

Pour ces problèmes, vous essaieriez d'étudier les courbes de la façon la plus complète possible : domaine de définition, graphiques, asymptotes, points particuliers, points singuliers, extrema pour  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$  etc.

Ex.1) Étudier les courbes paramétrées suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \begin{cases} x(t) &= t - \sin(t) \\ y(t) &= 1 - \cos(t) \end{cases} & \text{(c)} \begin{cases} x(t) &= \cos^3(t) \\ y(t) &= \sin^3(t) \end{cases} \\ \text{(b)} \begin{cases} x(t) &= \frac{4t}{3 + t^4} \\ y(t) &= \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{t^3}{3 + t^4} \end{cases} & \text{(d)} \begin{cases} x(t) &= \frac{e^t}{1 + t} \\ y(t) &= \frac{te^t}{1 + t} \end{cases} \end{array}$$

Ex.2) Étudier les courbes polaires suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \rho(\theta) = \cos(\theta) + \sin(2\theta), & \text{(c)} \rho(\theta) = \frac{1 - 2 \cos(\theta)}{1 + \sin(\theta)}, \\ \text{(b)} \rho(\theta) = \cos(\theta) - \cos(2\theta), & \text{(d)} \rho(\theta) = \frac{\cos(2\theta)}{2 \cos(\theta) - 1}, \end{array}$$

(a)  $\rho(\theta) = 1 + \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ , Montrer l'existence d'un *point double* par lequel les tangentes sont orthogonales.

(b)  $\rho(\theta) = \frac{1}{\sin^3(\theta/3)}$ , Montrer qu'une droite passant par  $O$  (l'origine,  $(0, 0) \in \mathbb{R}^2$ ) coupe la courbe en trois points, et que les tangentes en ces trois points à la courbe forment un *triangle équilatéral*.

Ex.3) Étudier la courbe polaire :  $\rho(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin(2\theta)} + \sqrt{1 - \sin(2\theta)}}$ . Chercher tout d'abord à le faire sans regarder la courbe, ni sur une calculatrice, ni sur un ordinateur (sans tricher quoi). Si un résultat intéressant semble apparaître, trouver un moyen de le démontrer<sup>1</sup>.

Ex.4) TODO : Plus d'exercices !

---

1. Ici il faut manipuler les expressions trigonométriques afin de simplifier l'expression de  $\rho$  puis passer en coordonnées cartésiennes pour obtenir le résultat final.