

ÉTUDE POUR LA CONCEPTION D'UNE SEMELLE  
FLEXIBLE

Laurent Blanchet  
encadré par Abderrahmane Kheddar

1<sup>er</sup> Septembre 2009

## Table des matières

<b>I</b>	<b>Présentation</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>PRÉSENTATION DU LABORATOIRE</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>PRÉSENTATION DU TRAVAIL EFFECTUÉ</b>	<b>3</b>
<b>II</b>	<b>Conception de la semelle</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>OBJET DE LA CONCEPTION ET CONSIDÉRATIONS DIVERSES</b>	<b>4</b>
3.1	Objet . . . . .	4
3.2	Matériau . . . . .	4
3.3	Forme de la semelle . . . . .	4
<b>4</b>	<b>COMPARAISON THÉORIQUE DES CHAMPS DE DÉPLACEMENT POUR UNE FLEXIBILITÉ SUR LA SEMELLE OU DANS L'ARTICULATION</b>	<b>6</b>
4.1	Détermination des vitesses . . . . .	6
4.1.1	Avec une semelle déformable . . . . .	6
4.1.2	Avec une articulation équipée d'une partie déformable . . . . .	7
4.2	Détermination des couples . . . . .	8
4.3	Détermination du champ d'accélération du pied (ie le solide 4) . . . . .	9
4.4	Mise en équations du problème de mécanique des milieux continus . . . . .	10
4.4.1	Avec une semelle déformable . . . . .	10
4.4.2	Avec une articulation déformable . . . . .	10
4.5	Formulation variationnelle en déplacement . . . . .	11
4.6	Formulation variationnelle en efforts . . . . .	11
4.7	Conclusion sur la comparaison des champs de déformation . . . . .	12
<b>5</b>	<b>CRÉATION D'UNE TRAJECTOIRE ADOUCIE POUR LE PIED EN PHASE DE SIMPLE-SUPPORT</b>	<b>12</b>
5.1	Trajectoire du pied . . . . .	12
5.2	Rotation du pied . . . . .	13
<b>A</b>	<b>Organisation AIST</b>	<b>16</b>
<b>B</b>	<b>Organisation ISRI</b>	<b>17</b>
<b>C</b>	<b>Matériau : gomme acrylique.</b>	<b>19</b>
<b>D</b>	<b>Matériau : RTP 2740 S-40A.</b>	<b>21</b>
<b>E</b>	<b>Matériau : silicone d'aérogels.</b>	<b>23</b>

## Première partie

# Présentation

## 1 PRÉSENTATION DU LABORATOIRE

Le laboratoire où j'ai effectué ces travaux est une unité de recherche mixte internationale entre le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), français, et le National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST), sise à Tsukuba, Japon (cf annexe A). Cette unité mixte (UMI3218) est le laboartoire Franco-Japonais de robotique et opère à l'identique que les unités mixtes de recherche du CNRS (UMR) au niveau national, sauf que l'unité se fait avec un organisme étranger.

Ce laboratoire a d'abord été une association sous forme d'un laboratoire international associé; il a été initié par Dr. Philippe Coiffet (CNRS) et Prof. Kazuo Tanie (AIST) fin 2003, ce laboratoire conjoint poursuit l'accroissement de l'autonomie des robots, plus particulièrement au tra-

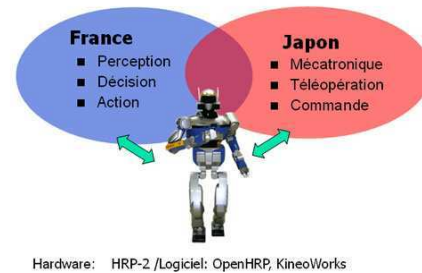


FIGURE 1 – Répartition des recherches.

vers de travaux conduits sur les robots humanoïdes, qui constituent le support commun des recherches conduites par le JRL.

Le JRL est hébergé par l'Intelligent Systems Research Institute (cf annexe B), dont il fait partie. Parmi les sujets d'étude au JRL, nous nous intéressons à deux d'entre eux : la conception d'une semelle pour le robot HRP-2 dans le but de diminuer les vibrations induites soit par les impacts (création d'un contact et donc propagation de l'impact dans la structure polyarticulée) soit la rupture d'un contact lorsque les forces internes ne sont pas bien ajustées (le phénomène n'est pas régulier et a pour conséquence le même effet que la création d'un contact); et à la conception en avant-projet d'une combinaison sensible pour un bras.

## 2 PRÉSENTATION DU TRAVAIL EFFECTUÉ

J'ai travaillé sur deux axes pendant ce stage : sur des éléments de la conception de la semelle et sur la création d'une combinaison haptique<sup>1</sup>.

Je développe ma contribution dans les deux parties suivantes.

1. donnant le sens du toucher, même si ici on ne détecte que les efforts.

## Deuxième partie

# Conception de la semelle

### 3 OBJET DE LA CONCEPTION ET CONSIDÉRATIONS DIVERSES

#### 3.1 Objet

Le but est double :

- absorber les chocs et les efforts internes durant la marche,
- améliorer l'allure de la marche du robot HRP-2.

Actuellement, cette action génère des accélérations gênantes au niveau du torse. Ces perturbations sont particulièrement visibles lors de ses tâches de collaboration avec un humain.



FIGURE 2 – Quand on tient HRP-2 par les mains ou par le biais d'un objet, on ressent les à-coups...

#### 3.2 Matériau

Une étude à déjà été menée<sup>2</sup> montrant qu'il faudrait ajouter une semelle de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$  donnés. À l'aide de ces données on a pu déterminer une sélection de matériaux (cf annexes C D E) parmi lesquels on a retenu le thermoplastique RTP 2740 S-40A (annexe D) pour la facilité de mise en forme et son prix.

#### 3.3 Forme de la semelle

Quitte à ajouter des semelles, autant en profiter pour en optimiser la forme. Néanmoins celle-ci dépend d'études encore en cours (par exemple, faut-il que la partie "orteils" (toe) soit mobile? si oui, active ou passive?). Indépendamment de ce problème, le sujet reste vaste : la forme de ces semelles est conditionnée par la marche du robot, qu'il faut redéfinir. Actuellement, HRP-2 se contente de poser ses pieds à plat à chaque pas de manière à conserver son ZMP<sup>3</sup> dans le polygone de sustentation<sup>4</sup>. Avant de pouvoir générer la forme de la semelle, il faut donc générer les lois pour tous les paramètres de la marche, pour les phases de double et simple support :

- trajectoire du pied ;
- rotation du pied ;
- trajectoire du ZMP ;

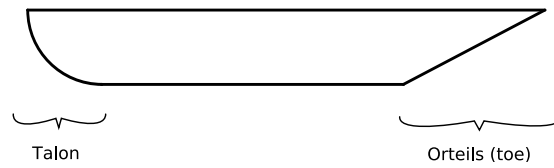
et prendre en compte la déformation de la semelle en plus.

