

# TP n° 6: Vérificateur de tautologies

BATOG Guillaume

15 mars 2007

On modélise les formules booléennes par des arbres grâce au type suivant :

```
type binop = Et | Ou | Oubien | Impl | Equiv;;

type formule =
  | Vrai
  | Faux
  | Var of string
  | Non of formule
  | Bin of binop * formule * formule;;
```

**Exercice 1** Écrire une fonction `print_formule : formule -> unit` qui affiche une formule selon la notation infixe en plaçant des parenthèses autour des expressions composées quand c'est nécessaire.

**Exercice 2** Écrire une fonction `evaluate : formule -> bool` qui retourne le booléen associé à une formule, en supposant qu'elle ne contient pas de variable booléenne.

**Exercice 3** Écrire une fonction `subs : string -> formule -> formule -> formule` telle que `(subs x f g)` remplace dans la formule `g` toutes les occurrences de `x` par la formule `f`.

**Exercice 4** Écrire une fonction `simplifie : formule -> formule` qui réalise de petites simplifications sur une formule du genre `Bin ( Ou, Vrai, f)` retourne `Vrai`.

**Exercice 5** Afin de tester si une formule `f` est une tautologie, on utilise les règles suivantes :

- si `f` n'a pas de variable booléenne, `(evaluate f)` doit être vrai,
- si `p` est l'une des variables de `f`, les formules `(subs "p" Vrai)` et `(subs "p" Faux)` doivent être des tautologies.

Écrire une fonction `tautologie : formule -> string list -> bool` qui teste si une formule est une tautologie, en prenant comme arguments la formule et la liste de ces variables.

**Exercice 6** Écrire une fonction `tautologieBis : formule -> string list -> bool * (string list)` qui, en plus de tester si la formule est une tautologie, retourne un exemple de valeurs pour lesquelles la formule est fausse si ce n'est pas une tautologie.

**Exercice 7** Écrire une fonction qui exprime une formule sous forme d'une conjonction de disjonctions : on se ramènera d'abord à une formule dont les seuls opérateurs sont `Non`, `Ou`, `Et`, puis on utilisera les formules de distributivité suivantes :

$$a + (b \cdot c) \equiv (a + b) \cdot (a + c) \quad \text{et} \quad (b \cdot c) + a \equiv (b + a) \cdot (c + a)$$

En déduire une autre méthode pour vérifier les tautologies.