faudrait, pour des neutrinos de basse énergie, une épaisseur d'une année lumière de plomb pour diminuer d'un facteur 2 un faisceau de neutrinos. Par contre la section efficace d'interaction augmente avec l'énergie. Ainsi la Terre est opaque aux neutrinos de plus de 100 TeV.

Les neutrinos existent sous 3 saveurs différentes, correspondant aux 3 familles de leptons : électronique, muonique, tauique. Une des propriétés importantes des neutrinos est le fait qu'ils peuvent « osciller », c'est à dire changer de saveur. Ceci est possible si les neutrinos ont une masse. En fait les différentes saveurs de neutrinos correspondent aux états propres du lagrangien d'interaction, c'est à dire les états que l'on observe lors d'une interaction faible. Or le lagrangien qui décrit la propagation des neutrinos, qui dépend de leurs masses, a des états propres différents appelés ν_1, ν_2, ν_3 . Les états propres de masse et de saveur sont reliés par une matrice de mélange appelée matrice Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata ou PMNS. Ce processus est similaire à celui observé pour les quarks où la matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, plus connue sous le nom de matrice CKM, permet de passer des états de saveur des quarks observés dans l'interaction faible, aux états propres de masse observés lors de leur propagation.

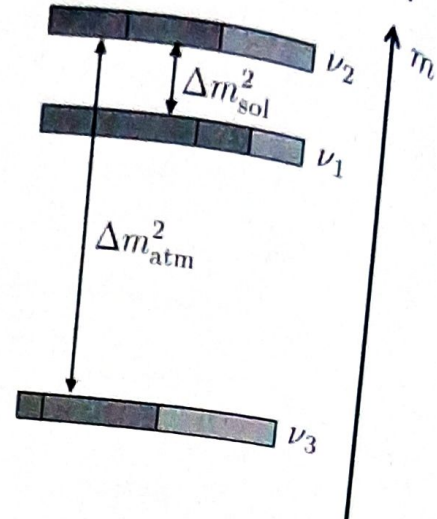
neutrino de Majorana = identique à sa antiparticule
↳ le neutrino est sa propre antiparticule

Les oscillations de neutrinos sont dues aux différences de masses.
 ν_e produit au soleil dans le détecteur
 le neutrino produit est relativiste : effet du rayonnement qui peut être détecté

normal hierarchy (NH)

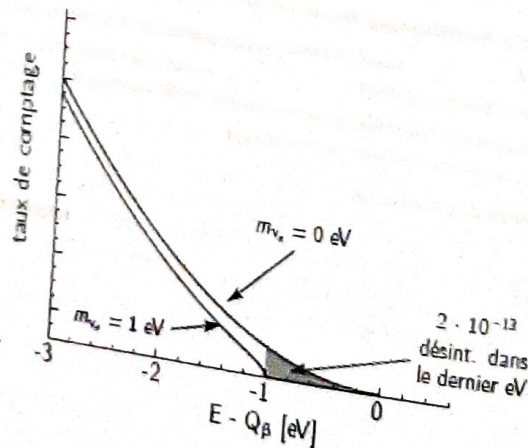
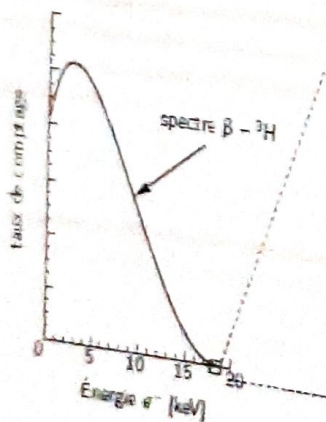


inverted hierarchy (IH)



La masse des neutrinos est une des grandes inconnues de la physique des particules. Sur la figure ci-dessus est représentée différentes hypothèses sur la hiérarchie des masses de ces particules. Beaucoup d'expériences cherchent à mesurer leurs masses. Le plus simple est de mesurer les écarts de masse (voir figure) qui dépendent de la longueur que doit parcourir un neutrino pour osciller. Plus l'écart de masse entre deux neutrinos est grand et plus la longueur à parcourir pour osciller de l'un à l'autre est petite. C'est pourquoi il est important de mesurer ces oscillations sur des distances variables et de comparer les neutrinos produits dans l'atmosphère à ceux produits par le soleil par exemple (voir figure).

La mesure directe de la masse des neutrinos est beaucoup plus complexe car elle consiste à mesurer par exemple l'extrémité du spectre en énergie des électrons (voir figure ci-dessous). La différence d'énergie maximale des électrons dans le cas où la masse du neutrino est nulle et dans le cas où elle est non nulle est égale à la masse du neutrino. Cette mesure est complexe car c'est une mesure de précision qui nécessite de plus une très grande statistique.



Terminons enfin sur une autre question concernant les neutrinos. Est-ce que le neutrino est sa propre antiparticule?



up (ou down) $\rightarrow$ ν ou $\bar{\nu}$

pas d'oscillations:

$$\frac{\Phi_{\mu}(up)}{\Phi_{\mu}(down)} = 1 = 0.5 \text{ en réalité}$$

nucléon: pas d'états excités → se casse quand
apport d'énergie

C. Noyaux

1. Forces nucléaires

1. Introduction

L'étude de l'interaction forte à l'échelle du noyau est extrêmement complexe. L'interaction forte au niveau du noyau est la partie résiduelle de l'interaction forte au niveau des quarks et gluons au sein des nucléons. C'est le pendant de l'interaction de Van der Waals pour l'électromagnétisme qui bien qu'étant une interaction résiduelle faible, joue un rôle très important notamment en chimie et biologie.

Avant de passer à l'étude de systèmes complexes comme les noyaux, il faut commencer à comprendre l'interaction entre 2 nucléons.

2. Caractéristiques de l'interaction forte

Donnons quelques caractéristiques semi-quantitatives de la force nucléaire :

- **La force nucléaire est pratiquement indépendante que le nucléon soit un proton ou un neutron** : cette propriété est appelée **indépendance de charge**.

- **La force nucléaire est une interaction forte** : on constate que l'énergie de liaison B_N de chaque nucléon dans le noyau (autour de 8 MeV) est très supérieure à l'énergie de liaison de chaque électron B_e dans l'atome (quelques eV à quelques centaines de keV) pour les électrons les plus liés dans les atomes lourds. De plus l'interaction forte assure la cohésion du noyau.

- **La force nucléaire est de courte portée**, de l'ordre de 1,5 fm.

- **La force nucléaire est répulsive à courte distance** : pour des distances $r < 0,5$ fm la force nucléaire devient répulsive à cause du principe d'exclusion de Pauli (les nucléons étant des fermions).

- **La force nucléaire est saturante** : un nucléon ne va interagir qu'avec quelques voisins pour que B_N et le volume V du noyau soient proportionnels au nombre de nucléons A .

- **La force nucléaire dépend du spin du système formé** (voir détails ci-dessous)

- **Elle dépend aussi de l'isospin** (voir détails ci-dessous)

- **La force nucléaire a une composante tenseur** : la composante tenseur correspond à un terme non central.

a. Isospin d'un système de plusieurs particules : le noyau

L'additivité de l'isospin pour un système de A nucléons donne :

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{T}_i$$

$B_N = E$ liaison totale
du noyau

B_N/A
= E liaison entre
2 nucléons
~ 8 MeV

...abaissement de l'énergie
 Les nucléons peuvent échanger une particule virtuelle
 existant à une distance de l'ordre de la portée de l'interaction forte
 soit ~ 1 fm
 Pour des distances ~ 1 fm l'interaction est décrite par l'échange de pions

$$T_3 = \sum_{i=1}^N t_{3i}$$

isospin T
 $\Rightarrow 2T+1$
 dans le multiplet ayant chacune une valeur de T_3 séparée de 1 unité de celle de l'autre

avec $t_{3p} = 1/2$ et $t_{3n} = -1/2$

Pour un noyau X ayant Z protons et N neutrons, on a donc $T_3 = \frac{Z-N}{2}$ qui est caractéristique de l'asymétrie entre le nombre de protons et de neutrons. A cette valeur unique peut correspondre différentes valeurs de T . $T_{\text{ford}} = |T_3| \leq T \leq \frac{Z+N}{2} = \frac{A}{2}$

En résumé, un noyau est caractérisé par sa 3ème composante T_3 . Un état d'un noyau (niveau d'énergie) est caractérisé par son isospin $\vec{T}$.

On notera également que l'interaction forte est indépendante de charge, elle agit de la même manière sur un proton ou un neutron. Elle est donc indépendante de T_3 puisque $T_3 = Q/e + 1/2$. Par conséquent l'interaction forte dépend de $\vec{T}$.

Nous reviendrons sur ces notions lors de l'étude des états analogues d'isobariques.

b. Rôle du spin et de l'isospin

→ utiliser les tables de Gellish-Goldman

Considérons un état composé de 2 nucléons. L'isospin total $\vec{T} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$ et sa projection est donnée par $T_3 = t_{31} + t_{32}$ avec $t_3 = 1/2$ pour un proton et $-1/2$ pour un neutron. On peut donc former 4 états d'isospin possibles :

- un triplet ($T=1$) symétrique

$\Psi(\vec{r}, \vec{E})$
 $= \phi(\vec{r}) \chi(\vec{E}) \Theta(\vec{E})$

état triplet d'isospin

$$\begin{cases} |11\rangle = |pp\rangle \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn\rangle + |np\rangle) \\ |1-1\rangle = |nn\rangle \end{cases}$$

$|p\rangle = |T=\frac{1}{2}, T_3=\frac{1}{2}\rangle$
 $|n\rangle = |T=\frac{1}{2}, T_3=-\frac{1}{2}\rangle$

- et un singulet ($T=0$) antisymétrique

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|pn\rangle - |np\rangle)$$

état antisymétrique

Toutefois, nous avons affaire à des fermions, le système doit donc satisfaire au principe de Pauli généralisé. Soit T impair

Pour le spin on peut aussi former 4 états possibles :

- un triplet ($S=1$) symétrique

$$\begin{cases} |11\rangle = |1/2, 1/2\rangle \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1/2, -1/2\rangle + |-1/2, 1/2\rangle) \\ |1-1\rangle = |-1/2, -1/2\rangle \end{cases}$$

fonction d'onde soit anti-symétriques :
 fonction d'onde spatiales $(-1)^L$
 isospin $T=1$ symétrique
 $T=0$ antisymétrique
 dans pour le spin

spin très important pour interaction en :
 état doublet $\rightarrow$ supérieurement au barde
 doublet $\rightarrow$ $|1p, 1n\rangle$ et seul $2T=1$ est
 doublet $\rightarrow$ $|1p, 1n\rangle$ et seul $2T=1$ est
 doublet $\rightarrow$ $|1p, 1n\rangle$ et seul $2T=1$ est
 doublet $\rightarrow$ $|1p, 1n\rangle$ et seul $2T=1$ est

Principe de Pauli
 $\Psi(\vec{r}, \vec{E}) = \phi(\vec{r}) \chi(\vec{E}) \Theta(\vec{E})$
 doit être antisymétrique
 $\Rightarrow L+S+T$ impair
 $L=0$ (état S du deuteron)
 $\rightarrow$ symétrique
 la fonction d'onde du spin est symétrique $(S=1)$

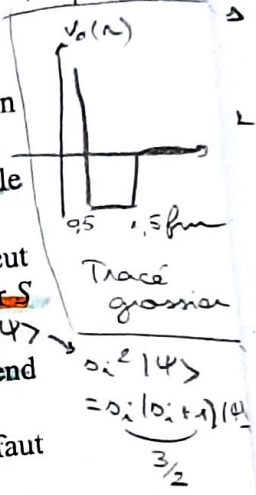
différence entre interaction nucléon-nucléon dans le vide et interaction nucléon-nucléon dans la matière nucléaire
 et un singulet ($S=0$) antisymétrique

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1/2 - 1/2\rangle - |-1/2 1/2\rangle)$$

Sachant que le seul état lié de 2 nucléons est le deuton (pn) qui a un moment angulaire $L=0$ et $J^\pi = 1^+$, on en déduit donc, comme $I = L + S$ que $S=1$ et que le deuton est dans un état triplet de spin. On a donc $L+S=1$ et donc la seule possibilité est d'avoir $T=0$. Un système lié de deux nucléons est un singulet d'isospin antisymétrique. On notera qu'en effet on n'observe pas dans la nature d'états liés pp ou nn. On pourrait imaginer que on a un état pn dans un état triplet d'isospin symétrique, mais dans ce cas-là il faudrait que le spin $S=0$ et $J^\pi = 0^+$ or on n'observe pas cet état dans la nature.

c. Potentiel d'interaction nucléon-nucléon

interaction forte devient répulsive lorsqu'on approche 2 nucléons (à cause de l'exclusion de Pauli)



En prenant en compte toutes les propriétés déjà données ci-dessus, le potentiel d'interaction nucléon-nucléon inclut les différents termes suivants :

problème du potentiel lié à l'intensité de l'interaction forte

$\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 |4\rangle = (S^2 - 3)/4 |4\rangle = (2S^2 - 3)/4 |4\rangle = (2 * 3/4 - 3)/4 |4\rangle = (-5/4) |4\rangle$

- Un potentiel central $V_0(r)$ répulsif à courte distance et correspondant à une force nulle pour une distance $\geq 1,5$ fm.
- Un terme qui dépend du spin $V_\sigma(r) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ avec $\vec{\sigma}_1$ et $\vec{\sigma}_2$ les matrices de Pauli. On peut montrer que ce terme apporte une contribution attractive pour $S=1$ et répulsive pour $S=0$. $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \frac{1}{2} \vec{\sigma}_1 + \frac{1}{2} \vec{\sigma}_2$, $S^2 |4\rangle = (S_1^2 + 2\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + S_2^2) |4\rangle = (\frac{3}{4} + \frac{3}{4}) |4\rangle = \frac{3}{2} |4\rangle$
- Un terme tenseur : le rôle du spin intervient aussi via un terme non central (qui dépend de l'orientation) du vecteur $\vec{r}$ qui rejoint les 2 particules.
- Un terme "spin-orbite" : le potentiel dépend de la vitesse relative des nucléons. Il faut donc ajouter un terme qui dépend du moment angulaire des deux nucléons.
- Enfin, bien que l'interaction forte soit indépendante de la charge et donc de T_3 elle dépend de $\vec{T}$. On ajoute donc un terme similaire à celui de spin mais pour l'isospin : $V_T(r) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$ avec $\vec{\tau}_1$ et $\vec{\tau}_2$ les opérateurs d'isospin.

