

LE NOYAU ATOMIQUE

I - RADIOACTIVITE

1) Rayonnements α , β et γ

Les premières expériences de Madame Curie et de Rutherford montrèrent que les substances radioactives étaient susceptibles d'émettre des radiations dont le pouvoir de pénétration était largement variable : dans le dispositif utilisé, il est possible d'interposer entre la source radioactive et l'électrode de la chambre d'ionisation divers écrans.

Les rayonnements les moins pénétrants, qui peuvent être absorbés par quelques centimètres d'air ou des feuilles minces métalliques de l'ordre du dixième de millimètre furent appelés rayons α . Les rayonnements les plus pénétrants, susceptibles de traverser jusqu'à de l'ordre d'un mm de plomb furent appelés rayons β .

Les méthodes de déflexions magnétiques montrèrent que ces rayonnements étaient de nature corpusculaire. En 1900, Villard identifiait un troisième type de radiation, encore plus pénétrant, puisqu'il était susceptible de traverser jusqu'à une dizaine de centimètres de plomb, et qui fut dénommé rayonnement γ . On put montrer que les rayons γ n'étaient pas déviés par les champs magnétiques, et l'on sait aujourd'hui qu'il s'agit d'ondes électromagnétiques de très courtes longueurs d'onde.

Rutherford et divers collaborateurs jouèrent un rôle considérable dans l'élucidation des propriétés de la radioactivité α . Ils montrèrent que les rayons α avaient un rapport q/m compatible avec celui des noyaux d'hélium (${}^4_2\text{He}^{++}$), ce qui fut confirmé par la mise en évidence d'une production d'hélium gazeux par les atomes radioactifs α .

L'étude de la déflexion des rayons β montra que ceux-ci avaient des propriétés voisines de celles des rayons cathodiques (courants d'électrons). Les mesures de leur rapport q/m , cependant, montraient que leur masse semblait croître quand leur vitesse augmentait. Cette variation apparente de masse est en fait parfaitement expliquée par la formule relativiste donnant l'impulsion (où $\vec{p} = m\vec{v}$ devient $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$, d'où une masse apparente $m^* = \gamma m = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

qui augmente avec v).

Par ailleurs, tandis que l'énergie des particules α émises par un corps radioactif donné semblait être bien définie, on observait pour les électrons de l'émission β un **spectre continu** : ce n'est que trente ans plus tard, avec la "découverte" du neutrino (hypothèse du neutrino Pauli (1930) - Théorie de Fermi (1933)), qu'une explication satisfaisante du phénomène fut trouvée.

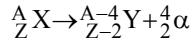
Une des découvertes sans doute les plus marquantes de cette période fut que **les atomes pouvaient changer de nature chimique (« transmutation ») au cours des processus radioactifs** (loi des déplacements chimiques de Russell, Soddy et Fajans - 1913) : une substance chimique est transformée par émission α en une autre qui la précède de deux cases dans le tableau périodique des éléments, et par émission β en une autre qui la suit d'une case. Le poids atomique diminue de 4 unités dans le premier cas, et ne change pas dans le second : une désintégration α suivie de deux désintégrations β redonne un élément ayant les mêmes propriétés chimiques que l'élément de départ (et occupant la même case de la classification périodique) mais de masse différente. L'existence de ces isotopes sera mise en évidence un peu plus tard dans le cas des nuclides stables par Thomson et Aston (1913 - 1919).

2) Equations-bilan des radioactivités α , β et γ

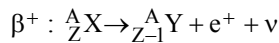
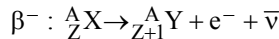
Nous reviendrons ultérieurement en détail sur le mécanisme de chacun des types de radioactivité. Rappelons simplement l'essentiel des conclusions faisant suite à la loi des déplacements de Russell, Soddy et Fajans (1913) :

Dans tous les cas, il y a conservation de la charge et du nombre de nucléons :

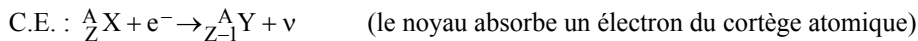
- émission α :



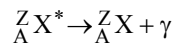
- émission β :



Capture électronique, cas particulier de l'émission β^+ :



- émission γ : nous verrons qu'il existe des états excités du noyau (comme de l'atome), qui peuvent se désexciter par émission de photons γ . On écrira :

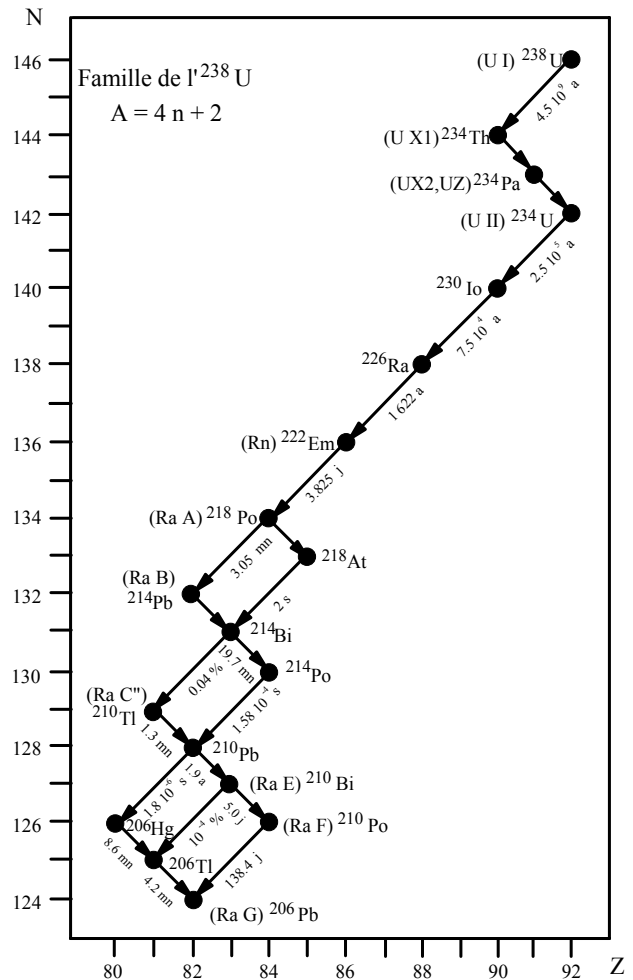


Signalons que d'autres types de radioactivité ont été observés, tels que l'émission de p, n, d, ${}^{12}\text{C}$... et la fission spontanée.

3) Radioactivité naturelle

Elle est essentiellement due à des radionuclides de très longue période, de l'ordre de l'âge de la terre (4,6 milliards d'années) :

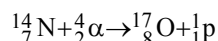
- les trois "familles" de l' ${}^{238}\text{U}$ ($4,5 \cdot 10^9$ ans), de l' ${}^{237}\text{U}$ ($7,1 \cdot 10^8$ ans) et du Th^{232} ($1,4 \cdot 10^{10}$ ans). (Figure 1)
- le potassium ${}^{40}\text{K}$ ($1,3 \cdot 10^9$ ans, émetteur β^- , abondance relative 0,012%).
- d'autres nuclides, enfin, tels le ${}^{14}\text{C}$ (5700 ans), sont formés en permanence par l'interaction du rayonnement cosmique avec l'atmosphère ou le sol.



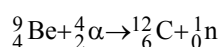
4) Radioactivité artificielle

L'utilisation des particules α de radioactivité naturelle a joué un rôle essentiel dans l'étude des propriétés du noyau atomique jusqu'à l'apparition des premiers "accélérateurs" au début des années 1930. La célèbre expérience de Rutherford sur la diffusion élastique des particules α par les atomes (1911) sera reprise en détail dans le prochain chapitre. Mais bien d'autres résultats remarquables ont été acquis simplement à l'aide de ces particules α :

- 1919 : mise en évidence de l'éjection de noyaux d'atome d'hydrogène (appelés dès lors proton) par des particules α bombardant de l'azote

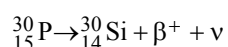
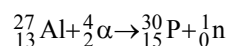


- 1932 : découverte du neutron par Chadwick, à la suite de divers travaux de Bothe et Becker, Webster, et Frédéric et Irène Joliot-Curie ("radiation" du beryllium). La réaction nucléaire correspondante s'écrit :



- 1934 : découverte de la radioactivité artificielle par F. et I. Joliot-Curie.

L'existence d'un électron positif, ou positron, avait été prédite par Dirac, et mise en évidence par Anderson en 1932. F. et I. Joliot-Curie, étudiant la production de positrons et d'électrons au cours du bombardement d'éléments légers par des α constatèrent que l'émission de positrons par une feuille mince irradiée se poursuivait quelque temps après que la source α ait été retirée. Le processus proposé fut :



(transformation d'un proton en neutron) Cette expérience constituait en même temps la première observation d'un nouveau type de radioactivité, la radioactivité β^+ .

5) Terminologie

- nucléon : neutron ou proton
- nuclide : noyau de Z et A donnés (on dit aussi noyau sans préciser)
- isotopes : noyaux de même Z (nombre de protons)
- isobares : noyaux de même A (nombre de nucléons)
- isotones : noyaux de même A-Z (nombre de neutrons)
- isomères : nuclides de mêmes Z et A mais dans des états excités différents

6) Décroissance radioactive

a) Loi de décroissance de Rutherford et Soddy (1902)

Hypothèses : la probabilité pour **un** atome radioactif de se transformer durant un intervalle de temps dt est proportionnelle à dt et vaut λdt . La quantité λ , appelée **constante radioactive**, est caractéristique du nuclide considéré et ne dépend pas de son "âge" (λ est indépendante du temps). Par ailleurs, pour un échantillon contenant N nucléides (d'une espèce donnée), chaque nuclide a une probabilité indépendante de se transformer.

On a alors pour N nucléides :

$$\boxed{dN(t) = -\lambda N(t) dt}$$

Le nombre $\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t)$ représente à la fois le nombre de nucléides qui disparaissent par unité de temps et le nombre de désintégrations observables. On pose

$$a(t) = \lambda N(t)$$

où a est l'**activité** de l'échantillon contenant ces N nucléides. Pour un nuclide de période radioactive longue devant les temps de mesure, l'activité varie peu avec le temps et est alors proportionnelle au nombre de nucléides, c'est à dire à sa **masse**, ce qui rend bien compte des observations expérimentales.

Par intégration de l'équation différentielle précédente, on obtient :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

où N_0 est le nombre de nucléides à l'instant $t = 0$.

b) Période, vie moyenne, rapports de branchement

- On appelle **période** le temps T au bout duquel, sur un ensemble initial de N_0 atomes radioactifs, la **moitié** de ce nombre s'est transformée :

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda} \cong \frac{0,693}{\lambda}$$

- On appelle **vie moyenne** la durée de vie moyenne des atomes radioactifs

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N(t) dt = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} \quad (= \frac{T}{\ln 2})$$

- Constante radioactive : $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{1}{\tau}$

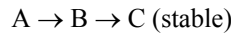
Il existe nombre de nucléides qui peuvent se transformer suivant plusieurs modes (α et β^- par exemple, ou β^+ , β^- , CE, etc...). λ représente la probabilité **totale** par unité de temps de se transformer : lorsqu'il existe plusieurs modes, λ est la somme des probabilités des divers modes :

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots$$

Les λ_i sont appelées **constantes partielles** de désintégration. Les rapports $\frac{\lambda_i}{\lambda}$ représentent les probabilités relatives de chaque mode et sont aussi appelés **rapports de branchement**.

c) Produits en filiation - Equilibre radioactif

On a souvent une **filiation** radioactive du type :



A est appelée "substance mère" et B "substance fille".

Supposons $N_A(0) = N_A(t=0) = A_0$ et $N_B(0) = N_C(0) = 0$

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \Rightarrow N_A(t) = A_0 e^{-\lambda_A t}$$

Mais $\frac{dN_B}{dt} = -\lambda_B N_B + \lambda_A N_A$ qui s'intègre en :

$$N_B = A_0 \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \quad (\text{compte tenu des conditions initiales})$$

Le nombre d'atomes N_B passe par un maximum pour $\frac{dN_B}{dt} = 0 \Rightarrow t_m = \frac{\ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A}}{\lambda_B - \lambda_A}$

Si $T_A \gg T_B$, $\lambda_A \ll \lambda_B$ et pour $T_B \ll t \ll T_A$, on a

$$N_B \cong A_0 \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t}$$

$$\Rightarrow a_B(t) = \lambda_B N_B = \lambda_A A_0 e^{-\lambda_A t} = \lambda_A N_A = a_A(t)$$

et le rapport des activités est voisin de 1 : c'est l'équilibre de régime.

La notion de corps en équilibre radioactif se généralise sans difficulté au cas de filiations plus compliquées (famille du Radium par exemple).

d) Activité : unités

Lors des débuts de la radioactivité, les seules mesures quantitatives portaient sur l'ionisation induite par les rayonnements radioactifs. Si ces mesures permettent de suivre l'activité pour une substance donnée, elles ne permettent pas une comparaison directe du nombre de désintégrations par seconde (activité) pour deux substances différentes.

On a pris à cette époque l'habitude de caractériser l'activité d'une substance donnée par rapport à une activité étalon de ce corps correspondant au cas où elle est en équilibre radioactif avec un gramme de radium pur : l'activité d'un gramme de radium pur ($^{226}_{88}\text{Ra}$) fut appelée **Curie**. Compte tenu de $T = 1622$ ans pour le radium, on en déduit :

$$a = \lambda N = N \frac{\ln 2}{T} = \frac{6 \cdot 10^{23}}{226} \times \frac{\ln 2}{1622 \times 365 \times 86400}$$

$$\mathbf{1 \text{ curie} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ désintégrations par seconde}}$$

Pour des corps autres que les descendants du radium, la notion d'équilibre radioactif perd son sens. On a cependant gardé pendant longtemps le curie comme unité d'activité.

Depuis 1982, le curie a été abandonné et l'unité officielle de radioactivité est le Becquerel (Bq) qui correspond à une désintégration par seconde.

7) Notions de radioprotection

Les rayonnements α , β et γ déposent de l'énergie en traversant la matière : ils ionisent cette matière et provoquent des ruptures de liaison chimique, en particulier dans l'ADN des noyaux de cellules.

En même temps, les particules α et β sont ralenties et les rayonnements γ absorbés. Les dommages d'irradiation dépendent de la dose déposée, c'est à dire de la quantité d'énergie déposée par unité de volume.