J'ai pu travailler pour la phase simple support sur la trajectoire du pied et sa rotation mais il reste encore beaucoup à faire avant la forme finale du pied. La forme envisagée actuellement inclut un talon et une partie fixe "orteils" (figure 3.3).

2. Study of an external passive shock-absorbing mechanism for walking robots. In IEEE/RAS International Conference on Humanoid Robots, pages 435–440, Daejeon, Korea, 2008.

3. Zero Moment Point, l'équivalent du centre de gravité incluant des effets dynamiques.

4. En simple support, ce polygone correspond au pied portant le robot ; en double support, c'est le polygone entourant les deux pieds.



Dans un premier temps, une étude préliminaire vise à comparer les champs de déplacement dans le cas d'une semelle compliant et dans le cas d'une articulation compliant, puis dans un second temps je présente mon travail sur l'élaboration d'une trajectoire du pied et sa rotation.

## 4 COMPARAISON THÉORIQUE DES CHAMPS DE DÉPLACEMENT POUR UNE FLEXIBILITÉ SUR LA SEMELLE OU DANS L'ARTICULATION

Il existe actuellement un bon simulateur du robot HRP2 permettant d'obtenir les efforts sur le maillage du pied. Bien que ces efforts soient discrétisés, on prend une répartition type, paramétrée pour être adaptable, pour tenter d'effectuer la comparaison des champs de déplacement entre les deux problèmes, qui correspondent au placement d'une partie flexible dans le pied :

- partie flexible de type semelle ;
- partie flexible dans l'articulation.

Le but est de connaître la forme de la semelle suivant la configuration donnée pour en déduire quelle doit être la configuration du pied par rapport au sol (tout particulièrement, à quelle hauteur du sol doit-on placer le pied pour transférer la charge du robot, déformation incluse).

### 4.1 Détermination des vitesses

#### 4.1.1 Avec une semelle déformable

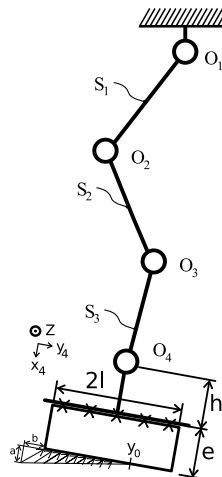


FIGURE 3 – Modélisation du problème.

La dimension sur le troisième axe est  $2 \cdot d$ .

Le solide déformable est soumis à une répartition d'effort linéique. On fait l'hypothèse que les autres solides sont rigides.

On commence par déterminer les champs de vitesses des solides.

Les liaisons étant des pivots d'axes parallèles, on a :

$${}^i z_j = z.$$

De plus :  $\underline{\omega}_0 = \underline{0}$  et  $\underline{\dot{\omega}}_0 = \underline{0}$ . D'où :

$$\underline{\omega}_1 = \dot{\theta}_1 \cdot z \quad (1)$$

$$\underline{\omega}_2 = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cdot z \quad (2)$$

$$\underline{\omega}_3 = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot z \quad (3)$$

$$\underline{\omega}_4 = (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \cdot z \quad (4)$$

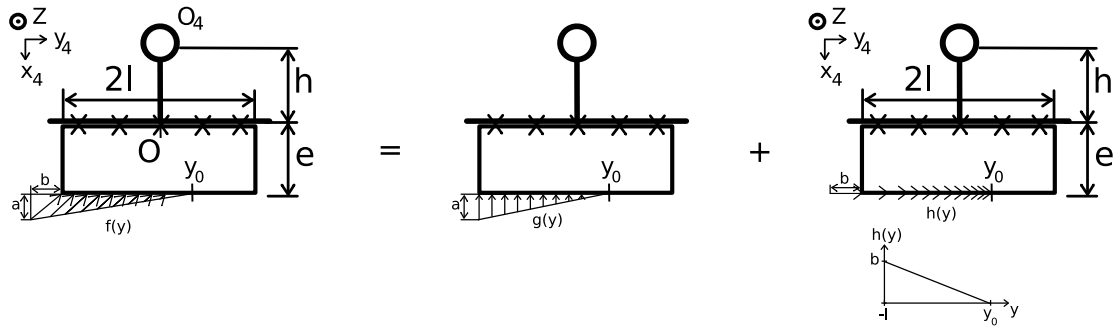


FIGURE 4 – Décomposition des efforts sur le solide déformable.

Avec  $g(y) = a \frac{y - y_0}{l + y_0}$  et  $h(y) = b \frac{y_0 - y}{l + y_0}$ .

4.1.2 Avec une articulation équipée d'une partie déformable

Le dernier solide S5 est supposé indéformable et est soumis à un effort. L'avant dernier solide S4 est déformable et est soumis par le biais du solide 5 à un moment et une répartition uniforme d'efforts. On fait l'hypothèse que les autres solides sont rigides.

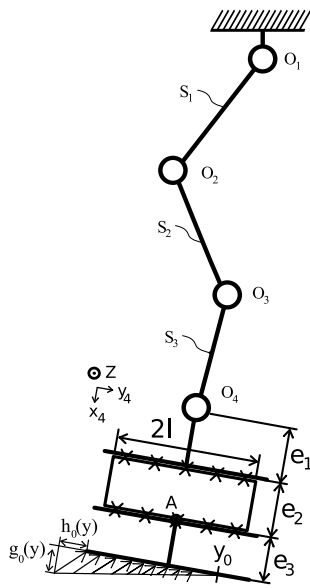


FIGURE 5 – Modélisation du problème.

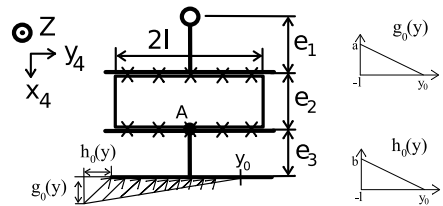


FIGURE 6 – Détails de la géométrie pour le calcul du moment.

