

NB : cette fiche liste la plupart des symboles et des conventions de notations fréquemment utilisées. S'il en manque, n'hésitez pas à le signaler.

Abréviations

i.e. : *id est*¹, qui signifie "c'est-à-dire",

e.g. : *exempli gratia*¹, qui signifie "par exemple" (ne vient **pas** de "example given"!).

Notations de base pour les fonctions

$f(x)$: la valeur de la fonction f en x ,

$f(A)$: l'ensemble image de A par f , *i.e.* $\{f(x) : x \in A\}$,

$f(B)$: l'ensemble pré-image de B par f , *i.e.* $\{y \in B : \exists x \in A / f(x) = y\}$,

\rightarrow : pour donner le domaine et l'ensemble de valeurs d'une fonction, *e.g.* $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$f|_A$: la restriction de la fonction $f : E \rightarrow F$ à la sous-partie $A \subset E$.

Notations condensées pour les sommes et produits

$\sum_{k=1}^n f(k)$: somme $f(1) + f(2) + \dots + f(n-1) + f(n)$ pour $n \geq 1$,

$\prod_{k=1}^n g(k)$: produit $g(1) \times g(2) \times \dots \times g(n-1) \times g(n)$ pour $n \geq 1$,

$\times_{k=1}^n E_k$: produit cartésien d'espaces : $E_1 \times E_2 \times \dots \times E_{n-1} \times E_n$ pour $n \geq 1$,

$\bigoplus_{k=1}^n E_k$: somme directe d'espaces : $E_1 \oplus E_2 \oplus \dots \oplus E_{n-1} \oplus E_n$ pour $n \geq 1$.

Prédicats binaires logiques

\Rightarrow : implique, *e.g.* $(x > 0) \Rightarrow (x \geq 0)$,

\Leftrightarrow : est équivalent à, *i.e.* implique et est impliqué par,

\neg : négation logique, *e.g.* $\neg(\omega > 0) \equiv \omega \leq 0$.

Prédicats binaires ensembliste

\in : appartient à, *e.g.* $n \in \mathbb{N}$,

\subset : inclusion ensembliste, *e.g.* $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$,

\notin : n'appartient pas à, *e.g.* $-1 \notin \mathbb{R}_+$,

\supset : contenance ensembliste, *e.g.* $\mathbb{Z} \supset \{-1, 0, 1\}$,

\subseteq : pour préciser que l'inclusion peut être large, au contraire de \subsetneq qui exclu l'égalité,

\setminus : différence ensembliste, *e.g.* $\mathbb{R} \setminus \mathbb{R}_- = \mathbb{R}_+^*$,

\cap : intersection ensembliste (aussi \bigcap), *e.g.* $\mathbb{C} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$,

\cup : union ensembliste (aussi \bigcup), *e.g.* $\{0\} \cup \mathbb{N}^* = \mathbb{N}$,

\uplus : union ensembliste disjointe (aussi \bigsqcup), *e.g.* $\mathbb{R}_-^* \uplus \mathbb{R}_+^*$ (aussi noté \sqcup ou \bigsqcup),

$E_1 \times E_2$: produit cartésien des ensembles E_1 et E_2 , *i.e.* $\{(x, y) : x \in E_1, y \in E_2\}$,

$E_1 \oplus E_n$: somme directe des espaces $E_1, E_2 \subset E$, *i.e.* $\{x + y : x \in E_1, y \in E_2\}$, quand $E_1 \cap E_2 = \{0_E\}$.

1. Vient du latin.

Valeurs ou fonctions particulières

π : (pi), quotient du périmètre d'un cercle par son diamètre,

e : base de l'exponentielle, *i.e.* $e \stackrel{\text{def}}{=} e^1 = \exp(1)$,

$+\infty$: infini positif, $-\infty$ infini négatif, ∞ infini,

sign : fonction signe, *i.e.* sign : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, 0 \mapsto 0, x \mapsto 1$ si $x > 0, -1$ si $x < 0$,

exp : fonction exponentielle, *i.e.* exp : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \exp(x) = e^x$,

ln : fonction logarithme népérien, *i.e.* ln : $\mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(x)$,

cos : cosinus, sin : sinus, tan : tangente ($\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$),