Energie déposée dans la matière (vivante...) par les rayonnements ionisants = dose ;

Dose : unité : 1 **Gray** = 1 J/kg (1 Gray = 100 rad)

Dose équivalente : facteur de pondération du rayonnement W_R

W_R varie de 1 (photons) à 20 (neutrons, ions autres que proton)

Dose efficace : facteur de pondération des tissus W_T

W_T varie de 0.01 (peau) à 0.2 (gonades)

Ces deux quantités s'expriment en **Sievert** : unité :

Dose efficace (Sievert) = Dose (Gray) • W_R • $\sum_T W_T$ (1 Sievert = 100 rem)

$$1 \text{ mSv} = 10^{-3} \text{ Sv} = 100 \text{ mrem}$$

Effets pathologiques des radiations (effets immédiats dus à une forte irradiation accidentelle) :

- 0 à 0.25 Gray : pas d'effets identifiés
- 0.25 à 1 Gray : nausées, légère chute du nombre de globules blanc
- 2.5 à 5 Gray : dose mortelle dans la moitié des cas
- au delà de 5 Gray : décès presque certain

L'exposition aux radiations peut aussi provoquer des effets à long terme tels que cancers et leucémies.

Doses équivalentes dues à la radioactivité naturelle (en mSv/an) :

Rayons cosmiques :	0.35
Environnement naturel :	0.7
^{40}K du corps :	0.2
^{226}Ra des os :	0.5
Radon :	0.25 à 2
TOTAL :	estimé entre 1.5 et 6 selon les régions
Examens médicaux :	1
Industrie nucléaire :	0.02
Essais nucléaires atmosphériques :	0.1

TOTAL GENERAL : entre **2.6 et 7 mSv/an**

Norme pour le public : $\leq 1 \text{ mSv/an}$ (!!) (correspondant à environ 0.1 Gray sur toute la vie)

Les rayons cosmiques (particules de grande énergie) sont absorbés par l'atmosphère : la dose reçue augmente très fortement avec l'altitude. Le granit contient de l'uranium, les doses reçues dans les régions granitiques sont donc plus fortes.

Calcul approché de l'activité du ^{40}K de l'organisme humain et de la dose équivalente

* ^{40}K : Période = $T = 1.26 \cdot 10^9$ ans	89% β^-	β^- 1.33 MeV
	11% CE+ γ	γ 1.46 MeV

pour ces deux types de rayonnement, le facteur de pondération est de 1. En moyenne, ceci correspond donc à une énergie déposée de 1.34 MeV par désintégration.

- abondance isotopique = 0.0118% en masse
- abondance relative dans le corps humain = 0.23% en masse
- homme de 70 Kg : $70 \times 0.0023 \times 0.000118 = 1.9 \cdot 10^{-5}$ Kg = 0.019 g
- nombre d'atomes : $N = (0.019/40) \times 6 \cdot 10^{23} = 2.85 \cdot 10^{20}$ atomes
- activité : $a = \lambda N = \ln(2)/T \cdot N = 0.693/(1.26 \cdot 10^9 \times 365.25 \times 86400) \times 2.85 \cdot 10^{20} = 4968$ Bq

- dose annuelle : $(5000 \times 365.25 \times 86400) \times (1.34 \cdot 10^6 \times 1.6 \cdot 10^{-19}) / 70 = 0.0005$ Sv = 0.5 mSv
(à multiplier par un facteur moyen de pondération des tissus)

II - TAILLE DU NOYAU - VERIFICATION DU MODÈLE DE RUTHERFORD

1) Vérification du modèle

Calculons a (distance d'approche minimale) dans l'expérience de Geiger et Marsden (particules α de 5 MeV sur une cible d'or)

$$a = \frac{K}{E_0} = \frac{2 \times 79 \times e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot E_0} = \frac{2 \times 79 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 9 \cdot 10^9}{5 \cdot 10^6} \quad a = 4,55 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 45,5 \text{ F}$$

Pour de telles valeurs de a (et E_0), on observe un accord "parfait" entre l'expérience et les prédictions théoriques aux angles où la mesure est faisable (c'est à dire θ pas trop petit).

La valeur de a donne un ordre de grandeur des distances d'approche (et aussi des paramètres d'impact) conduisant aux grands angles observés. On vérifie :

- que $a \ll$ rayon R de l'atome (\rightarrow rôle des électrons négligeable)
- que $a \gg$ "rayon du noyau" (voir plus loin)

2) Taille du noyau - charge du noyau

Pour des particules α d'énergie supérieure à 5 MeV, ou des noyaux cibles plus légers (Z_2 plus petit), la distance minimum d'approche peut prendre des valeurs voisines de celles du "rayon nucléaire". La figure suivante (extraite du livre de L. Valentin – Physique subatomique) donne le résultat d'une expérience effectuée avec des α de 22 MeV (fournis par un accélérateur de particules) sur une cible de $^{208}_{82}\text{Pb}$. On a porté le rapport entre la section efficace différentielle expérimentale et celle prévue par la formule de Rutherford.

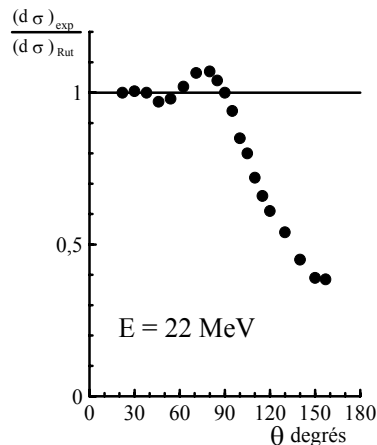


Figure 2

On constate que pour des angles inférieurs à $\cong 90^\circ$, l'accord est bon, mais qu'au delà le désaccord devient très important.

$$\text{Pour } \theta = 90^\circ, \text{ on a } \varphi_0 = \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \epsilon = \frac{1}{\cos \varphi_0} = \sqrt{2}$$

$$a = \frac{2 \times 82 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 9 \cdot 10^9}{22 \cdot 10^6} = 1,07 \cdot 10^{-14} \text{ m} \quad \Rightarrow s = \frac{a}{2}(1 + \epsilon) = \frac{a}{2}(1 + \sqrt{2}) \cong 13 \text{ F} = b_e$$

où b_e est la distance d'approche correspondant à une trajectoire "d'effleurement" entre particule α et noyau de plomb.

Pour $s \leq b_e$, la particule α ressent le potentiel **attractif** du noyau dû à l'interaction nucléaire forte, et elle finit soit piégée dans le noyau, soit **moins déviée** que prévu (d'où la petite bosse pour $\theta \leq \theta_e = 90^\circ$ et la chute rapide ensuite).

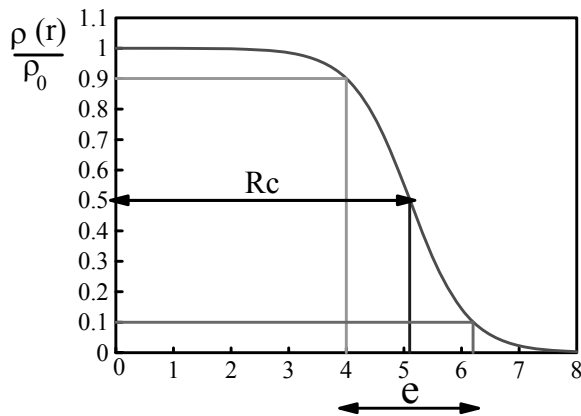


Figure 3

La courbe ci-contre représente une modélisation simple de la densité de charge nucléaire en fonction de la distance au centre. On appelle épaisseur de peau e la distance entre le point où $\rho(r) = 0,9 \rho_0$ et celui où $\rho(r) = 0,1 \rho_0$.

e vaut environ $2 F$ pour tous les noyaux. R , "rayon nucléaire", est défini comme le point où $\rho(r) = \frac{\rho_0}{2}$ et peut être représenté par la formule approchée : $R = r_0 A^{1/3}$ avec $r_0 \cong 1,3 F$.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \quad A = 4 \Rightarrow R_\alpha = 2 F \\ \text{Pb} \quad A = 208 \Rightarrow R_{\text{Pb}} \cong 7,7 F \end{array} \right\} R_\alpha + R_{\text{Pb}} \cong 9,7 F$$

$$+ 2 \times \frac{e}{2} \cong 2 F$$

$$\cong 12 F$$

somme des rayons qui se compare assez bien à la valeur trouvée ci-dessus pour s (égale à $13 F$).

En définitive, on vérifie que le noyau a une taille minuscule devant celle de l'atome, d'où d'ailleurs une densité énorme : par exemple, pour le noyau de plomb $R \cong 8 F \Rightarrow$

$$\rho = \frac{208 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}{\frac{4}{3} \pi (8 \cdot 10^{-15})^3} \cong 2 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3 !$$

Pour conclure, notons que Chadwick reprit les mesures de Geiger et Marsden en 1920, et qu'il put faire des mesures absolues de la section efficace différentielle. Ceci le conduisit à une détermination précise de la charge Z_2 du noyau. Cette mesure **directe** de Z_2 fut trouvée en accord :

- avec la place dans la classification de Mendéléïeff (numéro atomique)
- l'ordre de grandeur du nombre d'électrons de l'atome (mesure de diffusion X de Barkla)
- la valeur de Z déduite de mesures spectroscopiques (loi de Moseley des spectres de rayons X - voir plus loin).

3) Constituants, charge et rayon du noyau

a) Composition du noyau

Rappelons les propriétés du noyau atomique déjà signalées :

- le noyau atomique possède une **charge** totale égale à Ze (Z numéro atomique) (Diffusion des rayons X, loi de Moseley, mesures (de diffusion Rutherford) de Chadwick).

- les noyaux d'atomes possèdent une masse voisine d'un multiple entier de la masse du proton (noyau de l'hydrogène). Ce nombre entier appelé **nombre de masse** et noté A est environ deux fois plus grand que le numéro atomique Z pour la plupart des noyaux stables. Pour une espèce atomique donnée (Z donné), il existe plusieurs **isotopes** (radioactivité et loi des déplacements chimiques de Russell, Sody et Fajans (1913) ; mesures par spectrométrie de masse de Thomson et Aston (1913-1919)).

- certains noyaux d'atomes sont radioactifs : ils peuvent émettre des électrons (radioactivité β) ou des particules α (radioactivité α).

De façon assez naturelle, les premiers modèles de noyau correspondaient donc soit à un assemblage de particules α , soit à un noyau comprenant A protons et $(A-Z)$ électrons.

La découverte du neutron par Chadwick en 1932 marqua un tournant décisif en physique nucléaire. Depuis cette date, un noyau de nombre de masse A et de numéro atomique Z est considéré comme un assemblage de Z protons et $N=A-Z$ neutrons. On sait maintenant que protons et neutrons ont des masses voisines, environ 2000 fois plus grandes que celle de l'électron. On sait aussi qu'ils possèdent, comme l'électron, un spin égal à $\hbar/2$. La seule différence importante entre ces deux **nucléons** réside dans leur charge, nulle pour le neutron et égale à $+e$ pour le proton.

	Charge	Spin	Masse
Proton	e	$\hbar/2$	$938,28 \text{ MeV}/c^2$
Neutron	0	$\hbar/2$	$939,57 \text{ MeV}/c^2$

Signalons dès à présent que le proton "libre" semble stable, alors que le neutron libre est émetteur β avec une période de 12 minutes.

b) Charge et rayon du noyau

Nous avons déjà vu que les expériences de diffusion de particules α par les noyaux d'atomes permettaient une mesure de la charge totale des noyaux ainsi qu'une estimation de la taille des noyaux.

Le fait est que, dès qu'une particule α est susceptible de pénétrer le noyau, la diffusion cesse d'être purement coulombienne : **une nouvelle force** apparaît, et l'expérience montre qu'il s'agit d'une force de **courte portée**. Cette force est celle qui est responsable de la cohésion des noyaux : elle porte le nom **d'interaction forte**. L'analyse des résultats obtenus par diffusion de particules α nécessite une connaissance précise de cette interaction si on veut remonter à la distribution volumique de charges à l'intérieur du noyau. L'utilisation d'électrons au lieu de particules α élimine cette contrainte : on peut montrer en effet que les électrons sont insensibles à l'interaction forte (tout au moins

aux énergies pas trop élevées) : seule subsiste l'interaction électromagnétique prise en compte dans le calcul de la diffusion Rutherford, et l'analyse des résultats devient donc beaucoup plus simple.

Un aspect particulièrement important du comportement des corpuscules tels que l'électron ou les nucléons, correspond à ce que l'on appelle la **dualité onde-corpuscule**. Rappelons qu'à un corpuscule d'énergie E et de masse m on peut associer une longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p} \cong \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (\text{aux énergies non relativistes})$$

Cette onde, comme l'onde électromagnétique associée au photon, est susceptible de donner lieu à des phénomènes de diffraction lorsqu'elle rencontre des objets (ou ouvertures) dont la dimension n'est pas trop grande devant λ . Pour espérer observer correctement des objets dont la taille est caractérisée par une longueur a (de l'ordre de quelques fermi), il importe d'utiliser des projectiles pour lesquels "l'onde de matière" associée est telle que $\lambda \leq a$. La formule donnant λ indique que des phénomènes de diffraction importants peuvent apparaître si E ou m deviennent trop petits, car alors λ peut devenir grand. Par exemple, pour des particules α de 5 MeV, on a :

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2M_\alpha c^2 E_\alpha}} = \frac{197}{\sqrt{2 \times (4 \times 1000) \times 5}} \cong 1 \text{ F}$$

ce qui est suffisamment petit devant la taille du noyau.

Pour réaliser les mêmes conditions ($\tilde{\lambda} \cong 1 \text{ F}$) avec des électrons, il faut avoir :

$$p = \frac{\hbar}{\tilde{\lambda}} \Rightarrow pc = \frac{\hbar c}{\tilde{\lambda}} \cong 200 \text{ MeV}$$

$$\text{soit } W = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} \cong pc = 200 \text{ MeV}$$

(avec $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV} \ll 200 \text{ MeV}$)

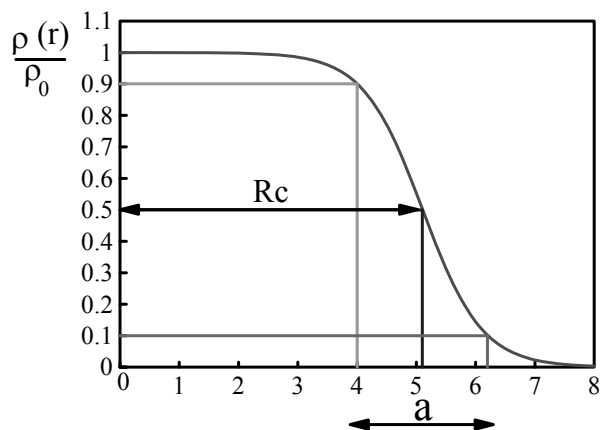
On sait accélérer des électrons jusqu'à des énergies de plusieurs dizaines de GeV, d'où $\tilde{\lambda} \cong 10^{-2} \text{ F}$, ce qui permet une exploration très fine de la répartition de charge du noyau. C'est l'utilisation de telles particules qui a permis d'adopter pour la densité de charge des noyaux une formule approximative du type :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_c}{0,228 a}\right)}$$

correspondant à la figure ci-contre, avec

$$\begin{cases} R_c = r_0 A^{1/3} \\ r_0 = 1,1 \text{ F} \\ a = 2,2 \text{ F} \end{cases}$$

Figure 4



Inversement, on peut explorer la répartition de **masse** dans le noyau en utilisant des neutrons de haute énergie (qui sont sensibles à la seule interaction forte). L'analyse (un peu compliquée) des résultats obtenus montre que le "rayon de masse" et le "rayon de charge" du noyau sont égaux aux limites expérimentales près.