Calculons le moment induit :

$$M_A = \int_{-l}^{y_0} \begin{vmatrix} e_3 \\ y \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} h_0(y) \\ g_0(y) \\ 0 \end{vmatrix} \cdot \vec{z} dy = \int_{-l}^{y_0} e_3 \cdot g_0(y) - y \cdot h_0(y) dy$$

$$M_A = -\frac{ae_3}{2} (y_0 + l) - \frac{b}{l + y_0} \left( \frac{y_0^3 - y_0 l^2}{2} - \frac{y_0^3 + l^3}{3} \right)$$

$$M_A = (y_0 + l) \cdot \left( \frac{a \cdot e_3}{2} + b \cdot (2l - y_0) \right)$$

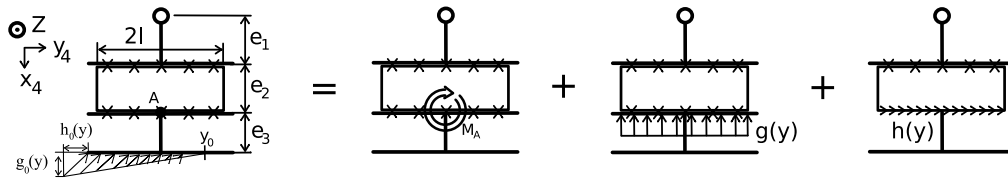


FIGURE 7 – Détails des efforts sur le solide déformable.

$$g(y) = \int_{-l}^{y_0} g_0(y) dy = \int_{-l}^{y_0} a \frac{y - y_0}{l + y_0} dy = \frac{-a}{2} \cdot (y_0 + l)$$

$$h(y) = \int_{-l}^{y_0} h_0(y) dy = \int_{-l}^{y_0} b \frac{y_0 - y}{l + y_0} dy = \frac{b}{2} \cdot (y_0 + l)$$

On fait l'hypothèse d'élasticité et on considère l'amplitude de déformation faible pour se ramener aux hypothèses de Hooke. On en déduit donc que le couple exerce une contrainte de flexion et on a :

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_A}{I_{G_z}} \cdot y \quad \text{ainsi que :} \quad g(y) = \frac{-a}{2} \cdot (y_0 + l) \quad \text{et :} \quad h(y) = \frac{b}{2} \cdot (y_0 + l)$$

## 4.2 Détermination des couples

Les efforts de réaction génèrent des couples dans les articulations. On calcule les moments induits et le couple de la liaison est l'opposé du moment induit dans cette liaison pour rester en statique.

$$C_{O_4}(\vec{F}_{f(y)}) = 2d \cdot \int_{-l}^{y_0} (y \cdot \vec{y}_4 \wedge \vec{f}(y)) \cdot \vec{z} dy = 2d \cdot \int_{-l}^{y_0} (h + e) \cdot h(y) - y \cdot g(y) dy$$

$$C_{O_4}(\vec{F}_{f(y)}) = 2d \cdot \left[ (h + e) \cdot b \cdot y - \frac{h + e}{y_0 + l} \cdot b \cdot \left( \frac{y^2}{2} + l \cdot y \right) - \frac{a}{y_0 + l} \cdot \left( \frac{l \cdot y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right) + a \cdot \frac{y^2}{2} \right]_{-l}^{y_0}$$

$$C_{O_4}(\vec{F}_{f(y)}) = 2d \cdot \left( (h + e) \cdot \left( b \cdot y_0 - \frac{y_0^2 + 2l \cdot y_0}{2 \cdot (y_0 + l)} \cdot b \right) - a \cdot \frac{3l - 2y_0}{6 \cdot (y_0 + l)} \cdot y_0^2 + a \cdot y_0^2 \right. \\ \left. - \left( (h + e) \cdot \left( -b \cdot l + \frac{l^2 b}{2(y_0 + l)} \right) - \frac{5l^3 a}{6(y_0 + l)} + a \cdot \frac{l^2}{2} \right) \right)$$

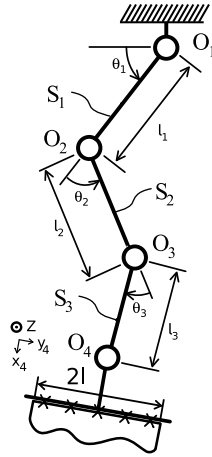
$$C_4 = -C_{O_4}(\vec{F}_{f(y)}) = -2d \cdot \left( \frac{y_0^2 b (h + e)}{2(y_0 + l)} + \frac{5a y_0^3}{6(y_0 + l)} + \frac{(h + e) b (2y_0 l + l^2)}{2(y_0 + l)} + \frac{2l^3 a - 3y_0 l^2 a}{6(y_0 + l)} \right)$$



$$C_4 = -b \cdot d \cdot (h + e) \cdot (l + y_0) - a \cdot \frac{5 \cdot y_0^3 - 3 \cdot y_0 \cdot l^2 + 2 \cdot l^3}{3 \cdot (y_0 + l)} \cdot d \quad (5)$$

$$\overrightarrow{M_{O_i}(O_4)} = C_4 \cdot \vec{z} + \vec{0} \Rightarrow C_1 = -C_2 = C_3 = -C_4$$

### 4.3 Détermination du champ d'accélération du pied (ie le solide 4)



On néglige l'accélération due à la déformation de la partie déformable mais on prend en compte l'accélération du solide 4 qui n'est à priori pas négligeable. On veut la déterminer en fonction des paramètres contrôlables, les  $\theta_i$ . On note  $x_i$  la position d'un point quelconque sur une barre (solides S1 à S3),  $(x_4, y_4, z_4)$  la position d'un point quelconque du solide S4 et enfin  $q_i = \sum_1^i \theta_j$ .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_1(P)} &= \dot{\theta}_1 \cdot x_1 \cdot \vec{y}_1 & \overrightarrow{\Gamma_1(P)} &= \ddot{\theta}_1 \cdot x_1 \cdot \vec{y}_1 - \dot{\theta}_1^2 \cdot x_1 \cdot \vec{x}_1 \\ \overrightarrow{V_2(P)} &= \dot{\theta}_1 \cdot l_1 \cdot \vec{y}_1 + \dot{q}_2 \cdot x_2 \cdot \vec{y}_2 \\ \overrightarrow{\Gamma_2(P)} &= \ddot{\theta}_1 \cdot l_1 \cdot \vec{y}_1 - \dot{\theta}_1^2 \cdot l_1 \cdot \vec{x}_1 + \ddot{q}_2 \cdot x_2 \cdot \vec{y}_2 - \dot{q}_2^2 \cdot x_2 \cdot \vec{x}_2 \end{aligned}$$

Avec la convention de notation d'Einstein :

FIGURE 8 – Paramétrisation du problème.

