

Maple TD5

1 Correction des exercices précédents

1.1 Suites

```
dessin1:=proc(f,u0,n)
l:=[0,u0];
ui:=u0;
for i from 1 to n do
ui:=f(ui); l:=[i,ui],l;
od;
plot([l]); end;
```

```
dessin2:=proc(f,u0,n)
l:=[u0,f(u0)], [u0,u0];
ui:=u0;
for i from 1 to n do
l:=[ui,f(ui)], [ui,ui],l;
ui:=f(ui);
od;
lp:=plot([l]);
l2:=plot({[l],f(x),x},x=-5..5,y=-10..10);
end;
```

2 Exercices

2.1 Calculette

Pas de crayons, tout avec Maple :

1. Calculer la somme des entiers de 1 à n avec **sum**.
2. Factoriser le résultat avec **factor**
3. Calculer $\sum_{n>0} \frac{1}{n^2}$.
4. Calculer la dérivée de la fonction $x \rightarrow \frac{3x^2}{\sin x}$ à l'aide des opérateurs **D** et **diff**. Quelle est la différence ?
5. Calculer la dérivée cinquième de $x \rightarrow \sin^5 x$ puis linéariser le résultat obtenu à l'aide de **combine**. Même chose en commençant par linéariser.
6. Calculer la primitive de $x \rightarrow \frac{x}{x^2+x+1}$ avec **int**.
7. Calculer la limite en $0+$ de $x^{\sqrt{x}} - \sqrt{x}^x$ avec **limit**.
8. Faire le développement limité de \cos à l'ordre 7 en 0. Utiliser la fonction **series**. Le convertir en polynôme à l'aide de **convert**.
9. Résoudre $ax^2 + bx + c = 0$ avec **solve**.
10. Résoudre le système $ax + 3y = 2$ et $x^2 + y = 1$. Utiliser **solve** et **allvalues**
11. Factoriser $x^6 + 1$. Utiliser **factor**.
12. Développer $(x + 1)^6$. Utiliser **expand**.
13. Calculer le pgcd et le ppcm de $2x^3 - 2$ et $x^2 - 1$. Utiliser **gcd** et **lcm**
14. Décomposer $\frac{x^2+2x-3}{x^4-1}$ en éléments simples. Utiliser **convert** avec l'option **parfrac**.

2.2 Etudes des branches infinies

Pour trouver l'asymptote d'une fonction f , on peut commencer par tracer son graphe pour avoir une idée du comportement à l'infini. On considère ensuite la limite $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$:

1. Si cette limite n'existe pas dans $\overline{\mathbb{R}}$, on ne peut rien dire.
2. Si elle existe, notons la a . Si $a = \mp\infty$, la courbe représentative de f admet une branche parabolique de direction l'axe (Oy) . Sinon on étudie $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - ax$:
 - (a) Si cette limite existe et est finie, notons la b . Alors la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe représentative de f au voisinage de l'infini.
 - (b) Sinon, on a une direction asymptotique : la courbe représentative de f admet une branche parabolique de direction $y = ax$ en l'infini

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer leurs branches infinies et tracez-les sur le même graphe :

1. $x \rightarrow \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 + 4}$
2. $x \rightarrow x^{\frac{1}{x}}$
3. $\frac{x}{2} + \ln(x)$

2.3 Trajectoires

Soit un boulet de canon de masse m tiré avec une vitesse initial $v = (vx, vy)$.

1. Considérons qu'il n'y a pas de frottements, écrire les équations différentielles régissant la vitesse.
2. Les résoudre avec Maple. (utilisez dsolve)
3. Tracer $v_y(t)$.
4. Ecrire les équations différentielles régissant la position du boulet.
5. Les résoudre avec Maple.
6. Tracer la trajectoire.
7. On suppose maintenant que le vent ajoute une force F_{vent} dans tout l'espace. Reprendre les questions précédentes en en tenant compte.
8. Ecrire une procédure ayant comme paramètres m , vx , vy et F_{vent} et affichant la trajectoire du boulet. Jouez avec les différents paramètres.
9. Idem en rajoutant une force de frottement F_v de valeur une fonction f de la vitesse.