4) Les noyaux stables

a) Défaut de masse et énergie de liaison : interaction forte

Un noyau n'est stable que si les interactions attractives entre nucléons l'emportent sur les interactions répulsives, d'une part, et si il ne peut pas évoluer spontanément vers un état plus stable, d'autre part. Une caractéristique essentielle de ces noyaux est la valeur particulièrement importante de leur énergie de liaison (que nous noterons $B(A,Z)$) : il en résulte que cette énergie de liaison peut être déduite directement d'une mesure de masse des atomes, connaissant m_e , M_p et M_n (masses de l'électron, du proton et du neutron). On peut en effet écrire :

$$\text{Masse atome} = \text{masse du noyau} + \text{masse des électrons} - \frac{\text{énergie de liaison des électrons}}{c^2}$$

$$\text{ou } (\text{Masse atome})c^2 = M_{\text{noyau}}(A,Z)c^2 + Z m_e c^2 - B_e$$

où B_e est l'énergie de liaison totale des électrons atomiques. Les masses **d'atomes** peuvent être mesurées avec précision par spectrométrie de masse. La masse de l'électron est connue avec une précision meilleure que 10^{-6} . L'énergie de liaison totale des électrons peut être calculée avec précision (et l'énergie de liaison **individuelle** d'un électron d'un atome mesurée avec précision par spectrométrie X ou optique). Cette énergie de liaison varie de 13,6 eV pour l'hydrogène à $\cong 700$ keV pour l'uranium (en passant par 75 keV pour Kr, $Z=36$ et 200 keV pour Xe, $Z=54$).

On peut en déduire la masse des **noyaux** à quelques keV près. Néanmoins, ce sont toujours (ou presque) les masses des **atomes** qui sont données dans les tables de masse, et ceci le plus souvent sous la forme $(M-AX_0)$, appelée quelquefois "**excès de masse**". X_0 représente ici l'**unité de masse atomique** égale à 1/12 de la masse de l'isotope $A=12$ de l'**atome** de carbone ($Z=6$).

$$\text{Rappel : } 1 \text{ u.m.} = 931,49437 \pm 0,00028 \text{ MeV}/c^2 \cong 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

Lorsque la masse est exprimée en u.m., $M-A$ représente directement l'excès de masse exprimé lui aussi en u.m. Cet excès de masse représente un écart par rapport à une **valeur moyenne** (ou de référence) de la masse des noyaux ($\cong A$ u.m.) et **peut être aussi bien positif que négatif**.

Ex. :	${}^{20}_{10}\text{Ne}$	$M-A = -7041,5 \text{ keV}/c^2 \cong -7,6 \cdot 10^{-3} \text{ u.m.}$
	${}^{12}_6\text{C}$	$M-A=0$ par définition !
	${}^4_2\text{He}$	$M-A = 2494,92 \text{ keV}/c^2$
	etc...	

En ce qui concerne les noyaux, on a :

$$\text{Masse du noyau} = Z M_p + N M_n - \Delta M$$

$$\text{ou } M(A,Z)c^2 = Z M_p c^2 + N M_n c^2 - B(A,Z)$$

(avec $A=Z+N$)

$$\Delta M = \frac{B(A,Z)}{c^2} \text{ est appelé } \textbf{défaut de masse} \text{ du noyau.}$$

Ce défaut de masse, comme l'énergie de liaison nucléaire, est nécessairement toujours positif (sinon le système n'est pas lié !).

L'expérience montre que **l'énergie de liaison par nucléon**, définie par le rapport B/A , est en première approximation indépendante de A et de l'ordre de **8 MeV/nucléons**.

On notera la valeur extrêmement élevée de ce chiffre : pour un élément comme le ${}^{84}_{36}\text{Kr}$, par exemple, on a :

$$(M-A)c^2 = -82,434 \text{ MeV} \Rightarrow M = (84 \times 931,5 - 82,434) \text{ MeV}/c^2 \text{ (masse de l'atome)}$$

$$M_{\text{noyau}}c^2 = M_{\text{atome}}c^2 - (Z m_e c^2 - B_{e^-}) = Z M_p c^2 + N M_n c^2 - B(A,Z) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} B(A,Z) &= Z M_p c^2 + N M_n c^2 + Z m_e c^2 - (M_{\text{atome}}c^2 + B_{e^-}) \\ &= 36 \times (938,28 + 0,511) + 48 \times 939,57 - (84 \times 931,5 - 82,434 + 0,075) \\ &\cong 733 \text{ MeV} \quad (\Rightarrow B/A \cong 8,7 \text{ MeV}) \end{aligned}$$

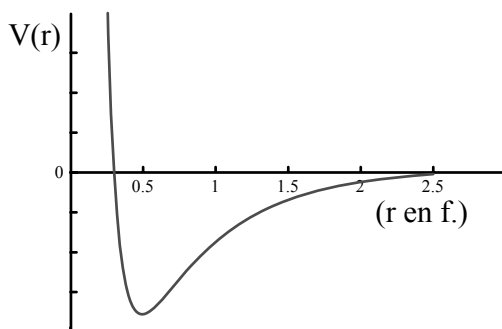
alors que l'énergie de liaison totale des électrons de l'atome (B_{e^-} , de l'ordre de 75 keV) est environ 10 000 fois plus petite, si bien qu'on peut en général la négliger.

On notera par ailleurs que la répulsion coulombienne entre protons du noyau correspond à une énergie potentielle **positive** de l'ordre de 0,7 MeV pour deux protons distants d'environ 2 F (soit environ $1/10^{\text{ème}}$ de leur énergie de liaison totale). On estime en fait que l'interaction forte, de très courte portée mais seule responsable de la cohésion du noyau, est environ 1000 fois plus "intense" que l'interaction coulombienne (et 10^{40} fois plus élevée que l'interaction gravitationnelle...).

D'autre part, l'étude des systèmes simples comme le noyau de deutérium (un neutron, un proton) et le résultat d'expériences de diffusion neutron-proton ou proton-proton ont permis de dégager plusieurs conclusions importantes :

- l'interaction forte est la même pour des couples (n-p), (p-p) ou (n-n) (indépendance de charge de l'interaction forte).

- le potentiel d'interaction forte a une dépendance radiale relativement complexe : il est pratiquement nul au dessus de 2 F ; au dessus de 1 F, il a une dépendance asymptotique de la forme $V(r) \cong \frac{e^{-\mu r}}{r}$ avec $1/\mu \cong 1,4 \text{ F}$;



en dessous de 1 F, il reste attractif jusqu'aux environs de 0,5 F, valeur en dessous de laquelle il devient fortement répulsif.

Figure 5

Il faut bien se garder d'en déduire quoi que ce soit en ce qui concerne la **structure des nucléons**, vaste sujet qui sera abordé en master et qui correspond à la physique dite des "particules élémentaires". Bornons nous pour l'instant à remarquer que ce potentiel est assez semblable au **potentiel de Van der Waals** qui s'exerce entre deux molécules. En effet, celui-ci :

- a une décroissance très rapide en r^{-6}
- a un minimum aux environs de 0,5 Å
- devient "infiniment répulsif" aux très courtes distances.

b) Isotopes - Ligne de stabilité

Nous avons déjà signalé l'existence d'atomes identiques du point de vue chimique mais de masses légèrement différentes. Les **isotopes** ont le même Z mais des A différents. Depuis la découverte du neutron, on admet que ces atomes isotopes ont le même nombre de protons (égal à Z) mais des nombres de neutrons différents. La composition

isotopique d'une espèce chimique donnée est pratiquement constante à la surface de la terre et connue généralement avec grande précision.

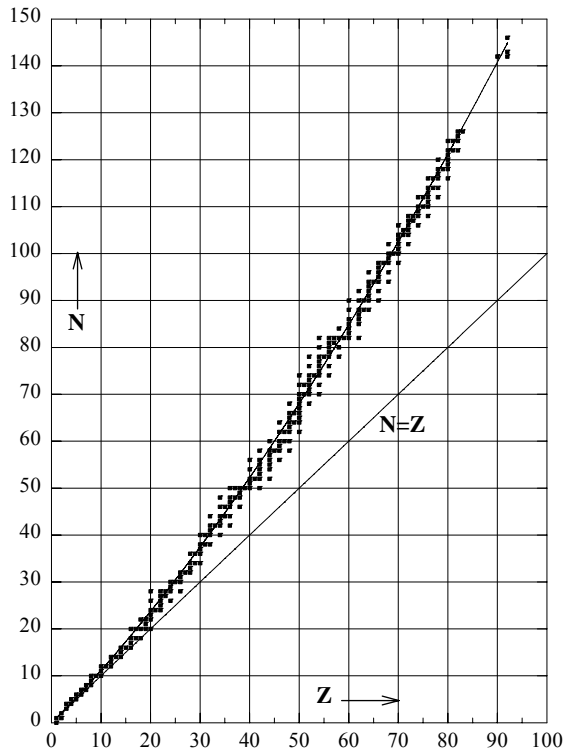
La masse atomique des chimistes est la moyenne pondérée des divers A du mélange isotopique naturel.

Ex : chlore $\begin{cases} A = 35 & 75,53\% \\ A = 37 & 24,47\% \end{cases} \rightarrow M(\text{Cl}) = 35 \times 0,75 + 37 \times 0,25 = 35,5 \text{ (g/mole)}$

Quand il existe un seul isotope ($^{23}_{11}\text{Na}$, $^{27}_{13}\text{Al}$...) ou un isotope très prépondérant (H, He, C, N, O,...) la masse atomique chimique reste proche d'un nombre entier. On constate que les éléments présents dans l'univers (éléments "naturels") possèdent approximativement autant de neutrons que de protons.

Figure 6

Carte dans le plan (Z,N) des isotopes stables ou de longue période. (les noyaux de $Z \geq 84$ sont émetteurs α)



La bande étroite voisine de $Z=N$ pour $A < 40$ et $Z \leq N$ au dessus correspond à ce que l'on appelle la "ligne de stabilité". Une analyse détaillée des propriétés des noyaux stables montre que les noyaux possédant un nombre pair de protons, ou de neutrons, ou surtout les deux, sont particulièrement nombreux :

Nomenclature	A	Z	N	Nombre
p-p	pair	pair	pair	$\cong 200$
p-i	impair	pair	impair	$\cong 73$
i-p	impair	impair	pair	$\cong 62$
i-i	pair	impair	impair	4 (^2_1H , ^6_3Li , $^{10}_5\text{B}$, $^{14}_7\text{N}$)

III – PREMIERS MODELES DU NOYAU

1) Le modèle de la goutte liquide

Très tôt, un grand nombre de masses de noyaux furent connues avec une précision suffisante pour pouvoir tenter de rendre compte des variations de l'énergie de liaison des noyaux avec les paramètres essentiels que sont A et Z.

Le **modèle de la goutte liquide** fut proposé en 1935 par Von Weizsächer, et une forme simplifiée de la formule donnant l'énergie de liaison par nucléon dérivée par Bethe et Bacher en 1936. Certains raffinements furent introduits plus tard, par des physiciens comme Fermi ou Seeger par exemple.

Ce modèle est basé essentiellement sur la constatation que l'énergie de liaison totale du noyau est en première approximation proportionnelle au nombre de nucléons (ou au volume du noyau, puisque par ailleurs, $R=r_0A^{1/3} \Rightarrow$

$V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$) : cette situation est formellement semblable au cas d'une goutte liquide, où le rapport B/A joue le rôle

d'une chaleur latente de vaporisation. On peut aussi justifier la validité du modèle par l'analogie formelle mentionnée plus haut entre le potentiel d'interaction forte et le potentiel de Van der Waals. En tout état de cause, c'est la très courte portée des forces mises en jeu qui joue un rôle fondamental : chaque particule (nucléon du noyau ou molécule d'une goutte) n'interagit qu'avec ses proches voisines, et l'énergie de constitution est sensiblement proportionnelle à A (dans le cas de forces à longue portée comme l'interaction coulombienne, l'énergie de constitution serait proportionnelle à A^2 , chaque particule interagissant avec toutes les autres).

Le modèle conduit à prévoir une expression de la forme :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A}$$

Dans cette formule a_v , a_s , a_c et a_a correspondent respectivement à des termes couramment appelés énergie de volume, énergie de surface, énergie coulombienne et énergie d'asymétrie. La valeur numérique de ces paramètres n'est pas calculée mais simplement ajustée pour reproduire le plus fidèlement possible les résultats expérimentaux.

Pour cette raison, la formule précédente est appelée formule de masse ou "formule semi-empirique de Bethe et Weizsächer". La figure suivante indique l'importance relative des différents termes :

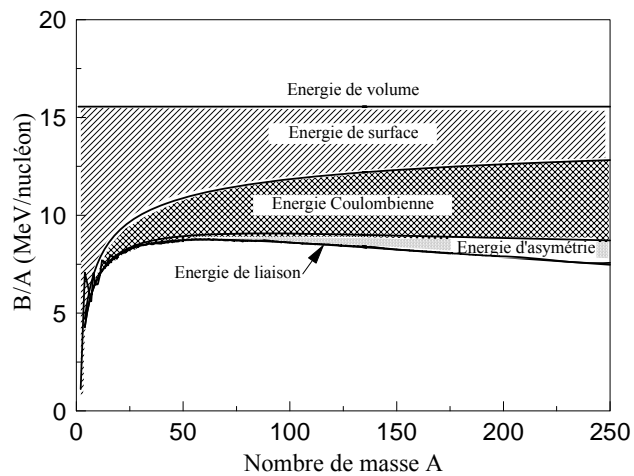


Figure 7

Énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse A et contribution relative des différents termes de la formule de masse

On constate que seul le terme de volume donne une contribution positive : les termes suivants donnent lieu à des corrections négatives (qui diminuent B/A). Nous examinons maintenant ces différents termes :

- énergie de volume :

Comme nous l'avons vu, l'énergie de liaison totale est en première approximation proportionnelle au nombre de constituants (forces à courte portée) $\Rightarrow B = a_v A$.

