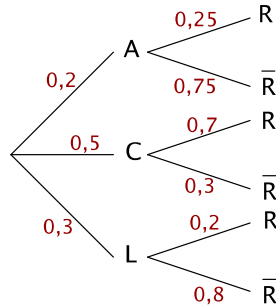


Exercice 1.

1. On peut traduire les informations de l'énoncé par l'arbre pondéré suivant :



2. (a) « La personne interrogée pratique la natation en compétition et participe à la rencontre » correspond à l'événement $C \cap R$. On calcule donc $p(C \cap R)$.

$$p(C \cap R) = p(C) \times p_C(R) = 0,5 \times 0,7 = 0,35$$

(b) La probabilité qu'un adhérent ne participe pas à la rencontre est égale à $p(\bar{R})$. Or, les événements $A \cap \bar{R}$, $C \cap \bar{R}$ et $L \cap \bar{R}$ forment une partition de l'événement \bar{R} . Donc d'après la formule des probabilités totales, on a

$$\begin{aligned} p(\bar{R}) &= p(A \cap \bar{R}) + p(C \cap \bar{R}) + p(L \cap \bar{R}) \\ &= p(A) \times p_A(\bar{R}) + p(C) \times p_C(\bar{R}) + p(L) \times p_L(\bar{R}) \\ &= 0,2 \times 0,75 + 0,5 \times 0,3 + 0,3 \times 0,8 \\ &= 0,15 + 0,15 + 0,24 \\ p(\bar{R}) &= 0,54 \end{aligned}$$

54 % des adhérents ne participent pas à la rencontre, ce qui justifie les propos du président.

3. On sait que la personne interrogée participe à la rencontre. Sachant cela, la probabilité qu'elle fasse partie de la section compétition est donnée par $p_R(C)$. On calcule cette probabilité en revenant à la définition de la probabilité conditionnelle.

$$p_R(C) = \frac{p(C \cap R)}{p(R)} = \frac{p(C) \times p_C(R)}{p(R)}$$

Or, $p(R) = 1 - p(\bar{R}) = 1 - 0,54 = 0,46$. On remplace :

$$p_R(C) = \frac{0,5 \times 0,7}{0,46} \approx 0,76$$

4. (a) Les adhérents qui dépensent 60 euros sont ceux qui font partie de la section aquagym ou loisir, et qui n'ont pas participé à la rencontre. Cela correspond aux événements $A \cap \bar{R}$ et $L \cap \bar{R}$.

$$p(S_i = 60) = p(A \cap \bar{R}) + p(L \cap \bar{R}) = 0,2 \times 0,75 + 0,3 \times 0,8 = 0,15 + 0,24 = 0,39$$

D'autre part, les adhérents qui dépensent 100 euros sont ceux qui adhèrent à la section compétition sans avoir participé à la rencontre. Cela correspond à l'événement $C \cap \bar{R}$.

$$p(S_i = 100) = p(C \cap \bar{R}) = 0,5 \times 0,3 = 0,15$$

D'où la loi de probabilité :

S_i	60	75	100	115
p_i	0,39	0,11	0,15	0,35

(b) L'espérance mathématique de cette loi de probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} E &= 0,39 \times 60 + 0,11 \times 75 + 0,15 \times 100 + 0,35 \times 115 \\ E &= 86,90 \end{aligned}$$

En moyenne, un adhérent dépense 86,90 €.