$$\hat{S}_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \frac{\vec{r}}{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \frac{\vec{r}}{r}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

Au final nous pouvons donc écrire :

$$V(r, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{L}, \vec{S}) = V_0(r) + V_\sigma(r) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + V_T(r) \hat{S}_{12} + \vec{L} \cdot \vec{S} + V_T(r) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

II. Modèles nucléaires

IF conserve T_1 et T_3 mais elle est indépendante de T_2 → on peut propriétés pour tous les membres d'un multiplet d'isospin T

1. Introduction

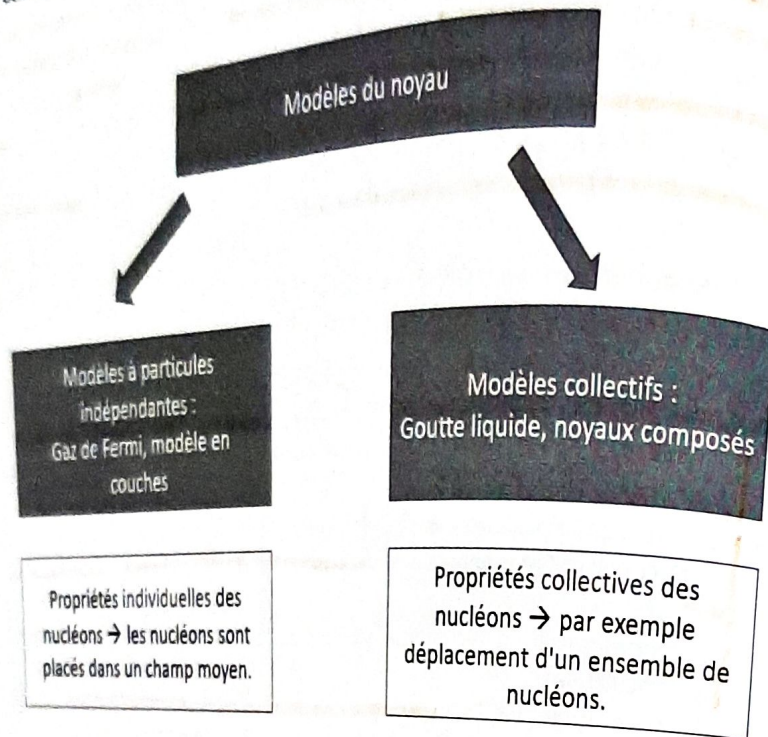
Modéliser un noyau revient à étudier A nucléons en interaction. On comprend donc aisément que la modélisation des noyaux devient rapidement extrêmement complexe lorsque A augmente. Dans ce chapitre nous nous intéresserons aux modèles "classiques" qui permettent de retrouver les principales propriétés des noyaux. Plusieurs modèles existent que l'on peut classer en deux grandes catégories :

- Les modèles à particules indépendantes où chaque nucléon est considéré individuellement et évolue dans un potentiel moyen. Nous étudierons le modèle du gaz de Fermi et le modèle en couches.
- Les modèles collectifs qui rendent compte des effets collectifs. Nous étudierons le

interaction effective = fonction math. contenant plusieurs paramètres ajustés sur des données expérimentales

caractéristiques $G \propto A^{-1}$ $\propto 1/A$
 Les efforts théoriques actuels portent sur une description microscopique du noyau à partir du potentiel d'interaction effectif nucléon-nucléon. C'est les méthodes Ab-initio qui permettent de décrire le comportement de noyaux jusqu'à $A \sim 30$.
 Les modèles à particules indépendantes et les modèles collectifs (goutte liquide, noyaux composés) sont des modèles simplifiés du noyau.

Les efforts théoriques actuels portent sur une description microscopique du noyau à partir du potentiel d'interaction effectif nucléon-nucléon. C'est les méthodes Ab-initio qui permettent de décrire le comportement de noyaux jusqu'à $A \sim 30$.



2. Modèle à particules indépendantes

a. Modèle du gaz de Fermi

Le modèle du gaz de Fermi a été un des premiers essais pour incorporer la mécanique quantique. C'est le modèle à particules indépendantes le plus simple.

Dans ce modèle, les nucléons sont enfermés dans un volume $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$ et soumis à un potentiel attractif constant. Le potentiel est nul à l'intérieur du noyau et infini à l'extérieur.

Les particules se placent sur les différents niveaux d'énergie. Le dernier niveau rempli correspond au niveau de Fermi. Chaque niveau d'énergie est rempli par 2 protons + 2 neutrons (car particules différentes).

Le nombre de protons ou de neutrons (on considère séparément ici les protons ou les neutrons) compris dans un intervalle d'impulsion dp est donné par :

$$dn = \frac{2V4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{\text{volume d'espace de phase} \times (\text{spin} \times \text{isospin})}{\text{volume d'une cellule}}$$

avec $(2\pi\hbar)^3$ le volume d'une cellule élémentaire et le facteur 2 vient de la dégénérescence de spin des nucléons. L'énergie de Fermi est donnée par :

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m}$$

$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i < j} V_{ij}$
 comment calculer les potentiels et les énergies cinétiques? $\Rightarrow$ modèles

le nombre de protons ou de neutrons peut ensuite être calculé avec :

$$N_{\text{nucleons}} = \int_0^{P_F} dn$$

De là on en déduit que :

$$P_F = \left(\frac{2N_{\text{nucleons}}}{A} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{(9\pi)^{\frac{1}{3}} \hbar}{2 r_0}$$

$$E_F = \left(\frac{2N_{\text{nucleons}}}{A} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{(9\pi)^{\frac{2}{3}} \hbar^2}{8 m r_0^2} = \left(\frac{2N_{\text{nucleons}}}{A} \right)^{\frac{2}{3}} E_F^0$$

ne dépend pas de A

En faisant l'approximation que $N = Z = A/2$, on remarque que, en première approximation, E_F et P_F sont indépendants de A, c'est une conséquence de la saturation nucléaire. En prenant $r_0 = 1,2 \text{ fm}$ on trouve que $E_F = 37 \text{ MeV}$. Comme l'énergie de liaison d'un nucléon est de l'ordre de 8 MeV (voir modèle de la goutte liquide), on en déduit que la profondeur totale du puits de potentiel est de l'ordre de 43 MeV.

$$E_F = \frac{(9\pi)^{\frac{2}{3}} \hbar^2}{8 m r_0^2}$$

énergie de Fermi indépendante du nombre de nucléons

Il est intéressant de calculer l'énergie cinétique des nucléons. Elle vaut :

$$T_{\text{nucleons}} = \int_0^{P_F} \frac{p^2}{2m} dn = \frac{3}{10} E_F^0 A \left(\frac{2N_{\text{nucleons}}}{A} \right)^{\frac{5}{3}}$$

énergie cinétique moyenne par nucléon

$\sim 22 \text{ MeV}$
 (faible devant la masse des nucléons - modèle non relativiste)

En remplaçant N_{nucleons} par N ou Z, l'énergie cinétique totale du noyau s'écrit :

$$T = T_{\text{neutrons}} + T_{\text{protons}} = \frac{3}{10} E_F^0 A \left[\left(1 + \frac{x}{A} \right)^{\frac{5}{3}} + \left(1 - \frac{x}{A} \right)^{\frac{5}{3}} \right]$$

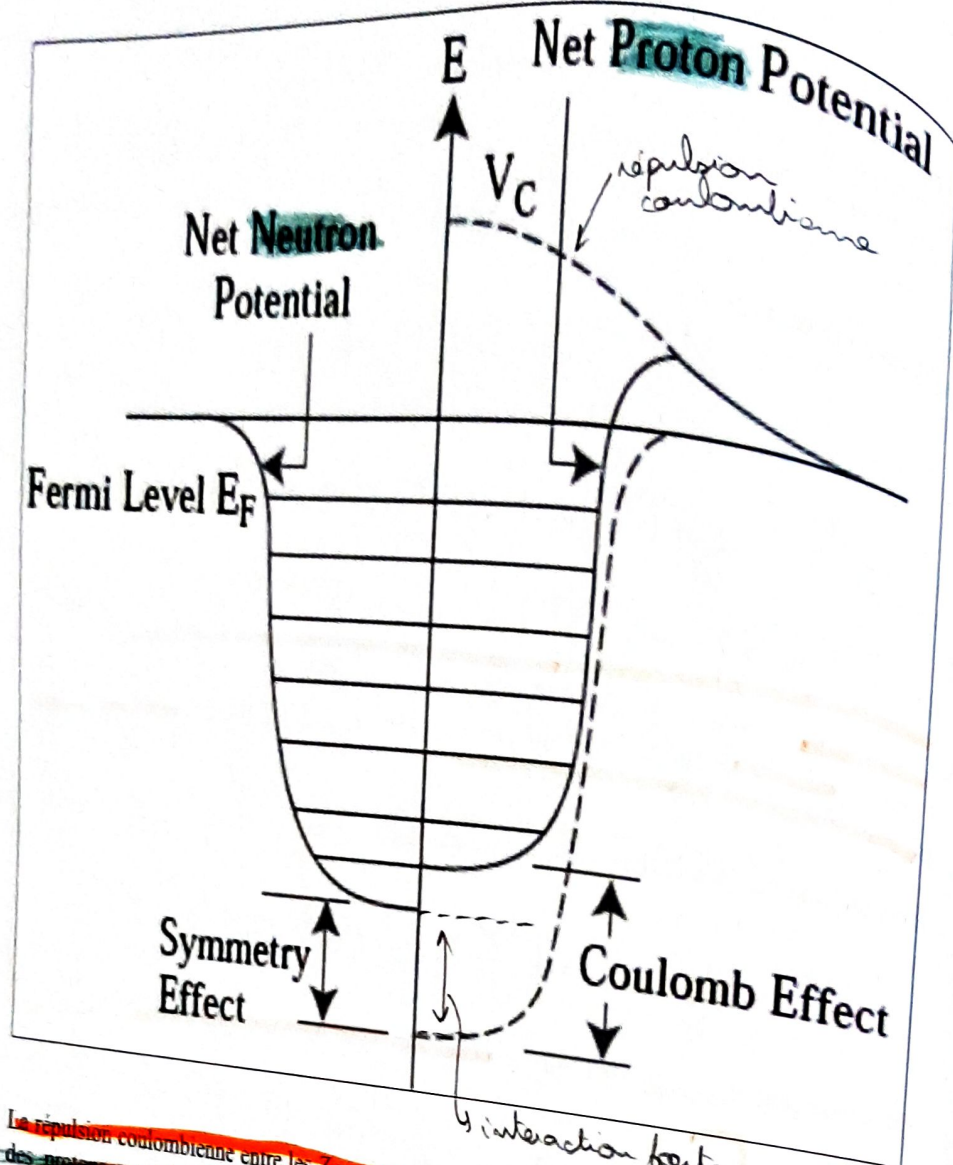
avec $x = N - Z$. En faisant un développement limité en x/A on trouve :

$$T = \frac{3}{5} E_F^0 A + \frac{1}{3} E_F^0 A \frac{(N - Z)^2}{A} + \dots$$

Le premier terme correspond à l'énergie cinétique lorsque $N = Z$. Le deuxième terme, que l'on retrouvera dans la formule de Bethe et Weizsäcker lors de l'étude du modèle de la goutte liquide, montre que l'énergie cinétique augmente avec $N - Z$ qui est le terme d'asymétrie. Ceci conduit donc à diminuer l'énergie de liaison des nucléons dans le noyau. On trouve donc ici une justification pour laquelle les noyaux tendent à minimiser la différence entre le nombre de protons et de neutrons. On note aussi qu'une autre justification se trouve dans le fait que l'interaction proton-neutron est légèrement plus attractive que celle neutron-neutron ou proton-proton comme nous l'avons vu dans le cas du deuton.

Notons au passage que le puits de potentiel n'est pas le même pour les protons et les neutrons comme on peut le voir sur la figure ci-dessous.

abaissement de G de 2-4
 mais tout seul ne peut pas se désintégrer

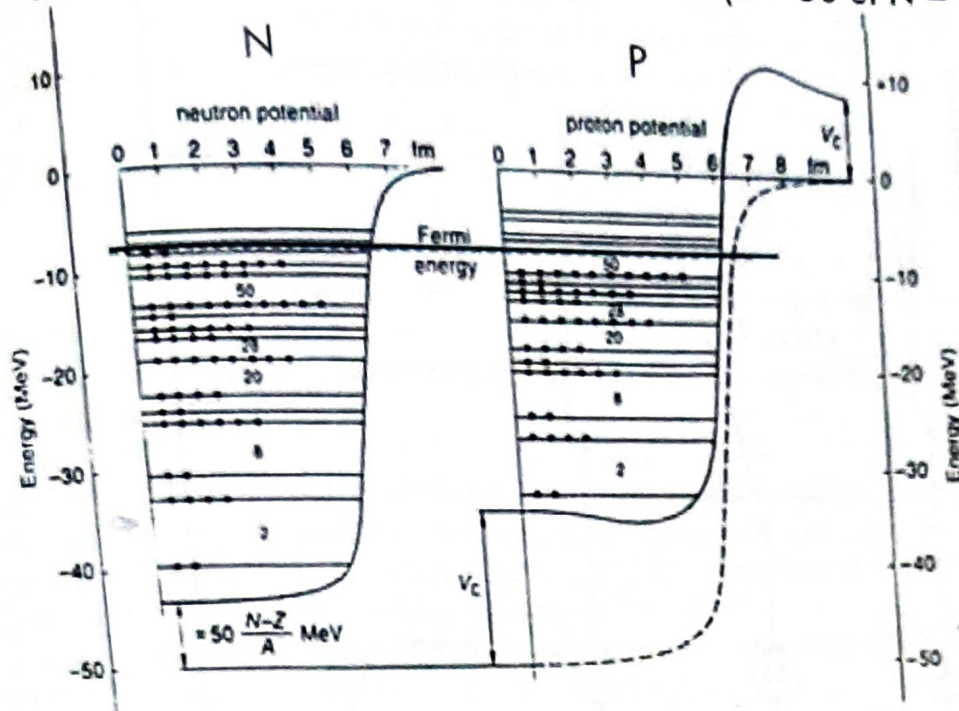


La répulsion coulombienne entre les Z protons fait qu'ils sont moins liés. Le puit de potentiel des protons est rebasé d'une quantité $\propto Z^2$. On voit aussi apparaître une barrière de potentiel coulombienne. Pour les noyaux stables avec $N \approx Z$, un proton voit plus de neutrons que l'inverse. La profondeur du puit en protons va s'abaisser d'une valeur $\propto Z(N-Z)/A$. Le dernier niveau occupé est le niveau de Fermi, qui peut être pratiquement le même pour les protons et les neutrons dans les noyaux stables (figure ci-dessous). Les neutrons peuvent donc être stables dans le noyau car tous les états de proton vers lesquels le neutron pourrait se désintégrer, sont déjà occupés. Le principe de Pauli interdit la dés-intégration et de plus il n'y a aucun gain en énergie, le noyau cherchant à être dans un état d'énergie minimale.