- énergie de surface :

L'énergie de liaison n'est strictement proportionnelle à A que si tous les nucléons peuvent interagir de façon semblable avec leurs voisins. Ceci pourrait être le cas dans un milieu infini. En fait, les nucléons qui se trouvent "à la surface" du noyau ont moins de voisins immédiats (environ deux fois moins) et sont donc moins liés. Le nombre de liaisons perdues est proportionnel à la surface du noyau. Si celui-ci est une sphère de rayon $R = r_0 A^{1/3}$, $S = 4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$ et la correction s'écrit :

$$(\Delta B)_S = - a_s A^{2/3}$$

- énergie coulombienne

La répulsion coulombienne entre protons est à longue portée et tend bien sûr à diminuer l'énergie de liaison. Si on assimile la distribution de charge à celle d'une sphère homogène de densité de charge $\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, on est conduit à

une énergie coulombienne donnée par

$$E_c = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \right) \left(\frac{\rho}{r} \right) 4\pi r^2 dr = -\frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R}$$

soit

$$(\Delta B)_c = -a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad \text{avec } a_c \cong \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \quad (\text{compte tenu de } R = r_0 A^{1/3})$$

- énergie d'asymétrie

Ce terme a une origine quantique que nous ne discuterons pas en détail pour l'instant. Il permet en tout état de cause de reproduire la ligne de stabilité $N \cong Z$, et l'existence **d'un excès de neutrons (N-Z) pour les grandes valeurs de A**. Remarquons simplement que pour les noyaux "lourds", le terme répulsif coulombien prend une importance relative de plus en plus grande (à cause de la longue portée des forces coulombiennes) comme on le voit sur la figure 7. La présence d'un excès de neutrons N-Z (insensibles aux effets coulombiens) permet de contre-balancer l'accroissement de E_c par un accroissement du rôle de l'interaction forte. Les neutrons en excès sont cependant moins liés, et on peut montrer que ce terme doit s'écrire :

$$(\Delta B)_a = -a_a A \frac{(N-Z)^2}{(N+Z)^2} = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A}$$

- Résultat (on remarquera que la courbe présente un maximum marqué pour $A \cong 60$ - noyaux de fer par exemple)

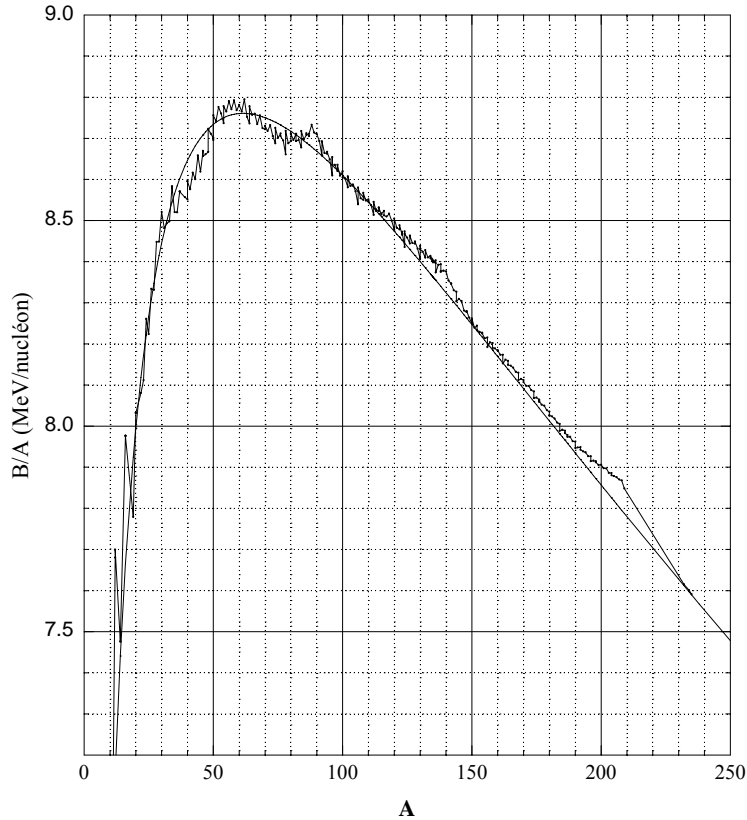


Figure 8

Un excellent accord entre les énergies de liaison expérimentales et celles données par la formule de masse (à mieux que 1% près pour $A > 20$) est obtenu pour :

$a_v = 15,56 \text{ MeV}$
$a_s = 17,23 \text{ MeV}$
$a_c = 0,7 \text{ MeV}$
$a_a = 23,6 \text{ MeV}$

($a_c = 0,7 \text{ MeV}$ correspond à $r_0 = 1,24 \text{ F}$ dans la formule $a_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$)

En dérivant par rapport à Z l'expression donnant B pour une valeur fixe de A , on obtient la valeur de Z correspondant au noyau le plus stable (de A donné). On obtient :

$$Z = \frac{A}{2 + 0,0155 A^{2/3}}$$

en bon accord avec la ligne de stabilité observée (voir figure 3).

Divers termes correctifs peuvent être ajoutés à la formule de masse. En particulier, on peut rendre compte de la stabilité particulière des noyaux pair-pair à l'aide d'un terme appelé **énergie d'appariement** qui vaut

$+\Delta$	pour les noyaux	pair-pair
0	" " "	pair-impair ou impair-pair
$-\Delta$	" " "	impair-impair

avec $\Delta \cong 12 A^{-1/2} \text{ MeV}$.

Nous reviendrons sur ce terme à propos de l'étude de la radioactivité β .

2) Stabilité du noyau : Fusion, Fission

La valeur extrêmement élevée des énergies mise en jeu au niveau de la constitution des noyaux a suggéré très tôt que si des réactions de "combustion nucléaire" pouvaient être réalisées, des énergies considérables pourraient être obtenues. Nous nous intéresserons pour l'instant essentiellement à l'aspect énergétique du problème. Intéressons nous tout d'abord à la **fusion** de particules légères.

On a par exemple :

$$\bullet \quad M(d) = M(1,2) \cong 2 \times 931,5 + 13 \text{ MeV} \quad (M-A = 13 \text{ MeV})$$

$$= M_p + M_n + m_e - B(1,2)$$

$$\Rightarrow B(1,2) = 938,3 + 939,6 + 0,5 - (2 \times 931,5 + 13)$$

$$= 2,4 \text{ MeV} \quad (1,2 \text{ MeV/nucléon})$$

$$\bullet \quad M(\text{He}) = M(2,4) = 4 \times 931,5 + 2,4 \text{ MeV} \quad (M-A = 2,4 \text{ MeV})$$

$$\Rightarrow B(2,4) = 2(938,3 + 939,6 + 0,5) - (4 \times 931,5 + 2,4)$$

$$= 28,4 \text{ MeV} \quad (7,1 \text{ MeV/nucléon})$$

On voit que la fusion de deux noyaux de deutérium conduirait à un système plus stable libérant

$$\Delta E = 28,4 - 2 \times 2,4 = 23,6 \text{ MeV}$$

Remarque 1 : le calcul précédent est inutile. Il suffit d'écrire, à cause de la conservation du nombre de nucléons :

$$\Delta E = B(2,4) - 2 B(1,2) = - (M-A)(\text{He}) + 2 (M-A)(D)$$

$$(= - 2,4 + 2 \times 13 = 23,6 \text{ MeV})$$

Remarque 2 : En fait, la réaction



ne se produit pas. On observe par contre les réactions



La production de ${}^4_2\text{He}$ (dont l'énergie de liaison est particulièrement élevée) peut se faire suivant la réaction



De façon générale, on remarque sur la figure 8 que la courbe des B/A présente un maximum (pour des valeurs de A voisines de 60 : on peut retrouver une valeur proche de celle-ci à l'aide de la formule de masse en calculant la valeur de A qui donne $\frac{d(B/A)}{dA} = 0$).

Il en résulte que par fusion de deux noyaux légers, on doit "récupérer" de l'énergie : dans le cas de la fusion symétrique, on a :

$$\Delta E = B(2A, 2Z) - 2B(A, Z)$$

En utilisant la formule de masse, on a :

$$\Delta E = +a_s(2 - 2^{2/3})A^{2/3} - a_c(2^{5/3} - 2)\frac{Z^2}{A^{1/3}} = a_s(2 - 2^{2/3})A^{2/3} - a_c(2^{-1/3} - \frac{1}{2})A^{5/3} \quad (\text{pour } Z \cong A/2)$$

et $\Delta E > 0$ si $A < 35$.

Inversement, la **fission** se produit pour les noyaux lourds. Pour la fission, la formule précédente devient, dans le cas d'une **fission symétrique** :

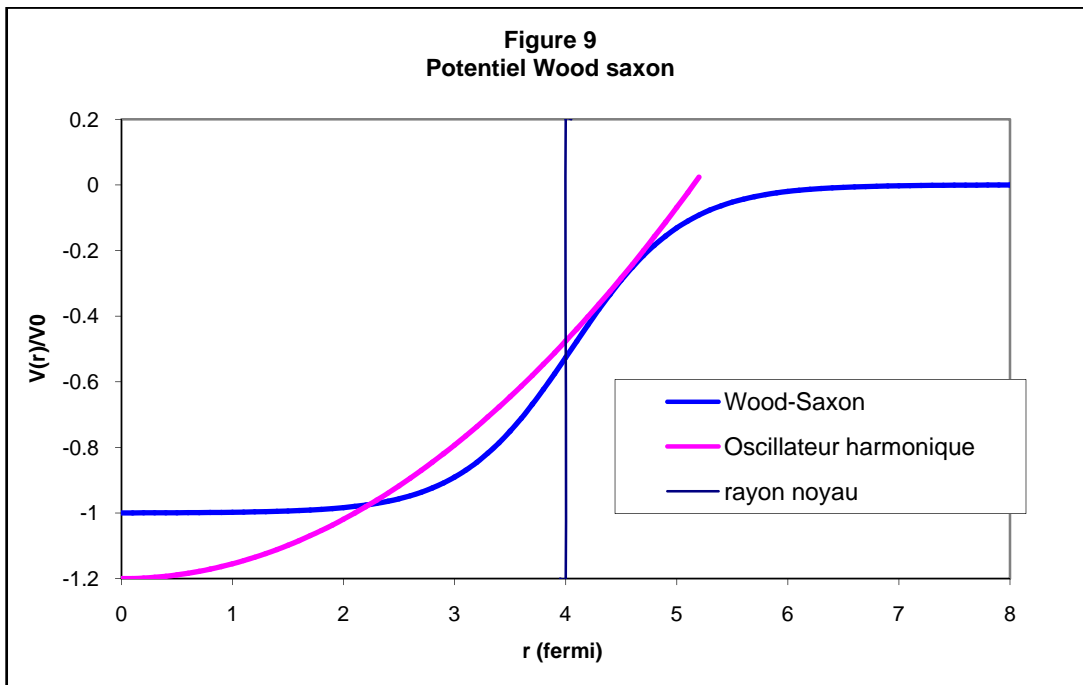
$$\Delta E = 2B\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) - B(A, Z) = a_s(1 - 2^{1/3})A^{2/3} + a_c(1 - 2^{-2/3})\frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

et $\Delta E > 0$ si $A > 70$ (pour $Z \cong A/2$)

Par exemple, pour ${}^{236}_{92}\text{U}$, $\Delta E \cong -171 + 355 = 184$ MeV

IV – MODELES QANTIQUES DU NOYAU

1) Potentiel de Wood Saxon



On adoptera pour modéliser le noyau une approximation de champ moyen consistant à supposer que l'action des $A-1$ autres nucléons sur chaque nucléon individuel du noyau peut être simulée par un puits de potentiel commun (modèle à particules indépendantes). Ce potentiel doit alors avoir une forme déduite de la répartition de masse du noyau, ce qui conduit au potentiel dit de Wood-Saxon qui s'écrit donc :

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_c}{0,228 a}\right)}$$

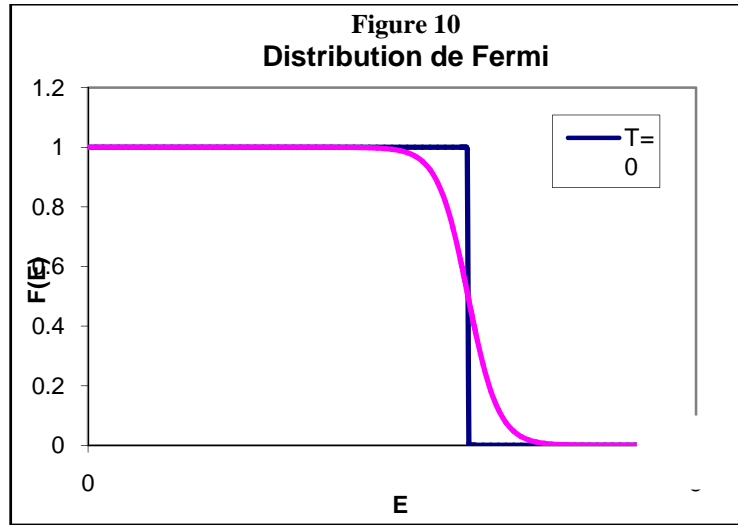
On cherchera comme d'habitude, s'agissant d'un potentiel central, des fonctions propres communes au moment cinétique et à l'Hamiltonien du système. En dépit de la forme relativement simple du potentiel de Wood-Saxon, il n'est pas possible de résoudre ce problème analytiquement, et il faut chercher des solutions numériques sur ordinateur. On peut également prendre une forme approchée du potentiel, et on utilise généralement une approximation de potentiel harmonique, quitte à traiter la différence entre les deux potentiels comme une perturbation. On peut aussi obtenir des ordres de grandeur utiles en modélisant les nucléons en termes de gaz de Fermi où les nucléons sont simplement

restreints à rester enfermés dans le volume (sphérique) du noyau. On gardera cependant à l'esprit que ces modèles simples ne peuvent traiter convenablement le problème que dans le cas des noyaux sphériques qui sont les noyaux les plus stables.

2) Modèle du gaz de Fermi : quelques ordres de grandeur

Considérons N nucléons (fermions) enfermés dans un volume V à la température T. Leur distribution en énergie est donnée par la distribution de Fermi représentée aussi ci-dessous :

$$F(E) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) \right]^{-1}$$



E_F porte le nom d'énergie de Fermi du système. Pour $E_F \gg kT$, la distribution prend la forme d'une marche, avec une répartition uniforme entre 0 et E_F .

