



Nantes, le 6 Novembre 2011

Rapport sur la thèse présentée par M. Nicolas RELUN à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan pour l'obtention du grade de Docteur de l'ENS de Cachan, domaine « Mécanique – Génie Mécanique – Génie Civil », intitulée « Approche multiparamétrique pour la conception robuste en fatigue ».

La thèse objet du présent rapport porte sur l'algorithmique efficace pour la résolution de modèles d'évolution thermomécaniques non-linéaires paramétriques. Ces travaux de recherche, loin d'être une contribution isolée, s'inscrivent dans le contexte de la méthode LATIN (proposée par Pierre Ladevèze dans les années 1985) et qui constitue un des axes majeurs de recherche du LMT de Cachan depuis une vingtaine d'années. Pour ces raisons, plus que passer en revue le contenu des différents chapitres qui composent ce mémoire de thèse (revue qui est faite d'ailleurs dans l'introduction du mémoire), je voudrais apporter une analyse plus globale sur ces travaux, en précisant le contexte et en soulignant les principales contributions.

Le contexte

La méthode LATIN, déjà dans sa version originale des années 1985, est une méthode en rupture avec les techniques usuelles. Elle a pour objectif de réduire le temps de calcul des simulations thermomécaniques transitoires non-linéaires. Là, on retrouve deux difficultés récurrentes (et jamais résolues de façon définitive) : la non-linéarité et l'évolution temporelle (au sens large). La combinaison des deux difficultés met en défaut les techniques plus classiques, qui deviennent rapidement inefficaces et non robustes. La méthode LATIN introduit une représentation séparée espace-temps, dit radiale, et découple la non-linéarité définie localement décrivant des comportements thermomécaniques complexes de la linéarité qui traduit l'équilibre global du système (structure).

L'approximation radiale a été dans les années 2000 généralisée dans le cadre des travaux d'Ammar et Chinesta pour effectuer une représentation séparée – appelée ultérieurement PGD - des problèmes multidimensionnels à l'issue des descriptions fines des matériaux. Puis la question la plus naturelle est survenue : pourquoi ne pas considérer les paramètres d'un modèle comme coordonnées, au même niveau que le sont l'espace et le temps dans les modèles habituels ? Bien que cette stratégie augmente la dimensionnalité du modèle, l'utilisation des représentations séparées permet de s'affranchir des difficultés liées au caractère multidimensionnel.

Cependant non-linéarité et caractère paramétrique font mauvais ménage !

En effet, dans le cas de considérer les paramètres comme extra-coordonnées la généralisation directe de la méthode LATIN n'est pas évidente car le problème local non linéaire d'évolution reviendrait multidimensionnel. Une représentation séparée devrait être envisagée pour échapper des effets redoutables de la multidimensionalité qui ne permet calculer la solution locale pour chaque choix possible de paramètres, tout en sachant que après, et avant de revenir sur l'étape globale (et linéaire), une séparation devrait être effectuée à l'aide d'une SVD multidimensionnelle, délicate en haute dimension. De plus, un procédé général et efficace pour la construction d'approximations séparées des solutions des modèles non-linéaires intégrant les paramètres comme extra-coordonnées, n'existe pas pour l'instant, même si pour certaines non-linéarités caractéristiques des modèles thermomécaniques retrouvés dans la thermique couplée avec des cinétiques de cuisson des résines polymériques la solution multidimensionnelle séparée a été obtenue avec succès au sein de l'équipe du GEM à Nantes.