arccos : arc cosinus, arcsin : arc sinus, arctan : arc tangente (réciproques),

cosh : cosinus hyperbolique, sinh : sinus hyperbolique, tanh : tangente hyperbolique ($\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$),

arccosh : arc cosinus hyperbolique, arcsinh : arc sinus hyperbolique, arctanh : arc tangente hyperbolique (réciproques),

det : déterminant, com : comatrice,

E : partie entière (inférieure), *i.e.* $E(x) \stackrel{\text{def}}{=} \max \{n \in \mathbb{Z}, n \leq x\}$,

ceil : arrondi entier inférieur, *i.e.* $\text{ceil}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \lceil x \rceil = E(x)$,

floor : arrondi entier supérieur, *i.e.* $\text{floor}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \lfloor x \rfloor = E(x) + 1$,

$\delta_{i,j}$: symbole de KRONECKER, $\delta_{i,j} : (k, l) \mapsto 1$ si $k = i$ et $l = j, \mapsto 0$ sinon,

γ : souvent, la constante d'EULER,

$\Gamma(x)$: souvent, la fonction Gamma d'EULER,

I_n : matrice identité de taille $n \geq 0$.

Ensembles particuliers

\emptyset : l'ensemble vide (il est unique),

$\{x : P(x)\}$: ensemble des éléments x vérifiant la propriété $P(x)$, *e.g.* $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\} = \mathbb{R}_+$,

\mathbb{N} : nombres naturels, $\mathbb{N} = \{0, 1, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$,

\mathbb{Z} : anneau des nombres relatifs, $\mathbb{Z} = \{\dots, -n-1, -n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$,

\mathbb{Q} : corps des nombres rationnels, $\mathbb{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \frac{p}{q}, (p, q) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N}^* \right\}$,

\mathbb{R} : corps des nombres réels, $\mathbb{R} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} r_n, (r_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{Q}^{\mathbb{N}} \text{ convergente} \right\}$,

- $[a, b]$: segment (intervalle fermé), *i.e.* $[a, b] \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$,

- (a, b) : intervalle ouvert, *i.e.* $(a, b) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$,

- $[a, b)$: intervalle semi-ouvert à droite, *i.e.* $[a, b) \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$,

- $(a, b]$: intervalle semi-ouvert à gauche, *i.e.* $(a, b] \stackrel{\text{def}}{=} \{x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$,

\mathbb{C} : corps des nombres complexes, $\mathbb{C} \stackrel{\text{def}}{=} \{a + ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2\}$,

\mathbb{K} : corps (commutatif) quelconque, généralement signifiant " \mathbb{R} ou \mathbb{C} ",

E^n : ensemble des n -uplets de E , *i.e.* $\{(x_1, \dots, x_n) : \forall 1 \leq i \leq n, x_i \in E\}$, *e.g.* $\mathbb{R}^2 \simeq \mathbb{C}$,

$M_{n,m}(A)$: ensemble des matrices de tailles $n \times m$ ($(n, m) \in \mathbb{N}^2$), aussi noté $M_{n,m}(A)$,

$T_{n,m}^{\text{sup}}(A)$: ensemble des matrices triangulaires supérieures, de tailles $n \times m$ ($(n, m) \in \mathbb{N}^2$),

$T_{n,m}^{\text{inf}}(A)$: ensemble des matrices triangulaires inférieures, de tailles $n \times m$ ($(n, m) \in \mathbb{N}^2$).

Opérateurs pour les ensembles

Card : cardinal d'un ensemble, aussi noté $\text{Card}(E) \stackrel{\text{def}}{=} |E| \stackrel{\text{def}}{=} \#E$,

$\mathcal{P}(E)$: ensemble des parties de l'ensemble E (aussi noté 2^E),

E^* : l'ensemble E privé de son ³ 0, *i.e.* $E^* \stackrel{\text{def}}{=} E \setminus \{0_E\}$,

E_+ : les éléments positifs³ de E , *i.e.* $E_+ \stackrel{\text{def}}{=} E \cap [0, +\infty)$,

2. Le lecteur curieux pourra se référer à cet article Wikipédia pour savoir quelles limitations donner à cette construction.