$$\forall i \leq 2, \quad \overrightarrow{V_2(O_3)} = \dot{q}_i \cdot l_i \cdot \vec{y}_i \quad \overrightarrow{\Gamma_2(O_3)} = \ddot{q}_i \cdot l_i \cdot \vec{y}_i - \dot{q}_i^2 \cdot l_i \cdot \vec{x}_i$$

$$\forall i \leq 3, \quad \overrightarrow{V_3(O_4)} = \dot{q}_i \cdot l_i \cdot \vec{y}_i \quad \overrightarrow{\Gamma_3(O_4)} = \ddot{q}_i \cdot l_i \cdot \vec{y}_i - \dot{q}_i^2 \cdot l_i \cdot \vec{x}_i$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_4(P)} &= \overrightarrow{V_3(O_4)} + \dot{q}_4 \cdot \vec{z} \wedge \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{V_4(P)} &= \overrightarrow{V_3(O_4)} + \dot{q}_4 \cdot (-y_4 \cdot \vec{x}_4 + x_4 \cdot \vec{y}_4) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{\Gamma_4(P)} = \overrightarrow{\Gamma_3(O_4)} + \ddot{q}_4 \cdot (-y_4 \cdot \vec{x}_4 + x_4 \cdot \vec{y}_4) - y_4 \cdot \dot{q}_4^2 \cdot \vec{y}_4 - x_4 \cdot \dot{q}_4^2 \cdot \vec{x}_4$$

Soit, en projetant sur les axes de référence :

$$\overrightarrow{V_4(P)} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \cos q_1 + \dot{q}_2 \cdot l_2 \cdot \cos q_2 + \dot{q}_3 \cdot l_3 \cdot \cos q_3 - \dot{q}_4 \cdot y_4 \cdot \sin q_4 + \dot{q}_4 \cdot x_4 \cdot \cos q_4 \\ \dot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \sin q_1 + \dot{q}_2 \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + \dot{q}_3 \cdot l_3 \cdot \sin q_3 + \dot{q}_4 \cdot y_4 \cdot \cos q_4 + \dot{q}_4 \cdot x_4 \cdot \sin q_4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_4(P)} &= (\ddot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \cos q_1 + \ddot{q}_2 \cdot l_2 \cdot \cos q_2 + \ddot{q}_3 \cdot l_3 \cdot \cos q_3 - \ddot{q}_4 \cdot y_4 \cdot \sin q_4 + \ddot{q}_4 \cdot x_4 \cdot \cos q_4 - \dot{q}_1^2 \cdot l_1 \cdot \sin q_1 \\ &\quad - \dot{q}_2^2 \cdot l_2 \cdot \sin q_2 - \dot{q}_3^2 \cdot l_3 \cdot \sin q_3 - \dot{q}_4^2 \cdot y_4 \cdot \cos q_4 - \dot{q}_4^2 \cdot x_4 \cdot \sin q_4) \cdot \vec{x} + \\ &\quad (\ddot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \sin q_1 + \ddot{q}_2 \cdot l_2 \cdot \sin q_2 + \ddot{q}_3 \cdot l_3 \cdot \sin q_3 + \ddot{q}_4 \cdot y_4 \cdot \cos q_4 + \ddot{q}_4 \cdot x_4 \cdot \sin q_4 + \dot{q}_1^2 \cdot l_1 \cdot \cos q_1 \\ &\quad + \dot{q}_2^2 \cdot l_2 \cdot \cos q_2 + \dot{q}_3^2 \cdot l_3 \cdot \cos q_3 - \dot{q}_4^2 \cdot y_4 \cdot \sin q_4 + \dot{q}_4^2 \cdot x_4 \cdot \cos q_4) \cdot \vec{y} \end{aligned} \quad (6)$$

## 4.4 Mise en équations du problème de mécanique des milieux continus

### 4.4.1 Avec une semelle déformable

On veut connaître la déformation et la contrainte dans le matériau déformable.  $\underline{u}$  désigne le champ de déplacement dans la pièce, alors que  $\underline{\sigma}$  désigne le champ de contrainte.  $\underline{\Gamma}_4$  est le champ d'accélération du solide 4, c'est-à-dire le pied.

- Champs Cinématiquement Admissibles (CA) :  $\underline{u}$  réguliers,  $\underline{u} \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underline{0}$
- Champs Statiquement Admissibles (SA) :  $\underline{\sigma}$  régulier et symétrique, et  $\text{div}(\underline{\sigma}) = \rho \cdot \underline{\Gamma}_4$ .

$$\underline{\sigma} \begin{pmatrix} x \\ \pm l \\ z \end{pmatrix} \cdot \underline{y} = \underline{0} \quad \underline{\sigma} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \pm d \end{pmatrix} \cdot \underline{z} = \underline{0} \quad \forall y > y_0, \quad \underline{\sigma} \begin{pmatrix} e \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \underline{x} = \underline{0}$$

$$\forall y \leq y_0, \quad \underline{\sigma} \begin{pmatrix} e \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \underline{x} = g(y) \cdot \underline{x} + h(y) \cdot \underline{y}$$

- Relation de comportement (RdC) :  $\underline{\sigma} = \underline{\underline{K}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$

Avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  le tenseur des déformations approché ( $\underline{\underline{\varepsilon}} \approx \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} \cdot (\nabla \underline{u} + {}^T \nabla \underline{u})$ ) et où  $\underline{\underline{K}}$  est le tenseur d'élasticité d'ordre 4 contenant les 21 coefficients élastiques indépendants du matériau.

### 4.4.2 Avec une articulation déformable

- Champs Cinématiquement Admissibles (CA) :  $\underline{u}$  réguliers,  $\underline{u} \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underline{0}$ .
- Champs Statiquement Admissibles (SA) :  $\underline{\sigma}$  régulier et symétrique, et  $\text{div}(\underline{\sigma}) = \rho \cdot \underline{\Gamma}_4$ .

$$\underline{\sigma} \begin{pmatrix} x \\ \pm l \\ z \end{pmatrix} \cdot \underline{y} = \underline{0} \quad \underline{\sigma} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \pm d \end{pmatrix} \cdot \underline{z} = \underline{0}$$

$$\underline{\sigma} \begin{pmatrix} e_2 \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \underline{x} = \left( -\frac{M_A}{I_{G_z}} \cdot y + g(y) \right) \cdot \underline{x} + h(y) \cdot \underline{y}$$

- Relation de comportement (RdC) :  $\underline{\sigma} = \underline{\underline{K}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}$ .

