

# Bilan 25/03 - RMS pour un potentiel de Fibonacci et pour un spectre de Cantor dans le modèle du tight-binding

- La formule théorique du RMS pour le modèle du tight-binding donnée dans les notes (synthese-dynq.pdf) est à affiner :

$$\Delta x(t) = t^{-\ln 2 / \ln 3} \sqrt{\sum_{k \in \mathbb{Z}} k^2 \sum_{0 \leq l_k \leq k} d_{l_k} t^{-l_k} G_{l_k}(\ln t)}$$

Il faut expliciter ou au moins étudier plus en détail les coefficients  $d_{l_k}$  (issus du réarrangement des termes en monômes de même degré dans  $j_{k+k_0}(t)$  et du calcul des  $p_k(\epsilon)$ ) pour voir si cela explique bien le comportement croissant de  $\Delta x(t)$  (comportement croissant observé numériquement et auquel on s'attend physiquement).

- Il faudra également faire une étude numérique plus poussée, prenant en compte les  $d_{l_k}$  (qui devraient pouvoir se calculer numériquement sans trop de difficultés). Cela revient à retracer les figures 3 et 8 dans les notes (synthese-dynq.pdf).

- Dans le papier de Mantica [1] est annoncé le comportement asymptotique suivant :

$$\ln \nu_\alpha(t) \approx \alpha \beta(\alpha) \ln t + g(\ln t)$$

avec  $\nu_\alpha(t) = \sum_n n^\alpha x_n^2(t)$ ; il serait intéressant de vérifier si l'on retrouve numériquement ce résultat avec Fibonacci et Cantor, et théoriquement le cas échéant. Dans le cas où le spectre est un ensemble de Julia, La fonction  $\beta(\alpha)$  est (cf. référence [9] dans le papier de Mantica [1]), reliée à la dimension spectrale par :

$$\beta(\alpha) = D_{1-\alpha}$$

Il faut voir si l'on peut adapter ce résultat au cas d'un Cantor et/ou d'un potentiel de Fibonacci. L'article de Mantica mentionne également l'inégalité de Guarneri (références [32] et [33] dans le papier); cela pourrait nous intéresser.

- Enfin, il faut vérifier si, pour les cas illustrés par les figures 3, 7 et 8 (resp. RMS théorique pour un spectre de Cantor, RMS calculé directement pour un potentiel de Fibonacci et RMS théorique pour un potentiel de Fibonacci), l'enveloppe des oscillations et la période log des oscillations est bien reliée à la dimension spectrale.

- Moins urgentement, il serait intéressant de voir si la modélisation des fonctions propres sous la forme :

$$\phi_E(k) = \phi_E(1) p_k(E)$$

i.e. un polynôme que multiplie un facteur de renormalisation, permet de vérifier l'hypothèse que :

$$\overline{\phi(\mathbf{r}, \epsilon) * \phi(\mathbf{r}', \epsilon)} = f\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{l_\epsilon}\right)$$

avec  $\overline{(\dots)}$  la moyenne sur les points  $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$  tels que  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \text{constante}$  et  $f$  une certaine fonction.

[1] G. Mantica, Physica D 109 (1997) 113-127