→ si n'aurait pas le cas $\Rightarrow$ désintégrations pour retrouver l'équilibre

→ si la répulsion coulombienne domine et noyau instable, les protons s'échapperaient

puits neutron et proton pour le noyau ^{114}Sn ($Z = 50$ et $N = 64$)



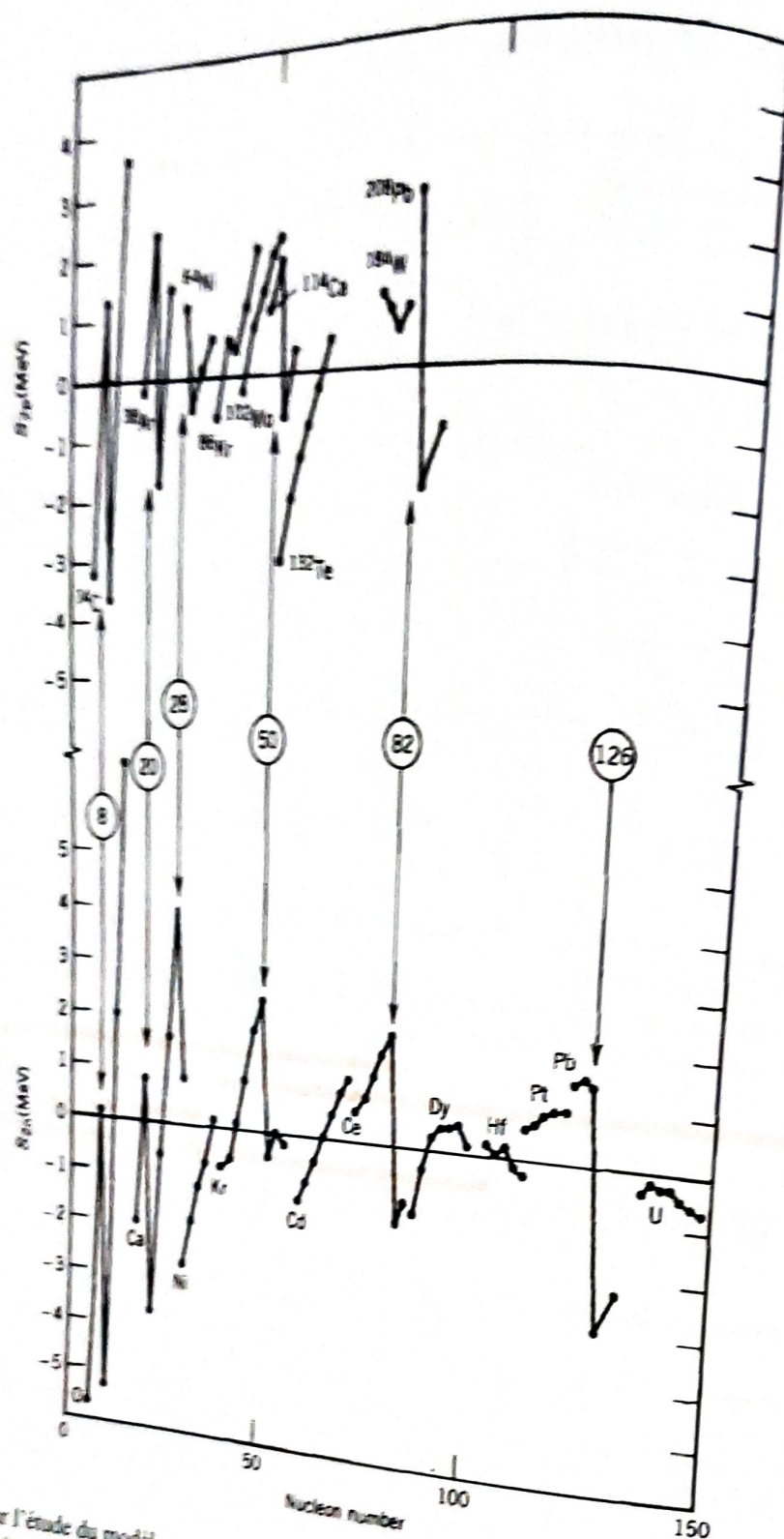
b. Modèle en couches

recording 7

Plusieurs observations expérimentales viennent étayer l'idée de modéliser le noyau en s'inspirant du modèle en couches des électrons dans l'atome. On observe par exemple, comme pour les électrons de l'atome, que les protons ou les neutrons semblent plus fortement liés pour des valeurs particulières de leur nombre - 2, 8, 20, 28, 50... Cette stabilité plus grande du noyau pour ces valeurs a conduit à appeler ces nombres des nombre magiques. Sur la figure ci-dessous est représentée l'énergie de séparation des protons (en haut) et des neutrons (en bas), normalisée à l'aide d'un modèle semi-empirique. On notera les nombres magiques.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}_{in}$$

$\hat{H}_0$: hamiltonien du modèle à particules indépendantes
 $\hat{U}_{in}$: interaction résiduelle (appariement des nucléons)



Pour l'étude du modèle en couches, nous allons choisir d'utiliser le potentiel harmonique pour représenter le potentiel nucléaire. Bien que l'on sache que ce potentiel ne reproduit pas bien le potentiel nucléaire, il présente le grand avantage d'avoir des solutions analytiques. On s'amend toutefois à devoir apporter des corrections à ce modèle pour arriver à retrouver les nombres magiques qui sont observés.

On considère donc l'oscillateur harmonique à 3 dimensions et à symétrie sphérique :

$$V(r) = -V_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2$$

La masse du nucléon plongé dans ce potentiel et donc :

$$\hbar \omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{m}} \frac{\hbar}{r_0 A^{1/3}}$$

La première remarque que l'on peut faire est que la distance entre les niveaux d'énergie du potentiel harmonique $\hbar \omega_0$ évolue comme $A^{-1/3}$. Lorsque A augmente, les niveaux d'énergie se resserrent.

Pour les calculs détaillés de la résolution de l'équation de Schrödinger, on pourra consulter les ouvrages suivants : "Introduction to quantum mechanics" - D. Griffiths, "Introductory nuclear Physics" - K. Krane ou "Mécanique Quantique" - J.L. Basdevant et J. Dalibard. Les grandes lignes de ce calcul seront détaillées en cours.

La résolution de l'équation de Schrödinger donne pour la fonction d'onde une solution de la forme :

$$\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{f_{nl}(r)}{r} Y_l^m(\theta, \varphi)$$

L'énergie prend la forme suivante :

$$E_{nl} = \left(N + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega_0 = \left[2(n-1) + l + \frac{3}{2} \right] \hbar \omega_0 = E_{nl}$$

Avec :

- $N = 0, 1, 2, \dots$ le nombre quantique principal, il fixe la valeur de E . On a $N = 2(n-1)$.
- n le nombre quantique radial qui fixe le nombre de nœuds de la fonction d'onde qui comporte $(n-1)$ zéros.
- $l = 0, 1, 2, \dots$ le nombre quantique azimutal (ou orbital). On utilisera la notation spectroscopique pour désigner les valeurs de l . A $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ correspond $s, p, d, f, g, h, i, j, \dots$.

On remarque que l'énergie dépend de n et l mais pas du nombre quantique magnétique m . On a donc une dégénérescence de $2l+1$ à laquelle il faut ajouter un facteur 2 pour le spin. On peut montrer que la dégénérescence d'un état peut s'écrire $d_N = (N+1)(N+2)$. On peut donc placer d_N nucléons (on considère séparément protons et neutrons) dans un état d'énergie.

La parité associée à l'état d'un nucléon dans une sous-couche (n, l) est donnée par la parité de l'harmonique sphérique de la fonction d'onde soit $(-1)^l$.

Dans le tableau ci-dessous est donné le remplissage des premières couches de l'oscillateur harmonique.

N	n	l	m	d_N	nl	Nombre de nucléons dans la couche
0	1	0	0	2	1s	2
1	1	1	-1, 0, 1	6	1p	6
2	1	2	-2, -1, 0, 1, 2	10	1d	12
	2	0	0	2	2s	
3	1	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	14	1f	20
	2	1	-1, 0, 1	6	2p	

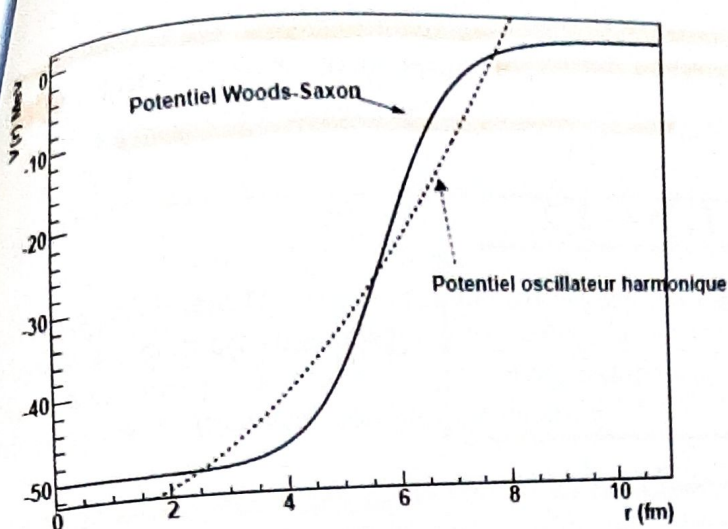
En résumé, pour les 5 premiers niveaux, on a :

N	E_N	d_N	Nbre total de nucléons	nl	parité
0	$(3/2)n\omega$	2	2	1s	+
1	$(5/2)n\omega$	6	8	1p	-
2	$(7/2)n\omega$	12	20	1d, 2s	+
3	$(9/2)n\omega$	20	40	1f, 2p	-
4	$(11/2)n\omega$	30	70	1g, 2d, 3s	+
5	$(13/2)n\omega$	42	112	1h, 2f, 3p	-

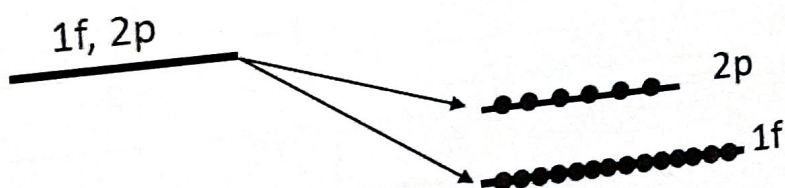
On remarque que seuls les 3 premiers niveaux d'énergie donnent les bons nombres magiques. Comme on s'y attendait il faut adapter le modèle et introduire les effets de bord et le couplage spin-orbite.

Effet de bord:

La forme du potentiel du noyau, qui peut être modélisé par un potentiel de Woods-Saxon (WS), est différent du potentiel de l'oscillateur harmonique (OH).



Les nucléons avec une valeur de l grande se trouvent à des valeurs de r plus grandes. Pour prendre en compte la différence entre les 2 potentiels, on ajoute au potentiel de l'OH $-Dl^2$ (avec $D > 0$) qui est un terme dit d'effet de bord. L'ajout de ce terme va conduire à lever la dégénérescence en l , dégénérescence qui n'existe pas si on utilise un potentiel de WS. Les valeurs propres de $V_l = -Dl^2$ sont $-D\hbar^2 l(l+1)$, ce qui abaisse les niveaux correspondant à des états de grand l . Par exemple pour $N = 3$ on aura :



Toutefois, ceci ne suffit pas pour trouver les autres nombres magiques.

Couplage spin-orbite.

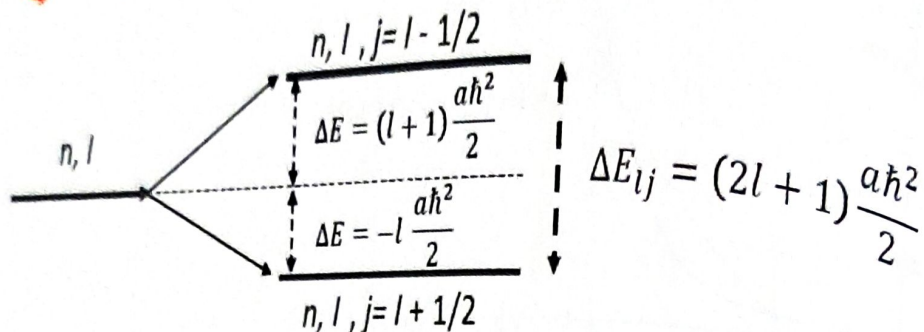
Ce terme de spin-orbite est inspiré de la physique atomique où le spin des électrons interagit avec le champ magnétique généré par son mouvement dans le champ électrique du noyau. Nous avons vu lors de l'étude de l'interaction nucléon-nucléon, que le potentiel nucléaire comprend un terme de spin-orbite justifié par les résultats expérimentaux. Toutefois dans le noyau, cet effet est beaucoup plus important que celui observé en physique atomique pour les électrons. Ceci provient du fait que les nucléons génèrent eux-mêmes le champ dans lequel ils baignent et qu'on ne peut pas traiter ce terme comme une perturbation.

On aura donc $V_{so} = -a \vec{l} \cdot \vec{s}$ avec pour valeurs propres $-a \frac{\hbar^2}{2} [l(l+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}]$ et le potentiel prend la forme :

$$V(r) = V_{OH} - D\hat{l}^2 - a \vec{l} \cdot \vec{s}$$

Les nombres quantiques qui vont caractériser une couche seront donc $n, l, j = l + s$ et m_j . On

a une levée de dégénérescence supplémentaire puisque pour une valeur de l donnée on a 2 valeurs possibles pour j : $j = l + 1/2$ et $j = l - 1/2$ correspondant respectivement à $\Delta E = \frac{a\hbar^2}{2}$ et $\Delta E = -\frac{a\hbar^2}{2}$. On note que plus l est grand, plus l'écart ΔE est important.