3. Lorsque cela a un sens.

E_- : les éléments négatifs³ de E , i.e. $E_- \stackrel{\text{def}}{=} E \cap (-\infty, 0]$,

E^c : complémentaire de l'ensemble E (**lorsque ce n'est pas ambigu**),

δE : frontière de l'ensemble E , e.g. $\delta \mathcal{B}_2(0, 1) = \mathcal{C}_2(0, 1)$ (boule et sphère de centre 0 et rayon 1 en dimension 2),

E° : intérieur de l'ensemble E , i.e. $E^\circ \stackrel{\text{def}}{=} E \setminus \delta E$ (aussi noté $\text{int}(E)$),

\overline{E} : clôture de E , i.e. $\overline{E} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n, (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in E^{\mathbb{N}} \text{ convergente} \right\}$,

$d(x, y)$: distance entre les éléments x et y , généralement $d(x, y) = |x - y|$,

$d(x, A)$: distance de l'élément x à la partie A ($= \inf_{a \in A} |x - a|$),

$d(A, B)$: distance entre deux parties A et B ($= \inf_{(a, b) \in A \times B} |a - b|$),

$A + B$: somme de deux parties A et B ($= \{a + b : (a, b) \in A \times B\}$),

$A - B$: différence (arithmétique) de deux parties A et B ($= \{a - b : (a, b) \in A \times B\}$),

$\text{diam}(A)$: diamètre d'une partie A , i.e. $\text{diam}(A) \stackrel{\text{def}}{=} \sup \{|x - y|, (x, y) \in A\}$,

χ_A : fonction caractéristique de $A \subset E$, i.e. $E \rightarrow \{0, 1\}, x \mapsto 1$ si $x \in A, x \mapsto 0$ sinon,

$\dim(E)$: dimension d'un espace E , $\dim_{\mathbb{K}}(A)$: dimension d'une partie $A \subset E$ en tant que \mathbb{K} -espace vectoriel.

Relations d'ordres

$<$: inférieur strict, e.g. $1 < \sqrt{2}$,

$>$: supérieur strict, e.g. $1 > e^{-1}$,

\leq : inférieur large, e.g. $1 \leq 1$,

\geq : supérieur large, e.g. $2 \geq 2$.

\equiv : "même signification", ou égalité sémantique pour les formules : $\neg\neg P \equiv P$,

\simeq : similaire, e.g. pour les approximations numériques : $\pi \simeq 3.14$,

\sim : équivalent (numérique), pour une limite, e.g. $\frac{\sin(7x)}{x} \underset{x \rightarrow 0}{\sim} 7$.

Autres opérateurs binaires

\circ : composition de fonctions, $f \circ g : x \mapsto f(g(x))$,

$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$: produit scalaire, aussi noté $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$, e.g. $[1; 2; 3] \cdot [4; 5; 6] = 1 * 4 + 2 * 5 + 3 * 6 = 32$,

$\mathbf{x} \times \mathbf{y}$: produit vectoriel, e.g. $[1; 2; 3] \times [4; 5; 6] = [-3; 6; -6]$,

$|$: divisibilité (entière ou autre), e.g. $1007 | 2014$,

\nmid : non divisibilité (entière ou autre), e.g. $2013 \nmid 2014$,

$\cdot \text{ mod } \cdot$: utilisé pour écrire l'égalité *modulo* un nombre, e.g. $17 = 2 \text{ mod } 5$.

Opérateurs (unaires) usuels

\mathcal{Re} : partie réelle d'un complexe, i.e. $\mathcal{Re}(a + ib) = a$,

\mathcal{Im} : partie imaginaire d'un complexe, i.e. $\mathcal{Im}(a + ib) = b$,

sup : partie supérieure d'un ensemble (plus petit majorant),

inf : partie inférieure d'un ensemble (plus grand minorant),

\lim : limite, en précisant souvent $\lim_{x \rightarrow 0}$ pour dire "quand x tend vers 0",

\limsup : limite supérieure (aussi noté $\overline{\lim}$, ou parfois $\lim \uparrow$),

\liminf : limite inférieure (aussi noté $\underline{\lim}$, ou parfois $\lim \downarrow$),

\arg : **un** argument (d'un complexe), e.g. $\arg(e^{i\pi/4}) = \pi/4$ mais $\pi/4 + 2\pi$ convient aussi.

