

**NB :** cette fiche reprend quelques techniques nécessaires : elle ne constitue pas un objectif, mais un pré-requis !

## Calculer une somme ou un produit fini

On sait calculer des sommes et produits finis :

- à l'aide d'un raisonnement par récurrence,
- à l'aide d'un changement d'indice, ou d'un télescopage,
- en utilisant l'identité géométrique ou la formule du binôme de Newton (pour une somme).

## Changements d'indice

On sait calculer la somme  $\sum_{i=0}^{q-p} x_{p+i}$  à l'aide du changement d'indice  $k := p + i$  :

- (1) on pose  $k = p + i$ ,
- (2) on remplace  $i$  par  $k - p$  dans la somme,
- (3) on détermine les bornes pour  $k$  : lorsque  $i$  varie de 0 à  $q - p$ ,  $k$  varie de  $p$  à  $q$ .

**Exercice 1 :** Soit  $0 \leq p \leq n$ , montrer que  $\prod_{k=0}^{p-1} \frac{n-k}{p-k} = \binom{p}{n}$ .

## Manipuler des inégalités

**Encadrer une somme** Pour majorer (resp. minorer, encadrer) la somme  $\sum_{k=0}^n x_k$ ,

- (1) on considère  $k \in \{0, \dots, n\}$ , on majore (resp. minore, encadre)  $x_k$  par un  $M_k$ ,
- (2) on somme terme à terme ces majorations (resp. minoration, encadrements)  $\sum_{k=0}^n x_k \leq \sum_{k=0}^n M_k$ .

**Exercice 2 :** Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{n} \leq \sum_{k=0}^n \frac{1}{n^2 + k^2} \leq \frac{n+1}{n^2}$ .

**Calculer une partie entière** Pour calculer une partie entière, on revient souvent à la définition en encadrant le réel  $x$  par deux entiers consécutifs. Pour prouver  $[x] = n$ , on établit  $n \leq x < n + 1$ .

**Majorer ou minorer la valeur absolue d'une somme** On utilise souvent une des deux inégalités triangulaires.

## Résoudre une équation polynomiale

Pour une équation de degré inférieur (ou égal) à 2, les formules classiques s'appliquent. Pour une équation de degré supérieur à 3, on cherchera à abaisser le degré de l'équation par une factorisation (racine évidente, identité remarquable etc) ou un changement d'inconnue.

**Exercice 3 :** Résoudre, dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $x^3 - 9x + \frac{20}{x}$ .

## Résoudre un système d'équations linéaires

On met en œuvre la méthode d'élimination de GAUSS.