L'énergie de Fermi E_F est reliée à l'impulsion de Fermi p_F par $E_F = p_F^2/2m$. Evaluons tout d'abord p_F . Le volume élémentaire dans l'espace des phases ($r^3 p^3$) est h^3 . Le nombre de fermions dans la sphère de l'espace des phases tels que $r < R$ et $p < p_F$ est donc

$$N = g_s \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{4}{3}\pi p_F^3}{h^3} \text{ avec } g_s = 2s+1 = 2, \text{ soit } p_F = \left(\frac{9\pi \hbar^3 N}{4 R^3}\right)^{1/3} = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi N}{4 A}\right)^{1/3} \text{ compte tenu de } R = R_0 A^{1/3}.$$

Avec Z protons et N neutrons dans le noyau, on a finalement :

$$p_F(\text{protons}) = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi Z}{4 A}\right)^{1/3} \text{ et } p_F(\text{neutrons}) = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi N}{4 A}\right)^{1/3}.$$

Pour $N \approx Z \approx A/2$, on a :

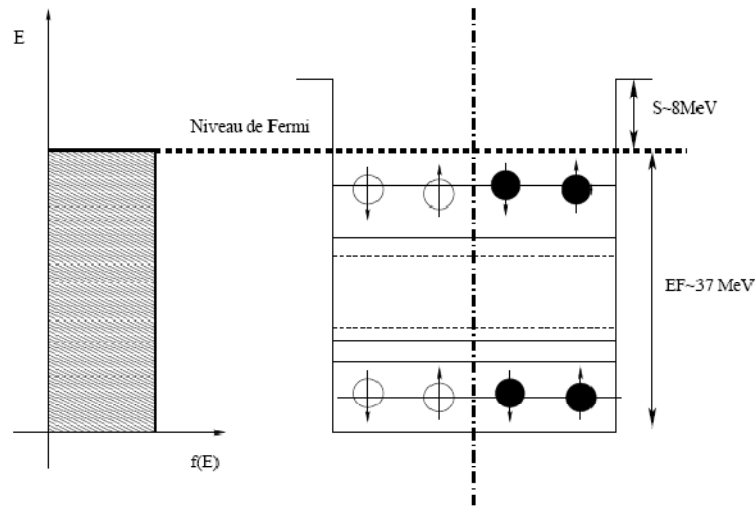
$$E_F(n) \approx E_F(p) \approx \frac{\hbar^2}{2Mr_0^2} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{2/3} \approx 37\text{MeV}$$

On peut en déduire l'énergie cinétique *moyenne* des nucléons, tous les états entre 0 et E_F étant uniformément occupés :

$$\langle T \rangle = \int dV \int_0^{E_F} \frac{p^2}{2M} \frac{4\pi p^2}{h^3} dp = \frac{3}{5} E_F \approx 22\text{MeV}$$

On peut aussi en déduire un ordre de grandeur de la profondeur du puits de potentiel : sachant qu'il faut fournir environ 8 MeV pour séparer un nucléon (sans doute parmi les plus rapides) du noyau, la profondeur du puits est donc d'environ $37 + 8 = 45$ MeV.

Figure 11



En fait on considère dans la plupart des modèles que cette profondeur est de 50 MeV, avec des termes correctifs qui tiennent compte de plusieurs effets :

- une correction coulombienne pour les protons
- une correction d'asymétrie : $V_a = \pm 25 \frac{N-Z}{A} \text{ MeV}$, avec + pour les protons et - pour les neutrons. Ce terme permet de rendre compte de l'excès de neutrons dans les noyaux.
- Il convient enfin de tenir compte de la tendance des neutrons et des protons à s'apparier : on constate en effet que le seul système stable de deux nucléons est le deutérium, et que le di-proton ou le di-neutron ne sont pas observés. Ceci a d'ailleurs conduit Heisenberg à proposer que le proton et le neutron étaient deux états d'une même particule, que l'on distingue au travers d'un nouveau nombre quantique, l'**isospin**. Cet isospin vaut $\frac{1}{2}$ et on peut en particulier écrire que $|\text{proton}\rangle = |1/2, 1/2\rangle$ et $|\text{neutron}\rangle = |1/2, -1/2\rangle$. On montre facilement que le deuton est alors un singulet d'isospin.

Revenons maintenant au modèle de fermi, et calculons l'énergie cinétique totale en tenant compte d'une petite différence entre N et Z. On pose $\epsilon = (N-Z)$. On a alors :

$$E(A) = \sum_{\alpha=1}^A E_{\alpha} = \frac{3}{10} E_F A \left[\left(1 + \frac{\epsilon}{A}\right)^{5/3} + \left(1 - \frac{\epsilon}{A}\right)^{5/3} \right] \approx \frac{3}{5} E_F A + \frac{1}{3} E_F \frac{(N-Z)^2}{A} \text{ avec } \frac{1}{3} E_F \frac{(N-Z)^2}{A} \approx 12 \frac{(N-Z)^2}{A} \text{ MeV}$$

Ce terme ne représente pas l'ensemble de l'effet d'asymétrie, il faut lui ajouter un terme dû au potentiel d'asymétrie V_a (ci-dessus) soit :

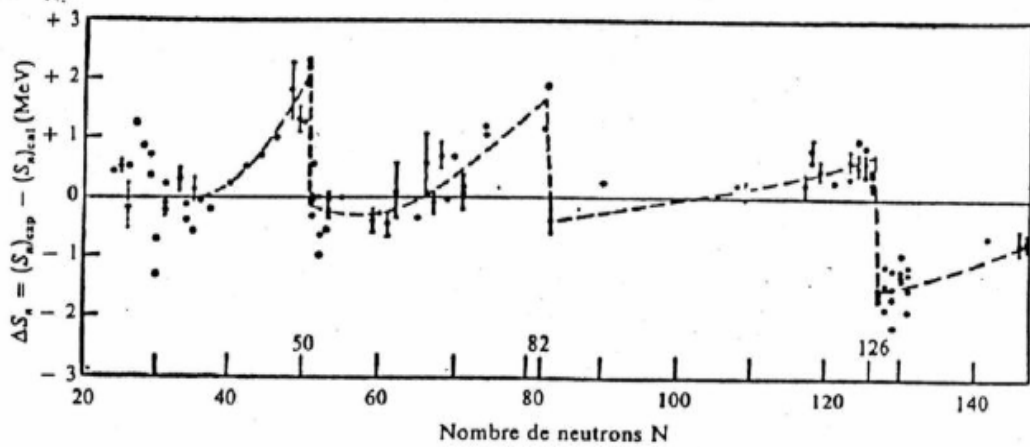
$$\delta V(A) \approx \frac{1}{2} \left(N \cdot 25 \cdot \frac{N-Z}{A} - Z \cdot 25 \cdot \frac{N-Z}{A} \right) = 12.5 \frac{(N-Z)^2}{A} \text{ MeV}$$

Au total, on prévoit de la sorte pour le terme d'asymétrie une valeur de $12 + 12.5 = 24.5$ MeV à comparer aux 23.6 MeV trouvés de façon semi-empirique dans la formule du modèle de la goutte liquide.

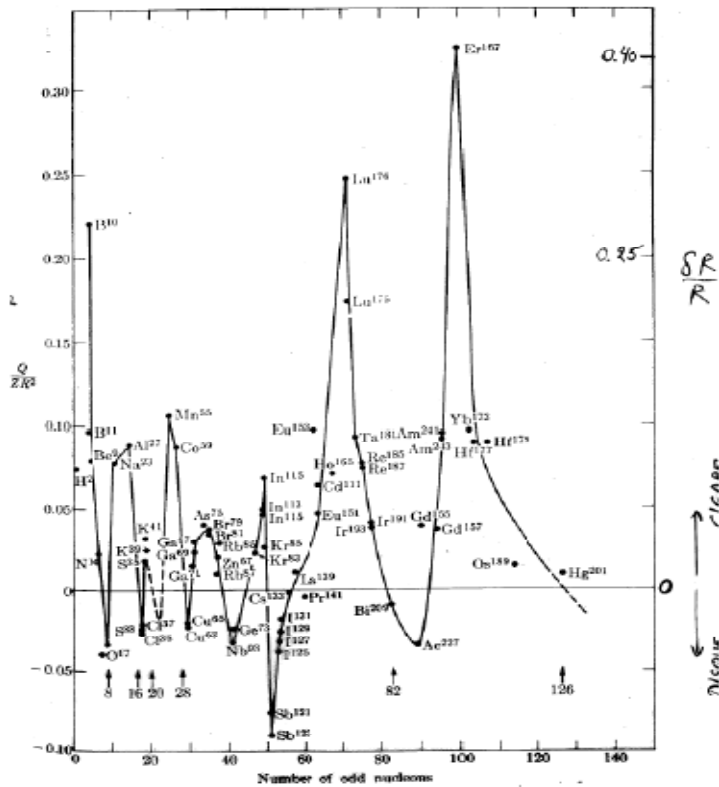
3) Modèle en couche

La nécessité d'un modèle en couches, semblable à celui des atomes, résulte de nombreux faits :

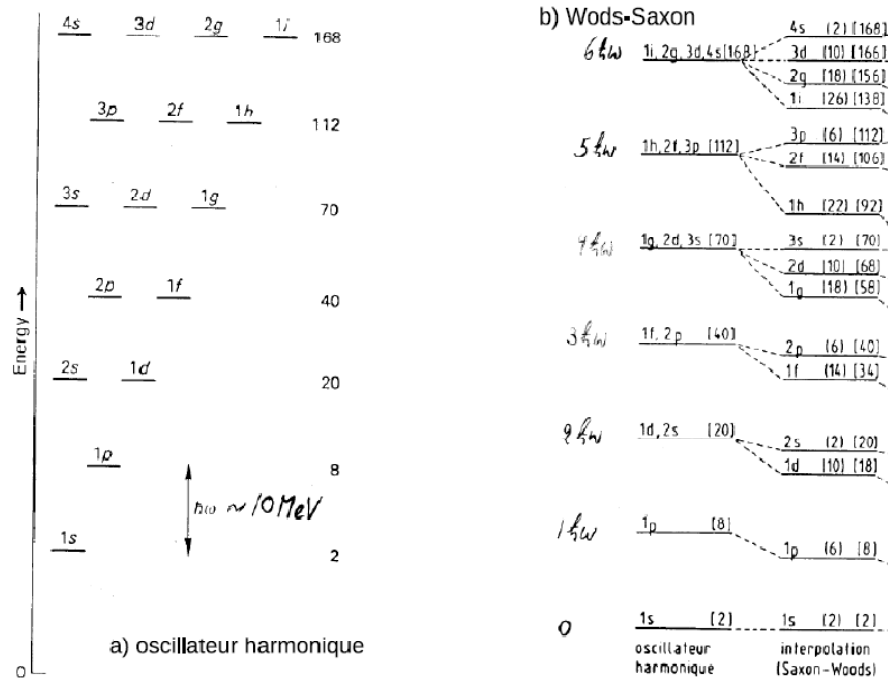
- on sait qu'il existe des états excités discrets du noyau, absents des modèles précédents
- on constate une sur-stabilité des noyaux possédant un nombre de protons ou de neutrons égaux à 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126 (la figure ci-dessous représente l'écart entre les valeurs expérimentales de l'énergie de séparation du dernier nucléon et les prédictions du modèle de la goutte liquide)



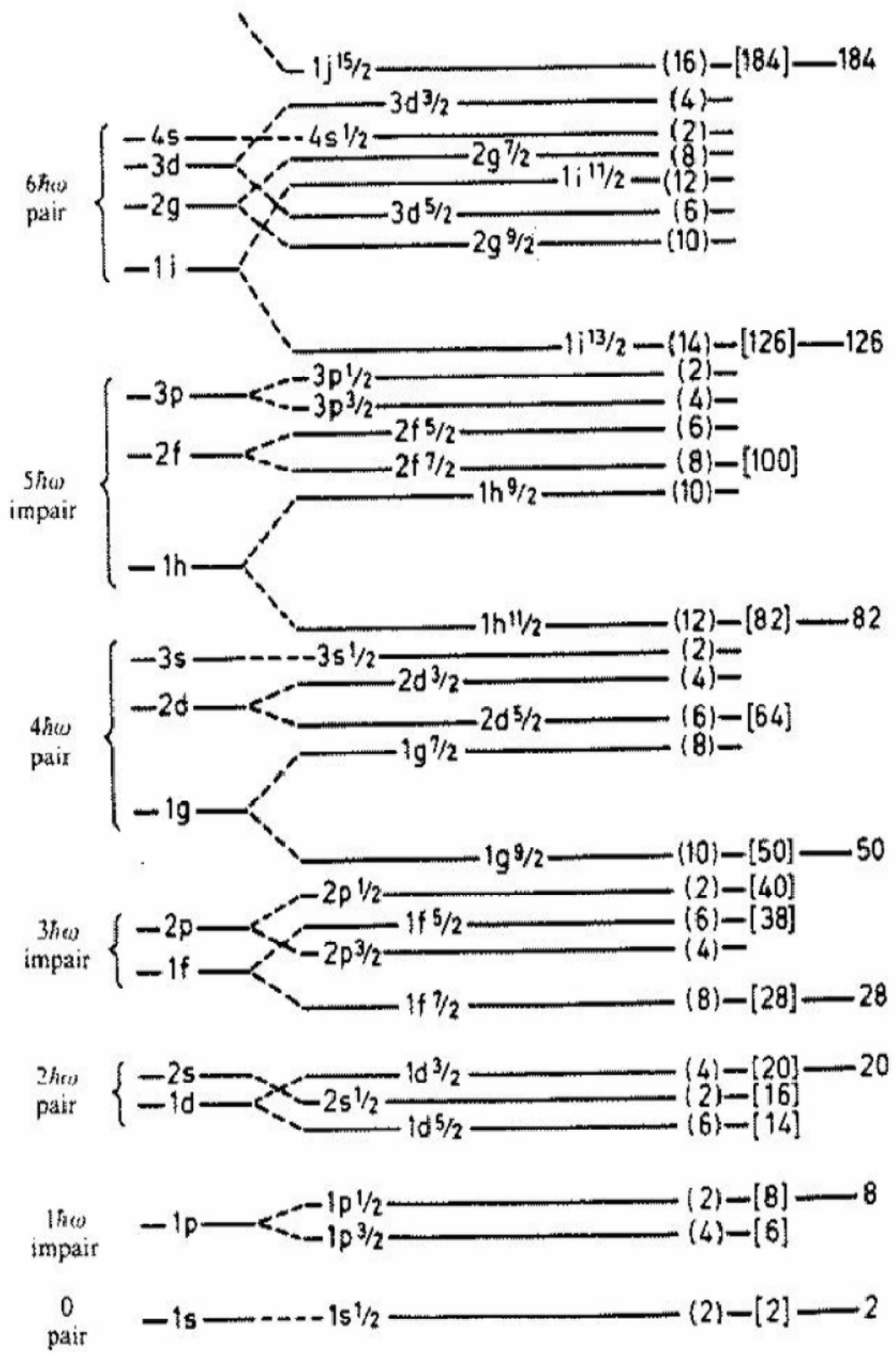
- de même, les moments quadripolaires des noyaux présentent de fortes variations au niveau de ces nombres « magiques » :

