

Résultats numériques - RMS pour un spectre de Cantor et pour un potentiel de Fibonacci

Spectre de Cantor

La figure 1 concerne le RMS, sans moyennage temporel. La courbe bleue est le graphe du RMS, $\Delta x(t) = \sqrt{\sum_{k \geq 0} k^2 |\psi(k, t)|^2}$, la verte est celui de $\sqrt{2} \Delta x\left(\frac{t}{3}\right)$, et la violette est $t^{\frac{\ln 2}{2 \ln 3}}$.

La figure 2 concerne le RMS au carré moyenné dans le temps :

$$\langle \Delta x^2(t) \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t \Delta x^2(t') dt' = \sum_{k \geq 0} k^2 \langle |\psi(k, t)|^2 \rangle$$

La courbe bleue est le graphe de $\langle \Delta x^2(t) \rangle$, la verte celui de $2 \langle \Delta x^2\left(\frac{t}{3}\right) \rangle$, la violette celui de $t^{\frac{\ln 2}{\ln 3}}$.

On voit, sur la figure 2, que, asymptotiquement, $\langle \Delta x^2(t) \rangle = 2 \langle \Delta x^2\left(\frac{t}{3}\right) \rangle$. Cela signifie que $\langle \Delta x^2(t) \rangle$ est une fonction d'échelle, de la forme $\langle \Delta x^2(t) \rangle \sim_{t \rightarrow \infty} t^{\frac{\ln 2}{\ln 3}} G_{per}(\ln t)$. L'exposant $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ est bien vérifié numériquement.

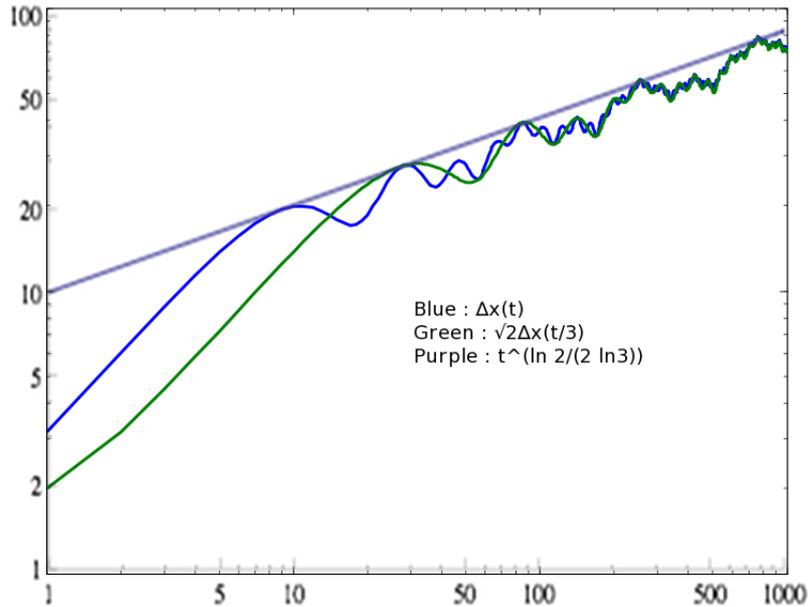


FIGURE 1 –

Potentiel de Fibonacci

Dans un premier temps, on étudie les résultats numériques obtenus avec les polaritons (cf. [1] et les notes de E. Gurevich et E. Akkermans, "wave paquet dynamics").

D'après la fig. 4 de [1], la dimension spectrale locale (pertinente pour le paquet d'onde considéré) vaut environ 0.32. Numériquement, il semble que cette valeur

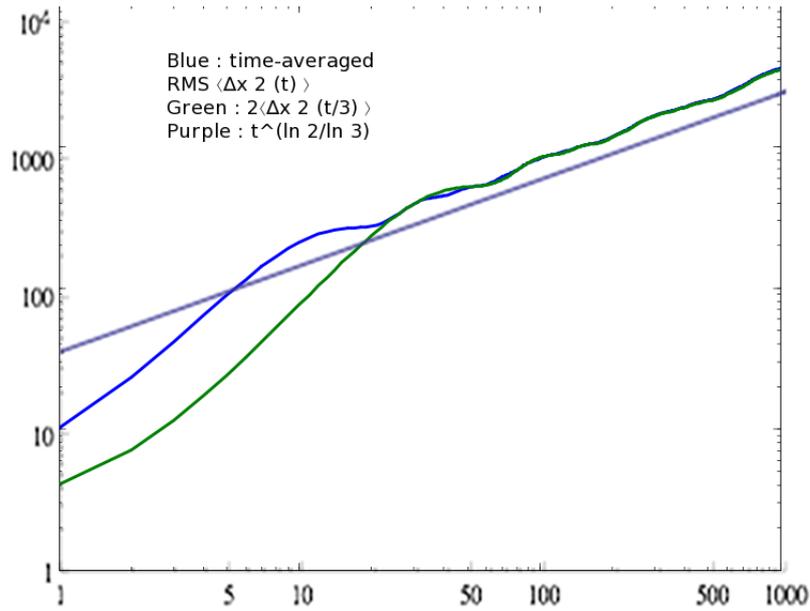


FIGURE 2 –

corresponde bien (au signe près) avec l'exposant caractéristique du time-averaged return probability $C(t)$ (voir fig. 3). Ceci est cohérent avec le résultat théorique : $C(t) \sim_{t \rightarrow \infty} t^{-d_f}$, avec d_f la dimension fractale du système.

