

Entraînement au calcul de dérivées

Déterminer le domaine de définition et la dérivée des fonctions suivantes (on admettra qu'elles sont dérivables sur les intervalles ouverts où elles sont définies).

1. $f_1(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$
2. $f_2(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x}+1}$
3. $f_3(x) = \ln(1+e^{-x})$
4. $f_4(x) = \sqrt{x}e^{-x/2}$
5. $f_5(x) = \ln(x^2+3x+1)$
6. $f_6(x) = e^{\frac{1}{1+x}}$
7. $f_7(x) = \sqrt{2+e^{-x}}$
8. $f_8(x) = \ln(1+\sqrt{x})$
9. $f_9(x) = \exp(x-1+\ln(x))$
10. $f_{10}(x) = \frac{2x}{e^x+e^{-x}}$
11. $f_{11}(x) = \frac{1}{\ln(1+x^2)}$
12. $f_{12}(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$
13. $f_{13}(x) = \frac{\sqrt{x}}{2+x^4}$
14. $f_{14}(x) = \ln(x)^2e^{-x}$
15. $f_{15}(x) = x \ln(x) \ln(x-1)$

Corrigé

1. Définie sur \mathbb{R} ; $f'_1(x) = \frac{(1 - 2x + x^2)e^x}{(1 + x^2)^2}$
2. Définie sur \mathbb{R}_+ ; $f'_2(x) = \frac{(3/2)x\sqrt{x} + 2x}{(\sqrt{x} + 1)^2}$
3. Définie sur \mathbb{R} ; $f'_3(x) = \frac{-e^{-x}}{1 + e^{-x}}$
4. Définie sur \mathbb{R}_+ ; $f'_4(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right) e^{-x/2}$
5. Définie sur \mathbb{R} (calculer le discriminant du trinôme pour s'en assurer); $f'_5(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 1}$
6. Définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $f'_6(x) = -\frac{1}{(1+x)^2} e^{\frac{1}{1+x}}$
7. Définie sur \mathbb{R} ; $f'_7(x) = -\frac{e^{-x}}{2\sqrt{2} + e^{-x}}$
8. Définie sur \mathbb{R}_+ ; $f'_8(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$
9. Définie sur \mathbb{R}_+^* ; $f'_9(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \exp(x - 1 + \ln(x))$
10. Définie sur \mathbb{R} ; $f'_{10}(x) = 2 \frac{(1-x)e^x + (1+x)e^{-x}}{(e^x + e^{-x})^2}$
11. Définie sur \mathbb{R}^* ; $f'_{11}(x) = -\frac{2x}{(1+x^2) \ln(1+x^2)^2}$
12. Définie sur \mathbb{R}_+ ; $f'_{12}(x) = \frac{1-x^2}{2\sqrt{x}(1+x^2)^{3/2}}$
13. Définie sur \mathbb{R}_+ ; $f'_{13}(x) = \frac{2-7x^4}{2\sqrt{x}(2+x^4)^2}$
14. Définie sur \mathbb{R}_+^* ; $f'_{14}(x) = \left(\frac{2\ln(x)}{x} - \ln(x)^2\right) e^{-x}$
15. Définie sur $]1, +\infty[$; $f'_{15}(x) = (1 + \ln(x)) \ln(x-1) + \frac{x \ln(x)}{x-1}$