Le remplissage des couches en prenant en compte les effets de spin-orbite se fait de la manière suivante (exemple pour les 3 premiers niveaux) :

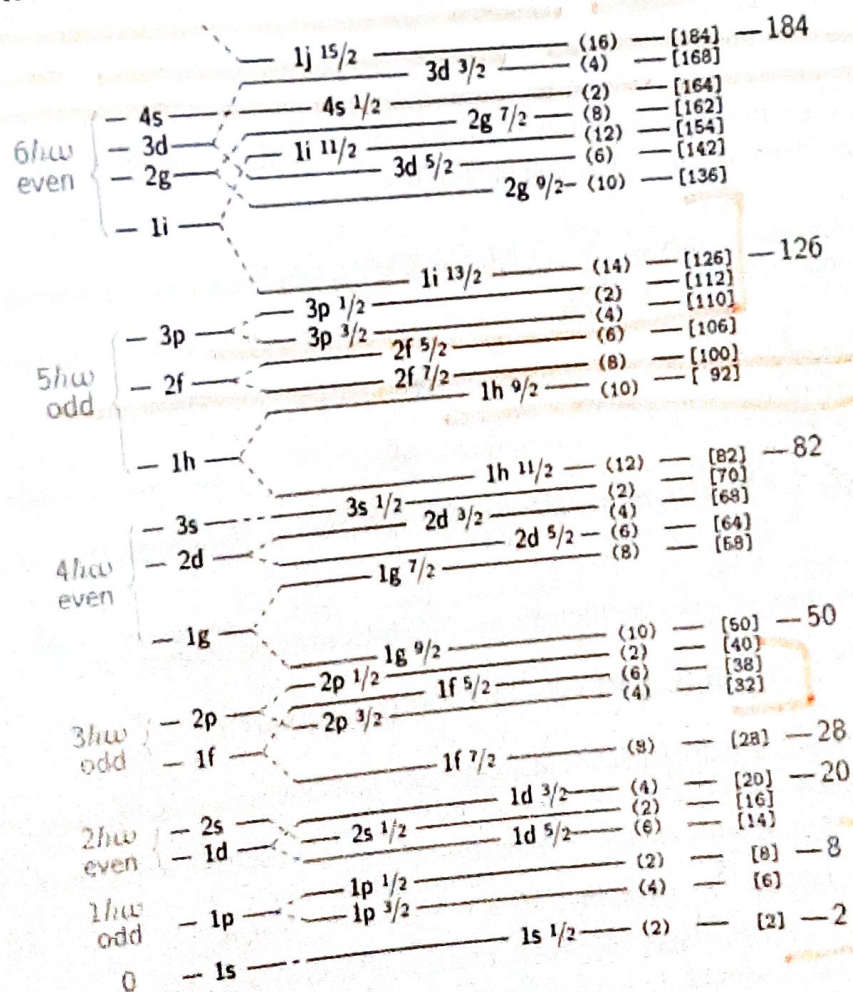
N	n	l	j=l+s	m_j	d_N Nombre de nucléons dans la sous- couche	nlj	Nombre de nucléons dans la couche
0	1	0	1/2	-1/2, 1/2	2	1s1/2	2
1	1	1	1/2	-1/2, 1/2	2	1p1/2	6
			3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1p3/2	
2	1	2	3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1d3/2	12
			5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1d5/2	
	2	0	1/2	-1/2, 1/2	2	2s1/2	
3	1	3	5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1f5/2	20
			7/2	-7/2, -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2, 7/2	8	1f7/2	

2	1	1/2	-1/2, 1/2	2	2p1/2
		3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	2p3/2

Au final on obtient le résultat présenté sur la figure ci-dessous. On remarque que les nombres magiques (dernière colonne) correspondent à l'OH jusqu'à 20. Ensuite, la levée de dégénérescence par le terme de spin-orbite, qui devient de plus en plus importante avec l va faire apparaître les autres nombres magiques.

Les noyaux qui présentent un nombre de protons ou de neutrons qui correspond à un nombre magique sont plus stables et sphériques. Si le nombre de protons et de neutrons est magique, on parle de noyau doublement magique. La particule alpha qui est particulièrement stable est justement le seul noyau léger doublement magique. La stabilité de la particule alpha a joué un rôle important lors de la nucléosynthèse primordiale.

Potentiel de Woods-Saxon



Moment cinétique et parité d'un noyau

Dans la nature, seuls 4 noyaux stables ont un nombre impair de protons et de neutrons alors que 167 noyaux stables existent avec N et Z pairs. Cette observation que les noyaux avec un nombre pair de protons et de neutrons sont plus stable que les noyaux présentant un nombre

impair de protons et de neutrons a conduit à l'hypothèse que les nucléons se regroupent par paires. C'est la notion importante d'appariement (ou pairing). Les nucléons avec des projections m_1 et m_2 du moment cinétique se regroupent par paires. Ce phénomène fait partie de l'interaction résiduelle qui regroupe des termes d'interaction qui sont négligés au premier ordre dans l'approximation de champ moyen. On en tire plusieurs conséquences très importantes :

Si une couche contient un nombre pair de nucléons, dans son état fondamental tous les nucléons de cette couche sont appariés.

- Le moment cinétique résultant de chaque paire est donc nul : $I=0$.
- La parité associée, définie comme $\pi = (-1)^{l_1+l_2}$, vaut pour 2 nucléons appariés dans une même couche : $\pi = (-1)^{2l} = +1$.

A partir de là, plusieurs cas peuvent se présenter : des noyaux pair-pair (pair en protons et pair en neutrons), pair-impair ou impair-impair.

- **Noyau pair-pair (A pair) :** Dans son état fondamental, dans chacune des couches, tous ses nucléons sont appariés. Chaque paire contribue pour 0^+ au moment cinétique total et à la parité. L'état fondamental d'un noyau pair-pair est donc 0^+ . Les états excités sont déterminés en considérant les règles de couplage de deux particules identiques de moment angulaire j_1 et j_2 :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle |j_1 j_2 m_1 m_2\rangle$$

Dans le cas où les particules sont des fermions, la fonction d'onde doit être antisymétrique par échange des particules :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} (|j_1 j_2 m_1 m_2\rangle - |j_2 j_1 m_2 m_1\rangle)$$

Or, une des propriétés des coefficients de Clebsch-Gordan est donnée par :

$$\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | IM \rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | IM \rangle$$

Donc dans le cas de deux nucléons identiques sur la même sous-couche, avec la même valeur de j , on a :

$$|IM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j j m_1 m_2 | IM \rangle \frac{1 - (-1)^{J-2j}}{\sqrt{2}} |j j m_1 m_2\rangle$$

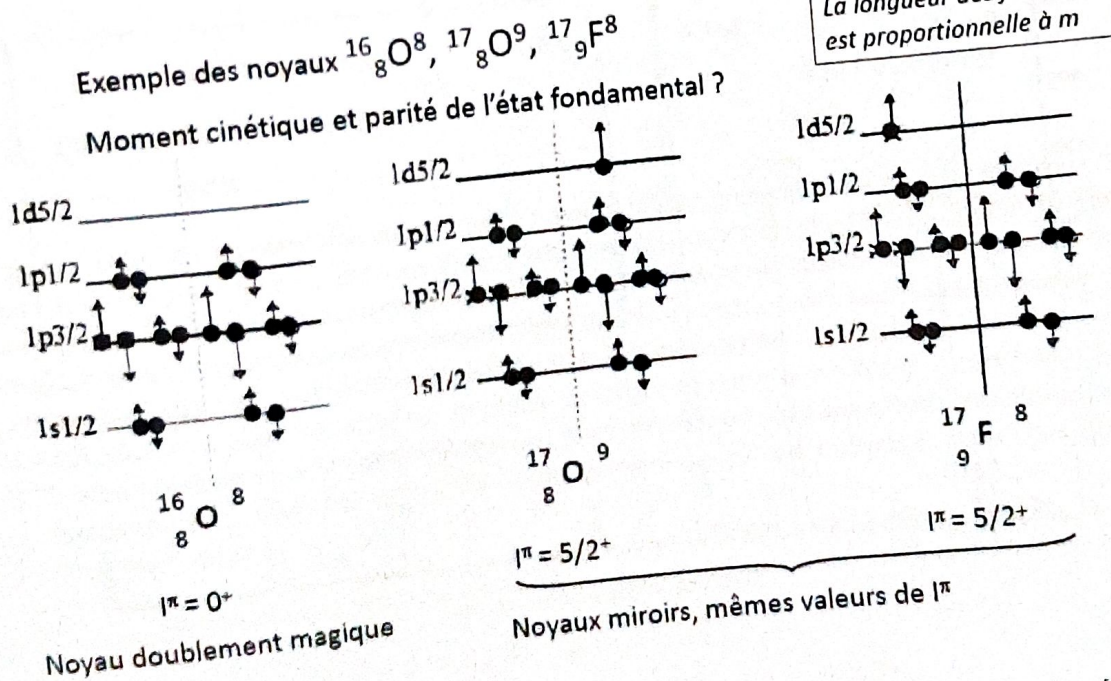
Les valeurs de J impaires donnent une fonction d'onde nulle. Dans ce cas précis, les valeurs des états excités sont paires : $J = 0, 2, 4, \dots, (2j-1)$. Dans le cas d'un noyau pair-pair avec 2 neutrons ou 2 protons sur une couche non fermée au-dessus d'un cœur

l'état fondamental sera 0^+ , les états excités $2^+, 4^+ \dots$ jusqu'à $(2j-1)^+$. La parité est ici positive puisque les 2 nucléons sont sur la même couche donc $\pi = (-1)^{2l} = +1$. L'ordre des états excités est ici respecté. On peut ensuite considérer qu'un nucléon d'une paire passe sur une couche supérieure. On se retrouvera donc dans le cas où on a un nucléon non apparié sur 2 couches différentes. Ce cas sera traité de manière identique à celui des noyaux impair-impair (voir ci-dessous).

- **Noyau pair-impair (A impair)** : après remplissage de toutes les couches, il reste un nucléon célibataire sur une couche lj , que ce soit dans l'état fondamental ou excité. Compte tenu des propriétés d'appariement, c'est ce nucléon qui donnera la valeur de I^π du noyau. On aura donc $I = j$ et $\pi = (-1)^l$.
- **Noyau impair-impair (A pair)** : les noyaux impair-impair possèdent un proton célibataire sur une couche $j_1 l_1$ et un neutron célibataire sur une couche $j_2 l_2$, que ce soit dans l'état fondamental ou excité. On couple donc ces valeurs pour obtenir les valeurs possibles de I^π :
 $|j_1 - j_2| \leq I \leq j_1 + j_2$ et $\pi = \pi_1 \pi_2 = (-1)^{l_1 + l_2}$

Il n'y a pas ici de restrictions sur les valeurs de I et les valeurs impaires sont donc possibles. De plus on ne peut pas prédire l'ordre des états et entre autres prédire quel état sera l'état fondamental.

La figure ci-dessous donne un exemple pour les états fondamentaux d'un noyau pair-pair et de deux noyaux miroirs pair-impair.



Enfin soulignons que l'effet de l'interaction résiduelle peut modifier l'ordre des états par rapport à celui prédit par le modèle en couches. Par exemple le modèle en couche prédit $I^\pi = 11/2^-$ pour $^{121}_{50}\text{Sn}^{71}$ qui est mesuré expérimentalement avec une valeur $1/2^+$. L'interaction résiduelle a surtout un effet pour les états excités.

Modèle collectif

Modèle de la goutte liquide

Le modèle de la goutte liquide est probablement le modèle le plus simple. Il part de la constatation que, exception faite des noyaux les plus légers, l'énergie moyenne de liaison des noyaux B_N/A évolue entre 7,3 et 8,7 MeV. On constate aussi que le volume du noyau est proportionnel au nombre de nucléons. On peut donc écrire que l'énergie de liaison du noyau peut se mettre sous la forme suivante :

$$B_N = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta$$

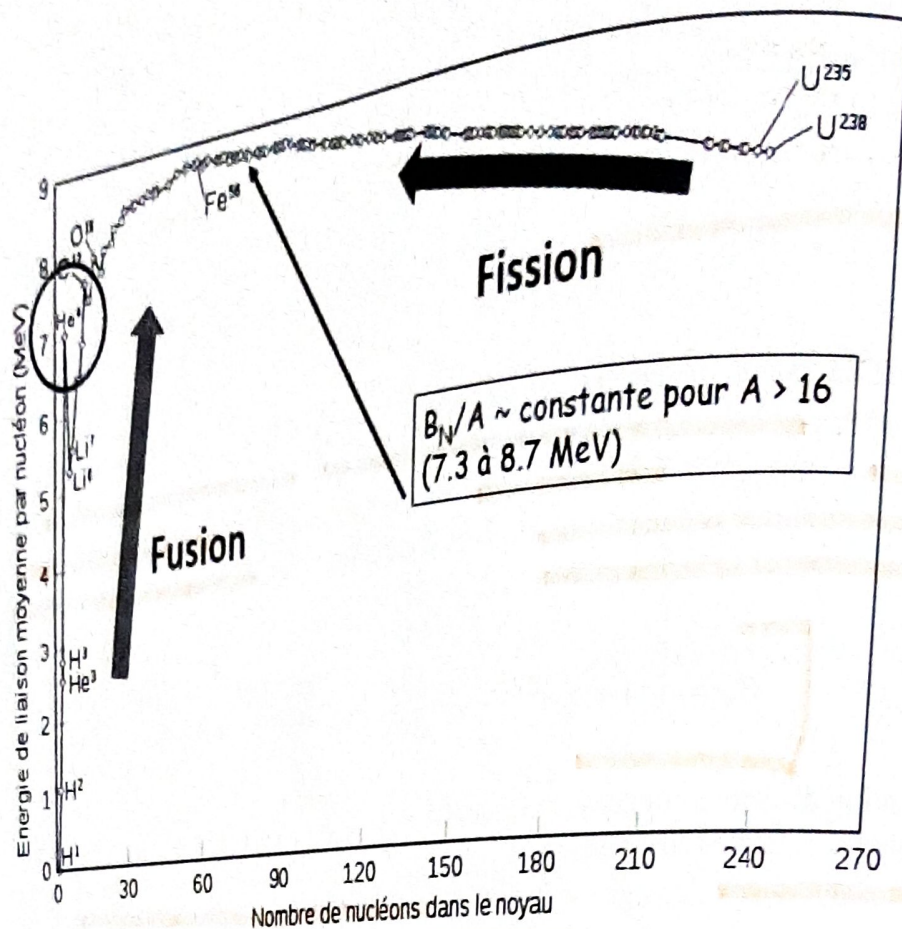
L'interprétation de cette formule est la suivante.