Approche LATIN - paramétrique

Dans un scénario de modèles paramétrique avec des fortes non linéarités l'option retenue par M. Relun a été de proposer une stratégie à cheval entre la PGD et la POD. On peut imaginer que la solution ayant une évolution continue et régulière avec les paramètres du modèle, comme c'est le cas dans de nombreux modèles (mais pas tous), les bases d'approximation construites pour un choix des paramètres peuvent être réutilisées pour d'autres choix des paramètres. Jusqu'ici la stratégie a une certaine ressemblance avec les techniques de réduction à posteriori basées sur la POD, où de façon pragmatique les bases réduites associées à un modèle via l'application de la POD sont utilisées dans la résolution d'autres modèles différant légèrement du premier. Cependant dans les techniques basées sur l'utilisation de la POD la question de l'adaptabilité se pose de façon immédiate : (i) comment conclure sur la qualité de la solution calculée dans une base réduite ? et (ii) comment enrichir l'approximation afin d'améliorer la solution obtenue en base réduite ?

Cette thèse propose une réponse naturelle, simple et élégante à ces questions : à partir de la solution obtenue pour un choix de paramètres en utilisant la base qui fut obtenue avec la méthode LATIN pour un choix différent de paramètres (étape qui ressemble à un méthodologie POD à posteriori) on procède à son enrichissement en calculant d'autres termes de la décomposition séparée (étape PGD). Ainsi, la PGD, par nature à priori, est utilisée pour enrichir une pré-solution, sans devoir construire entièrement une solution complète pour chaque choix de paramètres, une sorte de prédicteur-correcteur.

On pourrait se poser la question de l'optimalité d'une telle procédure. En effet, le prix à payer pour réutiliser la base est que pour chaque choix de paramètres la décomposition aura sans doute plus de termes que l'on aurait eu d'avoir appliqué la PGD pour le choix de paramètres en question. Ceci étant dit, on sait bien que à présent il n'existe pas un constructeur de la approximation séparée qui soit optimal. En fonction de l'opérateur différentiel et du constructeur PGD de l'approximation séparée le nombre de fonctions nécessaires pour approximer la solution (à une précision donnée) peut différer significative-

ment du nombre de termes mises en jeu dans l'expression séparée optimale calculée par application de la POD sur la solution obtenue avec une discrétisation incrémentale standard. Cette question a été évoquée, analysée et quantifiée de façon pertinente dans les travaux de thèse de M. Relun. Dans ces travaux M. Relun s'est attaqué également à une analyse minutieuse des aspects calculatoires afin de réduire le coût de calcul au minimum indispensable.

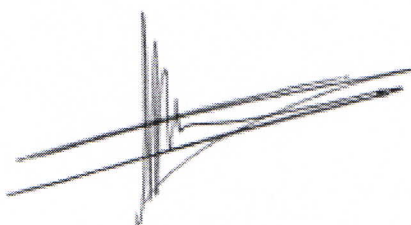
L'approche LATIN – paramétrique proposée par M. Relun, au cœur de ses travaux de thèse, constitue une idée originale, pertinente, élégante, efficace et puissante. Cette contribution est susceptible de constituer un apport majeur dans une thématique prioritaire au niveau international où les avancées sont maigres.

De mon point de vue l'approche ici proposée est la plus aboutie de toutes les techniques existantes pour résoudre les modèles paramétriques non linéaires, sujet d'importance capitale et dont sa difficulté est à l' hauteur de son intérêt !

Conclusion

M. Nicolas RELUN fait preuve tout le long de ce mémoire d'une excellente maturité et d'une solidité scientifique qui se manifeste par ses compétences dans le domaine de la mécanique numérique. Ces travaux ont donné lieu à différentes publications, et leur qualité et volume devront permettre encore la publication d'autres travaux. Il s'agit sans aucun doute d'un travail d'excellente qualité et qui constitue une contribution majeure dans le domaine de la mécanique numérique et plus concrètement dans les stratégies avancées de calcul, et je me permets de adresser mes félicitations pour cet excellent travail à M. Relun et à ses encadrants.

En conséquence, je déclare que la thèse de M. Nicolas Relun mérite d'être soutenue.



Francisco Chinesta
Professeur des Universités
Membre senior de l'Institut Universitaire de France
Titulaire de la Chaire Fondation EADS - Ecole Centrale de Nantes