#### 4.5 Formulation variationnelle en déplacement

$\Omega$  est le milieu considéré (ie le solide déformable) et  $\partial\Omega$  sa surface.

$$U_{ad} = \left\{ \underline{u} \text{ régulier} \mid \underline{u} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \underline{0} \right\}$$

$$\operatorname{div}(\underline{\sigma}) = \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \Rightarrow \forall v \in U_{ad}, \quad \operatorname{div}(\underline{\sigma}) \cdot \underline{v} = \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v}$$

$$\forall v \in U_{ad}, \quad \int_{\Omega} \operatorname{div}(\underline{\sigma}) \cdot \underline{v} \, dx = \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

$$\forall v \in U_{ad}, \quad \int_{\Omega} \operatorname{div}(\underline{\sigma} \cdot \underline{v}) \, dx - \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\operatorname{grad}}(\underline{v}) \, dx = \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

$$\forall v \in U_{ad}, \quad \int_{\partial\Omega} \underline{\sigma} \cdot \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS - \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\operatorname{grad}}(\underline{v}) \, dx = \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

$$\forall v \in U_{ad}, \quad \int_{x=e} (g(y) \cdot \underline{x} + h(y) \cdot \underline{y}) \cdot \underline{v} \, dS - \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}(\underline{v}) \, dx = \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

$$\forall v \in U_{ad}, \quad \int_{\Omega} K \cdot \underline{\varepsilon}(\underline{u}) : \underline{\varepsilon}(\underline{v}) \, dx = \int_{x=e} (g(y) \cdot \underline{x} + h(y) \cdot \underline{y}) \cdot \underline{v} \, dS - \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

D'où la formulation variationnelle en déplacement :

$$\begin{cases} \text{Trouver } \underline{u} \in U_{ad} \text{ tel que :} \\ \forall v \in U_{ad} \quad A_c(\underline{u}, v) = L_c(v) \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Avec : } A_c(\underline{u}, v) = \int_{\Omega} K \cdot \underline{\varepsilon}(\underline{u}) : \underline{\varepsilon}(\underline{v}) \, dx$$

$$\text{Et : } L_c(v) = \int_{x=e} (g(y) \cdot \underline{x} + h(y) \cdot \underline{y}) \cdot \underline{v} \, dS - \int_{\Omega} \rho \cdot \underline{\Gamma_4} \cdot \underline{v} \, dx$$

#### 4.6 Formulation variationnelle en efforts

$$\tau_{ad} \in \left\{ \tau \text{ réguliers et symétriques} \mid \operatorname{div}(\underline{\sigma}) = \underline{0}, \quad \underline{\sigma} \left( \begin{pmatrix} x \\ \pm l \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \underline{y} = \underline{0}, \right. \\ \left. \underline{\sigma} \left( \begin{pmatrix} x \\ y \\ \pm d \end{pmatrix} \right) \cdot \underline{z} = \underline{0}, \quad \underline{\sigma} \left( \begin{pmatrix} e \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \cdot \underline{x} = \underline{0} \right\}$$

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\sigma}} - K \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{0}} &\Rightarrow \forall \underline{\underline{\tau}} \in \tau_{ad}, \quad K^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\tau}} - \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\tau}} = 0 \\
&\Rightarrow \forall \underline{\underline{\tau}} \in \tau_{ad}, \quad \int_{\Omega} K^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\tau}} dx = \int_{\Omega} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\tau}} dx \\
\text{Or : } \int_{\Omega} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\tau}} dx &= \int_{\Omega} \underline{\underline{\text{grad}(\underline{u})}} : \underline{\underline{\tau}} dx = \int_{\Omega} \text{div}(\underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{u}) dx - \int_{\Omega} \text{div}(\underline{\underline{\tau}}) \cdot \underline{u} dx = \int_{\partial\Omega} \underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{u} \cdot \underline{n} dS = 0 \\
\text{Ce qui donne : } \forall \underline{\underline{\tau}} \in \tau_{ad}, &\quad \int_{\Omega} K^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\tau}} dx = 0
\end{aligned}$$

D'où la formulation variationnelle en efforts :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } \underline{\underline{\sigma}} \in \tau_{ad} \text{ tel que :} \\ \forall \underline{\underline{\tau}} \in \tau_{ad} \quad A_s(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\tau}}) = L_s(\underline{\underline{\tau}}) \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\text{Avec : } A_s(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\tau}}) = \int_{\Omega} K^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\tau}} dx \quad \text{et : } L_s(\underline{\underline{\tau}}) = 0.$$

#### 4.7 Conclusion sur la comparaison des champs de déformation

Le problème des formes obtenues est qu'elles sont très hermétiques. J'avais l'espoir d'obtenir avec le théorème de l'énergie une relation plus simple, voir trouver un champ de déformation valable et ajoutant des hypothèses simplificatrices s'il l'avait fallu mais ce fut peine perdue. Pour l'implémentation dans le simulateur, on adopterait les notations en vecteurs 6 lignes des tenseurs et la discrétisation de J-F Imbert<sup>5</sup> sur le maillage généré.

On peut quand même s'apercevoir que le placement de la flexibilité au niveau de la semelle change le champ des efforts, et intuitivement que les perturbations avec la semelle restent locales alors qu'elles sont globales au solide flexible dans l'autre cas.

## 5 CRÉATION D'UNE TRAJECTOIRE ADOUCIE POUR LE PIED EN PHASE DE SIMPLE-SUPPORT

### 5.1 Trajectoire du pied

L'ajout de la semelle déformable appelle à la réécriture du générateur de patterns de marche. En effet, absorber les impacts et rehausser les allures de marche nécessitent non seulement le choix et la conception d'une semelle mais aussi celle des algorithmes de marche qui l'exploitent au mieux. Il y a certes beaucoup d'aspects à voir, et la durée limitée de mon stage ne me permet pas de voir le problème dans son ensemble. Cependant, à la base de ce pattern réside la nécessité de générer une trajectoire paramétrée qui interpole entre les pas (en anglais, footprints) en position/vitesse (cartésienne et angulaire). Lors de la marche, le robot passe successivement par deux phases : double support, quand ses deux pieds touchent le sol, et simple support quand un seul d'entre eux touche le sol.

<sup>5</sup> *Analyse des Structures par Éléments Finis*, CÉPADUÈS éditions

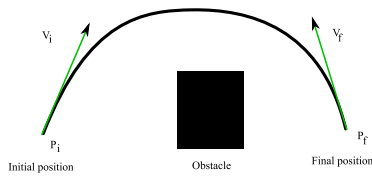


FIGURE 9 – Mise en situation.

Les coordonnées dans le plan du point du milieu sont obtenues par interpolation linéaire des coordonnées du plan des points initial et final.

Pendant la phase simple support, on veut programmer une trajectoire pour le pied en mouvement sans heurt, avec une accélération continue. On choisit d'utiliser des B-splines. Les contraintes sont :

- Positions initiale et finale ;
- Vitesses initiale et finale ;
- Hauteur d'un hypothétique obstacle à passer (ajout d'un point de contrôle).

Nous utilisons donc cinq points de contrôle pour le polygone de contrôle d'une B-spline d'ordre trois.