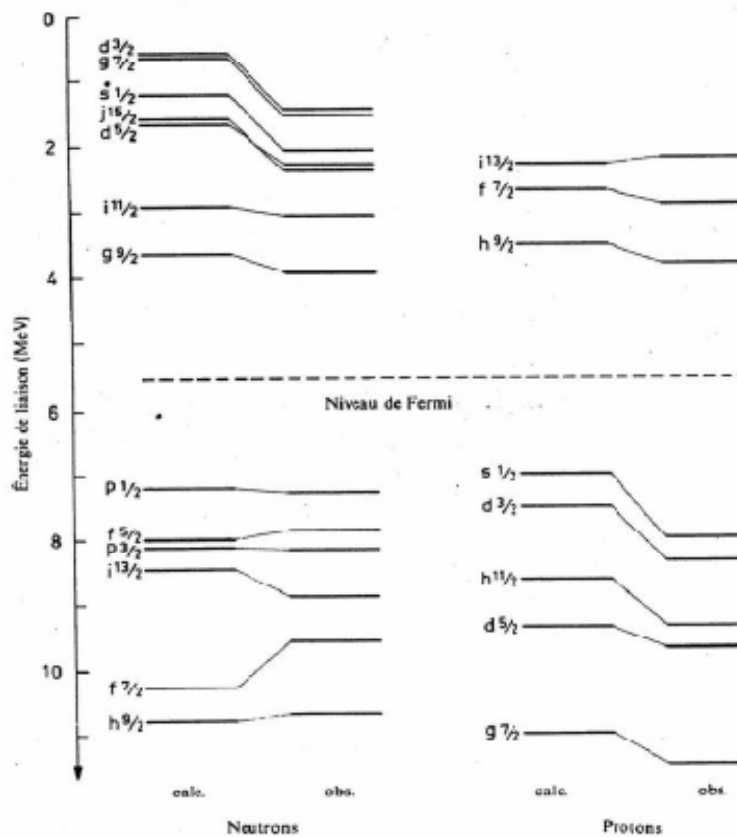


Dans le cadre de l'approximation des nucléons indépendants, on cherche donc à résoudre l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Wood-Saxon. Ainsi que nous l'avons signalé, on commence par l'approximation harmonique, qui donne des niveaux d'énergie équidistant de valeurs $E_N = \hbar\omega\left(N + \frac{3}{2}\right)$ avec $N = 2n + \ell - 2$. Chacun des niveaux d'énergie a une dégénérescence en $2 \times (2\ell + 1)$, les nucléons étant des fermions de spin $\frac{1}{2}$. On tient ensuite compte des « effets de bord » qui rendent compte de la différence avec le potentiel de Wood-Saxon, en ajoutant un terme de la forme $-D\hat{L}^2$ qui abaisse donc les niveaux d'énergie d'une quantité $-D\ell(\ell + 1)\hbar^2$. On obtient alors la situation suivante :



qui ne reproduit que les nombres 2, 8 et 20. Mayer et Jensen ont proposé en 1949 d'introduire un potentiel spin-orbite conduisant à un terme correctif de la forme $-f(r)\hat{L}\hat{S}$ dont les valeurs propres sont en $f(r)\frac{\hbar^2}{2}(j(j+1) - \ell(\ell+1) - \frac{3}{4})$. On notera que ce potentiel spin-orbite est de nature très différente du potentiel spin-orbite des atomes, ses effets étant d'ailleurs nettement plus grands. Le résultat final est reporté page suivante : on constate que les nombres « magiques » sont bien reproduits....





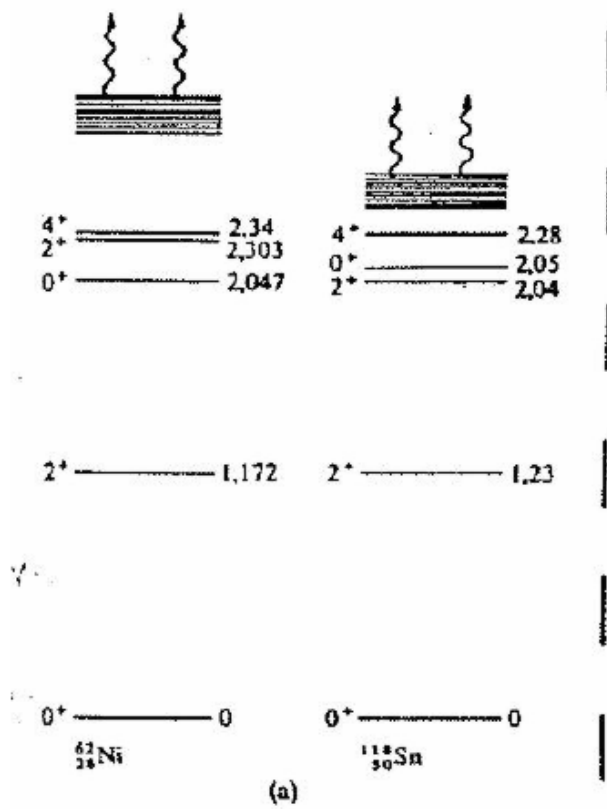
Comparaison calcul – observations pour le ^{208}Pb .

Pour un noyau pair – pair comme le ^{208}Pb , le noyau est dans un état $J^\pi = 0^+$, tous les nucléons étant appariés. Un tel schéma permet aussi de prévoir l'état et l'énergie des noyaux adjacents (\pm un proton ou un neutron) et les états excités qui peuvent résulter de la promotion d'un nucléon.

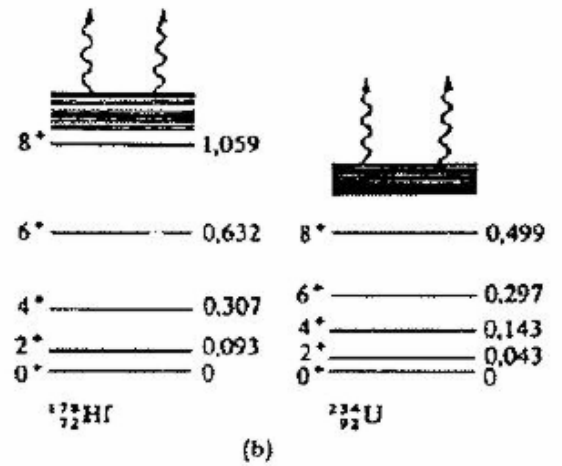
4) Modèles collectifs

Les noyaux présentent aussi des états excités résultant soit de vibrations d'ensemble du noyau (analogie avec un oscillateur harmonique à une dimension).

De façon générale, on observe pour les noyaux les plus stables, de forme sphérique en général, des bandes de vibration dipolaires, quadrupolaires et octupolaires correspondant à un premier état excité 1-, 2+ ou 3- suivant le cas. Les noyaux moins stables présentent des écarts à la symétrie sphérique et possèdent un moment quadrupolaire. On observe pour ces noyaux des bandes de rotation en $J(J+1)\hbar^2/2I$, avec des parités positives pour les noyaux pairs-pairs.



Bande de vibration (noyau sphérique)



Bande de rotation (noyau déformé)

V – INSTABILITES DU NOYAU

1) Emission γ - Radioactivités α et β - Interaction faible

a) Emission γ

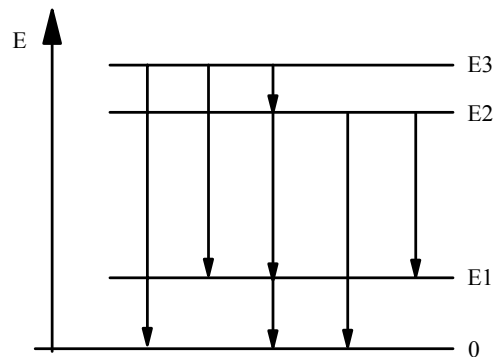
Le modèle de la goutte liquide, s'il permet d'expliquer qualitativement un certain nombre de propriétés du noyau, n'est certainement pas suffisant pour tout expliquer : la nécessité d'un **modèle quantique** du noyau résulte de nombreux facteurs. Cette nécessité résulte entre autres de l'existence de **niveaux excités** discrets du noyau, un peu analogues à ceux de l'atome : on peut construire un **modèle en couches** du noyau qui permet de retrouver l'existence de niveaux excités du noyau. L'existence de "couches" nucléoniques du noyau correspond d'ailleurs à celle de "nombres magiques" pour le nombre de neutrons ou de protons du noyau lorsque l'on remplit complètement une couche (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) : les noyaux possédant ce nombre de protons et/ou de neutrons sont particulièrement stables, ce que l'on ne peut pas expliquer dans le cadre du modèle de la goutte liquide.

L'espacement des niveaux excités des noyaux est typiquement de l'ordre de 100 keV (comparé à quelques eV pour les atomes). Les états excités peuvent correspondre :

- soit au passage d'un nucléon de la dernière couche vers des niveaux vacants (analogie avec les spectres optiques)
- soit à des "trous" pratiqués dans des couches profondes (analogie avec les spectres X)
- soit aussi à des états collectifs de vibration ou rotation de l'ensemble du noyau (analogie avec les spectres moléculaires).

Ces niveaux excités ont des durées de vie extrêmement variables (entre l'année et 10^{-15} secondes) : un ordre de grandeur typique est 10^{-11} secondes.

La désexcitation se fait en général par émission de photons γ , avec possibilité de "cascades" et suivant des règles de sélection cependant un peu moins restrictives que celles des transitions atomiques : en général, l'ensemble des transitions figurées ci-contre ne sont pas toutes permises.



Le photon émis emporte la quasi-totalité de l'énergie disponible, à l'**énergie de recul** du noyau près, donnée par

$$E_r = \frac{(hv)^2}{2Mc^2} \quad (\Delta E = E_i - E_f = hv + E_r)$$

E_r est très faible ($\cong 0,05$ eV pour $hv=100$ keV et $A=100$) mais reste grande devant la **largeur naturelle** des niveaux ($\cong 10^{-4}$ eV) : l'absorption résonnante d'un photon n'est possible que dans des circonstances très particulières correspondant à l'**effet Mossbauer**.

De façon générale, les transitions possèdent une multipolarité qui résulte des règles de sélection. Comme pour les atomes, le développement en série du terme $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ qui intervient dans le calcul de la probabilité de transition donne des termes dipolaires, quadripolaires, etc... On observe à la fois des transitions électriques et magnétiques. Les transitions dipolaires (notées E1 et M1), quadripolaire (notées E2 et M2), etc.. correspondent à $\ell = 1, 2, \dots$

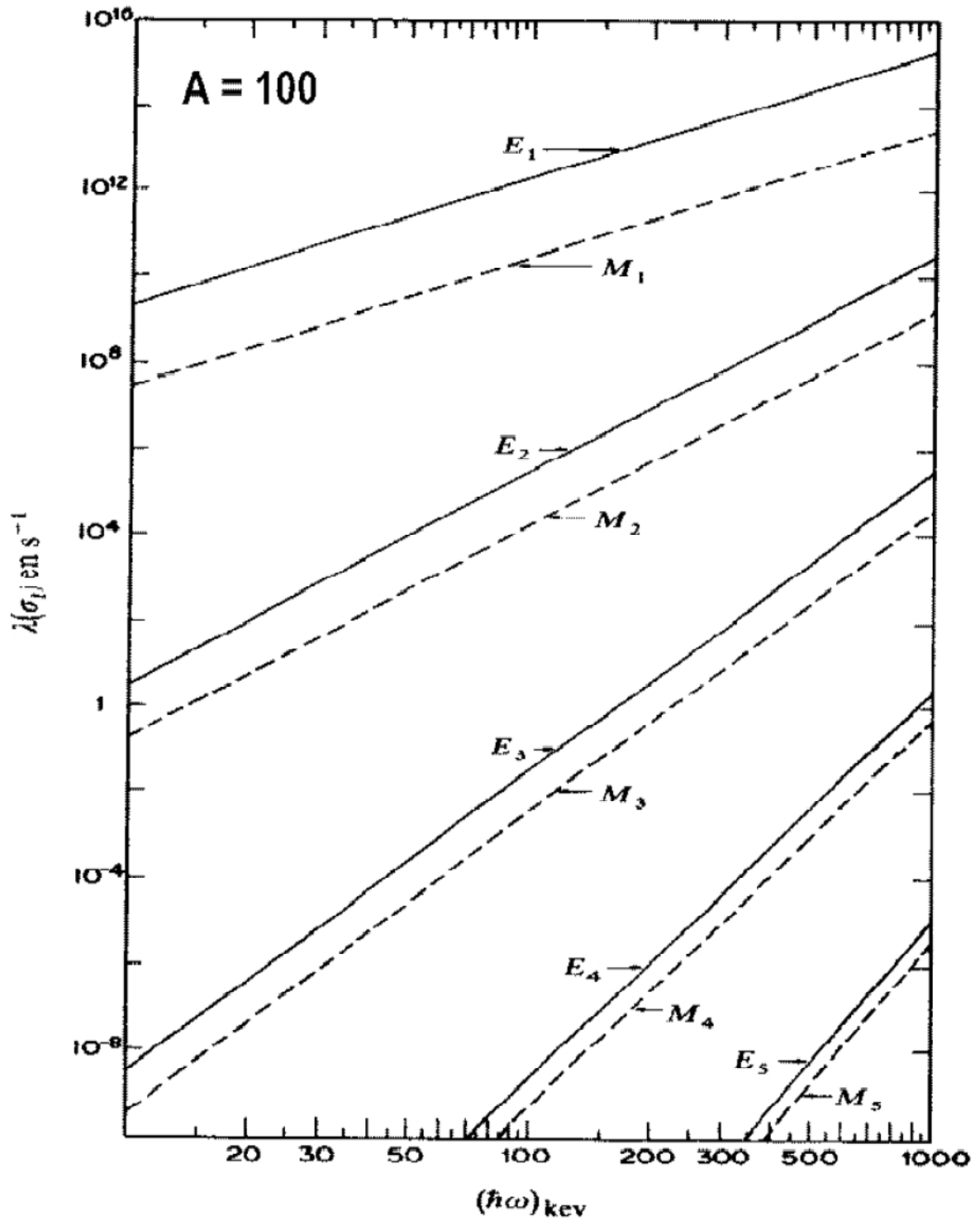
Les règles de sélection obéissent aux lois suivantes :

$\pi_i = \pi_f \cdot (-1)^\ell$ pour une transition électrique et $\pi_i = \pi_f \cdot (-1)^{\ell+1}$ pour une transition magnétique,

$$|J_i - J_f| \leq \ell \leq |J_i + J_f|$$

Pas de transitions entre états de J nul.

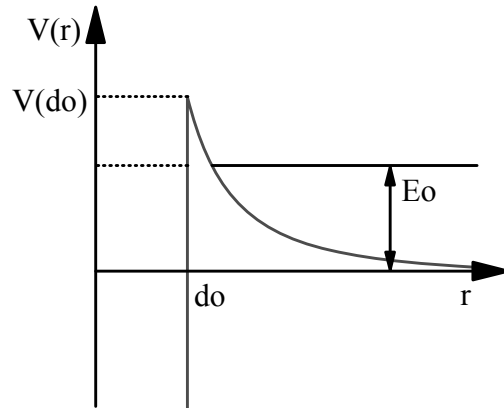
La figure ci-dessous donne l'ordre de grandeur des différents types de transition pour un noyau de $A = 100$.