Les trois premiers termes sont classiques :

- 1^{er} terme $a_V A$: l'énergie de liaison est proportionnelle au nombre de nucléons. C'est le terme de volume avec $a_V \sim 16$ MeV
- 2^{ème} terme $a_S A^{2/3}$: les nucléons en surface ont moins de voisins que ceux dans le volume. Ils ont donc une contribution moindre à l'énergie de liaison. C'est le terme de surface avec $a_S \sim 17$ MeV
- 3^{ème} terme $a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: la répulsion coulombienne contribue à diminuer l'énergie de liaison. Ce terme correspond à l'énergie potentielle de Z protons distribués uniformément dans une sphère. C'est de terme Coulombien avec $a_C \sim 0,7$ MeV

Les deux derniers termes correspondent aux effets quantiques :

- 4^{ème} terme $a_A \frac{(N-Z)^2}{A}$: c'est le terme d'asymétrie qu'on a déjà rencontré dans l'étude du modèle de Fermi, avec $a_A \sim 23$ MeV
- 5^{ème} terme δ : nous avons déjà vu que les noyaux pair-pair sont plus liés que les noyaux pair-impair, eux-mêmes plus liés que les noyaux impair-impair. Ce terme prend en compte cet effet. C'est le terme d'appariement avec $\delta = 0$ pour les noyaux pair-impair (A impair), $+12/\sqrt{A}$ pour les noyaux pair-pair (Z et N pairs) et $-12/\sqrt{A}$ pour les noyaux impair-impair (Z et N impairs)



Sur la courbe ci-dessus est représentée l'énergie de liaison par nucléon en fonction de A . On remarque que le Fe^{56} est un des éléments les plus stables, délimitant 2 zones :

- La zone des noyaux plus lourds que le fer qui peuvent fissionner.
- La zone des noyaux plus légers que le fer qui peuvent fusionner.

On notera la stabilité particulière de He^4 qui est la particule α .

Le modèle de la goutte liquide reproduit globalement bien cette courbe.

Nous verrons dans le chapitre sur les processus nucléaires dynamiques, l'application de la formule de Bethe-Weizsäcker aux paraboles de masses dans les désintégrations par interaction faible.

b. Notions sur les excitations collectives

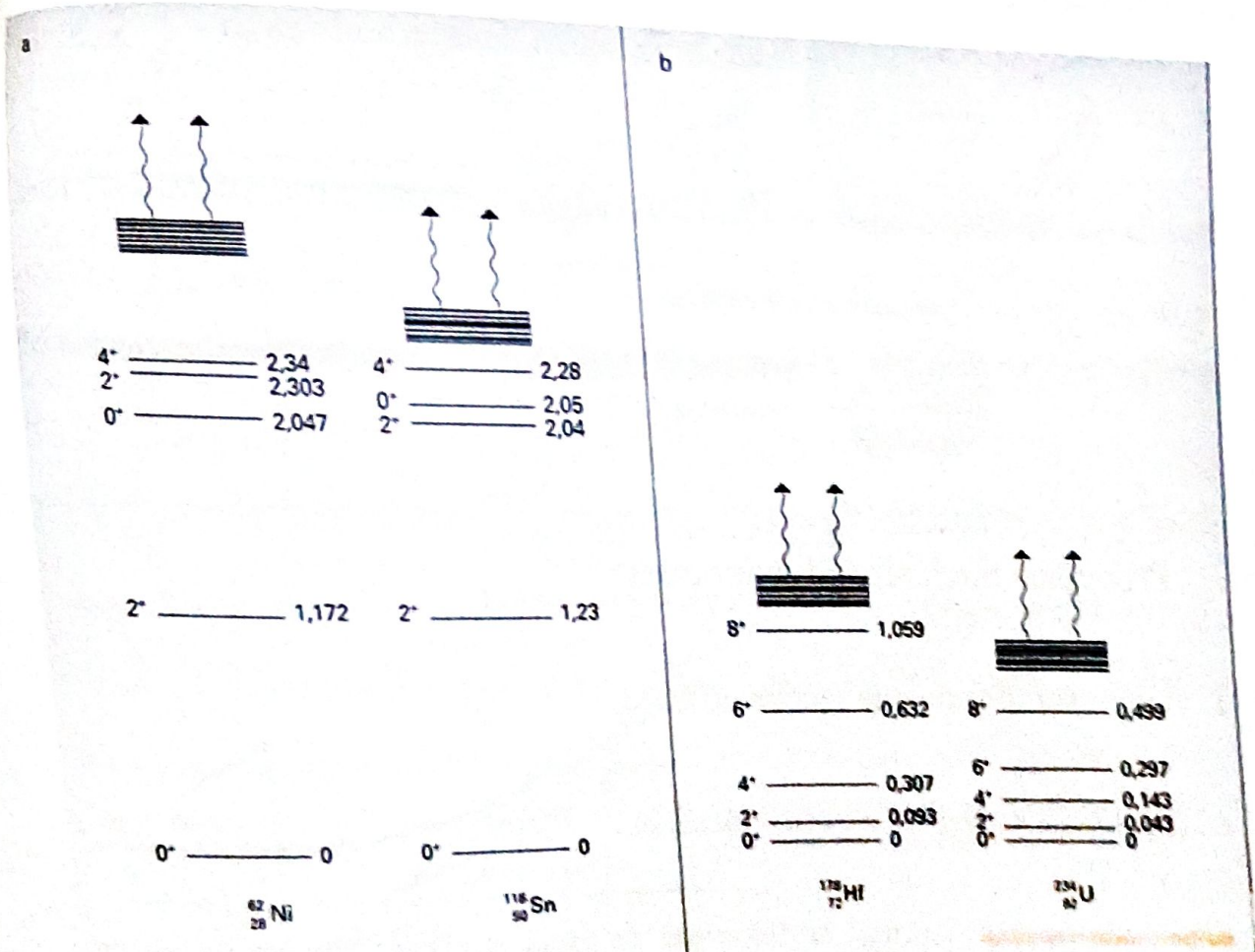
Le modèle en couche ne rend pas compte des propriétés des noyaux dont les nombres de nucléons se situent entre deux nombres magiques.

Le potentiel moyen n'a plus une symétrie sphérique. Il peut changer d'orientation dans l'espace ou osciller autour de sa position d'équilibre.

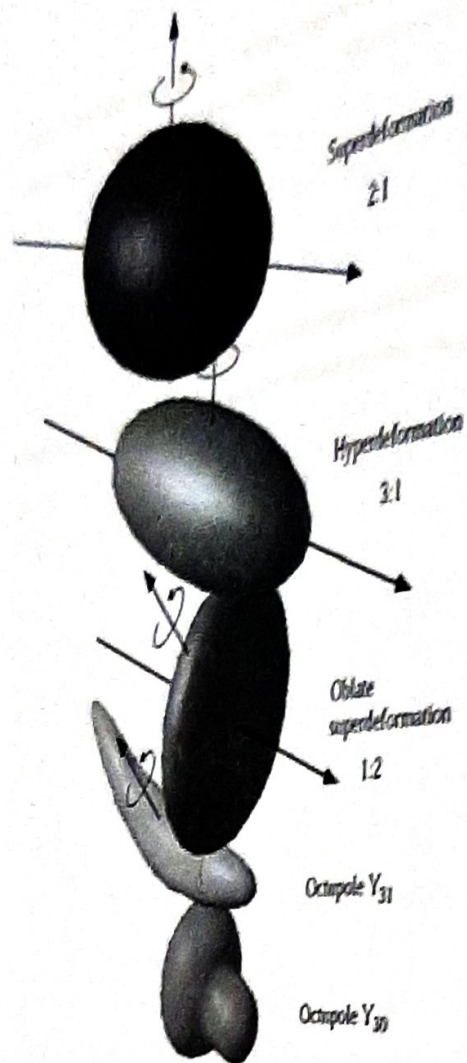
On aura apparition de mouvements collectifs : rotations et vibrations. Typiquement, on aura $E_{excitation\ nucleon} > E_{vibration} > E_{rotation}$. On a une similitude avec la physique atomique. En effet, lorsque l'énergie d'excitation n'est pas suffisante pour faire passer un électron d'une couche à une autre, on peut quand même exciter des états de rotation ou de vibration en mettant en jeu des énergies de 10 à 1000 fois plus faibles. On comprend donc que ces états d'énergie de vibration ou rotation vont s'intercaler avec les états d'énergie rencontrés dans le modèle en couches.

états de vibration, on pourra avoir un mode monopolaire : le noyau reste sphérique ; un mode dipolaire : oscillation relative des protons et des neutrons suivant un axe de symétrie ; mode quadrupolaire : le noyau oscille entre une sphère et un ellipsoïde de révolution, déformé dans un sens puis dans l'autre...

Les états de rotation ne sont observés que pour des noyaux non sphériques. La figure suivante compare les bandes d'énergie observées, à gauche pour les états de vibration d'un noyau sphérique, à droite pour les états de rotation d'un noyau déformé. On notera que les écarts entre les niveaux d'énergie des états de rotation sont beaucoup plus faibles comme nous l'avons déjà souligné.



La figure ci-dessous donne différentes formes de noyaux observés.



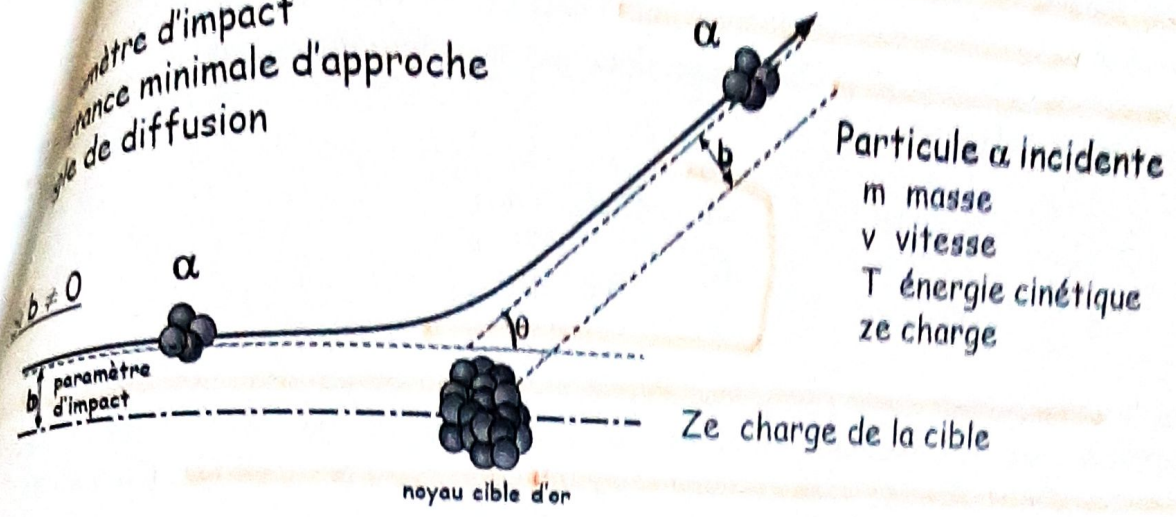
III. Processus nucléaires dynamiques

1. Retour sur la notion de section efficace

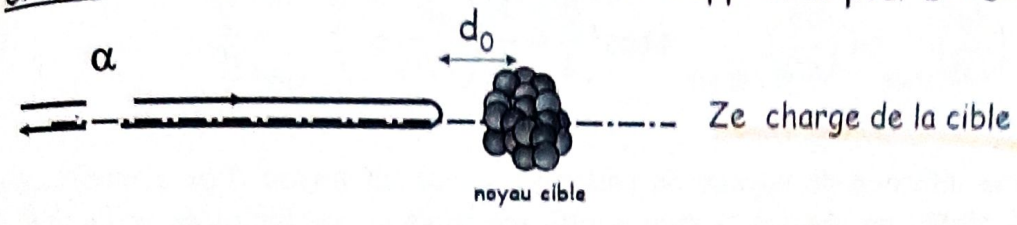
a. Diffusion de Rutherford, dimension du noyau

La **diffusion Rutherford**, a permis la découverte du noyau atomique. Elle est étudiée en mécanique classique comme exemple de mouvement à force centrale. Nous allons rappeler quelques résultats de cette étude.

paramètre d'impact
distance minimale d'approche
angle de diffusion

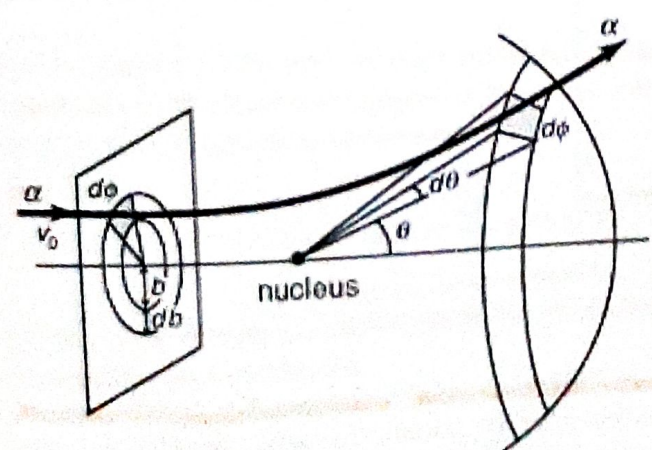


Si $b = 0$ d_0 est la distance minimale d'approche pour $b = 0$



La distance minimale d'approche du noyau est donnée par :

$$d_0 = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha} \quad \text{et} \quad \tan \frac{\theta}{2} = \frac{d_0}{2b}$$



On peut montrer par un calcul classique, que la section efficace de diffusion de la particule α sur le noyau est donnée par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi b \frac{db}{d\Omega} = \frac{d_0^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha} \right)^2 \frac{1}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Notons que l'on peut aussi utiliser la formule montrée au chapitre 10 : $\frac{d\sigma}{dq^2} \propto \frac{q^2}{q^4} |F(q)|^2$ avec