2.4 Pendule

On va maintenant utiliser l'option de dsolve type=numeric. L'équation régissant un pendule peut parfois s'écrire : $y''(t) = -\sin(y(t))$.

1. Essayer de la résoudre avec Maple.
2. Essayer avec l'option type=numeric. Sous quelle forme est donnée la solution ? Si Sol est le résultat, que vaut $S(1)$?
3. Tracer la courbe $y(t)$ avec odeplot.
4. Tracer la courbe $y(t)$ sans utiliser odeplot (vous aurez besoin de subs et plot).
5. Trouver la période avec fsolve.

2.5 Quelques liens...

1. <http://perso.crans.org/aynaud> pour récupérer les tds.
2. <http://lumimath.univ-mrs.fr/jlm/cours/maple/> un cours
3. Maple V Release 4 : introduction raisonnée à l'usage de l'étudiant, de l'ingénieur et du chercheur, par Jack M. Cornil, Philippe Testud aux éditions illustrated publié par Springer, 1997. ISBN 3540631860, 9783540631866. Disponible en partie sur books.google.com gratuitement.
4. <http://www.iut-arles.up.univ-mrs.fr/damour/a-la-decouverte-de-maple/> pour un livre sur maple et quelques liens intéressants (payant en revanche)

3 Correction du TD 5

3.1 Calcullette

```
sum(i,i=1..n);

factor(%);

sum(1/n^2,n=1..infinity);

s:=x->sin(x)^5;
d5 := diff(s(x), x$5);
combine(d5);
l := combine(s(x));
diff(l, x$5);

int(x/(x^2+x+1),x);

limit(x^sqrt(x)-sqrt(x)^x,x=0,right);

series(cos(x),x=0,7); convert(%,polynom);

solve(a*x^2+b*x+c=0,x);

solve({a*x+3*y=2,x^2+y=1},{x,y}); allvalues(%);

factor(x^6+1);

expand((x+1)^6);

gcd(2*x^3-2,x^2-1); lcm(2*x^3-2,x^2-1);

convert((x^2+2*x-3)/(x^4-1),parfrac,x);
```

3.2 Etudes des branches infinies

```
f:=x->sqrt(x^2+1)-sqrt(2*x^2+4);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x+b], x=0..10);

f:=x->x^(1/x);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
```

```
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x+b], x=0..50);
```

```
f:=x->x/2+ln(x);
a:=limit(f(x)/x, x=infinity);
b:=limit(f(x)-a*x, x=infinity);
plot([f(x), a*x], x=0..20);
```

3.3 Trajectoires

Avec f la force de frottements, (F_x, F_y) la force du vent en x et y :

```
reset();with(plots) ;
```

```
g:=-9.8;vy0:=1;vx0:=10;f:=u->-0.1*u^2;Fx:=1;Fy:=1;
```

```
Eqvy:=dsolve({ Diff(Vy,t) = g+f(Vy(t))+Fy,Vy(0)=vy0} , Vy(t));
Eqvx:=dsolve({Diff(Vx,t)=Fx,Vx(0)=vx0},Vx(t));
```

```
vy:=subs(Eqvy,Vy(t));vx:=subs(EqvX,Vx(t));
```

```
Eqy:=dsolve({Diff(Y,t) = vy, Y(0) = 0}, {Y(t)} );Eqx:=dsolve({Diff(X,t) = vx, X(0) = 0}, {X(t)} );
y:=subs(Eqy,Y(t));x:=subs(EqX,X(t));
plot([x,y,t=0..1]);
```

3.4 Pendule

```
reset;
```

```
Sol:=dsolve({diff(y(x),x,x)=-sin(y(x)),D(y)(0)=0.5,y(0)=0},y(x),type=numeric);
```

```
Sol(1);
```

```
with(plots);odeplot(Sol,[x,y(x)],1..10 );
```

```
Y:=t->subs(Sol(t),y(x));
```

```
plot(Y,0..14);
```

```
fsolve('Y(t)',t=6..7);
```