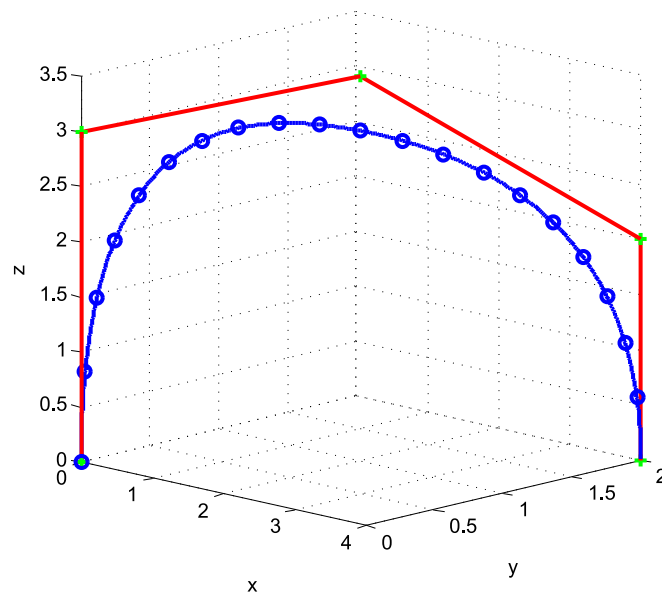


FIGURE 10 – Trajectoire obtenue.

Dans la figure 10, les points sur la courbe sont espacés également dans le temps, montrant ainsi l'évolution de la vitesse. Le premier et dernier segment du polygone de contrôle donnent les vitesses initiale et finale. On obtient aussi les courbes de vitesse (fig 11).

## 5.2 Rotation du pied

Avec la future semelle, l'idée est de mouvoir le pied plus comme celui d'un humain et d'utiliser une partie "talon" et une partie "orteils" (à priori non mobile, mais c'est à l'étude). Il faut donc que le pied fasse des rotations en trois dimensions pour les sols inégaux.

On utilise des quaternions pour définir les angles ; ce qui permet de s'affranchir de la redondance et des points singuliers des matrices de rotation et systèmes d'angles.

On est donc amené à utiliser des SLERPs pour interpoler les rotations tout en gardant la norme unitaire des quaternions. De plus les SLERPs donnent le plus court "chemin" entre deux

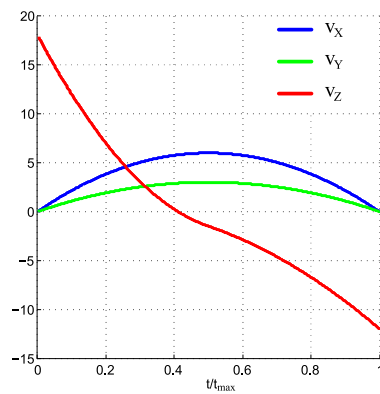


FIGURE 11 – Vitesses du pied.

angles, la trajectoire de rotation optimale.

$$Slerp(q_i, q_f, t) = q_i \left( \underline{q_i q_f} \right)^t = q_i \cdot [\cos(t\theta) \quad \sin(t\theta) \cdot \underline{v}]$$

Avec  $\theta$  l'angle entre le quaternion initial  $q_i$  et le quaternion final  $q_f$  et  $\underline{v}$  le vecteur médian.

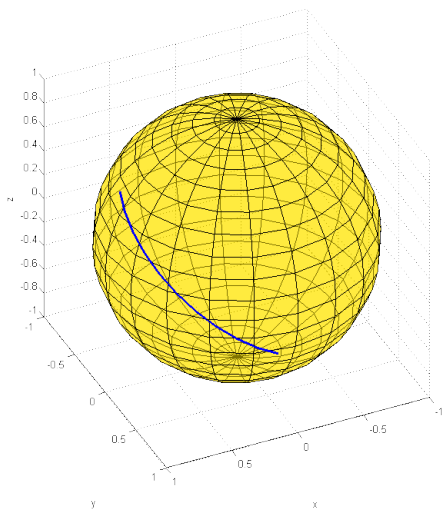


FIGURE 12 – Représentation du vecteur donnant l'axe de rotation sur la sphère unitaire de  $R^3$ .