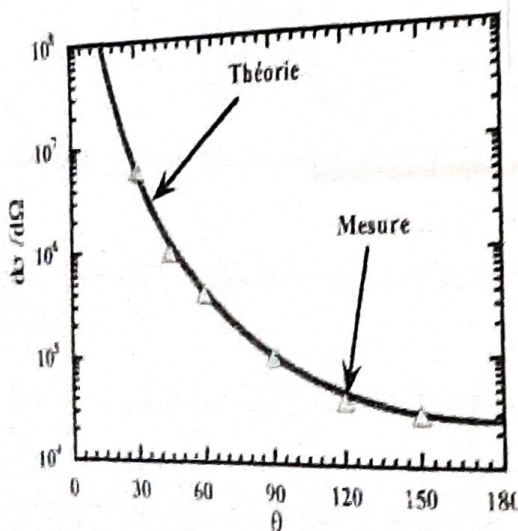
Eq) le facteur de forme qui est égal à 1 lorsque le centre diffuseur est considéré comme ponctuel et a la constante de structure fine. Dans ce cas on utilise le fait que le transfert d'impulsion $q = 2p \sin(\theta/2)$. On montre alors que la section efficace de Rutherford peut se mettre aussi sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{16 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

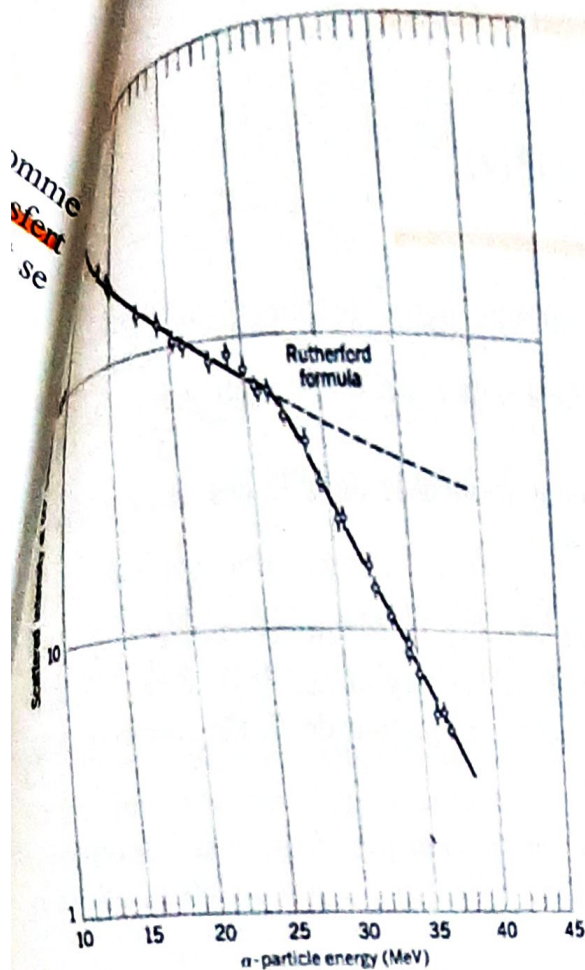
Dans le cas relativiste, la section efficace de Rutherford, devient la section efficace de Mott. Rappelons que les sections efficaces de Rutherford et de Mott correspondent à l'approximation où le noyau est vu comme un point et où le recul est négligé. On obtient :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruther.}} \quad 4 \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Si on effectue une diffusion de noyaux de particules α sur un noyau d'or à une énergie cinétique $T_\alpha = 5 \text{ MeV}$, on observe la section efficace suivante en fonction de l'angle de diffusion.



On constate un très bon accord entre la théorie et l'expérience. Le noyau d'or est vu comme ponctuel, en accord avec les hypothèses faites pour le calcul. On peut en effet calculer plusieurs quantités (faire ces calculs en exercice). La barrière de potentiel Coulombien du noyau d'or est de l'ordre de 30 MeV, donc bien supérieure aux 5 MeV de la particule α . La distance d_0 est de 45 fm, bien plus grande que la taille du noyau, interdisant ainsi de voir la structure interne. On peut également calculer la longueur d'onde associée à la particule α et montrer qu'elle est de l'ordre du rayon du noyau d'or (7 fm). Si on augmente l'énergie de la particule α , autour de 30 MeV, elle va avoir une énergie suffisante pour sonder la structure interne du noyau. Sur la figure ci-dessous, qui donne la section efficace pour $\theta = 60^\circ$ en fonction de l'énergie de la particule α on observe un changement de pente qui s'explique par le facteur de forme qui devient différent de 1 dans le cas où le noyau ne peut plus être considéré comme ponctuel.



b. Distribution de charges dans les noyaux

Pour étudier la distribution de charges dans le noyau, le plus simple est d'étudier la diffusion d'électrons (Pourquoi l'électron est particulièrement intéressant pour sonder le noyau ?).

En mécanique quantique, on peut calculer la section efficace par le calcul de la probabilité de transition entre l'état initial avant diffusion et l'état final après diffusion. Cette probabilité est donnée par la règle d'or de Fermi :

$$\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f | V | \psi_i \rangle|^2 g_f = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{if}|^2$$

Avec g_f la densité d'états finals et V_{if} l'élément de matrice du potentiel d'interaction entre l'état initial et l'état final.

On démontre que dans le cas de cette diffusion sous l'effet de l'interaction électromagnétique, on a :

$$V_{if} = -\frac{1}{v} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{q^2} F(\vec{q})$$

avec v le volume de normalisation, $\vec{q}$ le transfert d'impulsion et $F(\vec{q})$ le facteur de forme.

Le facteur de forme contient l'information sur la distribution de charge dans le noyau. C'est en fait la transformée de Fourier de la distribution de charge :

$$F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3r \quad \text{avec} \quad \int \rho(\vec{r}) d^3r = 1$$

La masse du noyau est donnée par $m_N c^2 = Z m_p c^2 + N m_n c^2 - B_N$ avec B_N l'énergie de liaison donnée par la formule de Bethe et Weizsäcker.

La masse atomique, masse de l'atome composé du noyau et de ses électrons est donnée par $M_{at} c^2 = m_N c^2 + Z m_e c^2 - B_e$ avec B_e l'énergie de liaison des électrons. On considère comme négligeable cette énergie par rapport aux autres valeurs mises en jeu.

Comme unité on utilisera le MeV ou l'unité de masse atomique (u.m.a.) définie par : $M_{at} c^2(^{12}\text{C}) = 12 \text{ u.m.a.}$

L'excès de masse atomique : $\Delta M_{at} = M_{at} - A$ en u.m.a. On peut souhaiter exprimer ΔM_{at} en MeV. Pour cela on note que :

$$1 \text{ u.m.a.} = \frac{M_{at} c^2(^{12}\text{C})}{12} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

On a donc $\Delta M_{at} c^2 = M_{at} c^2 - 931,5 \cdot A$ en MeV.

Dans les tables de données nucléaires, c'est l'excès de masse atomique qui est tabulé. Comme on peut s'y attendre, l'excès de masse atomique du ^{12}C est égal à 0. Si l'excès de masse est négatif, c'est que le noyau a une énergie de liaison par nucléon plus grande que le ^{12}C .

Notons enfin un point important. Il ne faut pas confondre excès de masse atomique avec le défaut de masse. Le défaut de masse donne l'écart entre la masse réelle du noyau et la somme des masses de chacun des nucléons libres.

La chaleur de réaction peut être calculée à partir de ces différentes définitions de la masse. Pour une réaction $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ on a (avec Z et A conservés entre l'état initial et final) :

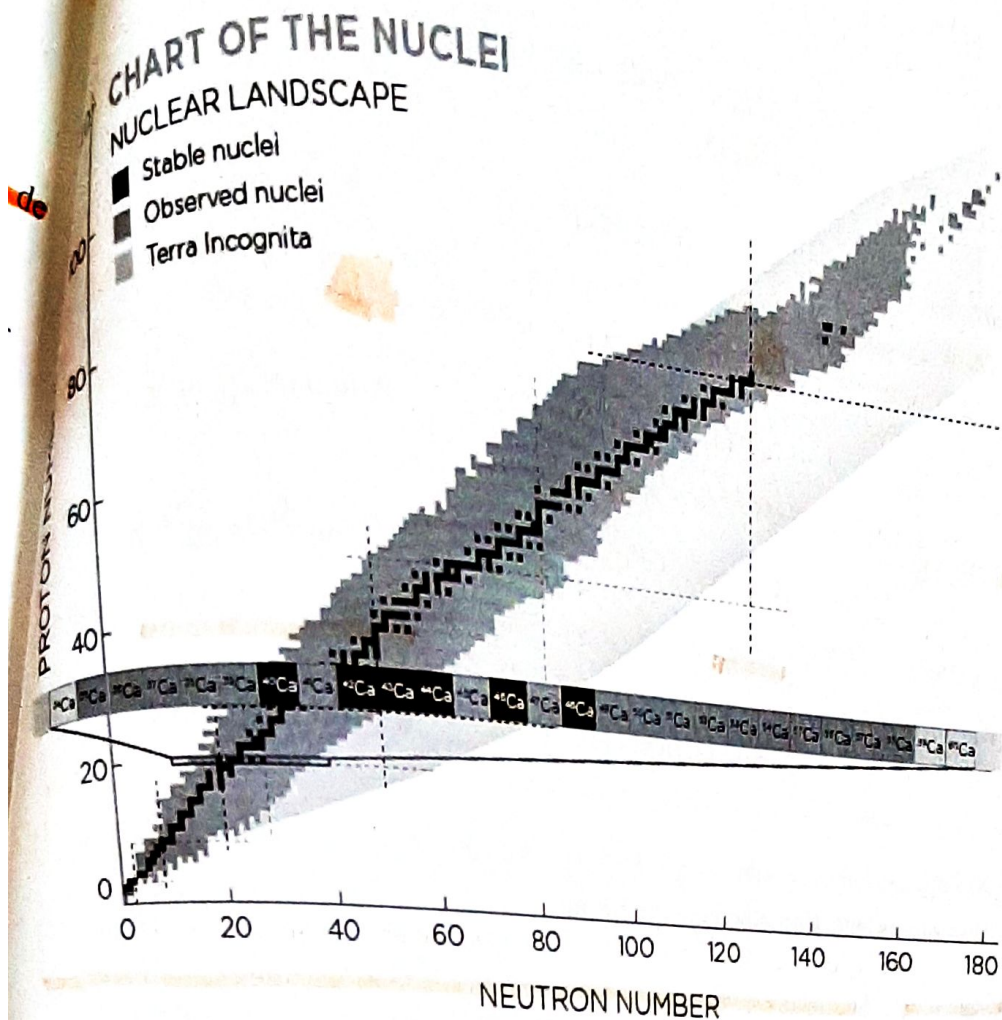
- à partir de la masse nucléaire : $Q = m_1 c^2 + m_2 c^2 - m_3 c^2 - m_4 c^2$
- à partir de la masse atomique : $Q = M_{at1} c^2 + M_{at2} c^2 - M_{at3} c^2 - M_{at4} c^2$
- à partir de l'excès de masse atomique : $Q = \Delta M_1 c^2 + \Delta M_2 c^2 - \Delta M_3 c^2 - \Delta M_4 c^2$
- à partir de l'énergie de liaison (attention à l'ordre des termes !) : $Q = B_3 + B_4 - B_1 - B_2$

b. Les radioactivités

Un noyau est dit stable lorsque sa durée de vie est infinie. Si sa durée de vie est finie, il est instable ou radioactif. Un noyau radioactif enchaîne des désintégrations successives jusqu'à former un noyau stable. Plusieurs isotopes d'un élément peuvent être stables.

Un noyau est excité lorsqu'il a acquis un surplus d'énergie. Il peut alors vibrer ou présenter des états de rotation.

Sur la figure ci-dessous est représentée la carte des noyaux. A titre d'exemple, un zoom est fait sur les isotopes du calcium.



Il existe une dizaine de radioactivités différentes résumées dans le tableau ci-dessous.
 Nous nous intéresserons à celles indiquées en caractères gras :

Interaction	Radioactivité (date de la découverte)	Particules émises par le noyau
électromagnétique	γ (1900)	photon
	2 γ (1987)	2 photons
	2 γ vs γ (2015)	2 photons
	électron de conversion (1938)	e^-
	émission de paire (1949)	e^+e^-
faible	β^- (1898)	$e^- \bar{\nu}_e$
	β^+ (1933)	$e^+ \nu_e$
	capture électronique (1937)	ν_e
	double β^- (1980)	$2e^- 2\bar{\nu}_e$

forte (+ELM)	double capture électronique (2001)	$2 \nu_e$
	β^- état lié (1992)	$\bar{\nu}_e$
	α (1896)	^4_2He
	n, p (1970), 2p (2000), 2n (2012)	n ou p ou 2p ou 2n
	clusters (1984)	^{12}C ou ^{24}Ne ou $^{32}\text{Si}...$
	fission (1939)	$n + 2$ noyaux lourds
	fission ternaire (2010)	$n + 3$ noyaux lourds

Désexcitation par interaction électromagnétique.

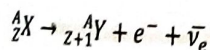
Émission γ : le noyau se désexcite en émettant un photon d'énergie $E = h\nu = E_i - E_f$ avec E_i l'énergie dans l'état initial et E_f l'énergie dans l'état final.

Conversion interne (voir aussi les TP) : Dans ce processus l'énergie de désexcitation du noyau est communiquée directement à un électron du cortège électronique de l'atome. En général c'est un électron de la couche K (état s) dont la probabilité de présence dans le noyau est non nulle. Cet électron est expulsé de l'atome avec une énergie précise. Ceci conduit à un réarrangement des couches électroniques avec émission de rayons X.

Désintégration par interaction faible.

Les trois désintégrations que l'on va étudier sont des **désintégrations isobariques**.

Désintégration β^- : dans cette désintégration on a le processus suivant $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 On a donc pour un noyau :

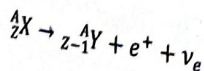


Dans une désintégration, le noyau initial est appelé **noyau père** et le noyau final **noyau fils**.

Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que $Q > 0$, ce qui se traduit par la condition :

$$\Delta M_{at}(A, Z)c^2 > \Delta M_{at}(A, Z+1)c^2$$

Désintégration β^+ : dans cette désintégration on a le processus suivant $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$
 On a donc pour un noyau :

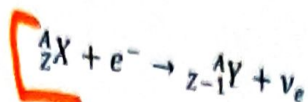


Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que $Q > 0$, ce qui se traduit par la

condition :

$$\Delta M_{at}(A, Z)c^2 > \Delta M_{at}(A, Z-1)c^2 + 2m_e c^2$$

Capture électronique : dans cette désintégration, un électron du cortège électronique de l'atome est capturé par le noyau. On a ensuite réarrangement des couches électroniques avec émission de rayons X. On a le processus suivant $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$. On a donc pour un noyau :



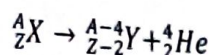
Pour que cette désintégration puisse être spontanée il faut que $Q > 0$, ce qui se traduit par la condition :

$$\Delta M_{at}(A, Z)c^2 > \Delta M_{at}(A, Z-1)c^2$$

La capture électronique est énergétiquement favorisée par rapport à la désintégration β^+ .

