

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision du raisonnement seront prises en compte dans la notation. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1.

Calculer les limites suivantes, et donner dans chaque cas les asymptotes éventuelles.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - x^2 + 4x + 1 & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 7} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} \text{ (distinguer } x < -1 \text{ et } x > -1) & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 - 2x + 5}{x^3 - 6x^2 + 1} \end{array}$$

Exercice 2.

1. Soit f une fonction définie sur $]0; +\infty[$, vérifiant : pour $x \in]0; +\infty[$, $\frac{1}{x+3} \leq f(x) \leq \frac{1}{x+2}$.
Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Soit g la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{9 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}$.

(a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} 9 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$.

(b) En utilisant un théorème du cours, en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}$.

Exercice 3.

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir précisé le domaine de dérivation :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } h_1 : x \mapsto -x^5 + 4\sqrt{x} & \text{c) } h_3 : x \mapsto \frac{2x-1}{x^2+2x+5} \\ \text{b) } h_2 : x \mapsto \frac{5x^2-3x}{3} & \text{d) } h_4 : x \mapsto \frac{1}{x^2}(1-\sqrt{x}) \end{array}$$

Exercice 4.

Soient f et g les fonctions définies sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 1$ et $g(x) = \frac{4}{x} + 1$. On note respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives de f et de g .

- (a) Calculer l'équation de la tangente \mathcal{T} à \mathcal{C}_f au point A d'abscisse 2.
(b) Calculer l'équation de la tangente \mathcal{T}' à \mathcal{C}_g au point B de coordonnées $(2; 3)$.
(c) Que remarque-t-on ?
- (a) Etudier la position de la courbe \mathcal{C}_f par rapport à \mathcal{T} sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
(b) Etudier la position de la courbe \mathcal{C}_g par rapport à \mathcal{T}' sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- Dans un repère, tracer les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , ainsi que les droites \mathcal{T} et \mathcal{T}' .

Exercice 5.

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -x^3 + 6x^2 + 1$. Le tableau de variations de h est le suivant :

x	$-\infty$	0	4	10	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
h					

- Recopier et compléter le tableau de variations.
- Montrer que l'équation $h(x) = 0$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $] -\infty; 4]$.
- Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $]4; 10]$.
- A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de cette solution.