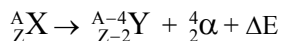
b) Emission α

Il ne suffit pas, pour qu'un processus se produise spontanément, que son bilan énergétique E_0 soit positif. Pour des distances grandes, seule joue l'interaction coulombienne, fortement répulsive : s'agissant de l'émission α , il faut que la particule ait en principe une énergie suffisante pour franchir une barrière, appelée **barrière de potentiel** ou barrière coulombienne. On se souviendra cependant qu'en mécanique quantique, une barrière de potentiel garde une certaine transparence.

On peut représenter la barrière coulombienne de la façon schématisée ci-contre



En particulier, on a pour une désintégration α :



$$\begin{aligned} \text{avec } \Delta E &= M(X)c^2 - [M(Y)c^2 + M_\alpha c^2] \\ &= (M-A)(X)c^2 - [(M-A)(Y)c^2 - (M-A)(\alpha)c^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \Delta E &= B(Y) + B(\alpha) - B(X) \\ &= B(\alpha) - \delta(B) \quad \text{avec } B(\alpha) = 28,3 \text{ MeV} \end{aligned}$$

en appelant :

$$\delta(B) = B(X) - B(Y)$$

qui peut s'évaluer à l'aide de la formule de masse :

$$\Delta E = 28,3 - \delta(B) = 28,3 - \frac{\partial B}{\partial Z} \frac{\delta Z}{\approx 2} - \frac{\partial B}{\partial A} \frac{\delta A}{\approx 4} = 28,3 - 4a_v + \frac{8}{3}a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2$$

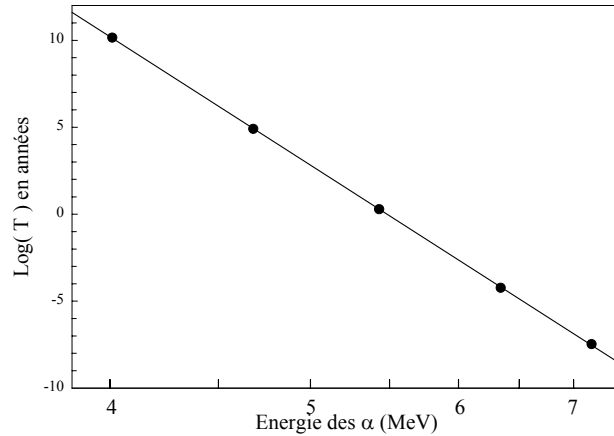
On en déduit que $\Delta E > 0$ si $A > 150$: seuls les éléments lourds sont émetteurs α . En fait, l'émission α n'est observée que si ΔE est supérieure à ≈ 4 MeV, ce qui, dans la pratique limite l'émission α à des éléments de $A \geq 200$. En particulier, le calcul (quantique) de la transparence tunnel de la barrière de potentiel à la particule α conduit à prévoir pour la période (ou demi-vie) du phénomène (en accord avec l'expérience) :

$$\ln T = a + \frac{b}{\sqrt{\Delta E}} \quad \text{ou} \quad T = A \exp\left(\frac{b}{\sqrt{E}}\right)$$

où a et b sont des paramètres qui dépendent du numéro atomique du noyau fils ${}^{A-4}_{Z-2} Y$.

Les périodes observées vont de la microseconde à 10^{10} ans (âge de la terre).

Périodes des transitions alpha des isotopes pairs du thorium en fonction de leur énergie. (l'échelle est en $1/E^{1/2}$)



On notera que les considérations énergétiques développées plus haut montrent que la mesure de l'énergie des particules α de désintégration permet d'obtenir des mesures très précises des différences de masse nucléaire. On notera aussi que l'énergie cinétique des α émis est donnée par

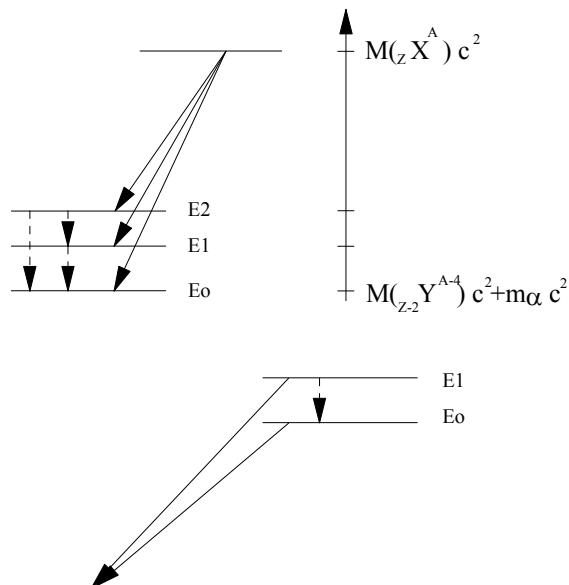
$$E_{\alpha} = \frac{M(Y)}{M(Y) + m_{\alpha}} \Delta E \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta E - E_{\alpha}}{\Delta E} \cong 2\% \quad !$$

compte tenu du recul du noyau "fils".

Enfin l'émission α peut conduire à un noyau fils dans un état excité :

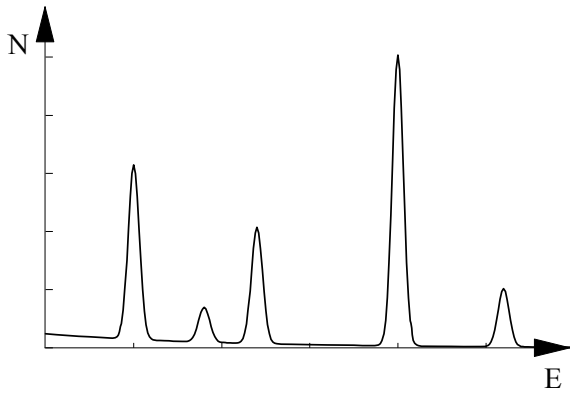
l'énergie des α émis renseigne alors sur les niveaux d'énergie. L'écart entre niveaux excités étant souvent faible devant l'énergie des α , on parle de structure fine α . Inversement, l'émission α peut avoir lieu à partir d'un niveau excité d'un noyau (filiations radioactives ou réactions nucléaires).

On parle alors de particules α de long parcours.

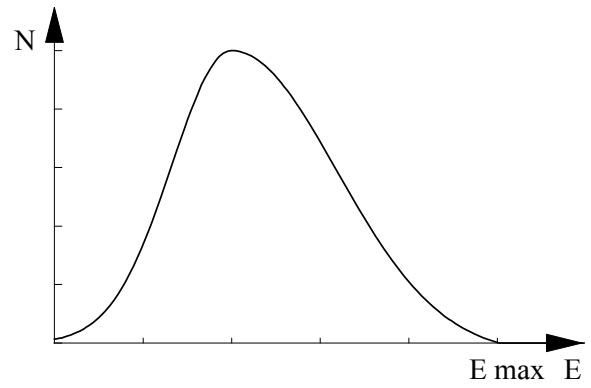


c) Emission β

La radioactivité β^- fut découverte vers 1911 (Bayer, Hahn, Meitner). Elle consiste en l'émission d'électrons, dont la caractéristique principale, qui est l'existence d'un spectre continu, ne fut expliquée qu'à partir de 1931 par l'hypothèse du neutrino (Pauli). En effet, contrairement à l'émission α ou γ qui se traduit par un **spectre de raies**, les électrons de l'émission β ont une énergie qui se répartit de façon "uniforme" entre 0 et E_{Max} :

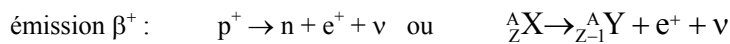
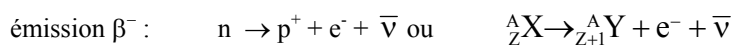


émission α , γ



émission β^-

Le phénomène élémentaire s'écrit :



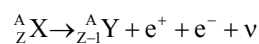
(émission β^+ découverte en 1934 par I. et F. Joliot-Curie)

Pour ces deux processus, l'existence de 3 corps dans la voie de sortie permet d'expliquer l'existence du spectre continu. On peut d'ailleurs montrer (expérience de Sherwin - 1949) qu'il existe 3 corps seulement dans la voie de sortie.

Le processus de **capture électronique** est une variante de l'émission β^+ , qui peut s'écrire :



L'électron capturé est un électron du cortège atomique, en général un électron de la couche K qui possède une probabilité de présence importante au voisinage du (ou dans le) noyau. On remarquera que le noyau fils a une charge $Z-1$ et se retrouve donc avec le "bon" nombre d'électrons, à ceci près que le cortège atomique est dans un état excité (existence d'une lacune K, en particulier, d'où l'émission d' X_K du noyau fils qui est une signature de la capture électronique). Inversement, dans le cas de l'émission β^+ , l'atome correspondant au noyau fils possède un **électron excédentaire** (rapidement perdu) et le bilan sur **l'atome** doit en fait s'écrire :



Enfin, dans le cas de l'émission β^- , l'atome final est ionisé (l'électron β^- « s'échappe » et il manque un électron en couche externe).

D'où les bilans énergétiques, écrits en affectant une masse nulle au neutrino (ou antineutrino), et où on considère les masses **d'atomes** :

$$Q_{\beta^-} = {}^A_Z Mc^2 - {}^A_{Z+1} Mc^2 - I \quad (I \cong \text{qq eV})$$

$$Q_{\beta^+} = {}^A_Z Mc^2 - {}^A_{Z-1} Mc^2 - 2m_e c^2 + I \quad (I \cong \text{qq eV})$$

$$Q_{C.E.} = {}^A_Z Mc^2 - {}^A_{Z-1} Mc^2 - B_n + I \quad (I \cong \text{qq eV})$$

où B_n est l'énergie de liaison de l'électron atomique capturé.

Comme $B_n \ll 2 m_e c^2$ en général, il en résulte que dans de nombreux cas, le processus de C.E. est permis alors que l'émission β^+ ne l'est pas.

d) neutrinos et interaction faible

Neutrino et antineutrino sont des particules

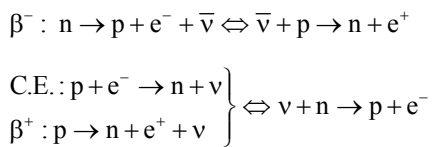
- de charge nulle
- de masse nulle
- de spin 1/2

Jusqu'à une date récente, la plupart des mesures effectuées ont montré que la masse du neutrino est nulle dans la limite de la précision expérimentale. Citons par exemple l'expérience d'Allen (1942) et de Sherwin (1949). Dans l'expérience d'Allen, on exploite la réaction (C.E.) :



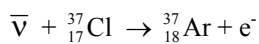
En ce cas, l'énergie et la quantité de mouvement de Li et ν sont fixées, ce qui, dans l'hypothèse d'une masse nulle du neutrino, conduit à une énergie de recul pour Li de 58 eV, valeur confirmée expérimentalement. Signalons que les recherches pour mesurer la masse du neutrino se poursuivent activement : la nullité (ou non nullité) de cette masse (comme celle d'autres espèces de neutrinos) a des implications en cosmologie qui justifient ces recherches.

Les processus élémentaires β^- et C.E. suggèrent la possibilité de réactions inverses :

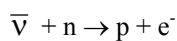


Dans un réacteur nucléaire, les produits de fission, excédentaires en neutrons, sont émetteurs β^- , d'où une forte production de $\bar{\nu}$, qui peut être exploitée pour essayer d'induire la réaction $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$. Une telle expérience a été réalisée avec succès par Cowan et Reines en 1953.

De nombreuses expériences ont montré la **non-identité du neutrino et de l'antineutrino** : par exemple, la réaction



analogue à



n'est pas observée (Davis, 1955).

Les phénomènes liés à la radioactivité β^- sont très différents de ceux liés à l'émission α ou γ . L'émission γ est de nature électromagnétique, et l'émission α relève de l'interaction forte qui lie les nucléons du noyau. Dans l'émission β , il y a **transformation** de ces nucléons. Cependant, on peut montrer que ce phénomène a une probabilité très faible : d'une part, à énergie disponible égale, les périodes radioactives β^- sont beaucoup plus longues que les périodes γ , et d'autre part, les sections efficaces des processus impliquant les neutrinos sont extrêmement faibles ($\cong 10^{-44} \text{ cm}^2 \Rightarrow$

$\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{\mu} \cong 10^{20} \text{ m}^{-1}$!). L'interaction responsable de l'émission β^- s'est vue donner le nom **d'interaction faible** pour ces raisons. On estime que l'interaction faible a une "intensité" comparable à celle de l'interaction électromagnétique; mais sa **portée** est par ailleurs extrêmement courte, inférieure ou de l'ordre de 10^{-2} F .

e) Emission β et énergie d'appariement : β -stabilité

Lors des processus d'émission β , noyau-père et noyau-fils ont même valeur de A. La formule semi-empirique de masse montre que la masse d'un noyau donné

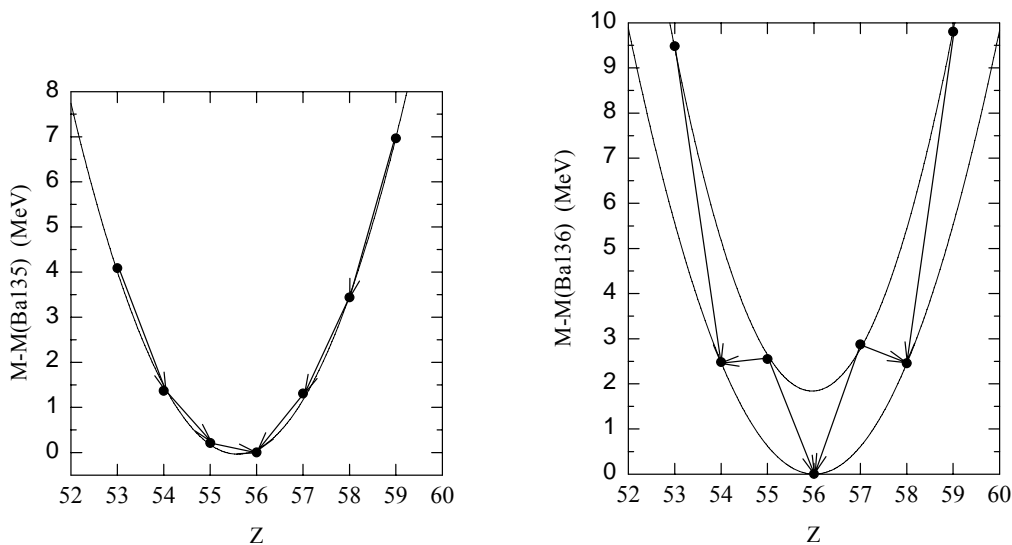
$$M(A,Z)c^2 = Z(m_p + m_e)c^2 + (A-Z)m_n c^2 - B(A,Z)$$

peut s'écrire sous la forme

$$M(A,Z) = aZ^2 + bZ + c$$

où a, b et c ne dépendent que de A. Pour A fixé, les masses des noyaux de Z variables doivent donc se placer sur une parabole. Ceci est bien vérifié dans le cas des noyaux de A impair.