Désintégration par interaction forte.

Désintégration α : La désintégration consiste en l'émission par un noyau lourd d'une particule α qui est le noyau de ${}^4\text{He}$. On a donc pour un noyau :



L'énergie de la particule α varie peu entre 4 et 9 MeV, alors que la période de désintégration varie considérablement entre 10^{-7} s et 10^{10} années. Ceci est en fait explicable en considérant que la particule α pré-existe dans le noyau et va être émise en franchissant, par effet tunnel, la barrière de potentiel coulombien du noyau. C'est la loi de Gamov, Condon et Gurney qui permet de retrouver la loi empirique de Geiger et Nuttall (1911) qui relie la période de désintégration radioactive à l'énergie cinétique de la particule α .

La fission : une fission se produit lorsqu'un noyau lourd, pour gagner en stabilité, va se casser en deux noyaux plus légers. En général, la fission donne des fragments asymétriques. Une fission dégage une énergie de l'ordre de 200 MeV.

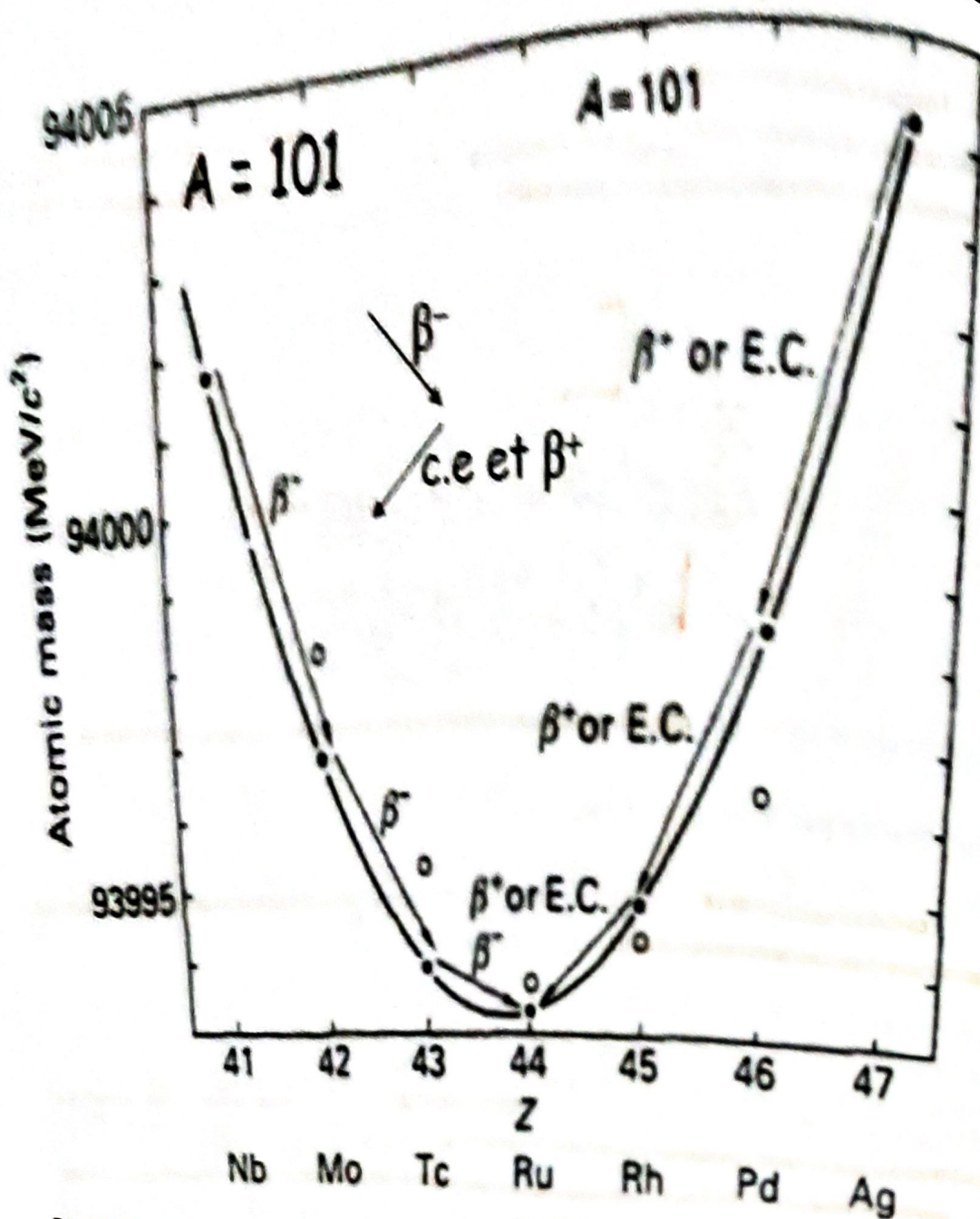
c. Parabole de masse des noyaux isobares

En négligeant l'énergie de liaison des électrons, en utilisant la formule de Bethe et Weizsäcker et en exprimant l'équation en fonction de Z, on peut écrire :

$$M_{at}c^2 = Z(m_p c^2 + m_e c^2) + (A - Z)m_n c^2 - a_v A + a_s A^{2/3} + \frac{a_c Z^2}{A^{1/3}} + \frac{a_a (A - 2Z)^2}{A} - \delta$$

Si on considère des isobares ($A = \text{cte}$), c'est l'équation d'une parabole en fonction de Z.

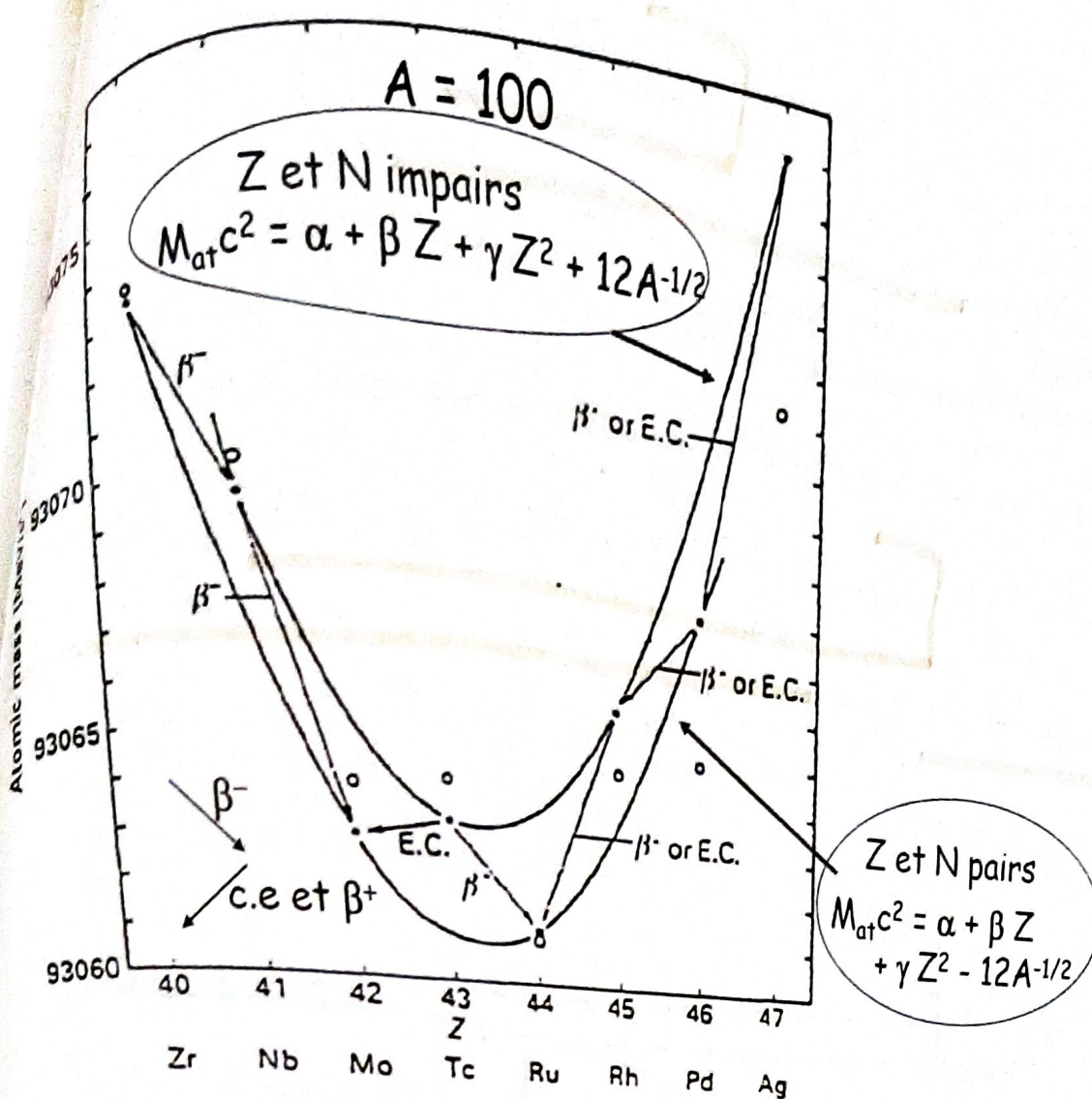
Pour A impair, $\delta = 0$ et donc $M_{at}c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2$. Une seule parabole de masse existe. Il est important de rappeler que pour la désintégration β^+ il faut un écart de $2m_e c^2$ entre les masses des atomes père et fils pour que la désintégration soit énergétiquement possible.



Pour A pair, $\delta = \pm \Delta A$ et donc :

- $M_{\text{ex}} c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2 - \Delta A$ pour Z et N pairs
- $M_{\text{ex}} c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2 + \Delta A$ pour Z et N impairs

Il y a donc ici 2 paraboles de masse et dans les désintégrations successives, les noyaux sont situés alternativement sur l'une et l'autre de ces paraboles. On notera la même remarque que ci-dessus concernant les désintégrations β^+ et entre autres sur la figure ci-dessous, la désintégration du Tc vers le Mo n'est énergétiquement possible que par capture électronique. On notera aussi que pour un noyau impair-impair, il peut se désintégrer en deux noyaux stables pair-pair au minimum de la parabole.



En calculant $\partial B / \partial Z$ ou $\partial M_{at} / \partial Z$ on peut obtenir une bonne estimation du noyau le plus stable en prenant Z entier le plus proche. En prenant $m_p = m_n$ et en négligeant m_e on obtient sans difficultés :

$$Z = \frac{A}{2 + \left(\frac{a_c}{2a_A}\right) A^{2/3}} = \frac{A}{2 + 0,015 A^{2/3}}$$

3. Décroissances radioactives

Le nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs présents à l'instant t , et régi par l'équation différentielle : $dN/dt = -\lambda N$ avec λ la constante de désintégration qui n'est rien d'autre que la probabilité qu'un noyau se désintègre par unité de temps. On a $\lambda = 1/\tau$ avec τ la durée de vie moyenne du noyau.

En posant que, à $t=0$ on a $N(0) = N_0$ on retrouve la loi bien connue : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Si on considère un radioélément créé artificiellement par activation, l'équation différentielle est donnée par :

$$\frac{dN}{dt} = n_i - \lambda N$$

avec n_i le nombre de noyaux créés par irradiation et par unité de temps :

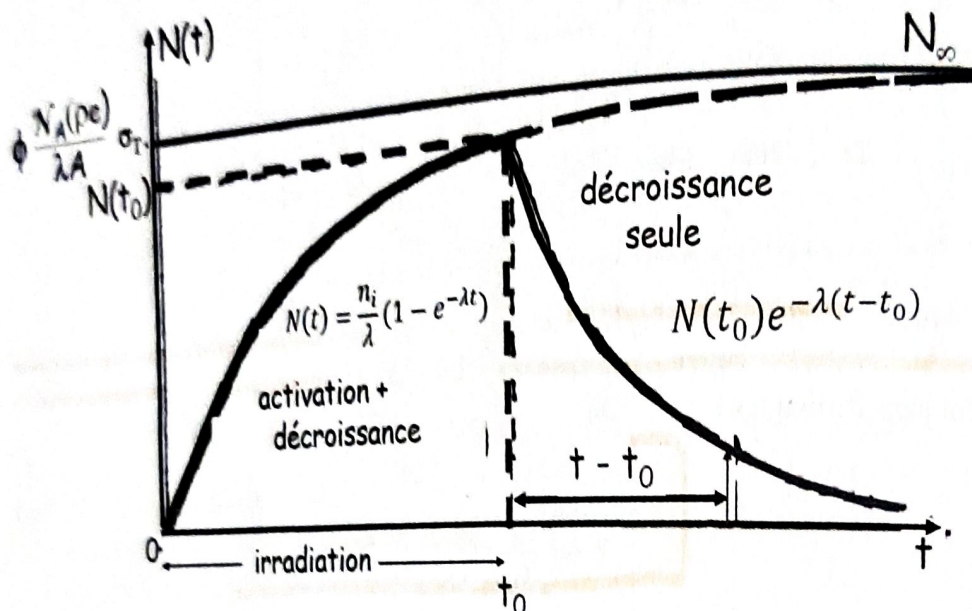
$$n_i = \Phi \frac{N_a \rho e}{A} \sigma_T$$

On considère ici n_i comme constant durant toute l'irradiation. Ce n'est pas toujours le cas : par exemple si le flux varie ou si la cible est mince, le nombre d'atomes de la cible peut décroître significativement, diminuant ainsi n_i .

La résolution de cette équation différentielle donne en considérant à $t = 0$ que $N(0) = 0$:

$$N(t) = \frac{n_i}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) = \Phi \frac{N_a \rho e}{A} \sigma_T (1 - e^{-\lambda t})$$

La figure ci-dessous illustre l'évolution du nombre de radioéléments au cours du temps et l'irradiation à $t = t_0$.



On définit l'activité par $A =$ nombre de désintégrations par unité de temps. On a donc simplement $A(t) = \lambda N(t)$.

Unité d'activité est le Becquerel. 1 Bq correspond à 1 désintégration par seconde. On utilise encore le Curie. Un Curie (Ci) correspond à l'activité d'un gramme de radium soit $37 \cdot 10^9$ Bq.