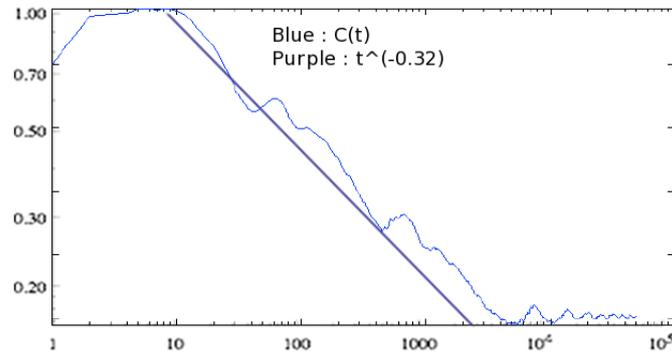


FIGURE 3 –

On étudie maintenant l'exposant caractéristique du RMS : $\Delta x(t) = \sqrt{\int_{\text{espace}} x^2 |\psi(x, t)|^2}$. On trouve, comme dans le cas d'un spectre de Cantor, que $\Delta x(t) \sim_{t \rightarrow \infty} t^{d_f/2}$ (fig. 4).

Afin d'avoir une double vérification, on utilise une autre méthode pour déterminer la dimension spectrale afin de la comparer à l'exposant du RMS. On calcule directement la pente de $C(t)$ sur les graphes donnés dans les notes : d'après la théorie, il s'agit de l'opposé de la dimension spectrale. On trouve encore une dimension d'environ 0.32, et cela correspond à l'exposant caractéristique du RMS et du rapport de participation (fig. 5).

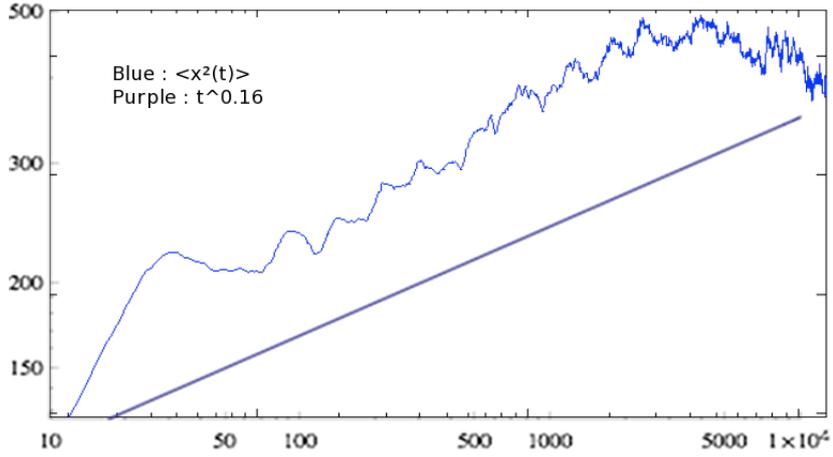


FIGURE 4 –

Pour finir, j'ai comparé avec la formule donnée en [2] pour le calcul de la dimension spectrale. Malheureusement, je n'ai pas réussi à l'adapter pour le cas du tight-binding ; cela ne donne pas de résultats numériques cohérents avec ceux que nous avons ni avec ceux de Hiramoto...

Références

- [1] Tanese, E. Gurevich, A. Lematre, E. Galopin, I. Sagnes, A. Amo, J. Bloch, E. Akkermans, Physical Review Letters 112, 146404 (2014)
- [2] D. Wortz, T. Schneider and M.P. Soerensen, Physica 148A (1988) 343-355

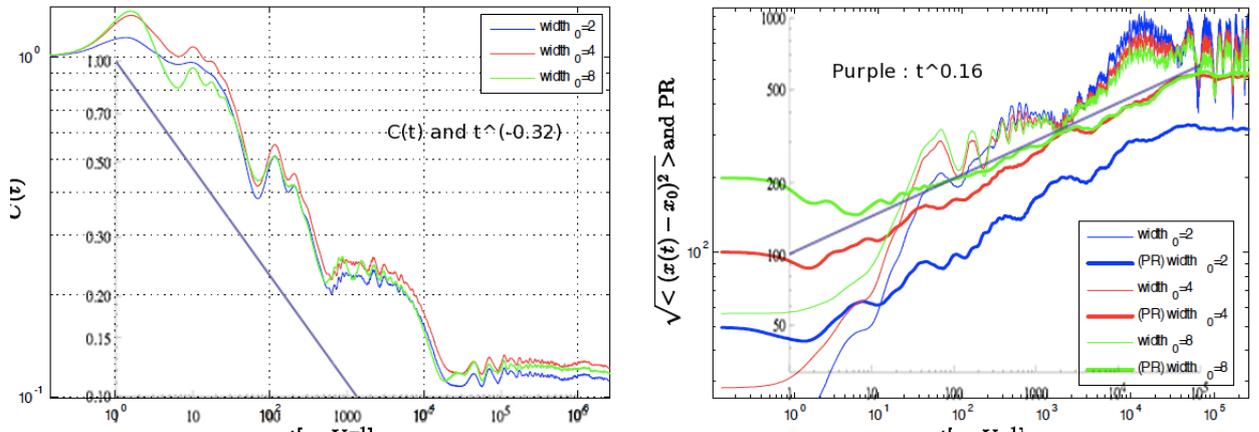


FIGURE 5 –