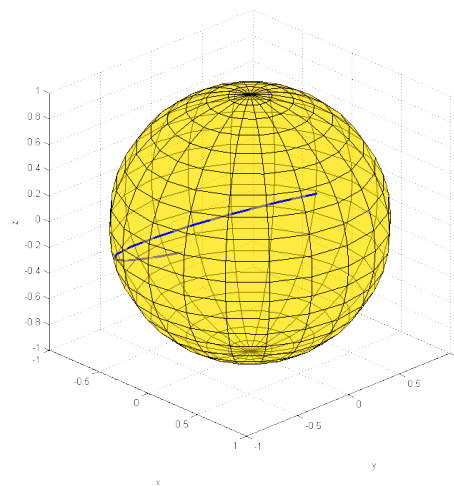
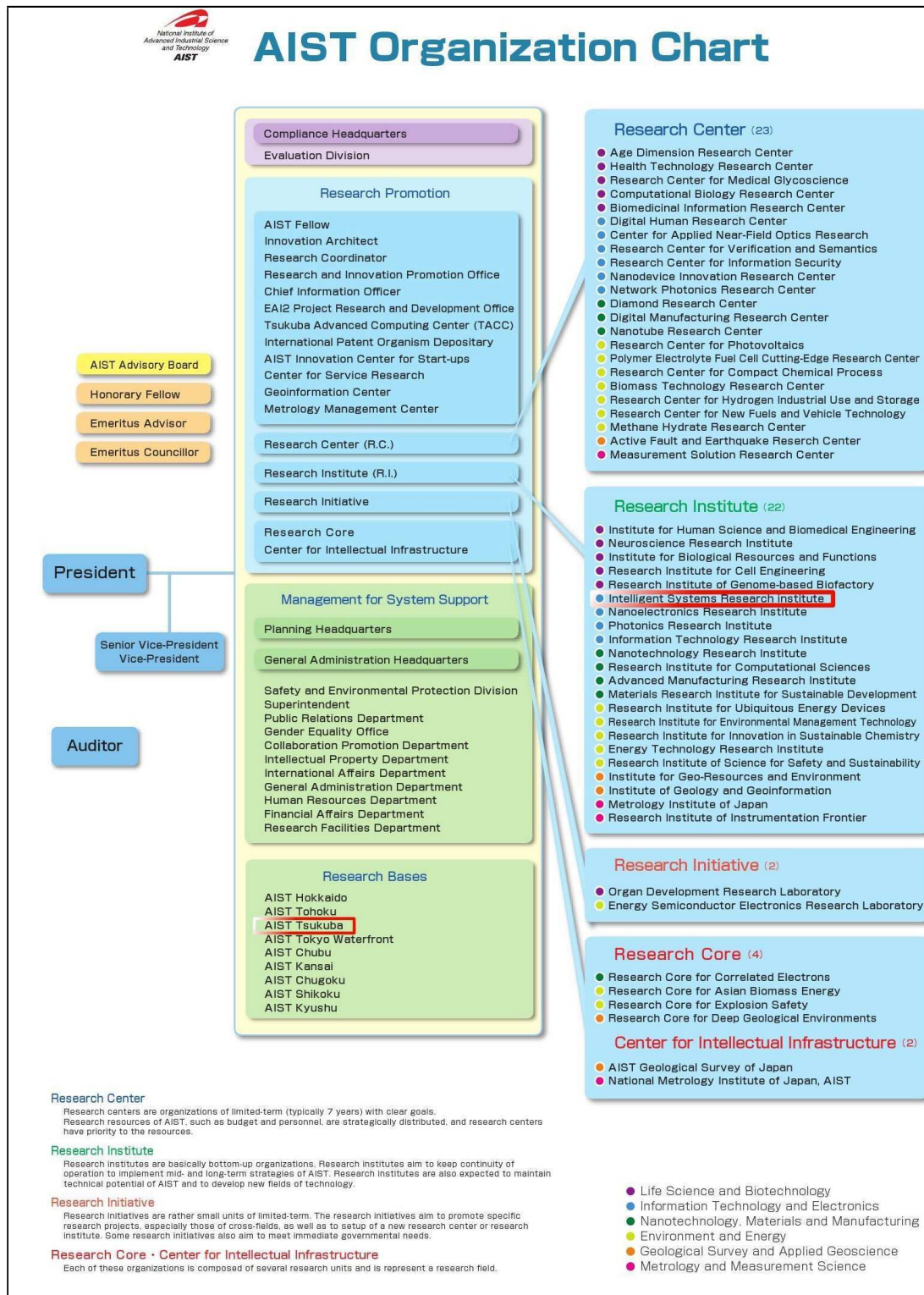
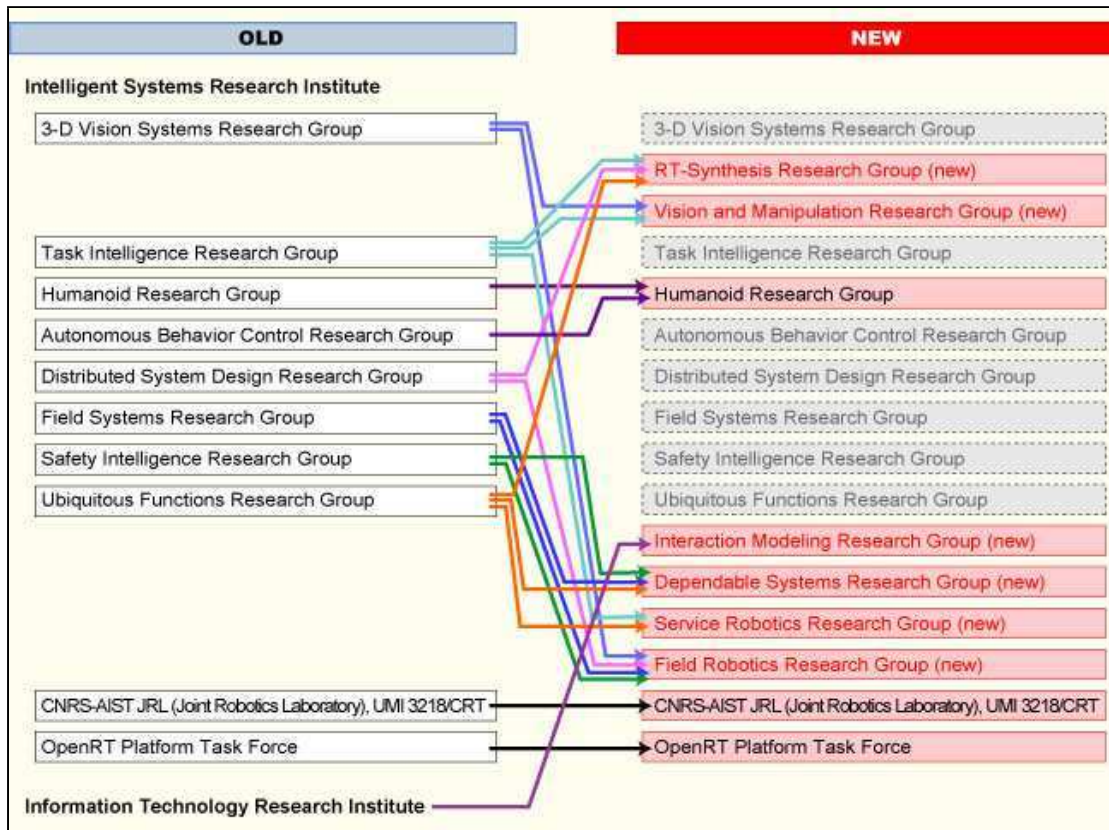


FIGURE 13 – Cas particulier  $\theta = 180^\circ$  : il y a une infinité de chemins aussi courts les uns que les autres... solution : on impose le vecteur médian.

# A Organisation AIST



## B Organisation ISRI





## C Matériau : gomme acrylique.

### Advanced Polymer Alloys Alcryn® 4070 BK Melt-Processible Rubber (discontinued)

**Categories:** [Polymer](#); [Thermoplastic](#); [Elastomer, TPE](#); [Thermoplastic Elastomer, Melt-Processible Rubber](#)

**Material Notes:** Alcryn® is a true thermoplastic elastomer, based on a partially cross-linked, chlorinated olefin interpolymer alloy. It is designed for the manufacture of rubber parts with high productivity on thermoplastic processing equipment. 4000 series characteristics: moderate flow in general plastics processing; not recommended for injection molding; excellent for complex extrusions; black grades have excellent weather resistance.

This material is no longer a commercial product

Data provided by the manufacturer.

**Key Words:** Chlorinated Olefin Interpolymer Alloy; Advanced Polymer Alloys; Thermoplastic Elastomer (TPE)

**Vendors:** No vendors are listed for this material. Please [click here](#) if you are a supplier and would like information on how to add your listing to this material.