Notations pour les limites

\rightarrow : pour une limite : $n \rightarrow +\infty$ signifie que “ n tend vers $+\infty$ ”,

$x \rightarrow a^+$: signifie que x tend vers a **par valeurs supérieures** (i.e. $x \rightarrow a$),

$x \rightarrow a^-$: signifie que x tend vers a **par valeurs inférieures** (i.e. $x \rightarrow a$),

$f(x^+)$: limite de f en x **par valeurs supérieures**, i.e. $f(x^+) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{y \rightarrow x^+} f(y)$,

$f(x^-)$: limite de f en x **par valeurs inférieures**, i.e. $f(x^-) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{y \rightarrow x^-} f(y)$.

Autres notations

g^+ : partie positive de g , i.e. $g^+ \stackrel{\text{def}}{=} \max\{g(x), 0\}$,

g^- : partie négative de g , i.e. $g^- \stackrel{\text{def}}{=} \min\{g(x), 0\}$,

\bar{z} : conjugué d'un complexe, i.e. $a + ib \stackrel{\text{def}}{=} a - ib$,

$|z|$: valeur absolue d'un nombre, e.g. $|a + ib| \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{a^2 + b^2}$ ou $|-2.73| = 2.73$,

\mathbf{x}, \mathbf{y} : vecteurs x, y . Parfois aussi noté \vec{u}, \vec{v} etc,

$|\mathbf{x}|$: norme du vecteur \mathbf{x} , e.g. $|[1; 2; 3]| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \simeq 3.741$,

$\|\cdot\|$: norme générale, $\|\cdot\|_p$: norme p , $\|\cdot\|_{+\infty}$: norme infinie,

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$: la suite de terme général $u_n \in E$, i.e. la fonction $u : \mathbb{N} \rightarrow E, n \mapsto u_n$.

Dérivées et calcul différentiel

f' : dérivée⁴ de f , e.g. $\ln'(x) = \frac{1}{x}, \forall x > 0$. Aussi noté \dot{x} (en physique),

f'' : dérivée seconde de f (ou \ddot{x} en physique), f''' dérivée tierce, \dots , $f^{(n)}$ dérivée $n^{\text{ième}}$ pour $n \geq 0$,

f^n : puissance $n^{\text{ième}}$ de f pour $n \geq 0$ (à **ne pas confondre** avec les dérivées $f^{(n)}$!),

$D_j f$: dérivée partielle de f selon la $j^{\text{ième}}$ coordonnée,

∇f : gradient de f (aussi noté **Grad** f),

$\text{Div} f$: divergence de f .

Intégrales

$\int_a^b f(x) dx$: intégrale de la fonction $f : x \mapsto f(x)$ sur (a, b) ,

$\int f$: intégrale de la fonction f sur son ensemble de définition (**lorsque ce n'est pas ambigu**),

$\oint f(x) dx$: intégrale curviligne de f ,

$\iint_{(a,b) \times (c,d)} f(x, y) dx dy$: intégrale double de la fonction $f : (a, b) \times (c, d), (x, y) \mapsto f(x, y)$.

Ensembles de fonctions

$\mathcal{F}(E, F)$: fonctions de E dans F , i.e. F^E ,

$\mathcal{C}(E, F)$: fonctions continues de E dans F ,

$\mathcal{C}(E)$: fonctions continues de E dans E ,

$\mathcal{C}_b(E, F)$: fonctions continues et bornées de E dans F ,

$\mathcal{C}^k(E, F)$: fonctions k fois dérivables, de dérivées $k^{\text{ième}}$ continues, de E dans F ($k \in \mathbb{N}$),

$\mathcal{C}^\infty(E, F)$: fonctions infiniment dérivables, de E dans F ,

4. Si elle existe!

$\mathcal{L}(E, F)$: applications linéaires de E dans F ,

$\mathcal{L}(E)$: applications linéaires de E dans E .

$\mathcal{L}_c(E, F)$: applications linéaires continues de E dans F ,

Want more? A list of mathematical symbols, on Wikipédia : en.wikipedia.org/wiki/Table_of_mathematical_symbols, and more lists on mathematical notation, on Wikipédia.