Les bilans énergétiques β conduisent à penser qu'en ce cas, un seul noyau doit être stable (celui situé au "bas" de la parabole), ce que l'on observe effectivement (voir figure ci-dessous). Pour Z plus petit, on a un excès de neutrons et les noyaux sont émetteurs β^- , pour Z plus grand, on a un excès de protons et ils sont émetteurs β^+ (ou C.E.).



Dans le cas des noyaux de A pair, cependant, on observe **deux** paraboles, l'une pour les noyaux pair-pairs (la plus basse, correspondant aux noyaux les plus stables), l'autre pour les impair-impairs. On remarque d'ailleurs dans ce cas l'existence possible de plusieurs isotopes (pair-pairs) stables. L'énergie d'appariement signalée au I peut se déduire du tracé de ces paraboles : l'écart entre les deux courbes est égal à 2Δ ; rappelons qu'une étude systématique de ces paraboles conduit à la loi de variation approximative :

$$2\Delta \cong 24 A^{-1/2} \text{ MeV}$$

f) Conversion interne et électrons Auger

En dehors des spectres continus β , on observe très souvent dans les spectres en énergie des électrons l'existence de raies discrètes (correspondant à des électrons d'énergie bien déterminée). Ces raies s'interprètent par la possibilité d'un processus de réarrangement d'un atome ou d'un noyau excité concurrentiel de l'émission de photons : l'énergie disponible est communiquée à un électron du cortège atomique qui emporte l'énergie $E_e = hv - B_n$

où hv est l'énergie disponible emportée par un photon dans le cas du processus radiatif, et B_n l'énergie de liaison de l'électron dans son état initial. L'équation précédente, analogue à celle de l'effet photoélectrique, fait que l'on parle parfois d'"effet photoélectrique interne".

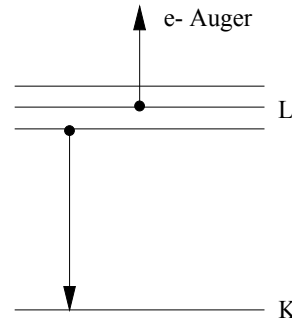
Ce phénomène porte le nom **d'effet Auger** dans le cas des atomes, et le nom de **conversion interne** dans le cas des désexcitations du noyau.

Exemple :

- Auger K en concurrence avec l'émission d' X_K

Auger KLL :

$$E_{e^-} \cong hv - B_L \cong B_K - 2B_L$$



Si on appelle P_x la probabilité de désexcitation par émission X d'un état ionisé donné et P_A celle de l'émission d'électron Auger, on appelle **rendement de fluorescence** le rapport

$$\omega = \frac{P_x}{P_x + P_A}$$

et **rendement Auger** son complément à 1 :

$$A = 1 - \omega = \frac{P_A}{P_x + P_A}$$

- Electron de conversion K en concurrence avec l'émission de photons γ d'énergie $hv = E_2 - E_1 = \Delta E$

$$E_{e^-} = \Delta E - B_K$$

L'équivalent du rendement Auger atomique est ici appelé **coefficient de conversion**, mais a une définition différente :

$$\alpha = \frac{P(e^- \text{ conversion interne})}{P(\text{émission } \gamma)}$$

2) Réactions nucléaires

Les réactions nucléaires se produisent lorsqu'on envoie un faisceau de particules suffisamment énergétiques sur une cible. Dans le cas des collisions à 2 corps, on écrira

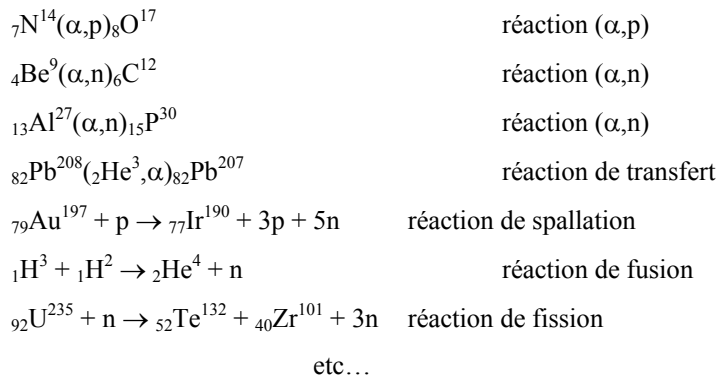


ou $A(a,b)B$

où par convention a est le projectile et b une particule légère produite dans la voie de sortie, et Q la quantité d'énergie libérée (Q peut être positif = réaction exoénergétique, ou négatif = réaction endoénergétique)

Exemples :

${}^6_6\text{C}^{12}(p,p){}^6_6\text{C}^{12}$	diffusion élastique
${}^6_6\text{C}^{12}(p,p'){}^6_6\text{C}^{12*}$	diffusion inélastique
${}^{108}_{48}\text{Cd}(n,\gamma){}^{109}_{48}\text{Cd}$	capture radiative
${}^{107}_{47}\text{Ag}(n,\alpha){}^{104}_{45}\text{Rh}$	réaction (n, α)



Dans le cas des réactions à deux corps, on a (conservation énergie-impulsion) pour les énergies dans le centre de masse :

$$t_b = (t + Q) \frac{M_B}{M_B + M_b} \quad t_B = (t + Q) \frac{M_b}{M_B + M_b} \quad \text{avec} \quad t = T_a \frac{M_A}{M_a + M_A}$$

(T_a : énergie du projectile dans le laboratoire).

Dans tous les cas, pour que la réaction soit possible il faut $t + Q > 0$

et si $Q < 0$, il faut donc $T_a > T_s = |Q| \frac{M_a + M_A}{M_A}$

T_s porte alors le nom **d'énergie seuil**.

Enfin, comme dans le cas de la fusion évoqué plus haut (cas particulier de réaction nucléaire), il faut pour que la réaction soit possible que l'énergie incidente soit suffisamment grande pour vaincre la **barrière de potentiel** coulombienne (sauf dans le cas des neutrons, seul cas où des réactions sont possibles même avec des énergies très faibles $\cong kT \cong 0,03$ eV).

On notera pour terminer une loi très importante des réactions envisagées ici (réaction de réarrangement) : il y a au cours de la réaction **conservation du nombre de protons et de neutrons**.

VI – FORCES MISES EN JEU

1) Temps de vie et largeur des résonances

Considérons un noyau radioactif ou un atome dans un état excité, la désexcitation se faisant par émission de photons.

La probabilité d'émission de photon au cours du temps suit une loi du type

$$I = I_0 e^{-t/\tau} = \left| a e^{-t/2\tau} \right|^2$$

où τ est la durée de vie de l'état excité.

Classiquement, on peut décrire le processus d'émission comme un train d'onde amorti :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0(t) e^{i\omega_0 t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \varepsilon_0(t) = 0 & \text{pour } t < 0 \\ \varepsilon_0(t) = a e^{-t/2\tau} & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

$\varepsilon(t)$ n'est pas une véritable fonction harmonique, puisque son amplitude dépend du temps. Si on cherche $A(\omega)$ telle que $\varepsilon(t)$ soit une superposition d'ondes planes (harmoniques) :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

(où ω et t jouent le rôle de variables conjuguées équivalentes à x et k précédemment), $A(\omega)$ est donnée par (décomposition par transformée de Fourier) :

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} a e^{-t/2\tau} e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} a e^{[i(\omega_0 - \omega) - 1/2\tau]t} dt = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\frac{1}{2\tau} - i(\omega_0 - \omega)}$$

soit

$$|A(\omega)|^2 = \frac{a^2}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{4\tau^2}}$$

La variation de $|A(\omega)|^2$ en fonction de $\delta\omega = \omega - \omega_0$ est appelée courbe de Lorentz ou Lorentzienne.

Cette courbe passe par un maximum pour $\omega = \omega_0$. Sa **largeur à mi-hauteur** $\Delta\omega$ est égale à $\frac{1}{\tau}$, et correspond à ce que l'on appelle la **largeur naturelle** de la raie. On a :

$$\Gamma = \Delta E = \hbar \Delta\omega = \frac{\hbar}{\tau}$$

On retrouve ainsi le lien entre incertitude temporelle (caractérisée par la durée de vie τ) et incertitude en énergie (caractérisée par la largeur naturelle de la raie spectrale correspondante) :

$$\tau \cdot \Delta E = \hbar$$

Application : $\hbar c = 1970 \text{ eV } \text{\AA} \Rightarrow \hbar \cong 6,6 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$

$$\tau = 10^{-9} \text{ s} \rightarrow \Delta E = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ eV} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{1}{\tau} = 10^9$$

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \cong 10^8 \text{ Hz (100 MHz)}$$

$$\tau = 10^{-15} \text{ s} \rightarrow \Delta E = 0,66 \text{ eV}$$

$$\tau = 10^{-23} \text{ s} \rightarrow \Delta E = 66 \text{ MeV}$$

En physique des particules, il existe de nombreuses particules ayant des durées de vie comprises entre 10^{-20} s et 10^{-23} s. Ce sont en fait des « résonnances », correspondant à des états excités de particules de durée de vie plus longue, et qui se désexcitent vers cet état final par une suite de désintégrations (sous l'effet de l'interaction forte). A cette durée de vie très courte est donc associée une largeur de plusieurs MeV (voire plusieurs dizaines de MeV) pour ces résonnances. La répartition d'énergie donnée plus haut se traduit mieux alors en termes de répartition (ou distribution) de masse, avec une densité (norme au carré de la probabilité) :

$$\rho(m) \propto \frac{1}{(mc^2 - m_0c^2)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

où Γ est la largeur de la résonnance, souvent beaucoup plus aisée à mesurer que la durée de vie elle-même quand elle est très courte! Une telle courbe porte alors le nom de « Breit-Wigner ».

La figure suivante donne le spectre de « masse invariante » dans la réaction $\pi^- + p \rightarrow X^0 + n$, avec X^0 qui se désintègre en $\pi^- + \pi^+$ et où la masse invariante W est définie par

$$W^2 = (E_{\pi^+} + E_{\pi^-})^2 - (\mathbf{p}_{\pi^+} + \mathbf{p}_{\pi^-})^2 c^2 = m_{X^0}^2 c^4$$

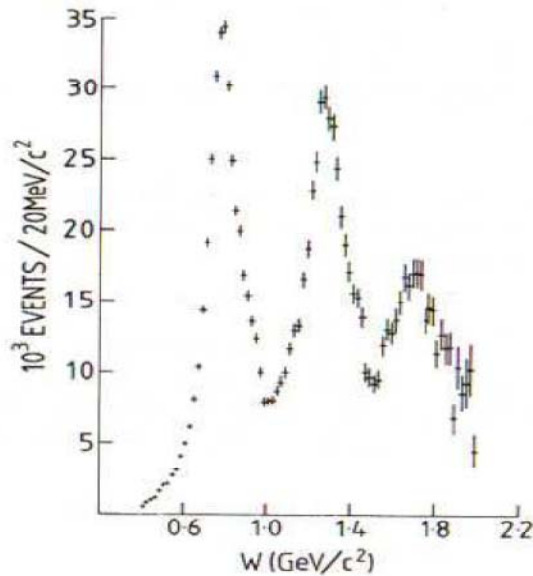


FIG. 3.1 – Distribution de la masse invariante pion-pion W

2) Les quantas d'interaction

Considérons l'équation d'onde d'une particule libre de masse m . Elle s'obtient au travers de la correspondance $\vec{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$ et $E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$. Avec l'expression classique de l'énergie, $E = \frac{p^2}{2m}$, on obtient l'équation de Schrödinger pour une particule libre. Si on utilise par contre l'expression relativiste $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, on obtient l'équation dite de Klein-Gordon (valable en toute rigueur pour les particules de spin nul seulement) :

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu^2 \right) \varphi(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{où on a posé } \mu = mc/\hbar)$$

Yukawa (1935) a remarqué que dans le cas $m=0$, on obtient en fait l'équation de propagation du photon, reliée à celle du champ électromagnétique, et même en l'occurrence l'équation du potentiel scalaire dont dérive le champ électrique (équations de Maxwell). Intéressons nous maintenant au cas $m \neq 0$, et au cas limite d'un phénomène statique (on cherche un potentiel indépendant du temps). L'équation se résout alors à

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r - \frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2} - \mu^2 \right) \varphi = 0, \text{ et même pour une solution à symétrie sphérique (indépendante de } \theta \text{ et } \varphi),$$

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r - \mu^2 \right) \varphi = 0, \text{ dont la solution est du type } \varphi(r) \propto \frac{e^{-\mu r}}{r}.$$

Avec $1/\mu \cong 1,4 F$, on obtient $mc = \hbar\mu$ ou $mc^2 = \hbar c \mu = 197/1.4 = 140 \text{ MeV}$. Cette particule hypothétique a été nommée méson π , et a été découverte dans le rayonnement cosmique en 1947.

On considère désormais que toutes les interactions se font par échanges de particules virtuelles qui sont les quantas élémentaires (on dit aussi boson de jauge) de chacune des interactions élémentaires. Ajoutons que dans le cas de la force entre nucléons correspondant au potentiel de Yukawa, on considère aussi que, comme c'est le cas pour la force de Van de Waals qui représente une faible partie de l'interaction coulombienne responsable de la cohésion de l'atome, il s'agit en fait du « résidu » d'une force beaucoup plus intense s'exerçant entre quarks à l'intérieur des nucléons.

3) Les interactions, leurs intensités, leurs quantas

L'« intensité » des forces élémentaires peut s'évaluer de plusieurs façons (énergies de liaison, sections efficaces, durées de vie), qui donnent en général des résultats semblables mais pas forcément identiques. Les données du tableau ci-dessous ne sont donc que des ordres de grandeur.

Interaction	Cste	Portée (fm)	Quantum	Masse du Quantum (GeV/c ²)	Particules concernées	Durées de vies (s)	Sections efficaces (mb)
Forte	$\alpha_s \sim 15$	~ 1	pion	0.14	nucléons (hadrons)	$10^{-20} - 10^{-23}$	10
	~ 1		gluon	0	quarks		
Electromagnétique	$\alpha = 1/137$	infinie	photon	0	chargées	10^{-16}	10^{-3}
Faible	$\alpha_w \sim 3 \cdot 10^{-12}$	10^{-3}	W^\pm, Z_0	81, 91	leptons	10^{-12}	10^{-11}
Gravitation	$\alpha_g \sim 6 \cdot 10^{-39}$	infinie	graviton	0	Toutes si $m \neq 0$		