Physical Properties	Metric	English	Comments
Density	1.25 g/cc	0.0452 lb/in <sup>3</sup>	ASTM D471
Viscosity	510000 cP	510000 cP	at 300/s at 190°C; ASTM D3835
Mechanical Properties	Metric	English	Comments
Hardness, Shore A	70	70	ASTM D2240
Tensile Strength, Yield	9.00 MPa	1310 psi	ASTM D412
Elongation at Break	420 %	420 %	ASTM D412
Tensile Modulus	0.00400 GPa	0.580 ksi	ASTM D412
Flexural Modulus	0.00240 GPa	0.348 ksi	In Torsion; ASTM D1043
Graves Tear Strength	39.0 kN/m	223 pli	(Die C); ASTM D624
Taber Abrasion, mg/1000 Cycles	2.00	2.00	CS-17 Wheel, 1000g load; ASTM D3389
Compression Set	20.0 %	20.0 %	22 hr at 24°C; ASTM D395
	75.0 % @Temperature 100 °C	75.0 % @Temperature 212 °F	22 hr at 100°C; ASTM D395
Thermal Properties	Metric	English	Comments
Brittleness Temperature	-62.0 °C	-79.6 °F	ASTM D746
Clash Berg Stiffness Temperature	-20.0 °C	-4.00 °F	69 MPa; ASTM D1043
Processing Properties	Metric	English	Comments
Processing Temperature	166 °C	331 °F	ASTM D3835

Some of the values displayed above may have been converted from their original units and/or rounded in order to display the information in a consistent format. Users requiring more precise data for scientific or engineering calculations can click on the property value to see the original value as well as raw conversions to equivalent units. We advise that you only use the original value or one of its raw conversions in your calculations to minimize rounding error. We also ask that you refer to MatWeb's disclaimer and terms of use regarding this information. [Click here](#) to view all the property values for this datasheet as they were originally entered into MatWeb.

## D Matériau : RTP 2740 S-40A.



### Product Data Sheet & General Processing Conditions

### RTP 2740 S-40A Saturated Styrenic Block Copolymer (TES/SEBS) General Purpose

#### PROPERTIES & AVERAGE VALUES OF INJECTION MOLDED SPECIMENS

PERMANENCE	English	SI Metric	ASTM TEST
Specific Gravity	1.16	1.16	D 792
Molding Shrinkage 1/8 in (3.2 mm) section	0.0150 - 0.0250 in/in	1.50 - 2.50 %	D 955
<b>MECHANICAL</b>			
Tensile Strength	750 psi	5 MPa	D 412
Tensile Elongation	1200.0 %	1200.0 %	D 412
Tensile Stress			
@ 50 %	95.0 psi	0.7 MPa	D 412
@ 100 %	140.0 psi	1.0 MPa	D 412
@ 300 %	395.0 psi	2.7 MPa	D 412
Tear Strength, Die C	120.0 pli	21.0 N/mm	D 624
Peel Strength ***			
90 degrees, 20 in/min (500 mm/min)			
PP, Failure Type R	> 35.0 pli	> 6.1 N/mm	ISO 813
PP (30% VLF), Failure Type R	> 35.0 pli	> 6.1 N/mm	ISO 813
PP (50% VLF), Failure Type D	17.0 pli	3.0 N/mm	ISO 813
Compression Set			
22 h @ 23 °C (73 °F), Method B, Type 2	12 %	12 %	D 395
22 h @ 70 °C (158 °F), Method B, Type 2	38 %	38 %	D 395
Hardness			
Shore A, 10 s delay	40	40	D 2240
<b>THERMAL</b>			
Ignition Resistance*			
Flammability**	HB @ 1/16 in	HB @ 1.5 mm	D 635

#### PROPERTY NOTES

Data herein is typical and not to be construed as specifications.

Unless otherwise specified, all data listed is for natural or black colored materials. Pigments can affect properties.

\* This rating is not intended to reflect hazards of this or any other material under actual fire conditions.

\*\* Values per RTP Company testing.

\*\*\* Values per RTP Company testing. Failure types: R=overmold failure, D=interface failure, S=substrate failure.

#### GENERAL PROCESSING FOR INJECTION MOLDING

	English	SI Metric
Injection Pressure	5000 - 10000 psi	34 - 69 MPa
Melt Temperature	325 - 400 °F	163 - 204 °C
Mold Temperature	60 - 100 °F	16 - 38 °C
Drying	2 - 4 hrs @ 160 °F	2 - 4 hrs @ 71 °C
Moisture Content	0.04 %	0.04 %

## E Matériau : silicone d'aérogels.

### Silica Aerogels

**Silica Aerogels** are generally known for being an extremely lightweight **transparent solid** (down to  $<0.05 \text{ g/cm}^3$ ) with excellent **thermal insulating properties**, **high temperature stability**, very **low dielectric constant**, and extremely high surface area. Some initial applications have included **atomic particle detectors** and **super insulation for aerospace** applications and they were used to **insulate the Mars rover**.



#### Silica Aerogel MSDS

Our standard **silica aerogel** is formed into **translucent monolithic blocks** with carefully controlled densities. The standard density is nominally  $0.1 \text{ g/cm}^3$  with a surface area of about  $800 \text{ m}^2/\text{g}$ . Densities from  $0.01$  to  $0.30 \text{ g/cm}^3$  are commonly available.

As the **silica Aerogel** monolithic blocks are quite friable, we offer random pieces  $0.2$  to  $2.0 \text{ cm}$  for evaluation purposes. These are sold in standard packages of  $10$ ,  $50$ , and  $250$  grams.

**Monolithic blocks** up to  $4'' \times 8'' \times 0.5''$  are standard.

### Specifications

Properties	Value
Density	$0.1 (0.3 - 0.05) \text{ g/cm}^3$
Dielectric Constant	$1.14 (18 - 40 \text{ Ghz})$
Surface Area, BET	$800 \text{ m}^2/\text{g}$
Percent Solids	$0.13 - 15\%$
Mean Pore Diameter	$\sim 20 \text{ nm}$
Primary Particle Diameter	$2 - 5 \text{ nm}$
Index of Refraction	$1.0 - 1.05$
Thermal Tolerance	to $500^\circ\text{C}$
Poisson's Ratio	$0.2$
Young's Modulus	$10^6 - 10^7 \text{ Nm}^2$
Tensile Strength	$16 \text{ kPa}$
Fracture Toughness	$\sim 0.8 \text{ kPa}\cdot\text{m}^{1/2}$
Compressive Modulus	$0.3 \text{ MPa}$
Coefficient of Thermal Expansion (CTE)	$2 \text{ ppm/C}^\circ @ 20 - 80^\circ\text{C}$
Electrical Resistivity	$10^{15} \text{ ohm}\cdot\text{cm}$
Thermal Conductivity in Air	$0.016 \text{ W/m}\cdot\text{K}$
Thermal Conductivity in Vacuum	$0.004 \text{ W/m}\cdot\text{K}$
Sound Velocity Through the Medium	$100 \text{ m/sec}$
Color	translucent