Il ne faut pas confondre la période appelée aussi demi-vie T avec la vie moyenne $\tau = 1/\lambda$.

La demi-vie ou période T est le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs présents est divisé par 2 :

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2} \text{ soit } T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

cas :
veut

Plusieurs modes de désintégrations i existent pour un même noyau, on définit le **rapport de branchement** qui va donner la probabilité (en %) que le noyau se désintègre suivant le mode considéré :

$$R_i = \frac{N_i(t)}{\sum_i N_i(t)} = \frac{\lambda_i}{\sum_i \lambda_i}$$

Dans le cas de filiations radioactives avec plusieurs noyaux intermédiaires, l'évolution du nombre de radioéléments d'une espèce donnée peut être complexe. On peut prendre comme exemple simple une chaîne à 3 corps $A \rightarrow B \rightarrow C$. Les corps A et B sont radioactifs et le corps C est stable.

Les équations différentielles à résoudre sont :

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \quad \text{et} \quad \frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B$$

La résolution de ces 2 équations nous donne :

$$N_A(t) = N_{A0} e^{-\lambda_A t} \quad \text{et} \quad N_B(t) = \frac{\lambda_A N_{A0}}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$$

On aura 2 cas limites :

$$T_B \ll T_A \quad \text{alors} \quad N_B(t) = N_{A0} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t}$$

Alors B décroît avec une période apparente donnée par T_A .

$$T_B \gg T_A \quad \text{alors} \quad N_B(t) = N_{A0} e^{-\lambda_B t}$$

A est complètement désintégré avant que B ne prenne son rythme de désintégration.

Un exemple d'application de filiation radioactive en médecine nucléaire est la "vache à technétium".

4. Quelques mots sur la nucléosynthèse

La **nucléosynthèse** concerne l'origine de la création des noyaux des différents éléments que l'on rencontre dans la nature.

On distingue différentes origines pour la nucléosynthèse :

- La **nucléosynthèse primordiale** qui a créé les noyaux légers pendant les 10 premières minutes après le big bang. La nucléosynthèse primordiale s'arrête rapidement aux noyaux légers jusqu'au ${}^7\text{Li}$.
- La **nucléosynthèse stellaire**. Il a fallu attendre l'apparition des premières étoiles pour créer par fusion des noyaux plus lourds. La fusion est possible jusqu'au fer qui est le

noyau le plus stable. La création de noyaux plus lourds que le fer est très lente (quelques milliers d'années), c'est le processus s (s pour "slow"). La création des noyaux se fait par capture de neutrons. Ce processus ne permet pas de produire des noyaux plus lourds que le plomb.

- La nucléosynthèse explosive. Lors de l'explosion de supernova, les flux de neutrons extrêmement élevés, vont produire en quelques minutes les isotopes les plus lourds très riche en neutrons. Ils vont ensuite décroître pour créer les différents éléments lourds mais aussi des éléments légers non produits lors de la combustion normale de l'étoile.

D'autres processus existent qui ne sont pas évoqués dans ce cours. A noter que l'observation le 17 août 2017 de la coalescence de deux étoiles à neutrons par différentes techniques d'observation (on parle d'observation multi-messagers), a été la première observation directe que ce phénomène de coalescence d'étoiles à neutrons participe activement à la nucléosynthèse des éléments lourds.

IV. Applications

Il existe de très nombreuses applications de la physique nucléaire. Nous allons en entrevoir quelques-unes.

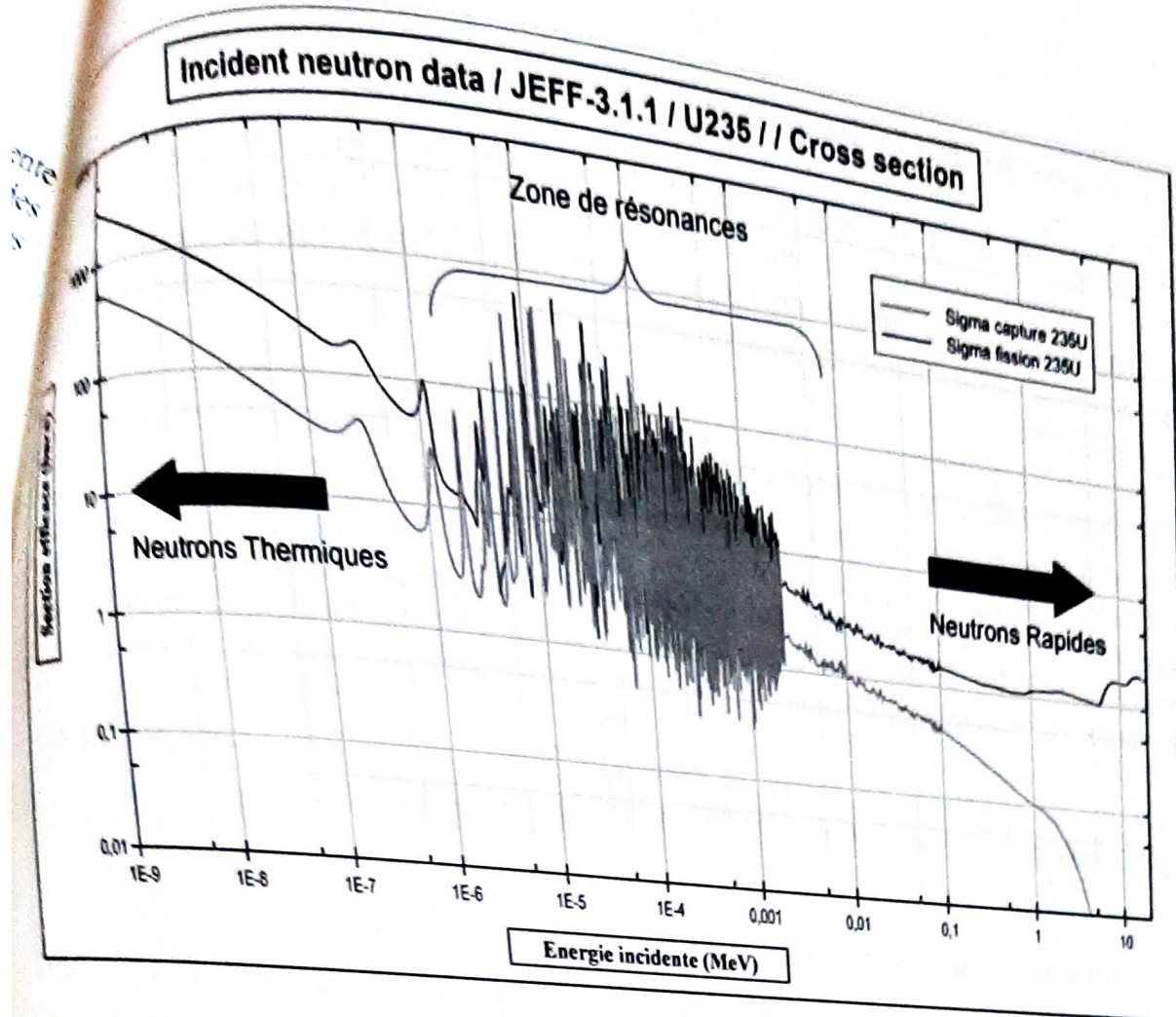
1. Énergie nucléaire

La fission spontanée est très rare. La fission peut être induite par exemple par l'absorption d'un neutron par un noyau lourd qui va se retrouver dans un état excité. Il va ensuite se casser en deux fragments, de l'énergie va être libérée (environ 200 MeV) et 2 à 3 neutrons seront émis comme dans le cas de la fission de ^{235}U . Dans des conditions favorables, en présence d'une masse critique de matière fissile, ces 2 à 3 neutrons pourront provoquer d'autres fissions et entretenir cette réaction en chaîne de manière stable pour un réacteur nucléaire ou de manière explosive pour une bombe atomique.

Dans le cas des réacteurs nucléaires utilisés en France (réacteurs à eau pressurisée), l'eau est utilisée non seulement comme fluide caloporteur mais également pour thermaliser les neutrons. On remarque effectivement sur la figure ci-dessous, que la section efficace de fission de l' $\text{U}235$ est beaucoup plus élevée pour les neutrons thermiques.

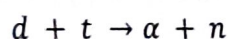
*la fission est un
pour gagner en stabilité*

deux $\sigma_f \sim 10^{-28} \text{ m}^2$



En 2016 en France, 72 % de l'électricité était produite par les réacteurs nucléaires.

Actuellement un important programme de recherche a pour but d'exploiter la fusion thermonucléaire, c'est le programme ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor). Comme on l'a vu sur la courbe donnant l'énergie de liaison en fonction de A, une fusion libère beaucoup plus d'énergie par nucléon qu'une fission. Dans ITER, sera réalisée la réaction de fusion suivante :



Cette réaction libère une énergie de 17,6 MeV. L'objectif d'ITER est de produire 500 MW pendant 400 à 600 secondes en consommant 50 MW et de montrer la faisabilité scientifique et technique de ce type de réacteur.

2. Datation

Certainement, une des applications les plus connue est la datation par un élément radioactif comme le ^{14}C . Comme on l'a vu, la loi de décroissance radioactive est décrite par une loi exponentielle. Si on a moyen de connaître la quantité de radioéléments présents à l'instant t_0 , on peut, en mesurant l'activité d'un échantillon, remonter à l'âge de l'objet à dater. La datation au ^{14}C s'applique aux êtres vivants qui absorbent durant leur vie le ^{14}C . La proportion de ^{14}C radioactif par rapport au ^{12}C stable est connue. A la mort de l'organisme vivant correspond le temps t_0 et la quantité de ^{14}C va décroître. Avec le ^{14}C , on peut remonter au maximum à des datations de 50 000 ans avec des incertitudes de plus en plus grandes en fonction de l'âge de l'objet.

3. Médecine nucléaire

Les applications de la physique nucléaire en médecine sont nombreuses. On connaît bien entendu l'imagerie médicale qui va de la simple radiographie par rayons X à de l'imagerie fonctionnelle où l'on va injecter une molécule marquée avec un isotope radioactif pour voir le fonctionnement d'un organe en passant par exemple par la tomographie par émission de positrons (TEP).

De nombreux traitements de cancers font appel à de la radiothérapie. La radiothérapie peut consister à irradier une tumeur avec des rayons gamma ou avec des protons. Les protons présentent l'avantage de déposer l'essentiel de leur énergie en fin de parcours (pic de Bragg). On peut donc cibler préférentiellement la tumeur et épargner le plus possible les tissus sains. Une autre possibilité de la radiothérapie est la curiethérapie qui consiste à placer une source radioactive (par exemple sous forme d'aiguilles) à proximité de la tumeur.

De nombreuses recherches ont permis, et permettent d'envisager dans un avenir proche, des progrès très importants dans le traitement des cancers.

4. Notions de radioprotection

Donnons la définition d'unités importantes à connaître en radioprotection :

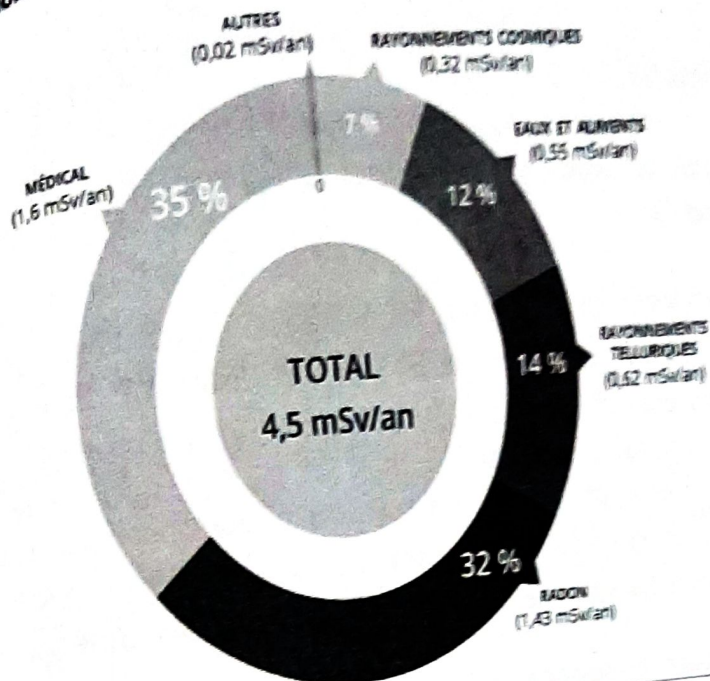
- Le becquerel (Bq) : mesure l'activité d'une source radioactive. $1 \text{ Bq} = 1$ désintégration par seconde. L'ancienne unité, le curie (Ci) = 37 GBq est toujours largement utilisée surtout pour les sources qui présentent une forte activité.
- Le gray (Gy) : mesure la dose absorbée, c'est-à-dire l'énergie déposée dans la matière par le rayonnement. $1 \text{ Gy} = 1 \text{ Joule/kg}$. On pourra encore trouver l'ancienne unité, le rad (rad) avec $1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad}$.
- Le sievert (Sv) : mesure les effets biologiques des rayonnements. La définition est plus complexe car elle fait intervenir le type de rayonnement et l'organe concerné par l'exposition. L'ancienne unité est le rem (rem) avec $1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem}$.

La loi française fixe des limites d'exposition pour le public et les travailleurs qui sont classés dans 2 catégories.

On retiendra essentiellement que l'exposition du corps entier est limité, sur 12 mois consécutifs, à 1 mSv pour le public et respectivement 6 mSv et 20 mSv pour les travailleurs de catégorie B et A. Ces expositions sont bien entendu au-delà de l'exposition naturelle à laquelle on est soumis. La figure ci-dessous donne le bilan de l'exposition moyenne de la population française en 2016.

à faire un
par page en station

Exposition moyenne de la population aux rayonnements ionisants Bilan IRSN 2015



Pour pouvoir faire les TP de physique nucléaire, vous recevrez une formation détaillée de radioprotection. On retiendra qu'un des principes de radioprotection (qui s'applique aussi en toxicologie) est le principe ALARA (As Low As Reasonably Achievable). C'est un principe de précaution qui consiste à limiter le plus possible l'exposition. Pour cela, le responsable de l'intervention (de l'expérience), doit la justifier et éviter les doses inutiles ; l'expérimentateur doit optimiser l'intervention ; la radioprotection doit fixer les contraintes individuelles et collectives pour limiter les doses.